

Correction de l'épreuve de Mathématiques de Nouvelle-Calédonie 2015

Exercice 1 :

1. $\bar{a} \cdot \bar{b}$
2. $b + \bar{c}$
3. ont un diviseur commun autre que 1
4. injective
5. « Les étudiants en STS SIO ne connaissent pas tous le langage Python »

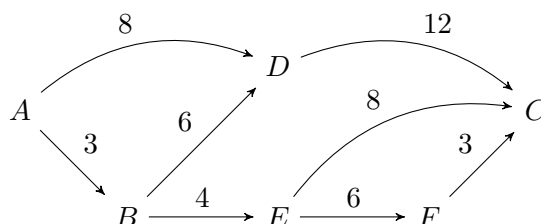
Exercice 2 :

Partie A

1. Tableau des prédécesseurs et des niveaux :

Sommets	Prédécesseurs	Niveau 0	Niveau 1	Niveau 2	Niveau 3	Niveau 4
A	aucun	A				
B	A		B			
C	D, E, F					C
D	A, B			D		
E	B			E		
F	E				F	

2. Graphe orienté :



3. Le chemin de durée minimale est (A,B,E,C) : il a pour valeur 15h.

Partie B

$$1. a) P \times M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2,5 & 1,5 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 18,5 \\ 12 \end{pmatrix}.$$

Le voyage de Monsieur Martin dure 10 jours, il coûte 1850€ en haute saison, 1200€ en basse saison.

- b) Avec 1500 €, Monsieur Martin pourra réaliser son voyage, mais uniquement en basse saison.

$$2. a) Q \times P = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & -2 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2,5 & 1,5 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- b) Si $P \times X = Y$,

alors $Q \times P \times X = Q \times Y$

Or on a vu à la question précédente que $Q \times P = I$,

Donc $I \times X = Q \times Y$,

Ce qui nous donne bien $X = Q \times Y$

$$3. \text{ L'agence de voyage propose en réalité un choix correspondant à la matrice } C = \begin{pmatrix} 12 \\ 22,5 \\ 14 \end{pmatrix}.$$

Pour retrouver comment se compose ce circuit, il suffit de calculer :

$$Q \times C = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & -2 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 12 \\ 22,5 \\ 14 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

Le circuit proposé par l'agence de voyage se compose donc de 5 jours dans la ville A, 2 jours dans la ville B et 5 jours dans la ville C.

Exercice 3 :

1. a) Salaire d'Aurélien :
 en 2016 : $a_1 = 18000 + 380 = 18380\text{€}$
 en 2017 : $a_2 = 18380 + 380 = 18760\text{ €}$
- b) La suite (a_n) est arithmétique de raison 380 et de premier terme 18000.
 Son terme général s'écrit : $a_n = 18000 + 380n$
- c) En 2025, le salaire d'Aurélien sera de $a_{10} = 18000 + 380 \times 10 = 21800\text{ €}$
- d) Le montant total que percevra Aurélien de début 2015 à fin 2015 est la somme
 $a_0 + a_1 + \dots + a_{10}$.
 On peut la calculer par la formule :

$$\frac{a_0 + a_{10}}{2} \times (10 + 1) = \frac{18000 + 21800}{2} \times 11 = 218900\text{ €}.$$
2. a) Salaire de Barbara :
 en 2016 : $b_1 = 18000 \times 380 = 18380\text{€}$
 en 2017 : $b_2 = 18380 + 380 = 18760\text{ €}$