

3. Tutorium zur Linearen Algebra für Informatiker und Statistiker

T9) Sei M eine Menge und I eine nicht leere (Index)menge. A_i und B_i seien für jedes $i \in I$ ebenfalls Mengen.

(a) Zeigen Sie:

$$\left(\bigcap_{i \in I} A_i \right) \cap M = \bigcap_{i \in I} (A_i \cap M)$$

(b) Beantworten Sie (mit Begründung!), ob immer gilt

$$\left(\bigcap_{i \in I} A_i \right) \cap \left(\bigcap_{i \in I} B_i \right) = \bigcap_{i \in I} (A_i \cap B_i) \quad .$$

T10) Sei $f : X \rightarrow Y$ eine Abbildung. Zeigen Sie:

(a) $\forall A, B \subset X : f(A) \setminus f(B) \subset f(A \setminus B)$

(b) f injektiv $\iff \forall A, B \subset X : f(A) \setminus f(B) = f(A \setminus B)$

T11) Betrachten Sie folgende Permutationen von $\{1, 2, 3, 4\}$:

$$\text{id} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}, \quad \pi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}, \quad \sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

(a) Berechnen Sie $\rho := \pi \circ \sigma$ und stellen Sie die Verknüpfungstafel für $G = \{\text{id}, \pi, \sigma, \rho\}$ auf, wenn die Funktionsverkettung als Verknüpfung gewählt wird.

(b) Zeigen Sie, dass (G, \circ) eine kommutative Gruppe bildet.

T12) Zeigen Sie, dass $\mathbb{R} \times (\mathbb{R} \setminus \{0\})$ mit der Verknüpfung $(a_1, b_1) \circ (a_2, b_2) := (a_1 + a_2, b_1 \cdot b_2)$ eine kommutative Gruppe ist.