

Correction du sujet de BTS SIO de Polynésie 2013

Exercice 3 :

Partie A

1. La lettre « S » correspond à 18
 $18 \times 11 = 198$
Le reste de 198 dans la division par 26 est 16
16 correspond à « Q »
Donc « S » est cryptée en « Q ».
2. Le mot « BTS » est crypté « LBQ ».

Partie B

1. $19 \times 11 = 209 = 8 \times 26 + 1$
Donc $19 \times 11 \equiv 1 \pmod{26}$.
2. a. Le nombre associé à la lettre cryptée est le reste de $11 \times x$ dans la division euclidienne par 26, donc $11 \times x$ et y ont le même reste dans la division euclidienne par 26 et :
 $11 \times x \equiv y \pmod{26}$.
b. On sait que $11 \times x \equiv y \pmod{26}$.
Donc $19 \times 11 \times x \equiv 19 \times y \pmod{26}$.
Or $19 \times 11 \equiv 1 \pmod{26}$
Donc $x \equiv 19 \times y \pmod{26} \Leftrightarrow 19 \times y \equiv x \pmod{26}$.
3. $W \rightarrow 22 \rightarrow 22 \times 19 = 418 \equiv 2 \pmod{26} \rightarrow C$
 $G \rightarrow 6 \rightarrow 6 \times 19 = 114 \equiv 10 \pmod{26} \rightarrow K$
 $A \rightarrow 0 \rightarrow 0 \times 19 = 0 \equiv 0 \pmod{26} \rightarrow A$
Donc « WGA » se décrypte « CKA ».

Partie C

1. $26 = 13 \times 2$
2. Une bonne clé de cryptage doit être première avec 26, donc doit être dans l'ensemble :
 $\{1; 3; 5; 7; 9; 11; 15; 17; 19; 21; 23; 25\}$