

# Mathématiques - Logique - Exercices

## Exercice 1

Quelles sont les valeurs de vérité des propositions suivantes (noter seulement Vrai ou Faux à côté de la proposition) :

- $A = \ll 4 = 5 \text{ et } 2 + 4 = 6 \gg$
- $B = \ll 1 + 2 = 12 \text{ ou } 2 + 3 = 5 \gg$
- $C = \ll 4 + 5 = 9 \text{ xor } 3 > 1 \gg$
- $D = \ll 4 > 2 \text{ NAND } 4 + 2 = 42 \gg$
- $E = \ll \pi = 5 \Rightarrow \pi > 0 \gg$
- $F = \ll 5 + 3 = 13 \Leftrightarrow 5 = 0 \gg$

## Exercice 2 : (d'après le BTS SIO de Métropole 2018)

Sur une plateforme de vidéos en ligne, les vidéos sont notées de 0 à 5 par les utilisateurs.

Après une période d'observation, les administrateurs de la plateforme décident de mettre une vidéo sur la page d'accueil lorsqu'elle satisfait à l'un au moins des critères suivants :

- la vidéo a obtenu la note 5 et comptabilise un nombre de vues supérieur ou égal à 200 ;
- la vidéo a obtenu la note 5 et elle est récente ;
- la vidéo comptabilise un nombre de vues strictement inférieur à 200 et elle est récente ;
- la vidéo n'a pas obtenu la note 5 et comptabilise un nombre de vues supérieur ou égal à 200.

On définit les trois variables booléennes  $a$ ,  $b$ ,  $c$  de la façon suivante :

- $a = 1$  si la vidéo a obtenu la note 5,  $a = 0$  sinon ;
- $b = 1$  si la vidéo comptabilise un nombre de vues supérieur ou égal à 200,  $b = 0$  sinon ;
- $c = 1$  si la vidéo est récente,  $c = 0$  sinon.

1. Traduire les conditions pour qu'une vidéo soit mise sur la page d'accueil par une expression booléenne.
2. (a) Représenter l'expression  $E$  dans un diagramme de Karnaugh.  
(b) En déduire une expression simplifiée de  $E$  sous la forme d'une somme de deux termes.  
(c) Interpréter cette expression simplifiée de  $E$  dans le contexte de l'exercice.
3. Une vidéo qui n'est pas récente, qui n'a pas obtenu la note 5 et qui comptabilise un nombre de vues strictement inférieur à 200 sera-t-elle mise sur la page d'accueil ?
4. Donner une expression de  $\overline{E}$  à l'aide des variables booléennes précédemment définies.  
En déduire une définition des vidéos qui ne seront pas mises sur la page d'accueil.

## Exercice 3 : (d'après le BTS SIO de Polynésie 2017)

Lors d'un jeu, un joueur reçoit un bonus lorsqu'il vérifie l'un au moins des trois critères suivants :

- le joueur a participé à 20 parties ou davantage, et il a affronté plusieurs adversaires différents ;
- le joueur n'a pas affronté plusieurs adversaires différents, et il a obtenu strictement plus de victoires que de défaites ;
- le joueur n'a pas obtenu strictement plus de victoires que de défaites, et il a participé à 20 parties ou davantage.

On définit les variables booléennes  $a$ ,  $b$ ,  $c$  de la façon suivante :

$a = 1$  si le joueur a participé à 20 parties ou davantage ;  $a = 0$  sinon ;

$b = 1$  si le joueur a affronté plusieurs adversaires différents ;  $b = 0$  sinon ;

$c = 1$  si le joueur a obtenu strictement plus de victoires que de défaites ;  $c = 0$  sinon.

1. Écrire une expression booléenne  $F$  traduisant les conditions permettant à un joueur d'obtenir le bonus.
2. À l'aide d'un tableau de Karnaugh ou d'un calcul booléen, déterminer une écriture simplifiée de  $F$  sous forme d'une somme de deux termes.
3. En déduire une formulation simplifiée des critères permettant à un joueur d'obtenir le bonus.
4. En déduire une expression simplifiée de  $\overline{F}$  traduisant le fait de ne pas obtenir le bonus.