



Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Московский государственный технический университет имени
Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ «Робототехники и комплексной автоматизации»
КАФЕДРА «Системы автоматизированного проектирования (РК-6)»

ОТЧЕТ О ВЫПОЛНЕНИИ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ по дисциплине «Вычислительная математика»

Студент:	Магомедов Зайнутдин Арсланович
Группа:	РК6-54Б
Тип задания:	лабораторная работа
Тема:	Использование аппроксимаций для численной оптимизации

Студент

подпись, дата

Магомедов З.А.

Фамилия, И.О.

Преподаватель

подпись, дата

Фамилия, И.О.

Москва, 2021

Содержание

Использование аппроксимаций для численной оптимизации	3
1 Задание	3
2 Цель выполнения лабораторной работы	4
3 Выполненные задачи	4
4 Заключение	14

Использование аппроксимаций для численной оптимизации

1 Задание

Методы аппроксимации, такие как интерполяция и численное интегрирование, часто используются как составные блоки других, более сложных численных методов. В данной лабораторной работе мы рассмотрим одну из старейших задач вариационного исчисления: задачу о брахистохроне, т.е. задачу о кривой наискорейшего спуска. Она состоит в нахождении такой кривой, по которой материальная точка из точки $(x, y) = (0, 0)$ достигнет точки $(x, y) = (a, y_a)$ под действием силы тяжести за наименьшее время (здесь и далее ось y направлена вниз). Решением этой задачи является такая кривая $y(x)$, которая минимизирует следующий функционал, являющийся полным временем движения материальной точки:

$$F[y] = \int_0^a \sqrt{\frac{1 + (y'(x))^2}{2gy(x)}} dx \quad (1)$$

где g обозначает ускорение свободного падения, и $y'(x) = dy/dx$. Эта задача имеет аналитическое решение, которым является параметрически заданная циклоида:

$$\begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \end{bmatrix} = C \begin{bmatrix} t - \frac{1}{2} \sin(2t) \\ \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos(2t) \end{bmatrix}, \quad (2)$$

где $t \in [0; T]$ и C, T являются константами, значения которых находятся из граничного условия. В базовой части требуется воспользоваться численным интегрированием для нахождения полного времени движения материальной точки по кривой наискорейшего спуска. В продвинутой части требуется разработать метод для нахождения аппроксимации этой кривой. Здесь и далее принимается $a = 2$ и $y_a = 1$. Константы циклоиды для этого граничного условия равны $C = 1.03439984$, $T = 1.75418438$.

Требуется (базовая часть):

1. Написать функцию `composite_simpson(a, b, n, f)` численного интегрирования функции f на интервале $[a; b]$ по n узлам с помощью составной формулы Симпсона.
2. Написать функцию `composite_trapezoid(a, b, n, f)` численного интегрирования функции f на интервале $[a; b]$ по n узлам с помощью составной формулы трапеций.
3. Рассчитать интеграл (1) для функции $y(x)$, соответствующей кривой наискорейшего спуска, с помощью составной формулы Симпсона и составной формулы трапеций для множества значений $n \in [3; 9999]$. Постройте $\log\text{-}\log$ график зависимости абсолютной погрешности численного интегрирования от шага интегрирования для обеих формул.

4. Объясните, каким образом по полученному графику можно определить порядок точности формулы.
5. Для обеих формул сравните порядок, полученный с помощью графика, с аналитическим порядком точности.
6. Существует ли оптимальный шаг интегрирования для данной формулы, минимизирующий достижимую погрешность? Обоснуйте свой ответ.

Требуется (продвинутая часть):

1. Используя кусочно-линейную интерполяцию с равноудаленными узлами, преобразовать задачу о минимизации функционала (1) к полудискретной форме, где аргументами минимизации будут параметры кусочно-линейной интерполяции.
2. Далее, используя составную формулу Симпсона, преобразовать задачу к полностью дискретной форме.
3. Решить полученную задачу минимизации, используя различные конфигурации дискретизации: с шагом интерполяции и шагом интегрирования от 10^{-3} до 1.
4. Используя log-log графики и линии уровня, оценить зависимость погрешности решения от шага интерполяции и шага интегрирования.

2 Цель выполнения лабораторной работы

Вычислить полное время движения материальной точки по кривой наискорейшего спуска. Аппроксимировать кривую. Проанализировать зависимость погрешности от шага интегрирования и шага интерполяции.

