《线性代数》期末易考题型

■ 重点 第四、五章，前面三章内容会和后面两章结合起来考

1. 含有参数的向量组，问当参数取何值时，向量组线性相关或线性无关
2. 判断向量组线性相关与线性无关(可转化为齐次线性方程组零解和非零解的问题)
3. 求向量组的秩和最大无关组(转化为矩阵的秩和行最简形)
4. 求含有参数的向量组，当参数为何值时，向量组是一组基（利用基就是是线性无关组,向量组的秩=向量组所含向量的个数）
5. 求含有参数的向量组和一个向量，问参数为何值时，向量可由此向量组线性表示（转化为非齐次线性方程的解的问题）
6. 含有参数的线性方程组解，问参数为何值时，线性方程组解的情况（如果线性方程组是方程个数等于未知数个数，建议用系数矩阵 A 的行列式来判断，当$|A|\neq 0$，方程有唯一解，当$|A|=0$，方程的解是其他情况）
7. 齐次线性方程组解的结构=基础解系的线性组合；非齐次线性方程组解的结构=齐次的通解+非齐次的特解

(方程组的未知数的个数=自由变量的个数+非自由变量的个数=齐次方程的基础解系所含向量的个数+方程系数矩阵的秩； 自由变量的个数=齐次方程的基础解系所含向量的个数， 非自由变量的个数=方程系数矩阵的秩)

8. 求线性方程组解空间的维数=基础解系所含向量的个数=自由变量的个数=未知数的个数-R(A)
9. 求基 I 到基 II 的过渡矩阵, (II)=(I)P
10. 求向量在基下的坐标，或者已知向量在旧基下的坐标，求向量在新基下的坐标
11. 求向量组生成空间的秩（即求向量组的秩）
12. 已知正交向量组中的若干个向量，求此正交向量组中的其他向量 （利用内积为 0）
13. 正交矩阵的定义： $A^{-1}=A^T$, 要证明矩阵正定：只需证 $AA^T=E$ 即可
14. 正交矩阵的所有列组成的列向量组是标准正交基，所有行所组成的行向量组是标准正交基
15. 正交矩阵的行列式只能是 1 或-1
16. 矩阵 A 行列式等于特征值的乘积；矩阵主对角线元素的和（tr（A））等于特征值的和
17. 矩阵特征值的定义 $AX=\lambda X$， X 一定要为非零向量，但是特征值λ可以是 0.
18. 含有参数的矩阵，和其中的一个特征向量，求此参数为何值，并且求这个矩阵的特征值（利用特征值的定义 $AX=\lambda X$）
19. 特征值的性质，求 f（A）的特征值：如果 A 的特征值为λ，则 A^k, A^-1，A*的特征值为λ^k, λ^{-1}, $|A|/\lambda$
20. 已知实对称矩阵的若干个不同特征值，以及某些特征值下的特征向量，求其他特征值下的特征向量（利用实对称矩阵不同特征值下的特征向量都正交来求）
21. 含有参数的两个矩阵，求当参数满足什么值时，两个矩阵相似（利用相似矩阵的性质来求，tr(A)=tr(B), $|A|=|B|$，A 与 B 有相同的秩和特征值)
22. 给定一个矩阵，判断这个矩阵能不能相似对角化（利用 n 阶矩阵能否对角化，就看它是否有 n 个线性无关的特征向量）
23. 求二次型的正惯性指数和负惯性指数 （即为特征值里有几个正的，有几个负的，正惯性指数+负惯性指数=二次性对应矩阵的秩）
24. 二次型或矩阵正定的判断，如果给定的是具体的二次型或矩阵，用各阶顺序主子式都大于 0 来证明， 如果给定的是抽象的矩阵，则用定义来证明，即证明 $X^TAX>0$
25. 含有参数的二次型，求当参数满足什么条件时，二次型是正定的（利用各阶顺序主子式都大于 0）
26. 求一个正交变换，使得二次型变成标准型 （10 分题，务必重视！）
27. 证明题：证明线性相关或无关； 证明正定，证明对称

■ 注意前三章还可能考的知识点：

1. 初等矩阵，左乘行变换，右乘列变换，左乘可逆矩阵，相当于做若干次的初等行变换，右乘可逆矩阵，相当于做若干次的初等列变换
2. 线性方程组的解

(i) 齐次线性方程组 AX=0 的解，当 R（A）<未知数的个数 n，方程一定有非零解；当 R（A）=未知数个数 n 时，方程有唯一零解

方程个数<未知数个数，该方程一定有非零解

(ii) 非齐次线性方程组 AX=b 的解， 当 R(A)<R(A，b)，方程无解； 当 R（A）=R（A，b）<未知数的个数 n，有无穷多解；当 R（A）=R（A，b）=未知数的个数 n，有唯一解

3. 两个公式 $|AB|=|A||B|$, $AA^*=A^*A=|A|E$
4. A 可逆⇆ $|A|\neq 0$⇆ 方程 AX=0 只有零解，AX=b 有唯一解⇆ R（A）=n⇆ A=（a1,a2,.....,an）线性无关⇆ R（a1,a2,.....,an）=n⇆ a1,a2,.....,an 是最大无关组⇆ A 与 E 等价
5. A 不可逆⇆ $|A|=0$⇆ 方程 AX=0 有非零解，AX=b 无解或无穷多解⇆ R（A）<n⇆ A=（a1,a2,.....,an）线性相关⇆ R（a1,a2,.....,an）<n