

## 2. Übung zur Vorlesung Grundlagen der Analysis

**Hinweise zum Bonussystem:** Ausgewählte Aufgaben sind mit einer Punktzahl gekennzeichnet. Durch Lösung solcher Aufgaben kann ein Bonus auf die Klausurnote erworben werden. Die erreichten Übungspunkte werden auf *bestandene* Klausuren als Bonuspunkte angerechnet. Die Anzahl der Bonuspunkte wird so bemessen sein, dass durch Bearbeitung der Übungen eine Verbesserung von etwa zwei Notenstufen erreicht werden kann.

**Da die Übungspunkte in die Prüfungsleistung einfließen, müssen die Übungsaufgaben alleine bearbeitet werden. Gruppenarbeit ist nicht möglich. Plagiate werden geahndet.**

**Aufgabe 2-1 (Grenzwertdefinition; 4 Punkte)** Angenommen, eine Folge  $(a_n)$  konvergiert gegen  $a$  und eine Folge  $(b_n)$  konvergiert gegen  $b$ . Es gelte weiterhin  $a_n < b_n$  für alle  $n$ . Zeigen Sie, dass dann auch  $a \leq b$  gilt.

**Aufgabe 2-2 (Monotonie; 4 Punkte)** Es seien  $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  zwei monoton steigende Funktionen. Was kann man über die Monotonie der folgenden Funktionen  $h_i : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  aussagen?

- a)  $h_1(x) = f(x) + g(x)$
- b)  $h_2(x) = f(x) \cdot g(x)$

**Aufgabe 2-3 (Umkehrfunktion)** Geben Sie die Umkehrfunktion  $f^{-1}(x)$  der Funktion

$$f(x) = \begin{cases} 3x + 1, & \text{falls } x < -1, \\ 2x + 1, & \text{sonst} \end{cases}$$

an.

**Aufgabe 2-4 (Grenzwerte und Stetigkeit; 4 Punkte)** Untersuchen Sie die Grenzwerte der folgenden Funktionen an den jeweils angegebenen Stellen.

- a)  $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{3}{x-6}$
- b)  $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{3}{x-6}$
- c)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x}{1+|7x|}$
- d)  $\lim_{x \rightarrow -1} h(x)$  mit  $h(x) = \begin{cases} 2x + 1, & \text{falls } x < -1, \\ 3x + 1, & \text{sonst.} \end{cases}$

Welche der hier untersuchten Funktionen  $f(x) = \frac{3}{x-6}$  und  $g(x) = \frac{4x}{1+|7x|}$  und  $h(x)$  sind stetig?

**Abgabe:** Sie können Ihre Lösung bis zum Mittwoch, den 15.11. um 10 Uhr über UniWorX abgeben. Es werden Dateien im **txt**-Format (reiner Text) oder im **pdf**-Format akzeptiert.