Vorlesung 09: Mengen

Peter Thiemann

Universität Freiburg, Germany

SS 2010

Inhalt

Mengen

- Eine Menge ist eine Ansammlung von Elementen
  - ohne Duplikate
  - ohne Berücksichtigung der Reihenfolge
- Hinzufügen eines bereits vorhandenen Elements hat keine Wirkung.
- Das Interface `Set`
  - hat **die gleichen Methoden** wie das Interface `Collection`
  - aber andere Verträge für `add` und `addAll`

Beispiel (Mengen)

```
// Erinnerung: Collection<Task>
assert mondayTasks.toString().equals ("[code logic, phone Paul]");
assert phoneTasks.toString().equals ("[phone Mike, phone Paul]");

// Menge aus Collection
Set<Task> phoneAndMondayTasks = new TreeSet<Task> (mondayTasks);
phoneAndMondayTasks.addAll (phoneTasks);
// doppelte Elemente fallen weg
assert phoneAndMondayTasks.toString().equals(
  "[code logic, phone Mike, phone Paul]");
```

Arbeiten mit Mengen

- `Set` ist Interface
- Methoden arbeiten mit allen Implementierungen
- Unterschiede der Implementierungen: unterschiedliche Komplexität der Operationen (einfügen, löschen, Durchlauf, etc)
- Job des Programmierers:
  Auswahl der geeigneten Implementierung nach Notwendigkeiten der Aufgabe

Sechs Implementierungen von Mengen

Implementierungen von Set<E>

- HashSet<E>
- LinkedHashSet<E>
- CopyOnWriteArraySet<E>
- EnumSet<E **extends** Enum<E>>

Implementierungen von SortedSet<E> und NavigableSet<E>

- TreeSet<E>
- ConcurrentSkipListSet<E>

HashSet

HashSet

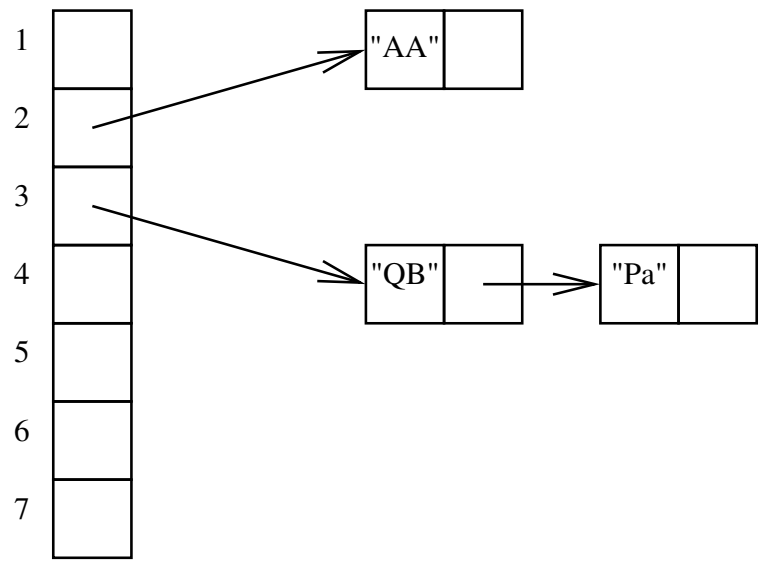
- Erzeugung durch Konstruktor

  HashSet (int initialCapacity)
- Implementierung durch *Hashtabelle*
- Array indiziert durch eine *Hashfunktion*, die aus den Elementen ausgerechnet wird
- Beispiel (aus `java.lang.String`)

```
int hashCode() {
  int hash = 0;
  for (char ch : str.toCharArray()) {
    hash = hash * 31 + ch;
  }
  return hash;
}
```

Kollisionen

- Problem: hashCode ist nicht injektiv
  - Es kommt zu *Kollisionen*.
  - Beispiel: ”QB”.hashCode() == ”Pa”.hashCode()
  - (Kollisionsfreiheit prinzipiell nicht möglich für Typen mit mehr als 2^32 Werten.)
- Eine Lösung: Überlauflisten



