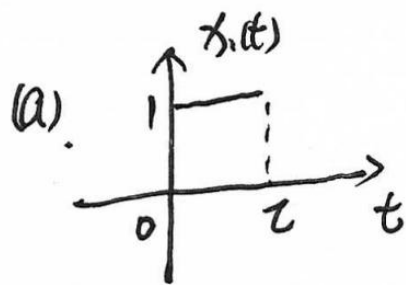


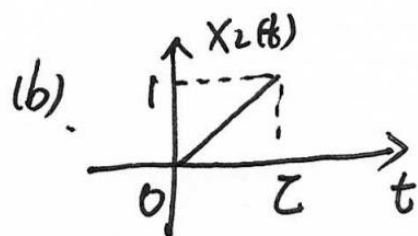
22. 求傅里叶变换.



利用时移特性.  $x_1(t) = g(t - \frac{\tau}{2})$

所以.  $F[g(t)] = E\tau \cdot \text{Sa} \frac{\omega\tau}{2} = \tau \text{Sa} \frac{\omega\tau}{2}.$

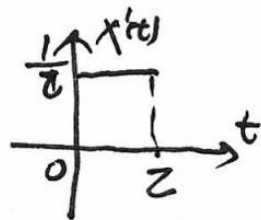
$$F[x_1(t)] = e^{-j\omega \cdot \frac{\tau}{2}} F[g(t)] = e^{-j\omega \frac{\tau}{2}} \cdot \tau \cdot \text{Sa} \frac{\omega\tau}{2}.$$



设  $x'_1(t) = \frac{dx_2(t)}{dt}$

因为  $x'_1(t) \longleftrightarrow E \cdot \tau \cdot \text{Sa} \frac{\omega\tau}{2} \cdot e^{-j\omega \frac{\tau}{2}} = \text{Sa} \frac{\omega\tau}{2} \cdot e^{-j\omega \frac{\tau}{2}}.$

所以.  $x_2(t) = \frac{1}{j\omega} \text{Sa} \frac{\omega\tau}{2} \cdot e^{-j\omega \frac{\tau}{2}}.$



$$23. (2) \quad \chi(t) = \frac{2a}{a^2 + t^2} \quad -\infty < t < \infty$$

$$e^{-a|t|} \longleftrightarrow \frac{2a}{a^2 + \omega^2} \quad a > 0$$

$$f(\omega) = \frac{2a}{a^2 + \omega^2}$$

$$F^{-1}[f(\omega)] = e^{-a|t|} \quad a > 0$$

$$\therefore \frac{2a}{a^2 + t^2} \longleftrightarrow 2\pi e^{-a|w|}$$

$$24(4) \quad u(t) \xleftrightarrow{F} \pi \delta(\omega) + \frac{1}{j\omega}$$

$$u(t+1) \xleftrightarrow{F} \left[ \pi \delta(\omega) + \frac{1}{j\omega} \right] e^{j\omega}$$

$$e^{-2t} u(t+1) \xleftrightarrow{F} \left[ \pi \delta(\omega+2) + \frac{1}{j(\omega+2)} \right] e^{j(\omega+2)}$$

$$24(5) \quad u(t) \xleftrightarrow{F} \pi \delta(\omega) + \frac{1}{j\omega}$$

$$k). f(t) = e^{-2t} u(t+1)$$

$$\begin{aligned} F(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} e^{-2t} u(t+1) e^{-j\omega t} dt = \int_{-1}^{\infty} e^{-(2+j\omega)t} dt = -\frac{e^{-(2+j\omega)t}}{2+j\omega} \Big|_{-1}^{\infty} \\ &= \frac{e^{2+j\omega}}{2+j\omega} \end{aligned}$$

$$(5). f(t) = u\left(\frac{t}{2} - 1\right)$$

$$F(\omega) = 2 \left[ \pi f(2\omega) + \frac{1}{2j\omega} \right] \cdot e^{-j \cdot 2\omega}$$

