MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN
Dr. W. Spann
F. Hänle, M. Oelker

WS 17/18

7. Tutorium zur Linearen Algebra für Informatiker und Statistiker

T25) Gegeben sei die reelle Matrix

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Zeigen Sie, dass A invertierbar ist und bestimmen Sie A^{-1}.

T26) Sei K ein Körper, $m, n \in \mathbb{N}$. Für $l \in \mathbb{N}$ und $M \in K^{l \times l}$ sei $\operatorname{spur}(M) := \sum_{i=1}^{l} m_{ii}$.

(a) Zeigen Sie: $A \in K^{m\times n} \Rightarrow \operatorname{spur}(AA^T) = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} a_{ij}^2$

(b) Zeigen Sie mit Hilfe von (a): $A \in K^{m\times n} \Rightarrow \operatorname{spur}(A^T A) = \operatorname{spur}(AA^T)$

(c) Für $n \geq 2$ gibt es $A, B, C \in K^{n\times n}$ mit $\operatorname{spur}(ABC) \neq \operatorname{spur}(BAC)$.

T27) Sei K ein Körper, $n \in \mathbb{N}$ und $M \in GL(n, K)$. Zeigen Sie:
$U_M := \{A \in K^{n\times n} : A^\top M A = M\}$ ist eine Untergruppe von $GL(n, K)$.

T28) Sei K ein Körper, $n \in \mathbb{N}$ mit $n \geq 2$, $a, b \in K^n \setminus \{0\}$ und $G := \{E_n + \delta ab^\top \colon \delta \in K\}$.
Zeigen Sie:

(a) $ab^\top = (a_i b_j)_{i,j=1,\dots,n}$

(b) Die Matrixmultiplikation ist eine Verknüpfung auf G.

(c) $b^\top a = 0 \Rightarrow (G, \cdot)$ Gruppe

(d) $\forall \gamma, \delta \in K : \quad \gamma = 0 \vee \gamma + \delta b^\top a = 0 \Rightarrow \gamma E_n + \delta ab^\top$ nicht invertierbar