Aufwand (Einfügen und Suchen)

- Ohne Kollisionen:
  Aufwand für Einfügen, Suchen und Löschen eines Elements ist konstant
- Je voller die Hashtabelle, desto wahrscheinlicher sind Kollisionen
- Beim Einfügen, Suchen und Löschen kommt der Durchlauf der Überlaufliste hinzu

$\Rightarrow$ Je voller die Hashtabelle, desto langsamer der Zugriff

$\Rightarrow$ Reorganisation bei gewissem Füllungsgrad (*rehashing*):
z.B. kopieren der Elemente in neues, doppelt so großes Array

Aufwand (Durchlauf)

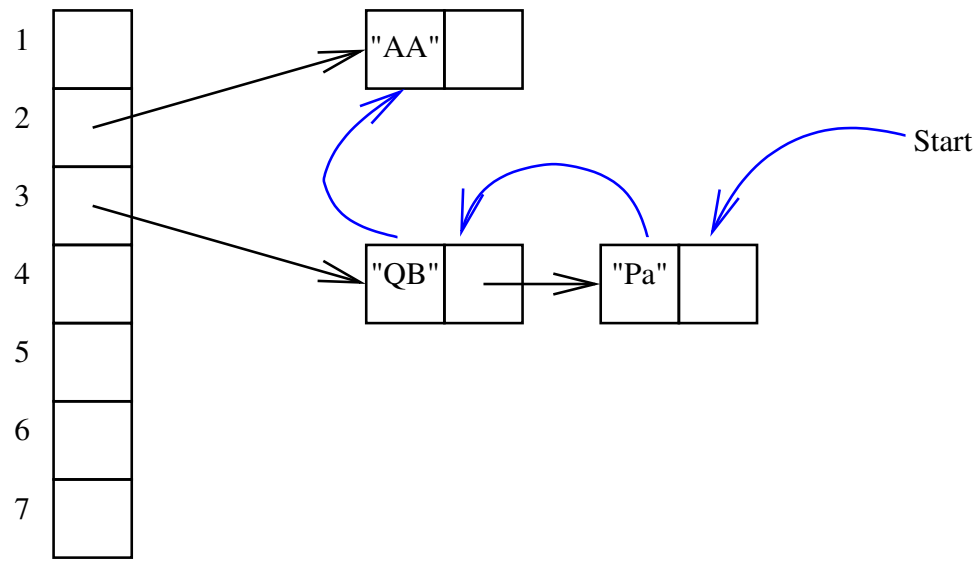
- Der Iterator muss jeden Eintrag der Hashtabelle untersuchen

$\Rightarrow$ Aufwand = Größe der Hashtabelle + Anzahl der Einträge

LinkedHashSet

HashSet mit schnellem Iterator

- Subklasse von HashSet
- Zusätzliche Garantie:
  Iterator durchläuft die Elemente in der Reihenfolge, in der sie eingefügt wurden
- Implementiert durch zusätzliche verkettete Liste



Aufwand

- Einfügen, Suchen, Löschen wie HashSet
- Extra Aufwand (größere Konstante und erhöhter Speicherbedarf) für Verwaltung der verketteten Liste
- Aufwand für Iterator = Anzahl der Einträge
- Insbesondere: next() läuft in konstanter Zeit

$\Rightarrow$ LinkedHashSet lohnt nur, falls der schnellere Iterator wichtig ist

CopyOnWriteArraySet

Mengenimplementierung für Spezialanwendungen

- Menge implementiert durch ein Array
- **Jede Änderung des Inhalts bewirkt die Erzeugung eines neuen Arrays!**

$\Rightarrow$ Aufwand für Einfügen $O(n)$

$\Rightarrow$ Aufwand für Suchen $O(n)$

$\Rightarrow$ Aufwand für Iterator.next() $O(1)$

- Vorteil von CopyOnWriteArraySet
  - Nebenläufige Verwendung möglich ohne das Lesen zu verlangsamen
  - (Geeignet für subject/observer Muster)