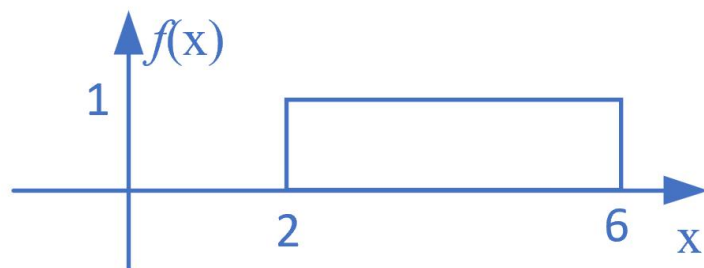
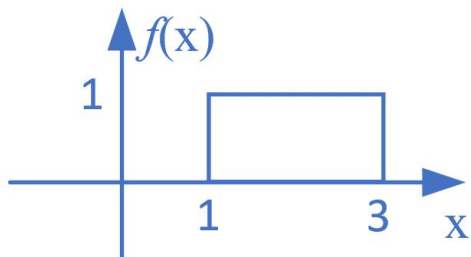
$$= \left[ 2\pi f(2\omega) + \frac{1}{j\omega} \right] \cdot e^{-j \cdot 2\omega}$$

$$(8). e^{jt} x(3-2t)$$

$$x(3-2t) \leftrightarrow \frac{1}{2} X\left(-\frac{\omega}{2}, \frac{3}{2}\right) \leftrightarrow \frac{1}{2} X\left(-\frac{\omega}{2}\right) \cdot e^{-j \cdot \frac{3}{2} \cdot \omega}$$

$$e^{jt} \cdot x(3-2t) \leftrightarrow \frac{1}{2} X\left(-\frac{\omega}{2}\right) \cdot e^{-j \cdot \frac{3}{2} (\omega+1)} = \frac{1}{2} X\left(\frac{1-\omega}{2}\right) \cdot e^{j \cdot \frac{3}{2} (1-\omega)}$$