3 Выполненные задачи

1. Разработка методов численного интегрирования
2. Расчет точного значения интеграла
3. Построение графика зависимости абсолютной погрешности численного интегрирования от шага интегрирования
4. Порядок точности формул. Сравнение порядка точности, полученного по графику, с аналитическим порядком точности
5. Оценка существования оптимального шага интегрирования
6. Преобразование задачи о минимизации функционала (1) сначала к полудискретной, а затем к дискретной форме

Разработка методов численного интегрирования

В процессе выполнения лабораторной работы были реализованы методы численного интегрирования по составной формуле Симпсона и составной формуле трапеций. Ниже представлены формулы, которые легли в основу реализации методов:

Составная формула Симпсона:

Пусть $x_i = a + (i-1)h$, $h = \frac{b-a}{n}$, и $i = 1, \dots, n+1$, где n - четное число. Тогда существует такое $\xi \in (a; b)$ для $f(x) \in C^4[a; b]$, что составная формула Симпсона имеет вид:

$$\int_a^b f(x)dx = \frac{h}{3} \left[f(x_1) + 2 \sum_{i=1}^{\frac{n}{2}-1} f(x_{2i+1}) + 4 \sum_{i=1}^{\frac{n}{2}} f(x_{2i}) + f(x_{n+1}) \right] - \frac{(b-a)h^4}{180} f^{(4)}(\xi) \quad (3)$$

Составная формула трапеций:

Пусть $x_i = a + (i-1)h$, $h = \frac{b-a}{n}$, и $i = 1, \dots, n+1$, где $n \in \mathbb{N}$. Тогда существует такое $\xi \in (a; b)$ для $f(x) \in C^2[a; b]$, что составная формула трапеций имеет вид:

$$\int_a^b f(x)dx = \frac{h}{2} \left[f(x_1) + 2 \sum_{i=2}^n f(x_i) + f(x_{n+1}) \right] - \frac{(b-a)h^2}{12} f''(\xi) \quad (4)$$

Формула (3) легла в основу метода `composite_simpson(a, b, n, f)`, реализация которого представлена ниже:

Листинг 1. Реализация составной формулы Симпсона

```
1 def composite_simpson(a, b, n, func):
2     if (n % 2 == 1):
3         n += 1
4     h = (b - a) / n
5     t = [a + (i - 1)*h for i in range(1, n + 2)]
6
7     chetniy = 0
8     nechetniy = 0
9
10    print(len(t))
11
12    for i in range(1, n):
13        if ((i + 1) % 2 == 0):
14            chetniy += func(t[i])
15        else:
```

```

16         nechetniy += func(t[i])
17
18     integral_simpson = (func(t[0]) + func(t[n]) + 4 * chetniy + 2 * nechetniy) * (h/3)
19
20     return integral_simpson

```

Поскольку, по определению, в составной формуле Симпсона количество узлов n - четное число, то проводится проверка на нечетность. После этого считается шаг интегрирования и генерация узлов по формуле.

Затем в цикле идет проход от 2-го до n -го узла включительно. Далее в *integral_simpson* записывается результат согласно формуле (3)

Формула (4) легла в основу метода *composite_trapezoid(a, b, n, f)*, реализация которого представлена ниже:

Листинг 2. Реализация составной формулы трапеций

```

1 def composite_trapezoid(a, b, n, func):
2     h = (b - a) / n
3     t = [a + (i - 1)*h for i in range(1, n + 2)]
4
5     summa = 0
6     print(len(t))
7
8     for i in range(1, n):
9         summa += func(t[i])
10
11     integral_trapezoid = (func(t[0]) + func(t[n]) + 2 * summa) * (h/2)
12
13     print(integral_trapezoid)
14
15     return integral_trapezoid

```

При реализации составной формулы трапеций изначально подсчитывается шаг интегрирования, затем идет генерация узлов по формуле.

Затем идет проход в цикле от 2-го до n -го узла включительно, далее в *integral_trapezoid* записывается результат согласно формуле (4).

