Prof. Martin Hofmann, PhD
Dr. Ulrich Schöpp
Sabine Bauer

Ludwig-Maximilians-Universität München
Institut für Informatik
27. November 2017

4. Übung zur Vorlesung

Grundlagen der Analysis

Aufgabe 4-1 (Landau Symbole; 4 Punkte) Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen für $x \to \infty$.

a) $x^2 + 9x = O(x^2)$

b) $x^3 + 9x = O(x^2)$

c) $x + \sin x = O(x)$

d) $e^x = O(2^x)$

Aufgabe 4-2 (Trigonometrische Funktionen)

a) Vereinfachen Sie $\arccos\left(\sin(x + \frac{\pi}{2})\right)$.

b) Welchen Wert erhalten Sie für $x = 5$?

Aufgabe 4-3 (Trigonometrische Funktionen) Für welche Werte $c \in \mathbb{R}$ und $d \in \mathbb{R}$ gilt folgende Gleichung für alle $x \in \mathbb{R}$?

$$\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = c\sin(x) + d\cos(x)$$

Aufgabe 4-4 (Komplexe Zahlen; 4 Punkte) Für welche reellen Zahlen $x \in \mathbb{R}$ und $y \in \mathbb{R}$ gelten jeweils folgende Gleichungen?

a) $y \cdot e^{ix} = 3i$

b) $y \cdot e^{ix} = 1 + \sqrt{3}i$

c) $y \cdot e^{ix} = 2\sqrt{3} - 2i$

Aufgabe 4-5 (Komplexe Zahlen; 4 Punkte) Lösen Sie folgende Gleichungen über den komplexen Zahlen. Geben Sie alle Lösungen konkret in der Form $z = x + iy$ für reelle x und y an.

a) $z^2(1 + i) = 2z$

b) $z^2 - 2iz + 8 = 0$

c) $z^6 = 1$

Hinweis: *Es kann hilfreich sein, für z den Ausdruck $x + iy$ einzusetzen und dann nach reellen Lösungen für x und y zu suchen.*

Aufgabe 4-6 (Komplexe Zahlen) Für welche komplexen Zahlen z gelten die folgenden Aussagen jeweils?

a) $|z+i| \leq |z-1|$

b) $\frac{\overline{z}}{z} = 1$

Zeichnen Sie die Menge der Punkte, für die die Aussagen jeweils gelten, in der komplexen Zahlenebene.

Abgabe: Sie können Ihre Lösung bis zum Freitag, den 08.12. um 10 Uhr über UniWorX abgeben. Es werden Dateien im `txt`-Format (reiner Text) oder im `pdf`-Format akzeptiert.