补充：利用傅里叶变换的性质，  
计算下列两个信号的频谱



# 第三章 离散信号的分析

方璐 2教322

杭州电子科技大学 自动化学院

# 本章大纲

---

- 离散信号的时域描述和分析
- 离散信号的频域分析
- 快速傅立叶变换（FFT）
- 离散信号的Z域分析

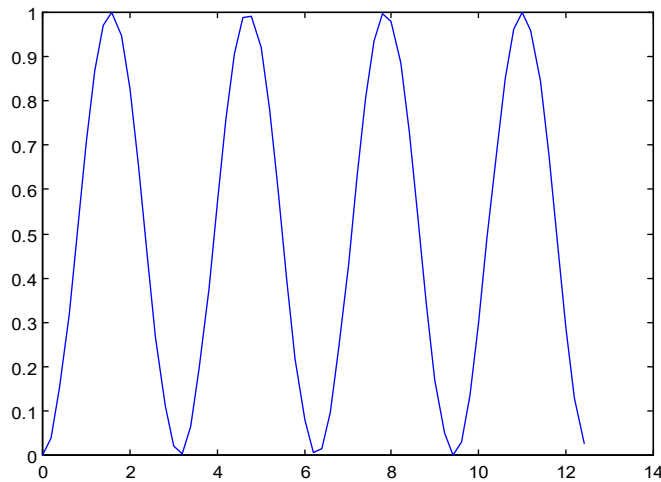


# 第三章 离散信号的分析

## 连续信号与离散信号

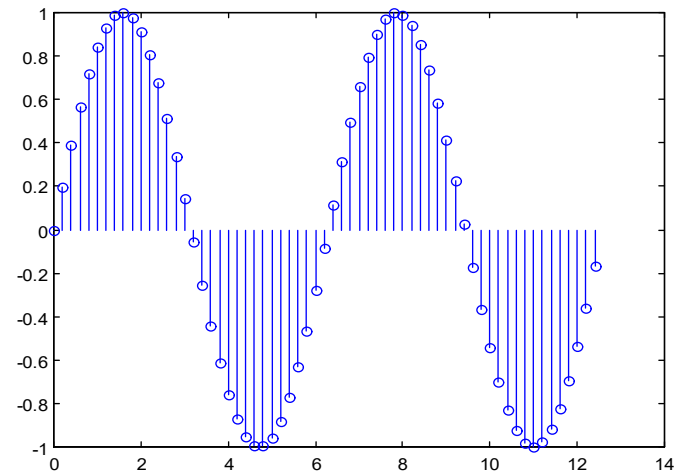
自变量连续可变，信号在自变量的连续值上都有定义

连续信号



自变量取一组离散值，信号仅定义在离散时刻点上

离散信号



# 第一节 离散信号的时域描述和分析

---

一、信号的采样和恢复

二、时域采样定理

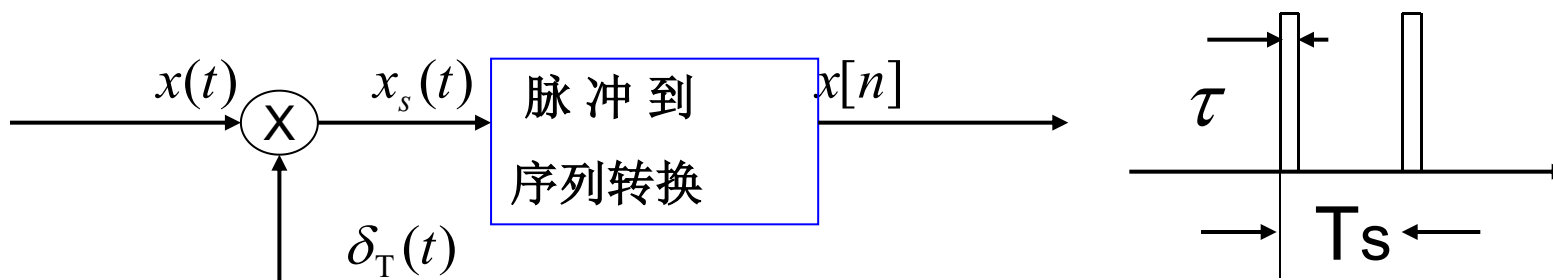
三、频域采样定理

四、离散信号的描述

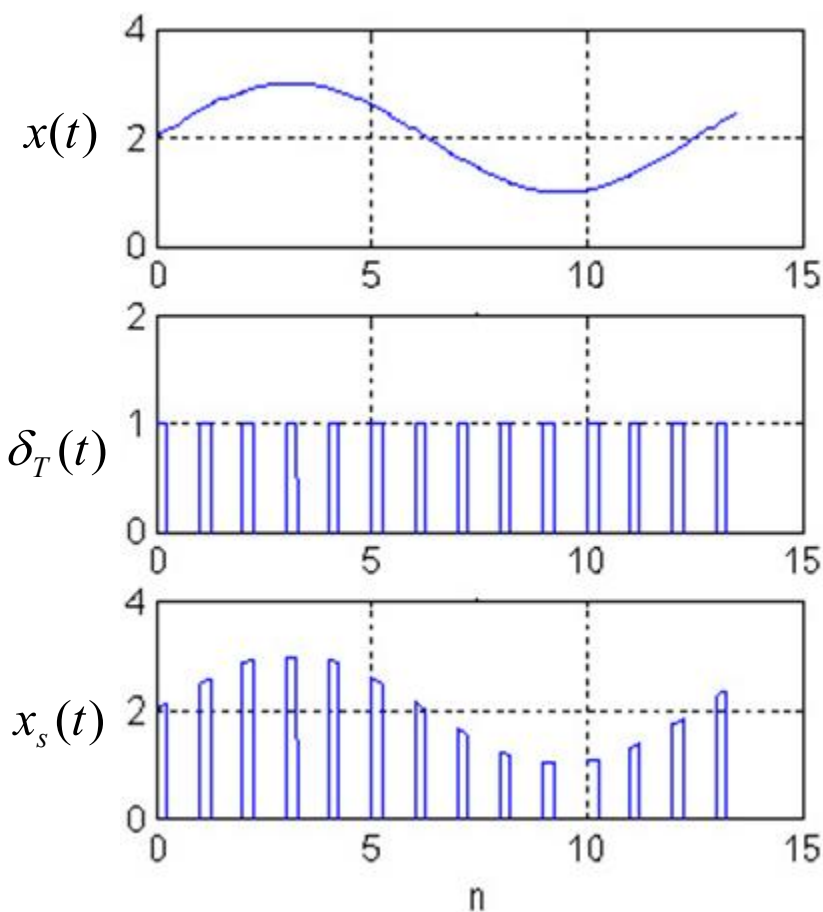
五、离散信号的时域运算

# 一、信号的采样和恢复

- **采样**是利用周期性的脉冲序列 $p(t)$ ，从连续时间信号中**抽取一系列等间隔的离散值**，得到采样信号即离散时间信号。
- 实际抽样所得的抽样信号在 $\tau \rightarrow 0$ 的极限情况下，将成为一冲激函数序列。这时，周期脉冲信号 $p(t)$ 变成了**冲激函数序列**  $\delta_T(t)$ 。



# 一、信号的采样和恢复



理想化的采样过程，即为一个将连续信号进行脉冲调制的过程，即连续信号与周期性冲激串的乘积

$$\delta_T(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_s)$$

$$\begin{aligned} x_s(t) &= x(t)\delta_T(t) = x(t) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_s) \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT_s)\delta(t - nT_s) \end{aligned}$$

其中，采样间隔 $T_s$ 也称为采样周期

采样周期的倒数称为采样频率  $f_s = 1/T_s$ ，其大小表示单位时间内采样点的个数，单位为**Hz**， $\omega_s = 2\pi f_s$  称为采样角频率，单位为**rad/s**。