Расчет точного значения интеграла

По условию необходимо построить график зависимости абсолютной погрешности от шага интегрирования. Для этого необходимо посчитать точное значение функционала (1).

$$F(y) = \int_0^a \sqrt{\frac{1 + (y'(x))^2}{2gy(x)}} dx$$

Согласно формуле (2):

$$x(t) = C \left(t - \frac{1}{2} \sin(2t) \right)$$

$$y(t) = C \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos(2t) \right)$$

Продифференцируем по t :

$$\frac{dx}{dt} = 1 - \cos(2t) \quad \frac{dy}{dt} = \sin(2t)$$

Тогда:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\sin(2t)}{1 - \cos(2t)}$$

Подстановкой в подынтегральное выражение получается:

$$F(y) = \frac{1}{\sqrt{g}} \int_{1e-7}^T \sqrt{\frac{1 + \frac{\sin^2(2t)}{(1-\cos(2t))^2}}{C(1-\cos(2t))}} C(1-\cos(2t)) dt = \frac{\sqrt{C}}{\sqrt{g}} \int_{1e-7}^T \sqrt{\frac{(1-\cos(2t))^2 + \sin^2(2t)}{1-\cos(2t)}} dt =$$

$$= \frac{\sqrt{C}}{\sqrt{g}} \int_{1e-7}^T \sqrt{\frac{1 - 2\cos(2t) + \cos^2(2t) + \sin^2(2t)}{1-\cos(2t)}} dt = \frac{\sqrt{C}}{\sqrt{g}} \int_{1e-7}^T \sqrt{\frac{2 - 2\cos(2t)}{1-\cos(2t)}} dt = \frac{\sqrt{C}}{\sqrt{g}} \int_{1e-7}^T \sqrt{2} dt =$$

$$= \frac{\sqrt{2C}}{\sqrt{g}} t \Big|_{1e-7}^T = (T - (1e-7)) \sqrt{\frac{2C}{g}} \approx 0.797874223853255$$

Стоит отметить, что нижний предел интегрирования равен $1e-7$. В рамках лабораторной работы вынужденно используется близкое к нулю значению, т.к. при подстановке нуля возникает деление на ноль при дальнейшем численном интегрировании (В нуле точка разрыва). Значение взято близкое к нулю по возможности.

Код метода представлен ниже:

Листинг 3. Метод подсчета точного значения интеграла

```

1 def find_exact(C, T):
2     g = 10
3     a = 1e-7
4     return((T - a)*np.sqrt(2*C/g))

```

В метод передаются константы циклоиды C и T . Далее идет подстановка в формулу.

Следует сказать, что в дальнейшем при численном интегрировании будет также использоваться интегрирование по t , а нижний предел интегрирования также будет равен $1e-7$.

Построение графика зависимости абсолютной погрешности численного интегрирования от шага интегрирования

Для построения графика зависимости абсолютной погрешности численного интегрирования от шага интегрирования реализован ряд методов. Поскольку используется понятие абсолютной погрешности ниже приведено определение и формула для её подсчета:

Абсолютной погрешностью приближенного значения a^* называют величину $\Delta(a^*)$, которая определена как

$$\Delta(a^*) = |a - a^*|, \quad (5)$$

где a - точное значение[1].

Один из реализованных методов - метод подсчета абсолютной погрешности. В его основу легла формула (5).

Код функции представлен ниже:

Листинг 4. Метод подсчета абсолютной погрешности

```
1 def find_absolute_error(calc):
2     exact = find_exact(C, T)
3     return abs(exact - calc)
```

В метод подсчета абсолютной погрешности передается посчитанное значение интеграла. Внутри метода вызывается метод *find_exact()* для нахождения точного значения. Затем возвращается посчитанное значение абсолютной погрешности согласно формуле (5).

При этом для подсчета интеграла через формулы численного интегрирования используется интегрант в общем виде, без преобразований:

$$F(y) = \frac{1}{\sqrt{g}} \int_{1e-7}^T \sqrt{\frac{1 + \frac{\sin^2(2t)}{(1-\cos(2t))^2}}{C(1-\cos(2t))}} C(1-\cos(2t)) dt$$

Для подсчета значения в узлах при численном интегрировании был реализован метод:

Листинг 5. Метод подсчета значения в узлах при численном интегрировании.

```
1 def func(t):
2     C = 1.03439984
3     g = 10
4     return np.sqrt(1/g) * np.sqrt( 1 + ( np.sin(2*t)**2 )/( 1 - np.cos(2*t) )**2 ) /\
5         np.sqrt( C * (1 - np.cos(2*t)) ) * C * (1 - np.cos(2*t))
```

Далее реализован непосредственно метод построения графика зависимости абсолютной погрешности численного интегрирования от шага интегрирования.

