

1. Übung zur Vorlesung Grundlagen der Analysis

Aufgabe 1-1 (Grenzwerte) Berechnen Sie folgende Grenzwerte, falls diese existieren. Begründen Sie jeweils Ihre Antwort.

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n}{n+3}$

d) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3 - 4n^2}{4n^3 + 2}$

b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5+n}{3n+3}$

e) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n}{n^2}$

c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-2)^{n-1}}{3^n}$

f) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2}{2^n}$

Aufgabe 1-2 (Grenzwerte) Beweisen Sie folgende Aussage für jede beliebige Folge (a_n) und jede beliebige Zahl b : Wenn $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$, dann $\lim_{n \rightarrow \infty} b \cdot a_n = b \cdot a$.

Aufgabe 1-3 (Reihen) Welche der folgenden Reihen konvergiert? Begründen Sie jeweils Ihre Antwort!

a) $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(1+k^2)^2}{(1+k^3)^2}$

c) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k^4}{3^k}$

b) $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{2k+1}$

d) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k!}{k^k}$

Aufgabe 1-4 (Der kleine Gauß) Beweisen Sie mit Induktion den “kleinen Gauß”:

$$\sum_{i=1}^n i = \frac{n \cdot (n+1)}{2}$$

Abgabe: Sie können Ihre Lösung bis zum Mittwoch, den 25.10. um 12 Uhr über Uni-WorX abgeben. Auf dieses Übungsblatt gibt es keine Bonuspunkte. Die Korrektur dient Ihrem Verständnis des Stoffes.