## 一、信号的采样和恢复

---

### 讨 论：

- (1) 采样前后信号频谱的变化？
- (2) 什么条件下，可以从采样信号不失真地恢复出原信号？

# 一、信号的采样和恢复

$$x_s(t) = x(t)\delta_T(t) = x(t) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_s) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT_s)\delta(t - nT_s)$$

$$x(t) \Leftrightarrow X(\omega) = \int_{t=-\infty}^{\infty} x(t)e^{-j\omega t} dt$$

$$\delta_T(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_s) \Leftrightarrow P(\omega) = \omega_s \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(\omega - n\omega_s)$$

$$x_s(t) \Leftrightarrow X_s(\omega) = \frac{1}{2\pi} X(\omega) * P(\omega) = \frac{1}{T_s} \sum_{n=-\infty}^{\infty} X(\omega - n\omega_s)$$

◆ 抽样信号的频谱是连续信号频谱的周期延拓，周期为 $\omega_s$

◆ 抽样后频谱幅度随着采样周期的增加而下降

$$\begin{aligned}\delta_T(t) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_s) \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} X(n\omega_s) e^{jn\omega_s t}\end{aligned}$$

---


$$\begin{aligned}X(n\omega_s) &= \frac{1}{T_s} \int_{-T_s/2}^{T_s/2} \delta_T(t) e^{-jn\omega_s t} dt \\ &= \frac{1}{T_s} \int_{-T_s/2}^{T_s/2} \delta(t) e^{-jn\omega_s t} dt \\ &= \frac{1}{T_s}\end{aligned}$$