EnumSet

Spezielle Eigenschaften von Enum

- Jede Enumeration hat die Eigenschaften
  - die Anzahl m der Elemente ist bekannt
  - jedes Element hat eine feste Nummer value.ordinal()
- Implementierung durch **Bitset**
  - Array von 32-Bit Zahlen
  - Jede Bitstelle steht für ein Element
  - Mengenoperationen durch Bitmanipulation
    - Bit setzen: einfügen
    - Bit löschen: Element entfernen
    - Bitweise-und: Schnittmenge
    - Bitweise-oder: Vereinigung
- Iterator liefert Elemente in natürlicher Reihenfolge
- Aufwand
  - Einfügen, Entfernen: $O(1)$
  - `clear`, `isEmpty`, `size`: $O(m)$
  - Iterator `next`: $O(m)$

Statische Factory Methoden

- Menge aus den angegebenen Elementen

```
<E extends Enum<E>> EnumSet<E> of (E first, E... rest);
```

- Menge mit einem Intervall von Elementen

```
<E extends Enum<E>> EnumSet<E> range (E from, E to);
```

- Menge mit allen Elementen

```
<E extends Enum<E>> EnumSet<E> allOf (E from, E to);
```

- Leere Menge

```
<E extends Enum<E>> EnumSet<E> noneOf (E from, E to);
```

Verwendung der Factory Methoden

```
enum Season { SPRINT, SUMMER, AUTUMN, WINTER }

EnumSet<Season> s1 = EnumSet.of (Season.SPRING, Season.AUTUMN);

EnumSet<Season> s2 = EnumSet.range (Season.SPRING, Season.AUTUMN);

EnumSet<Season> all_seasons = EnumSet.allOf (Season.class);

EnumSet<Season> no_seasons = EnumSet.noneOf (Season.class);
```

Manipulation von EnumSet

- Kopie eines `EnumSet`

```
<E extends Enum<E>> EnumSet<E> copyOf (EnumSet<E> s);
```

- Umwandlung Collection $\longrightarrow$ EnumSet (mindestens ein Element erforderlich)

```
<E extends Enum<E>> EnumSet<E> copyOf (Collection<E> s);
```

- Komplement eines EnumSet

SortedSet

Mengen über geordneten Elementen

- Iterator durchläuft Elemente in aussteigender Ordnung

```
interface SortedSet<E> {
  public E first();
  public E last();
  public Comparator<? super E> comparator();
  public SortedSet<E> subSet (E fromElement, E toElement);
  public SortedSet<E> headSet (E toElement);
  public SortedSet<E> tailSet (E fromElement);
}
```

Ab Java 6:

- `NavigableSet<E>` als Subinterface von `SortedSet<E>`
- gleiche Implementierungen

Konstruktion

- `TreeSet<E>` implementiert `SortedSet<E>`
- Konstruktoren
  - TreeSet ()
    verwendet die natürliche Ordnung
  - TreeSet (Comparator<? **super** E> comparator)
    verwendet die durch `comparator` definierte Ordnung

Beispiel: Verschmelzen zweier sortierter Tasklisten

- Vorher mit zwei Iteratoren implementiert

```
Set<Task> naturallyOrderedTasks = new TreeSet<Task> (mondayTasks);
naturallyOrderedTasks.addAll (tuesdayTasks);
assert naturallyOrderedTasks.toString().equals(
  "[code db, code gui, code logic, phone Mike, phone Paul]");
```

- Aufwand zum Verschmelzen von Mengen mit insgesamt m Elementen
  - Verschmelzen von zwei sortierten Listen: $O(m)$
  - Verschmelzen über `TreeSet<Task>`: $O(m \log m)$.