Код функции представлен ниже:

Листинг 6. Метод построения графика зависимости абсолютной погрешности численного интегрирования от шага интегрирования.

```
1 def graphic_absolute_error(a, b, func):
2     n = [i for i in range(3, 10000, 100)]
3     simpson = 0
4     trapezoid = 0
5     for i in n:
6         h = (b - a) / i
7         simpson = composite_simpson(a, b, i, func)
8         trapezoid = composite_trapezoid(a, b, i, func)
9         plt.scatter(h, find_absolute_error(simpson), color="green", s = 18, label="Simpson
10                    error")
11         plt.scatter(h, find_absolute_error(trapezoid), color="deeppink", s = 18,
12                    label="Trapezoid error")
13     plt.loglog()
14     plt.show()
```

Изначально генерируется список количества узлов согласно условию $n \in [3; 9999]$ с шагом, равным 100. Затем для каждого из элементов списка (для каждого случая количества узлов) считается шаг интегрирования.

Потом численным интегрированием считается значение интеграла. А после этого строится по точкам log-log график абсолютной погрешности от шага интегрирования.

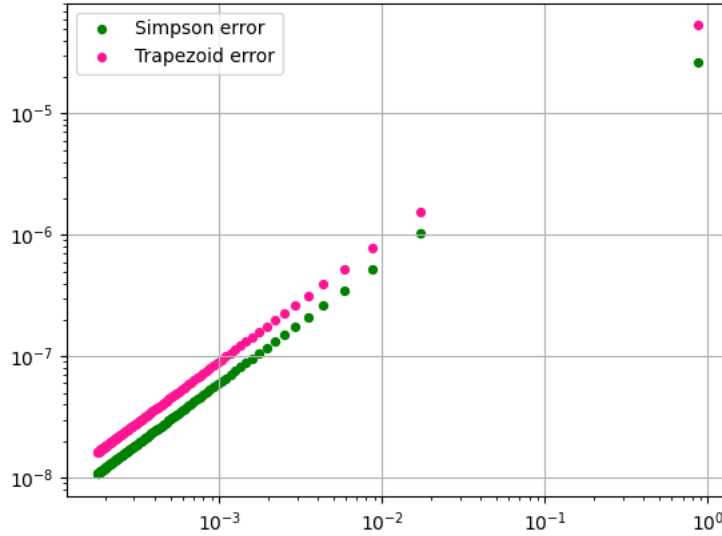


Рис. 1. График зависимости абсолютной погрешности от шага интегрирования

Порядок точности формул. Сравнение порядка точности, полученного по графику, с аналитическим порядком точности

Порядок точности - это наибольшая степень полинома, для которой численный метод даёт точное решение задачи.

Зачастую порядком точности называют порядок зависимости точности от величины шага и обозначают как $O(h)$. К примеру, метод Эйлера имеет первый порядок точности, так как для него зависимость ошибки от величины шага линейна, т.е. при уменьшении шага в n раз ошибка также уменьшится в n раз.[2]

При логарифмировании порядок точности становится тангенсом угла наклона полученных графиков.

В данном случае порядок точности обозначим за $O(h^k)$, который был определен по графику:

$$k_{trapezoid} = \frac{\lg(10^{-6}) - \lg(10^{-7})}{\lg(10^{-2}) - \lg(10^{-3})} = \frac{-6 - (-7)}{-2 - (-3)} = \frac{1}{1} = 1$$

С другой стороны, в данном случае можно сказать, что порядок точности равен тангенсу угла наклона прямой, показывающей зависимость. В этом случае можно сказать, что $k_{simpson} = k_{trapezoid}$. Тогда:

$$k_{simpson} = k_{trapezoid} = 1$$

Таким образом, можно сделать вывод, что по графику порядок точности равен 1 и у составной формулы Симпсона, и у составной формулы трапеций, т.е. $O(h)$.

При этом аналитический порядок точности равен степени шага интегрирования в остаточном члене. Тогда аналитический порядок точности составной формулы Симпсона равен 4, а у составной формулы трапеций равен 2 (Смотрите формулы (3) и (4)).

