

Introduction to Optimization

CSS 341 Introduction to  
Data Science  
Chukiat Worasucheep

# Types of optimizations

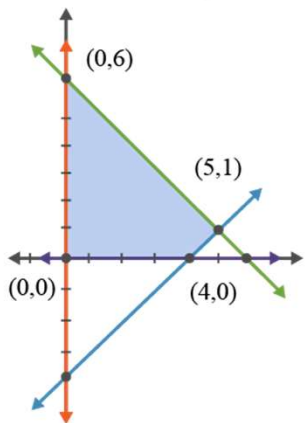
- Linear programming (LP)
- Integer programming (IP)
- Quadratic programming (QP)
- Nonlinear programming (NLP)

# Linear programming

- *Linear programming* is an optimization technique for a system of linear constraints and a linear objective function.

$$\text{constraints: } \begin{cases} x + y \geq 6 \\ x - y \geq 4 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{Objective Function: } C = 2x + y$$



$$(0,0): C = 2(0) + (0) = 0 \text{ minimum}$$

$$(0,6): C = 2(0) + (6) = 6$$

$$(5,1): C = 2(5) + (1) = 11 \text{ maximum}$$

$$(4,0): C = 2(4) + (0) = 8$$

## Dessert Problem

- ในการเลือกรับประทานบราวนี่ ไอศกรีมช็อคโกแลต น้ำอัดลม และชีสเค้ก ควรเลือกรับประทานอย่างไรให้เสียค่าใช้จ่ายน้อยที่สุด สมมติในแต่ละวันร่างกายต้องการพลังงานจากของหวานอย่างน้อย 500 แคลอรี่ และต้องการช็อคโกแลตอย่างน้อย 6 g น้ำตาลอย่างน้อย 10 g และไขมันอย่างน้อย 8 g รายละเอียดแสดงดังตาราง

ขนม	แคลอรี	ช็อคโกแลต (g)	น้ำตาล (g)	ไขมัน (g)	ราคาต่อหน่วย (บาท)
บราวนี่ 1 ชิ้น	400	3	2	2	50
ไอศกรีมช็อคโกแลต 1 ลูก	200	2	2	4	40
น้ำอัดลม 1 แก้ว	150	0	4	1	20
ชีสเค้ก 1 ชิ้น	500	0	4	5	80
ความต้องการขั้นต่ำ	--	6	10	8	--

Calcworkshop.com

Chukiat Worasucheeep

# Applications of linear programs

- *Transportation management*

- บริษัทผลิตสินค้าแห่งหนึ่งมีโรงงานอยู่ 3 แห่ง ที่ตั้งอยู่ในลาดกระบัง บางนา และمينบุรีเขตละโรงงาน มี ตัวแทนจำหน่ายที่ต้องการส่งสินค้าจากโรงงาน 2 แห่งคือ ตัวแทนในเขตสيلمและปิ่นเกล้า โดยตัวแทนในเขต สيلمมีความต้องการสินค้าจำนวน 2,300 ชิ้น/วัน และตัวแทนในเขตปิ่นเกล้ามีความต้องการสินค้าจำนวน 1,400 ชิ้น/วัน ในขณะที่โรงงานในลาดกระบัง บางนา และمينบุรีสามารถผลิตสินค้าได้ 1,000 1,500 และ 1,400 ชิ้นต่อวัน ตามลำดับ ระยะทาง (หน่วยเป็นกิโลเมตร) ระหว่างโรงงานกับตัวแทนจำหน่าย แสดงดังตาราง กำหนดให้ค่าใช้จ่ายในการขนส่งต่อ 1 กิโลเมตรเป็นจำนวนเงิน 5 บาท บริษัทควรวางแผนการจัดการขนส่งอย่างไรเพื่อให้ค่าใช้จ่ายในการขนส่งน้อยที่สุด และสามารถตอบสนองความต้องการสินค้าของตัวแทน ในเขตสيلمและปิ่นเกล้าได้

เขต	สيلم	ปิ่นเกล้า
ลาดกระบัง	16	43
บางนา	20	21.6
مينบุรี	20.4	13.6

# Integer programming

- *Integer programming* is a subclass of linear programming in which all variables are *integers*.
  - If some but not all variables are integer, then it's called *mixed-integer programming*.

$$\text{Maximize } \sum_{j=1}^n c_j x_j,$$

subject to:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = b_i \quad (i = 1, 2, \dots, m),$$

$$x_j \geq 0 \quad (j = 1, 2, \dots, n),$$

$$x_j \text{ integer} \quad (\text{for some or all } j = 1, 2, \dots, n).$$

# Examples of Integer programming

- *Knapsack problem*

- Given a set of items, each with a weight and a value, determine the number of each item to include in a collection so that the total weight is less than or equal to a given limit and the total value is as large as possible.