Erweitertes Beispiel: Aufgaben mit Prioritäten

```
public enum Priority { HIGH, MEDIUM, LOW }

public final class PriorityTask implements Comparable<PriorityTask> {
  private final Task task;
  private final Priority priority;
  PriorityTask(Task task, Priority priority) {
    this.task = task;
    this.priority = priority;
  }
  public Task getTask() { return task; }
  public Priority getPriority() { return priority; }
```

Erweitertes Beispiel: Aufgaben mit Prioritäten (Forts.)

```
  public int compareTo(PriorityTask pt) {
    int c = priority.compareTo(pt.priority);
    return (c != 0) ? c : task.compareTo(pt.task);
  }
  public boolean equals(Object o) {
    if (o instanceof PriorityTask) {
      PriorityTask pt = (PriorityTask)o;
      return task.equals(pt.task) && priority.equals(pt.priority);
    } else return false;
  }
  public int hashCode() { return task.hashCode(); }
  public String toString() { return task + ": " + priority; }
}
```

Arbeiten mit PriorityTask

```
NavigableSet<PriorityTask> priorityTasks = new TreeSet<PriorityTask>();
priorityTasks.add (new PriorityTask (mikePhone, Priority.MEDIUM));
priorityTasks.add (new PriorityTask (paulPhone, Priority.HIGH));
priorityTasks.add (new PriorityTask (databaseCode, Priority.MEDIUM);
priorityTasks.add (new PriorityTask (interfaceCode, Priority.LOW));

assert priorityTasks.toString().equals(
"[phone Paul: HIGH, code db: MEDIUM, phone Mike: MEDIUM, code gui: LOW]")
```

Teilbereiche mit SortedSet-Methoden

```
public SortedSet<E> subSet (E fromElement, E toElement);
public SortedSet<E> headSet (E toElement);
public SortedSet<E> tailSet (E fromElement);
```

- `subSet` liefert alle Elemente $\geq$ `fromElement` und $<$ `toElement`
- `headSet` liefert alle Elemente $<$ `toElement`
- `tailSet` liefert alle Elemente $\geq$ `fromElement`
- Die Argumente selbst müssen weder in der Menge noch im Ergebnis enthalten sein.
- Das `fromElement` *kann* dazugehören.
- Das `toElement` gehört *nie* zum Ergebnis.

Beispiele mit SortedSet-Methoden

- Mit den Teilbereichsmethoden kann eine Taskliste nach Prioritäten unterteilt werden.
- Dafür ist eine “kleinste” Task erforderlich:

```
public class EmptyTask extends Task {
  public EmptyTask() {}
  public String toString() { return ""; }
}
```

Beispiele mit SortedSet-Methoden (Forts.)

```
PriorityTask firstLowPriorityTask =
  new PriorityTask (new EmptyTask(), Priority.LOW);
SortedSet<PriorityTask> highAndMediumPriorityTasks =
  priorityTasks.headSet (firstLowPriorityTask);
assert highAndMediumPriorityTasks.toString().equals(
  "[phone Paul: HIGH, code db: MEDIUM, phone Mike: MEDIUM]");
```

Oder auch

```
PriorityTask firstMediumPriorityTask =
  new PriorityTask (new EmptyTask(), Priority.MEDIUM);
SortedSet<PriorityTask> mediumPriorityTasks =
  priorityTasks.subSet (firstMediumPriorityTask, firstLowPriorityTask);
assert mediumPriorityTasks.toString().equals(
  "[code db: MEDIUM, phone Mike: MEDIUM]");
```

Grenzen der Teilbereichsmethoden

- Angenommen, gesucht ist die Menge aller Aufgaben mit
  - mittlerer Priorität
  - bis `mikePhone` inklusive
- Zur Verwendung von `subSet` müsste die nächstgrößere Task zu `mikePhone` konstruiert werden.
- Kann mit Trick erreicht werden.
  (Was ist der Nachfolger von `"Mike"` in der natürlichen Ordnung auf `String`?)
- Besser: Verwende `NavigableSet`!