Стоит сказать, что порядок точности, полученный по графику, не совпадает с аналитическим порядком точности, т.к. функция недостаточно гладкая. Она имеет разрыв в нуле. В связи с этим берется небольшой отступ, и функция интегрируется уже не от нуля, а от $1e-7$ (Такое значение было взято автором в данной лабораторной работе).

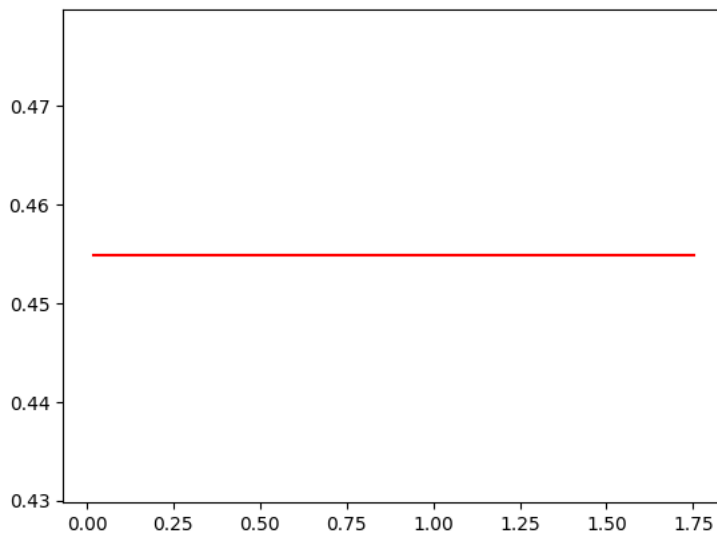


Рис. 2. График интегрируемой функции

Оценка существования оптимального шага интегрирования

В данной лабораторной работе производится численное интегрирование по составной формуле Симпсона и составной формуле трапеций.

При этом необходимо сказать, что численное интегрирование вычислительно устойчиво. Ниже приведено доказательство вычислительной устойчивости численного интегрирования на примере составной формулы Симпсона.

Предположим, что значение $f(x)$ в точке x_i вычисляется с погрешностью округления e_i :

$$f(x_i) = \tilde{f}(x_i) + e_i, \quad i = 1, \dots, n + 1$$

Тогда полная погрешность округления, накапливаемая составной формулой Симпсона, может быть оценена следующим образом:

$$e(h) = \frac{h}{3} \left[e_1 + 2 \sum_{i=1}^{n/2-1} e_{2i+1} + 4 \sum_{i=1}^{n/2} e_{2i} + e_{n+1} \right] \leq \frac{h}{3} \left[|e_1| + 2 \sum_{i=1}^{n/2-1} |e_{2i+1}| + 4 \sum_{i=1}^{n/2} |e_{2i}| + |e_{n+1}| \right]$$

Предположим, что погрешность округления ограничена, например, машинным эпсилон:

$$|e_i| \leq \epsilon, \quad i = 1, \dots, n+1$$

Тогда полная погрешность оценивается, как:

$$e(h) \leq \frac{h\epsilon}{3} \left(1 + 2 \left(\frac{n}{2} - 1 \right) + 4 \frac{n}{2} + 1 \right) = nh\epsilon = (b-a)\epsilon$$

Этот результат показывает, что верхняя грань для накопленной погрешности округления не зависит от n или h , что означает, что увеличение числа подотрезков не приводит к дестабилизации полной погрешности[1].

В связи с этим, можно сделать вывод, что не существует оптимального интегрирования для составной формулы Симпсона и составной формулы трапеций, т.к. численное интегрирование вычислительно устойчиво.

