

Lineare Algebra für Informatiker und Statistiker

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Geben Sie für die Aussagen \mathcal{A} und \mathcal{B} die Wahrheitstafel für eine Aussage \mathcal{C} an, die genau dann wahr ist, wenn höchstens eine der Aussagen \mathcal{A} und \mathcal{B} wahr ist. Finden Sie einen logischen Ausdruck, der unter Verwendung der Symbole \neg, \wedge, \vee die Aussage \mathcal{C} in Abhängigkeit von \mathcal{A} und \mathcal{B} darstellt.

Aufgabe 2 (4 Punkte)

(a) Zeigen Sie, dass die folgende Aussage allgemein gültig ist:

$$(\mathcal{A} \Rightarrow \mathcal{B}) \Leftrightarrow (\mathcal{A} \wedge \mathcal{B}) \vee \neg \mathcal{A}$$

(b) Zeigen Sie, dass die folgende Aussage allgemein gültig ist:

$$(\mathcal{A} \vee \mathcal{B} \Rightarrow \mathcal{C}) \Rightarrow (\mathcal{A} \Rightarrow \mathcal{C}) \vee (\mathcal{B} \Rightarrow \mathcal{C})$$

(c) Zeigen Sie, dass die folgende Aussage *nicht* allgemein gültig ist:

$$(\mathcal{A} \Rightarrow \mathcal{C}) \vee (\mathcal{B} \Rightarrow \mathcal{C}) \Rightarrow (\mathcal{A} \vee \mathcal{B} \Rightarrow \mathcal{C})$$

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Beweisen Sie die folgenden mengentheoretischen Identitäten:

(a) $(A \cap B) \setminus C = A \cap (B \setminus C)$

(b) $(A \cup B) \setminus C = (A \setminus C) \cup (B \setminus C)$

(c) $A \setminus (B \setminus C) = (A \setminus B) \cup (A \cap C)$

Aufgabe 4 (4 Punkte)

(a) Seien $m, n \in \mathbb{N}$ und $a, b \in \mathbb{Z}$. Zeigen Sie:

$$m|a \wedge n|b \Rightarrow m \cdot n|a \cdot b$$

(b) Seien $k \in \mathbb{N}$, $m_1, \dots, m_k \in \mathbb{N}$, $a_1, \dots, a_k \in \mathbb{Z}$. Zeigen Sie durch vollständige Induktion:

$$m_1|a_1 \wedge m_2|a_2 \wedge \dots \wedge m_k|a_k \Rightarrow m_1 \cdots m_k|a_1 \cdots a_k$$

Abgabe einzeln, zu zweit oder zu dritt: Dienstag, 7.11.2017 bis 10¹⁵ Uhr,
Übungskasten vor der Bibliothek im 1. Stock