Eigenschaften der Teilbereiche

- Die Teilbereiche sind **keine** neuen, eigenständigen Mengen!
- Einfügen und Löschen in die unterliegende Menge wirkt auch auf den Teilbereichen

```
PriorityTask logicCodeMedium =
  new PriorityTask (logicCode, Priority.MEDIUM);
priorityTasks.add (logicCodeMedium);
assert mediumPriorityTasks.toString().equals(
  "[code db: MEDIUM, code logic: MEDIUM, phone Mike: MEDIUM]");
```

- und umgekehrt:

```
mediumPriorityTasks.remove (logicCodeMedium);
assert priorityTasks.toString().equals(
"[phone Paul: HIGH, code db: MEDIUM, phone Mike: MEDIUM, code gui: LOW]");
```

NavigableSet

Weiterentwicklung von SortedSet

```
interface NavigableSet<E> extends SortedSet<E> {
  public E pollFirst();
  public E pollLast ();
  public NavigableSet<E> subSet (E fromElement, boolean fromInclusive,
                                 E toElement, boolean toInclusive);
  public NavigableSet<E> headSet (E toElement, boolean toInclusive);
  public NavigableSet<E> tailSet (E fromElement, boolean fromInclusive);
  public E ceiling (E e);
  public E floor (E e);
  public E higher (E e);
  public E lower (E e);
  public NavigableSet<E> descendingSet();
  public Iterator<E> descendingIterator();
```

Erste und letzte Elemente

```
public E pollFirst();
public E pollLast ();
```

- liefern das erste bzw letzte Element der Menge und **entfernen es**
- oder `null`, falls leer
- Unterschiede zu `first` und `last`:
  - werfen Exception, falls Menge leer
  - Elemente werden nicht entfernt
- Beispiel: Die nächst-fällige Aufgabe

```
PriorityTask nextTask = priorityTasks.pollFirst();
assert nextTask.toString().equals("phone Paul: HIGH");
```

Teilbereiche

```
public NavigableSet<E> subSet (E fromElement, boolean fromInclusive,
                               E toElement, boolean toInclusive);
public NavigableSet<E> headSet (E toElement, boolean toInclusive);
public NavigableSet<E> tailSet (E fromElement, boolean fromInclusive);
```

- Verbesserung der Methoedn von `SortedSet<E>`:
  Zugehörigkeit der `from` und `to` Elemente kann separat spezifiziert werden.
- Beispiel: Alle MEDIUM-Priorität Aufgaben $\leq$ `mikePhone`

```
PriorityTask mikePhoneMedium =
  new PriorityTask (mikePhone, Priority.MEDIUM);
NavigableSet<E> closedInterval = priorityTasks.subSet(
  firstMediumPriorityTask, true, mikePhoneMedium, true);
assert closedInterval.toString().equals(
  "[code db: MEDIUM, phone Mike: MEDIUM]");
```

Bestmögliche Treffer

- `E ceiling (E e)`
  liefert das kleinste Element $\geq$ `e` oder `null`
- `E floor (E e)`
  liefert das größte Element $\leq$ `e` oder `null`
- `E higher (E e)`
  liefert das kleinste Element $>$ `e` oder `null`
- `E lower (E e)`
  liefert das größte Element $<$ `e` oder `null`

Beispiel (Bestmögliche Treffer)

- Aufgabe: Finde in einer Menge von `String` die größten drei Strings $\leq$ `"x-ray"`.

```
NavigableSet<String> stringSet = new TreeSet<String> ();
Collections.addAll (StringSet, "abc", "cde", "x−ray", "zed");
String last = stringSet.floor ("x−ray");
assert last.equals ("x−ray");
String secondToLast = last == null ? null : stringSet.lower (last)));
String thirdToLast =
secondToLast == null ? null : stringSet.lower (secondToLast);
```

Navigieren in umgekehrter Reihenfolge

```
public NavigableSet<E> descendingSet();
public Iterator<E> descendingIterator();
```

- Verwendung der umgekehrten Ordnung, ohne zuvor einen `Comparator` explizit zu konstruieren.