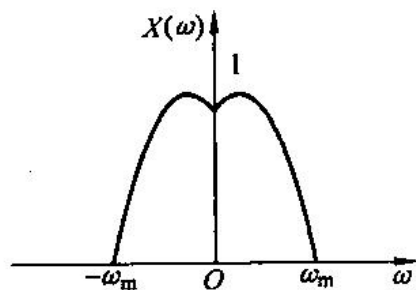
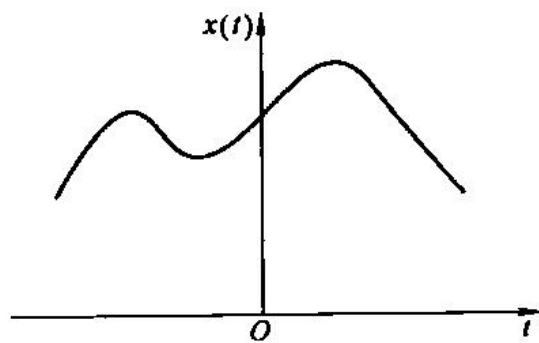
$$\begin{aligned}\because x(t) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} X(n\omega_0) e^{jn\omega_0 t} \text{ (傅里叶级数展开)}\end{aligned}$$

(上式两边同时傅氏变换)

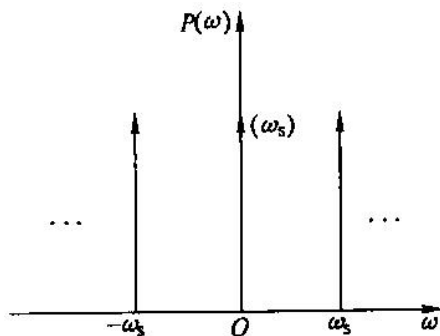
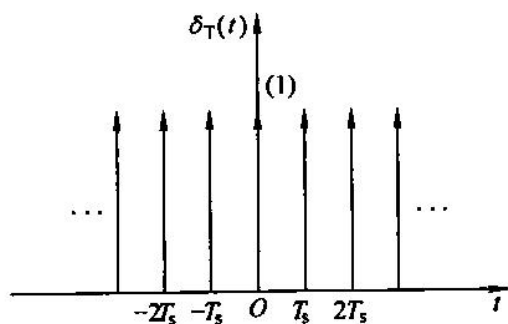
$$\begin{aligned}\therefore X(\omega) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} 2\pi X(n\omega_0) \delta(\omega - n\omega_0) \\ \therefore \Phi(\delta_T(t)) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} 2\pi X(n\omega_s) \delta(\omega - n\omega_s) \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} 2\pi \frac{1}{T_s} \delta(\omega - n\omega_s) \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \omega_s \delta(\omega - n\omega_s)\end{aligned}$$

$$\text{即 } P(\omega) = \omega_s \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(\omega - n\omega_s)$$

