MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN
Dr. W. Spann
F. Hänle, M. Oelker

WS 17/18

5. Tutorium zur Linearen Algebra für Informatiker und Statistiker

T17) Sei K ein Körper. Zeigen Sie:

(a) $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c} \qquad (a \in K,\ b, c, d \in K \setminus \{0\})$

(b) $\Big(\forall a, b \in K:\ (a+b)^2 = a^2 + b^2\Big) \iff 1 + 1 = 0$

T18) Betrachten Sie $\mathbb{R}^2$ mit den Verknüpfungen

$$\begin{aligned} (x_1, y_1) + (x_2, y_2) &:= (x_1 + x_2, y_1 + y_2) && \text{(Addition)} \\ (x_1, y_1) \cdot (x_2, y_2) &:= (x_1 x_2 - y_1 y_2, x_1 y_2 + x_2 y_1) && \text{(Multiplikation)} \end{aligned}$$

Zeigen Sie:

(a) Für $(x_1, y_1), (x_2, y_2) \in \mathbb{R}^2$ gilt das Kommutativgesetz der Multiplikation:

$$(x_1, y_1) \cdot (x_2, y_2) = (x_2, y_2) \cdot (x_1, y_1).$$

(b) Für $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3) \in \mathbb{R}^2$ gilt das Assoziativgesetz:

$$((x_1, y_1) \cdot ((x_2, y_2)) \cdot (x_3, y_3) = (x_1, y_1) \cdot ((x_2, y_2) \cdot (x_3, y_3)).$$

T19) Bestimmen Sie jeweils den Real- und Imaginärteil von

(a) $\frac{i}{3+i}$ (b) $\frac{1}{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}i}$ (c) $(2i-1)^3$ (d) $i^n + \frac{1}{i^n} \quad (n \in \mathbb{N}_0)$

T20) Sei $(R, +, \cdot)$ ein Ring mit Einselement. $a \in R$ heißt invertierbar, wenn es ein $b \in R$ gibt mit $a \cdot b = b \cdot a = 1$. Sei $R^* := \{a \in R : a \text{ invertierbar}\}$. Zeigen Sie:

(a) $(R^*, \cdot)$ ist eine Gruppe („Einheitengruppe" des Rings $(R, +, \cdot)$)

(b) Zeigen Sie, dass die Einheitengruppe von $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ isomorph zur Gruppe $(\mathbb{Z}_2, +)$ ist.