Преобразование задачи о минимизации функционала сначала к полудискретной, а затем к дискретной форме

Изначально запишем функционал (1):

$$F[y] = \int_0^a \sqrt{\frac{1 + (y'(x))^2}{2gy(x)}} dx$$

Обозначим подынтегральное выражение через $h(y(x))$. Тогда:

$$F[y] = \int_0^a h(y(x)) dx$$

Задача состоит в том, что необходимо найти такой $y(x)$, наиболее приближенный к кривой наискорейшего спуска, при котором функционал будет минимизирован. Тогда:

$$y^* = \underset{y}{\operatorname{argmin}} F(y) \quad y^* - ?$$

Рассмотрим $y^*(x)$ на примере $n = 8$ узлов. Тогда $S_i(x) = \alpha_i + \beta_i x$, где $i = 1, \dots, n-1$. Ниже схематически показан искомый $y^*(x)$:

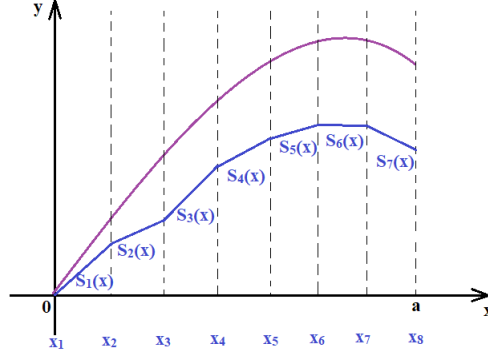


Рис. 3. Схематичный график искомого $y(x)$

$$F[y] = \sum_{i=1}^{n-1} \int_{x_i}^{x_{i+1}} h(y(x)) dx \approx \left| \begin{array}{l} y(x) \approx S_i(x) \\ x \in [x_i; x_{i+1}] \end{array} \right| \approx$$

$$\approx \sum_{i=1}^{n-1} \int_{x_i}^{x_{i+1}} \sqrt{\frac{1 + \beta_i^2}{2g(\alpha_i + \beta_i x)}} dx = \sum_{i=1}^{n-1} \sqrt{\frac{1 + \beta_i^2}{2g}} \int_{x_i}^{x_{i+1}} \frac{dx}{\sqrt{\alpha_i + \beta_i x}} = H(\alpha, \beta)$$

Тогда получим систему:

$$\begin{cases} \frac{\partial H}{\partial \alpha_i} = 0, & i = 1, \dots, n-1 \\ \frac{\partial H}{\partial \beta_i} = 0, & i = 1, \dots, n-1 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial H}{\partial \alpha_i} &= \sqrt{\frac{1 + \beta_i^2}{2g}} \left[\int_{x_i}^{x_{i+1}} \frac{dx}{\sqrt{\alpha_i + \beta_i x}} \right]' = -\frac{\sqrt{1 + \beta_i^2}}{2\beta_i \sqrt{2g}} \int_{x_i}^{x_{i+1}} \frac{d(\alpha_i + \beta_i x)}{(\alpha_i + \beta_i x)^{\frac{3}{2}}} = \frac{\sqrt{1 + \beta_i^2}}{\beta_i \sqrt{2g}} \frac{1}{(\alpha_i + \beta_i x)^{\frac{1}{2}}} \Big|_{x_i}^{x_{i+1}} = \\ &= \frac{\sqrt{1 + \beta_i^2}}{\beta_i \sqrt{2g}} \left(\sqrt{\alpha_i + \beta_i x_{i+1}} - \sqrt{\alpha_i + \beta_i x_i} \right) = 0 \\ \frac{\partial H}{\partial \beta_i} &= \left[\int_{x_i}^{x_{i+1}} \sqrt{\frac{1 + \beta_i^2}{2g(\alpha_i + \beta_i x)}} \right]' \end{aligned}$$

Пусть $A = \sqrt{\frac{1 + \beta_i^2}{2g(\alpha_i + \beta_i x)}}$, тогда

$$\begin{aligned} A' &= \left(\left(\frac{1 + \beta_i^2}{2g(\alpha_i + \beta_i x)} \right)^{\frac{1}{2}} \right)' = \frac{1}{2} \left(\frac{1 + \beta_i^2}{2g(\alpha_i + \beta_i x)} \right)^{-\frac{1}{2}} \frac{2\beta_i g(\alpha_i + \beta_i x) - 2gx(1 + \beta_i^2)}{4g^2(\alpha_i + \beta_i x)^2} = \\ &= \left(\frac{1 + \beta_i^2}{2g(\alpha_i + \beta_i x)} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{\beta_i \alpha_i - x}{2(\alpha_i + \beta_i x)^2} \end{aligned}$$

При этом необходимо учесть условия сопряжения на участках $S_i(x_{i+1}) = S_{i+1}(x_{i+1})$, где $i = 1, \dots, n-2$; $S_1(0) = 0$; $S_{n-1}(a) = y_a$

