

一、单项选择题

1.某人向同一目标独立重复进行射击，每次击中目标的概率为 p ($0 < p < 1$)，则此人第四次射击时恰好第2次命中目标的概率为()。

- (A) $3p(1-p)^2$ (B) $6p(1-p)^2$
(C) $3p^2(1-p)^2$ (D) $6p^2(1-p)^2$

2.假设事件A和B满足 $P(B|A) = 1$ ，则 ()。

- (A) A 是必然事件 (B) $P(\bar{B}|A) = 0$
(C) $B \subset A$ (D) $A \subset B$

3.已知随机变量 $X \sim N(\mu, 16)$ ，又 $P\{X \leq -2\} = 0.5$ ，则 $P\{X < 2\}$ ()。

- (A) $\Phi(2)$ (B) $\Phi(0)$ (C) $\Phi(1)$ (D) $\Phi(3)$

4.设函数 $F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ x, & 0 \leq x \leq 1/2 \\ 1, & x > 1/2 \end{cases}$ ，则 $F(x)$ ()。

- (A) 是离散型随机变量的分布函数 (B) 是连续型随机变量的分布函数
(C) 是随机变量的分布函数 (D) 不是随机变量的分布函数

5.设随机变量X和Y都服从正态分布 $N(0, \sigma^2)$ ，且 $P\{X \leq 1, Y \leq -1\} = 1/4$ ，则 $P\{X > 1, Y > -1\}$ 等于 ()。

- (A) $1/4$ (B) $1/2$
(C) $3/4$ (D) $1/16$

6. 设随机变量 X 的期望和方差均存在, 则下列选项**正确**的是 ()

(A) $D(D(X)) = 0$

(B) $D(D(X)) = 1$

(C) $E(E(X)) = 2E(X)$

(D) $E(E(X)) = E^2(X)$

7. 设 X_1, X_2, \dots, X_n 为来自正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的简单随机样本, \bar{X} 为样本平均值, 记:

$$S_1^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2, \quad S_2^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2,$$

$$S_3^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2, \quad S_4^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2$$

则服从自由度为 $n-1$ 的 t 分布的随机变量是()。

(A) $t = \frac{\bar{X} - \mu}{S_1 / \sqrt{n-1}}$

(B) $t = \frac{\bar{X} - \mu}{S_2 / \sqrt{n-1}}$

(C) $t = \frac{\bar{X} - \mu}{S_3 / \sqrt{n}}$

(D) $t = \frac{\bar{X} - \mu}{S_4 / \sqrt{n}}$

8. 下列哪个**不属于**常用估计量的评选标准的是 ()

(A) 无偏性 (B) 有效性 (C) 相合性 (D) 灵活性

9. 在假设检验中, 显著性水平 α 表示()。

(A) H_0 为真接受 H_0 的概率

(B) H_0 为真拒绝 H_0 的概率

(C) H_0 为不真接受 H_0 的概率

(D) H_1 为真接受 H_1 的概率

10. 已知 $\phi(1) = 0.8413$, 则上 α 分点 $Z_{0.8413} = ()$ 。

(A) 0.8413 (B) 0.1587 (C) 1 (D) -1

二、填空题

11. 设 $P(A) = 0.5, P(B) = 0.6, P(AB) = 0.3$, 则 $P(\overline{A \cup B}) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

12. 设 X 是连续型随机变量, 其密度函数为 $f(x) = \begin{cases} c(4x - 2x^2), & 0 < x < 2 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$, 则

常数 $c = \underline{\hspace{2cm}}$ 。(结果用分数表示)

13.已知随机变量 X 服从参数为 1 的泊松分布, 则 $P\{X = E(X^2)\} =$ _____。

14.设随机变量 X 具有 $E(X) = 2, D(X) = 3$, 则由切比雪夫不等式得 $P\{|X - 2| \geq 4\} \leq$ _____。(结果用分数表示)

15.设随机变量 $X \sim F(n, n)$ 且 $P\{X > a\} = 0.2$, a 为常数, 则 $P\left\{X > \frac{1}{a}\right\} =$ _____。

16 .

设随机变量 X 与 Y 相互独立, 下表是二维随机变量 (X, Y) 的联合分布律及边缘分布律中的部分数值, 请将表中空白①至⑧填入正确的数值, 并写出计算过程。

$X \backslash Y$	y_1	y_2	y_3	$P\{X = x_i\} = p_{i\cdot}$
x_1	①	$\frac{1}{8}$	②	③
x_2	$\frac{1}{8}$	④	⑤	⑥
$P\{Y = y_j\} = p_{\cdot j}$	$\frac{1}{6}$	⑦	⑧	1

过程:

结果:

①_____ ; ②_____ ; ③_____ ; ④_____ ; ⑤_____ ; ⑥_____ ; ⑦_____ ; ⑧_____

17 .

设总体 X 的概率密度函数 $f(x; \lambda) = \begin{cases} \lambda^2 x e^{-\lambda x}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$, 其中 $\lambda > 0$ 为未知参数,

X_1, X_2, \dots, X_n 为来自总体 X 的随机样本, x_1, x_2, \dots, x_n 为相应的样本值。

求：(1) 参数 λ 的矩估计量；(2) 参数 λ 的最大似然估计量。

18 .

由于某渔业养殖场收到水质污染，需要测定该养殖场中的鱼的含汞量，随机地取 10 条鱼，测得各条鱼的含汞量（单位：毫克）为：

0.8 1.6 0.9 0.8 1.2 0.4 0.7 1.0 1.2 1.1

计算得 $\bar{x} = 0.97$, $S^2 = 0.33^2$ 。假设鱼的含汞量服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$ ，求：

(1) 关于 σ^2 的置信水平为 0.9 的双侧置信区间；

(2) 检验假设 $H_0: \mu \leq 1.2, H_1: \mu > 1.2$ （右边检验，取 $\alpha = 0.1$ ）。

$(\chi_{0.05}^2(9) = 16.92, \chi_{0.95}^2(9) = 3.33, t_{0.1}(9) = 1.383, \sqrt{10} = 3.16)$

(最终结果保留两位小数)

19 .

设 X_1, X_2, \dots, X_{30} 是一组独立同服从均匀分布 $U(0,1)$ 的随机变量序列。根据中心极限定理求 $P\{\sum_{i=1}^{30} X_i \geq 12\}$ 的概率。**(结果用 $\Phi(\cdot)$ 表示，结果可以含根式)**

20 .

设随机变量 (X, Y) 的分布函数

$$F(x, y) = \begin{cases} (1 - e^{-2x})(1 - e^{-3y}), & x > 0, y > 0 \\ 0, & \text{其它} \end{cases},$$

求 (1) $F_X(x)$, $f_X(x)$, $f_Y(y)$; (2) X 与 Y 是否相互独立? (3) $f_{X|Y}(x|y)$; (4)

$\text{Cov}(-X, Y)$ 。

21 . (

设总体 X 服从参数为 θ 的指数分布, 其概率密度函数为

$$f(x; \theta) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} e^{-x/\theta}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}, \text{ 其中 } \theta > 0 \text{ 为未知参数,}$$

X_1, X_2, \dots, X_n 为来自总体 X 的随机样本。

证明: (1) \bar{X} 和 $nY = n \min(X_1, X_2, \dots, X_n)$ 均为 θ 的无偏估计量;

(2) \bar{X} 较 nY 有效。