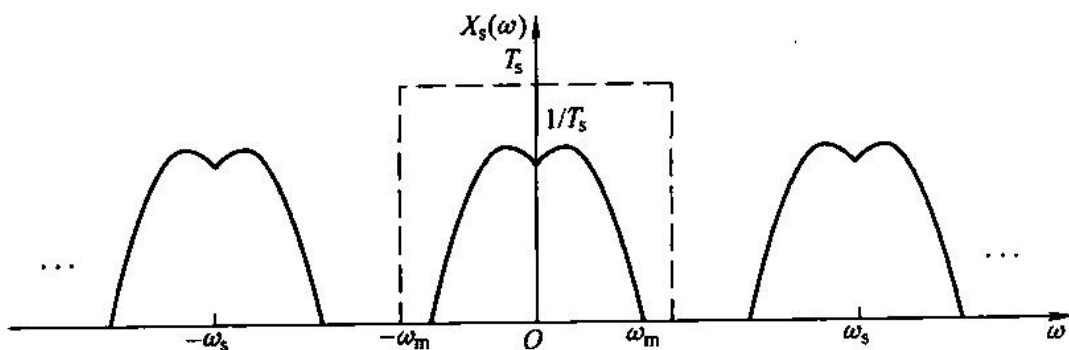

---



$$x(t) \leftrightarrow X(\omega)$$



$$\delta(t) \leftrightarrow P(\omega)$$



$$x_s(t) \leftrightarrow X_s(\omega)$$

$$\frac{1}{T_s} \sum_{n=-\infty}^{\infty} X(\omega - n\omega_s)$$



# 第一节 离散信号的时域描述和分析

---

一、信号的采样和恢复

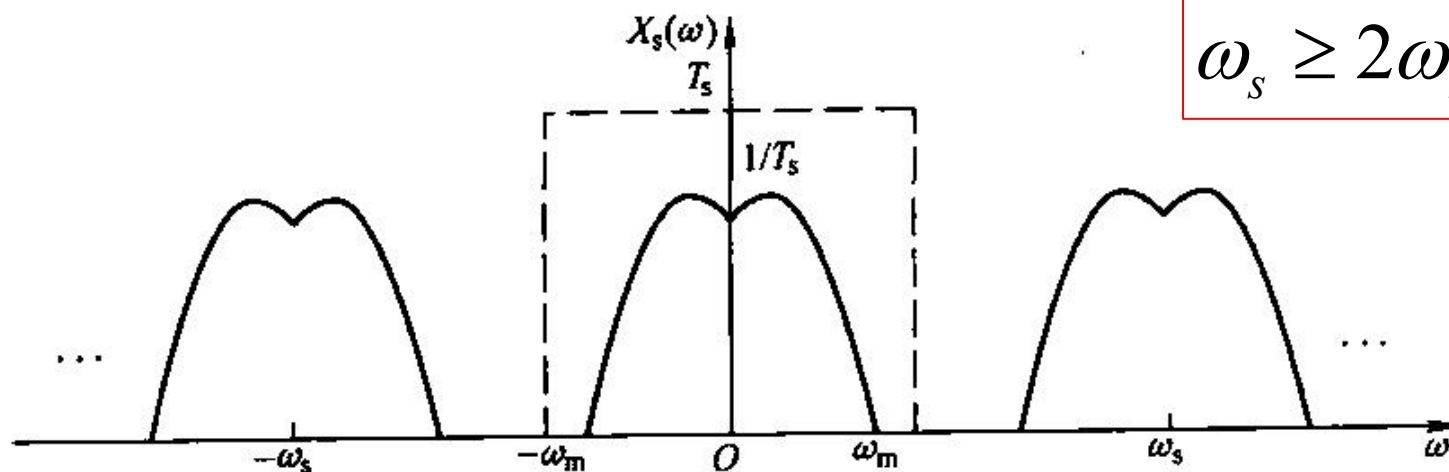
二、时域采样定理

三、频域采样定理

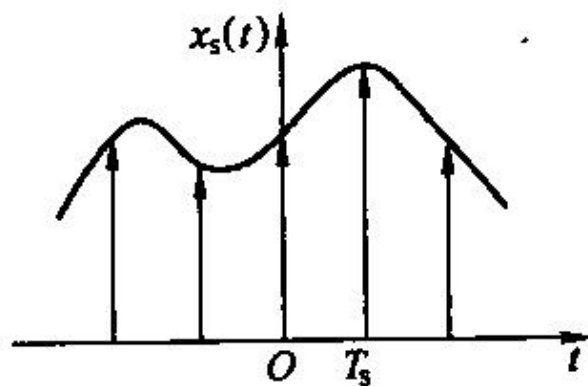
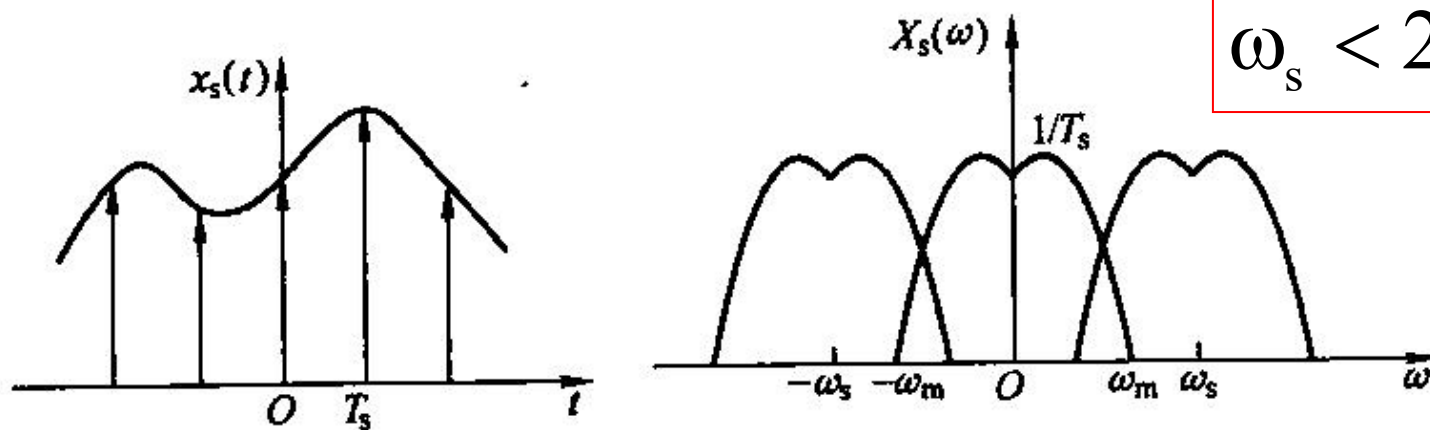
四、离散信号的描述

五、离散信号的时域运算

## 二、时域采样定理



频谱混叠



## 二、时域采样定理

时域采样定理（香农定理）：