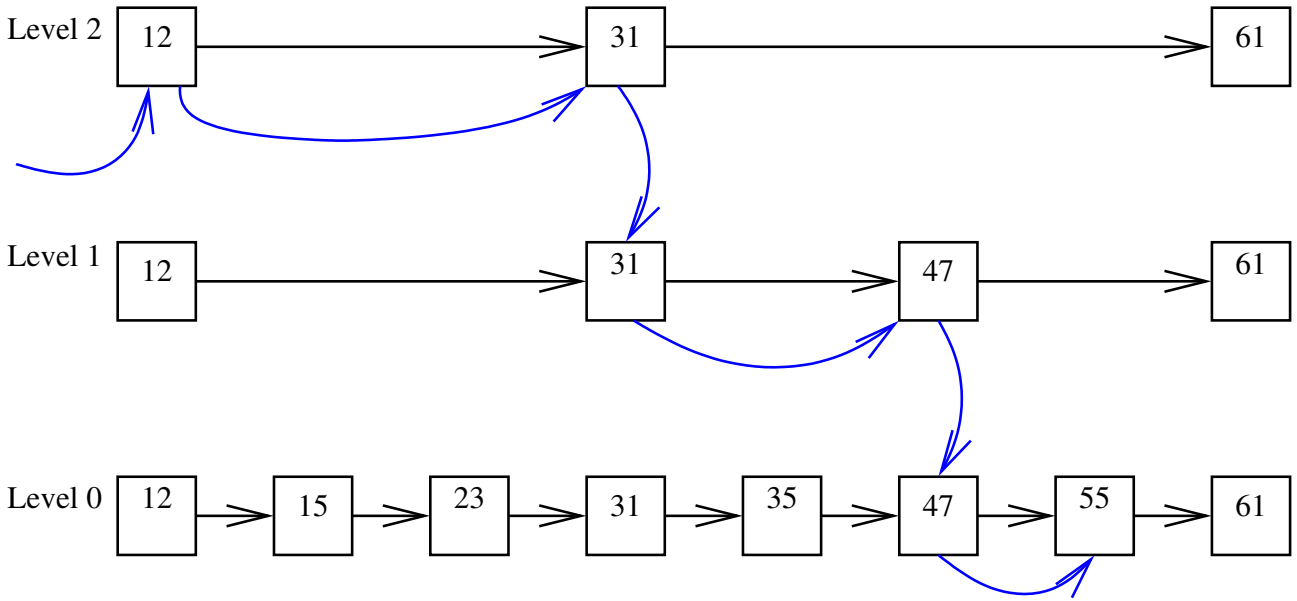
```
NavigableSet<String> headSet = stringSet.headSet (last, true);
NavigableSet<String> reserveHeadSet = headSet.descendingSet();
assert reserveHeadSet.toString().equals("[x-ray, cde, abc]");
String conc = " ";
for (String s : reserveHeadSet) {
  conc += s + " ";
}
assert conc.equals(" x-ray cde abc ");
```

TreeSet<E>

- Implementierung von NavigableSet<E>
- durch balancierten binären Suchbaum
- Verwendet Rot-schwarz Baum (*red-black tree*)

ConcurrentSkipListSet<E>

- Implementierung von NavigableSet<E>



- Level 0 enthält alle Elemente
- Level $n+1$ enthält eine Teilliste von Level n
- Suchen: Beginne bei höchstem Level
- Einfügen: Beginne bei 0; werfe eine Münze; falls Kopf, füge ins nächsthöhere Level ein; usw

Zusammenfassung: Aufwand

	`add`	`contains`	`next`
`HashSet`	$O(1)$	$O(1)$	$O(h)$
`LinkedHashSet`	$O(1)$	$O(1)$	$O(1)$
`CopyOnWriteArraySet`	$O(n)$	$O(n)$	$O(1)$
`EnumSet`	$O(1)$	$O(1)$	$O(m)$
`TreeSet`	$O(\log n)$	$O(\log n)$	$O(\log n)$
`ConcurrentSkipListSet`	$O(\log n)$	$O(\log n)$	$O(1)$

- h ist die Kapazität der Hashtabelle
- m ist die Anzahl der Element der Enumeration