2022 年杭州电子科技大学高数上 A 期中考试题及答案

（2022 年 11 月 13 日）

1. $\lim\limits_{x\to1^+}\arctan\dfrac{1}{1-x}=$（　　）.

A. $\dfrac{\pi}{2}$　　B. $-\dfrac{\pi}{2}$　　C. ∞　　D. 不存在

PS：典题了，群内讨论多次，注意这里$x\to1^+$

2. 函数$f(x)=x\sin\dfrac{1}{x}$，则$x\to0$时，$f(x)$是（　　）.

A. 无穷大量　　B. 有界但不是无穷量　　C. 无穷小量　　D. 无界但不是无穷量

3. 如果函数$f(x)$在点$f(x_0)$处连续，则函数$f(x)$在点x_0处（　　）.

A. 必可导　　B. 必不可导　　C. 不一定可导　　D. 极限不一定存在

4. $y=\cos x$，则$y^{(10)}=$（　　）.

A. $\sin x$　　B. $-\sin x$　　C. $\cos x$　　D. $-\cos x$

5. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\tan x-\sin x}{x^3}=$（　　）.

A. 0　　B. $\dfrac{1}{2}$　　C. $\dfrac{1}{3}$　　D. ∞

6. $\lim\limits_{x\to0}\left(\dfrac{1+\sin x}{1-\sin x}\right)^{\frac{1}{kx}}=\mathrm{e}$，则$k=$（　　）.

A. -2　　B. 2　　C. -1　　D. 1

7. $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{f(x)-f(1)}{(x-1)^2}=-2$，则（　　）.

A. 导数存在且$f'(a)\neq0$　　B. 取极小值　　C. 取极大值　　D. 导数不存在

PS：跟去年第七题几乎一样

8. $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{f(x)-f(1)}{x-1}=a$，则$\lim\limits_{x\to1}\dfrac{\sin f(x)-\sin1}{x-1}$为（　　）.

A. $-a\sin1$　　B. $a\sin1$

C. $-a\cos1$　　D. $a\cos1$

9. $1-\cos x$与$\mathrm{e}^{ax^2}-1$为等价无穷小，$a=$__________.

10. $y=\ln x+\ln\ln x$，则$\mathrm{d}y$为__________.

11. $y=(x-4)(x+1)^{\frac{2}{3}}$，则极小值为__________.

12. $f(x)=(\mathrm{e}^x-1)(\mathrm{e}^x-2)(\mathrm{e}^x-3)\cdots(\mathrm{e}^x-10)$，则 $f'(0)=$__________.

13. 求极限 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{x+1}-1}{3\sin x}$.

14. 求极限 $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n^2+1}+\dfrac{n}{n^2+2}+\dfrac{n}{n^2+3}+\cdots\dfrac{n}{n^2+n}\right)$.

PS：跟去年 14 题完全一个类型

15. $y=\ln(\sec x+\tan x)$，求 $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}$.

16. 求 $y=\ln(1+x^2)$ 的凹凸区间与拐点.

17. $x+y+\mathrm{e}^{xy}=0$，求 $\left.\dfrac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2}\right|_{x=0}$.

18. $y=\left(\dfrac{x}{1+x}\right)^x(x>0)$，求 y'.

19. 判断 $y=\dfrac{1}{1-\mathrm{e}^{\frac{x}{2-x}}}$ 的间断点及类型.

20. $\lim\limits_{x\to\infty}\left[(a+bx)\mathrm{e}^{\frac{1}{x}}-2x\right]=3$，求 a, b 的值.

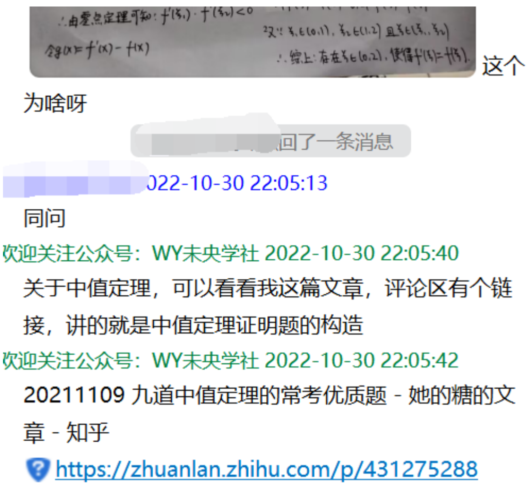
21. $f(x)=\begin{cases}\dfrac{g(x)-\cos x}{x} & x\neq 0\\ a & x=0\end{cases}$，其中 $g(x)$ 具有二阶连续的导数，且 $g(0)=1$.

（1）若 $f(x)$ 连续，求 a 的值.

（2）当 $f(x)$ 连续时，$f(x)$ 在 $x=0$ 处是否可导，若可导，则求出 $f'(0)$.

22. 若 $f(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 可导，在 $(0,+\infty)$ 有两个零点，试证明：至少存在一点 ξ 使得 $2f(\xi)+f'(\xi)=0$.

PS：关于中值定理的证明题构造，之前就在群内详细讲过啦



答案解析请查看如下链接：【新鲜出炉】2022 年杭州电子科技大学高数 A 类期中考试题与解析 (qq.com)