$$\begin{aligned} &\text{maximize} \sum_{i=1}^n v_i x_i \\ &\text{subject to} \sum_{i=1}^n w_i x_i \leq W \text{ and } x_i \in \{0, 1\}. \end{aligned}$$



w = 5  
value = 7



w = 7  
value = 18



w = 8  
value = 20



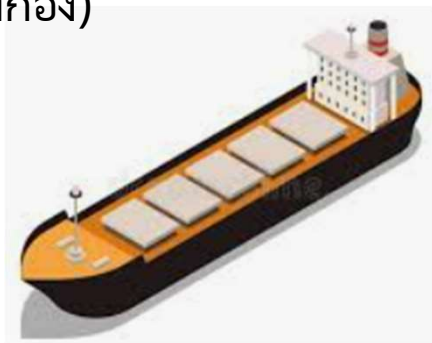
w = 10  
value = 24



Max. w allowed is **15**

- Applications of Knapsack problem

- Bulk carrier ship (เรือเทกอง)
- selection of assets for asset-backed securitization



# Quadratic programming and Nonlinear programming

- *Quadratic programming* is to solve a *multivariate quadratic* function subject to *linear constraints* on the variables.
- Quadratic programming is in fact a subclass of nonlinear programming.
- Nonlinear programming (NLP) is the process of solving an optimization problem where *some* of the *constraints* or the *objective* function are *nonlinear*.

$$\begin{aligned} & \text{minimize } f(\mathbf{x}) \\ & \text{subject to } h(\mathbf{x}) = 0 \\ & \quad g(\mathbf{x}) \leq 0 \\ & \quad \mathbf{x} \in \Omega \end{aligned}$$

# Applications of linear/quadratic programming

- *Production planning and scheduling in manufacturing*

- A yogurt manufacturing company with produce different varieties of yogurt products from different plants.
- After demand forecasting, LP can be used to schedule production planning frequently, given...
  - demand of each product,
  - the ingredients available,
  - the facility to produce each product,
  - transportation cost (of both in and out the plant),
  - etc.



# Applications of linear/quadratic programming

- *Airline scheduling*

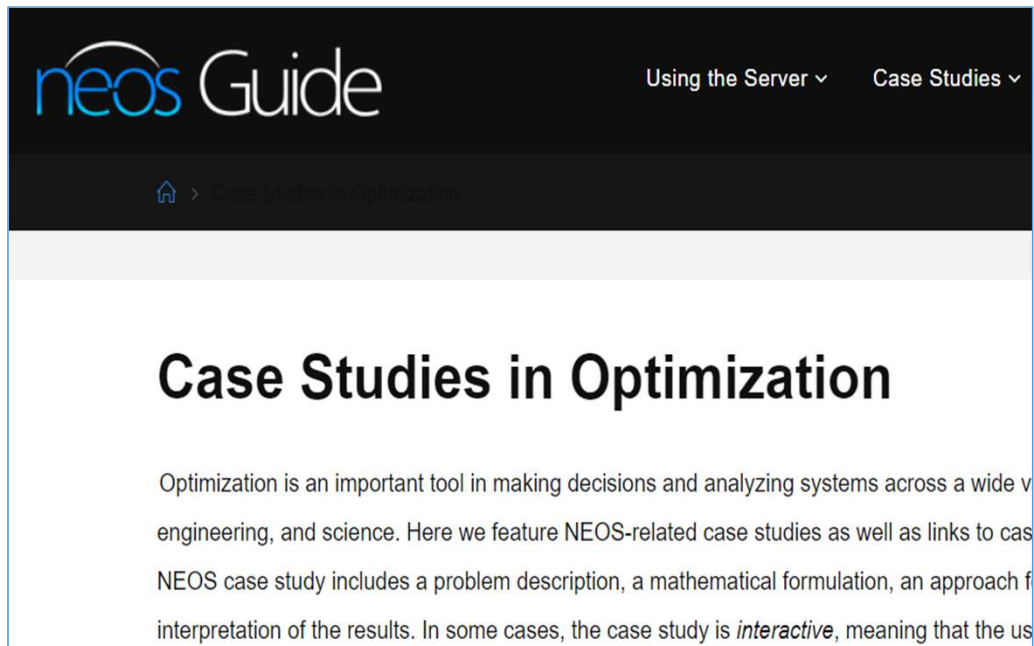
- to schedule their aircrafts to flights on various routes, and to schedule crews to the flights.
- Constraints generally include:
  - Each aircraft needs to complete a daily or weekly tour to return back to its point of origin.
  - Scheduling sufficient flights to meet demand on each route.
  - Scheduling the right type and size of aircraft on each route to be appropriate for the route and for the demand for number of passengers.
  - Aircraft must be compatible with the airports it departs from and arrives at - not all airports can handle all types of planes.

# Applications of optimization in finance

- Capital budgeting
  - Is to make the “best” selection of projects in the portfolio under a list of limited resources (fund, manpower) (as constraints) to maximize value (NPV, IRR) for the team.
- Prediction/forecasting
  - Use technical indicators (e.g. MACD, EMA, RSI, Bollinger Bands) to predict price. or trends.
- Portfolio optimization
  - is the process of selecting the best portfolio (asset distribution), out of the set of all portfolios being considered, according to some objective. The objective typically maximizes factors such as expected return, and minimizes costs like financial risk.

# Further study

- [Neos guide](#)



- [Optimization Online](#)