对于频谱受限的信号  $x(t)$ ，如果其最高频率分量为  $\omega_m$ ，为了保留原信号的全部信息，或能无失真地恢复原信号，在通过采样得到离散信号时，其采样频率应满足  $\omega_s \geq 2\omega_m$ 。

通常把最低允许的采样频率  $\omega_s = 2\omega_m$  称为奈奎斯特频率。

怎样恢复原信号？（重构）

- 重构的频域表示

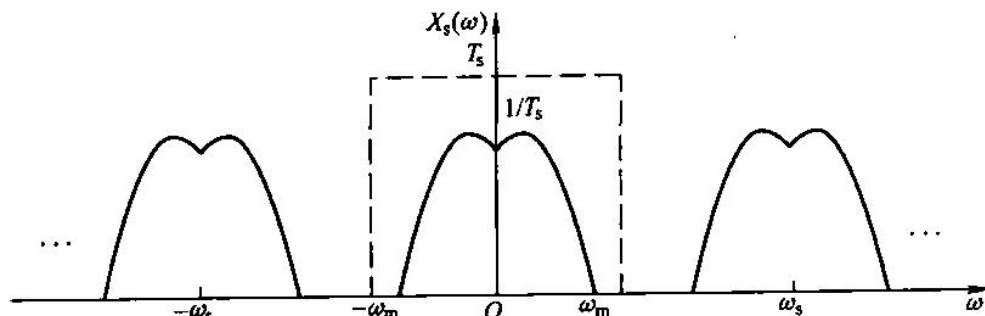
$$X(\omega) = G(\omega)X_s(\omega)$$

式中,

$$G(\omega) = \begin{cases} T_s, & |\omega| \leq \omega_s / 2 \\ 0, & |\omega| \geq \omega_s / 2 \end{cases}$$

且,

$$x(t) = g(t) * x_s(t)$$



$$g(t) = \frac{\sin \pi t / T_s}{\pi t / T_s} = Sa\left(\frac{\omega_s}{2} t\right)$$