Таким образом, получается система:

$$\begin{cases} \frac{\sqrt{1+\beta_i^2}}{\beta_i\sqrt{2g}} (\sqrt{\alpha_i + \beta_i x_{i+1}} - \sqrt{\alpha_i + \beta_i x_i}) = 0 & i = 1, \dots, n-1 \\ \int_{x_i}^{x_{i+1}} \left(\frac{1+\beta_i x}{2g(\alpha_i + \beta_i x)} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{\beta_i \alpha_i - x}{2(\alpha_i + \beta_i x)^2} dx = 0 & i = 1, \dots, n-1 \\ S_i(x_{i+1}) = S_{i+1}(x_{i+1}), i = 1, \dots, n-2 \\ S_1(0) = 0 \\ S_{n-1}(a) = y_a \end{cases}$$

Теперь необходимо решить систему с учетом условий сопряжения и получить коэффициенты α и β . При этом:

$$\alpha = [\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{n-1}]^T \quad \beta = [\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_{n-1}]^T$$

Получив коэффициенты, можно приводить к полностью дискретной форме и далее оценить зависимость погрешности решения от шага интерполяции и шага интегрирования.

Решение данной системы довольно нетривиально и очень затруднительно для решения аналитически. Были проведены попытки получения приближенных интегралов для 1 и 2 уравнений системы (1 уравнение изначально было записано до интегрирования), что не увенчалось успехом.

Автор полагает, что в решении данной системы заключается решение всего оставшегося задания. По полученному $y^*(x)$ есть возможность решить все оставшиеся задачи.

Получив $y^*(x)$, через составную формулу Симпсона идет переход к полностью дискретной форме (представление интеграла в виде суммы). Далее варьируя шаг интерполяции и шаг интегрирования, можно получить зависимость погрешности от шага интерполяции и шага интегрирования соответственно.

Другим вариантом решения было бы рассмотрение значений ординат узлов как аргументов минимизации, из которых уже можно вычислять коэффициенты отдельных линейных многочленов кусочно-линейного интерполянта. В данной работе задача интерполяции «вложена» в задачу оптимизации. При этом коэффициенты выражаются через абсциссы и ординаты узлов. Предлагается решение задачи оптимизации численно через *scipy*. Получив таким образом коэффициенты, можно получить зависимость погрешности от шага интерполяции и шага интегрирования соответственно.

4 Заключение

В процессе выполнения лабораторной работы было изучено и применено численное интегрирование на примере составной формулы Симпсона и составной формулы трапеций. Была оценена зависимость погрешности вычисления интеграла численным ин-

тегрированием от шага интегрирования. Был сделан вывод, что недостаточная гладкость функции приводит к изменению порядка точности на графике. Было показано, что численное интегрирование вычислительно устойчиво, следствием этого стал вывод о том, что не существует оптимального интегрирования для составной формулы Симпсона и составной формулы трапеций. Было предложено решение задачи о минимизации функционала через нахождение частных производных от коэффициентов на каждом из отрезков аппроксимации.

Список использованных источников

1. Першин А.Ю. Лекции по курсу «Вычислительная математика». Москва, 2018-2021. С. 140.
2. Википедия. «Алгебраический порядок точности численного метода» URL : https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%90%D0%BB%D0%B3%D0%B5%D0%B1%D1%80%D0%B0%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%B8%D0%B9_%D0%BF%D0%BE%D1%80%D1%8F%D0%B4%D0%BE%D0%BA_%D1%82%D0%BE%D1%87%D0%BD%D0%BE%D1%81%D1%82%D0%B8_%D1%87%D0%B8%D1%81%D0%BB%D0%B5%D0%BD%D0%BD%D0%BE%D0%B3%D0%BE_%D0%BC%D0%B5%D1%82%D0%BE%D0%B4%D0%B0

Выходные данные

Магомедов З.А.. Отчет о выполнении лабораторной работы по дисциплине «Вычислительная математика». [Электронный ресурс] — Москва: 2021. — 15 с. URL: <https://sa2systems.ru:88> (система контроля версий кафедры РК6)

Постановка:



ассистент кафедры РК-6, PhD А.Ю. Першин

Решение и вёрстка:



студент группы РК6-54Б, Магомедов З.А.

2021, осенний семестр