

## 2. Tutorium zur Linearen Algebra für Informatiker und Statistiker

T5) Seien  $A, B, C, D$  Mengen. Zeigen Sie:

$$(A \cap B) \times (C \cap D) = (A \times C) \cap (B \times D)$$

T6) Zeigen Sie, dass es Mengen  $A, B$  gibt, so dass

$$\{a, \{b\}\} \quad (a \in A, b \in B)$$

*kein* Paar ist.

T7) (a) Seien  $m \in \mathbb{N}$  und  $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$ . Zeigen Sie:

$$a \equiv b \pmod{m} \wedge c \equiv d \pmod{m} \implies a + c \equiv b + d \pmod{m}$$

(b) Seien  $n, m \in \mathbb{N}$  und  $a_1, \dots, a_n, b_1, \dots, b_n \in \mathbb{Z}$ . Zeigen Sie mit vollständiger Induktion:

$$a_1 \equiv b_1 \pmod{m} \wedge \dots \wedge a_n \equiv b_n \pmod{m} \implies a_1 + \dots + a_n \equiv b_1 + \dots + b_n \pmod{m}$$

(c) Sei  $n \in \mathbb{N}$ . Zeigen Sie mit vollständiger Induktion:

$$4^{2n-1} + 9^{2n-1} \text{ hat die Endziffer } 3.$$

T8) Zeigen Sie mit vollständiger Induktion, dass sich jede natürliche Zahl  $n \geq 2$  als Produkt von Primzahlen schreiben lässt.