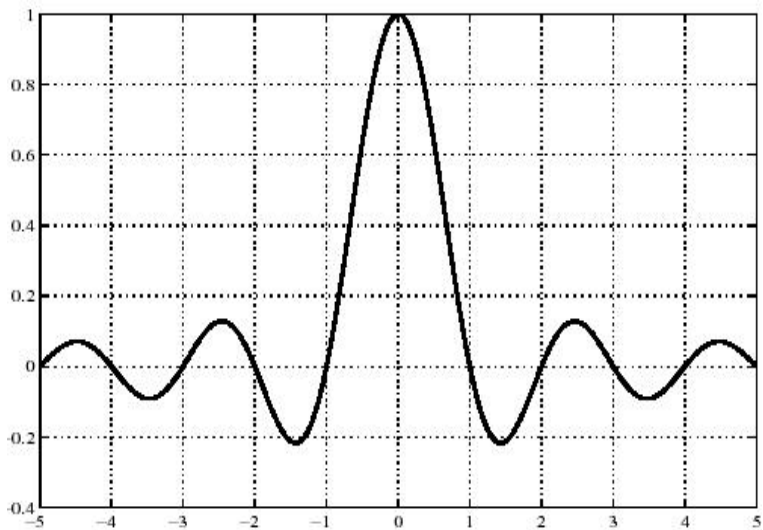
$$x_s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT_s) \delta(t - nT_s)$$

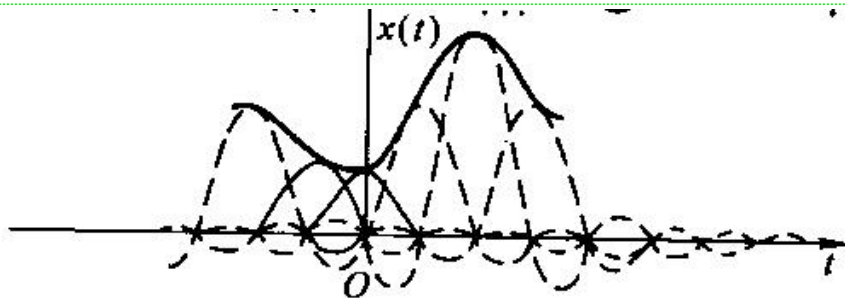
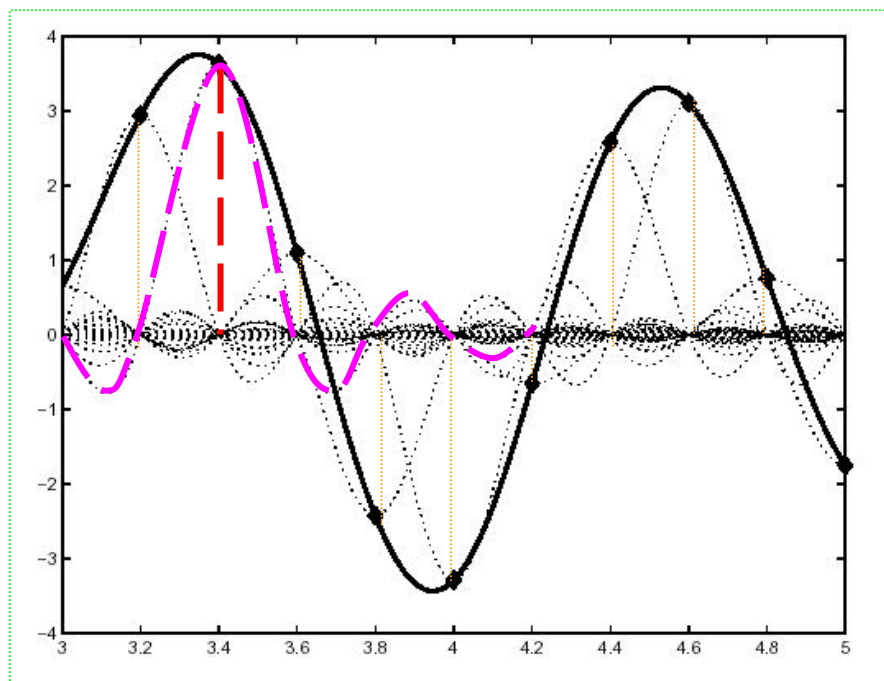
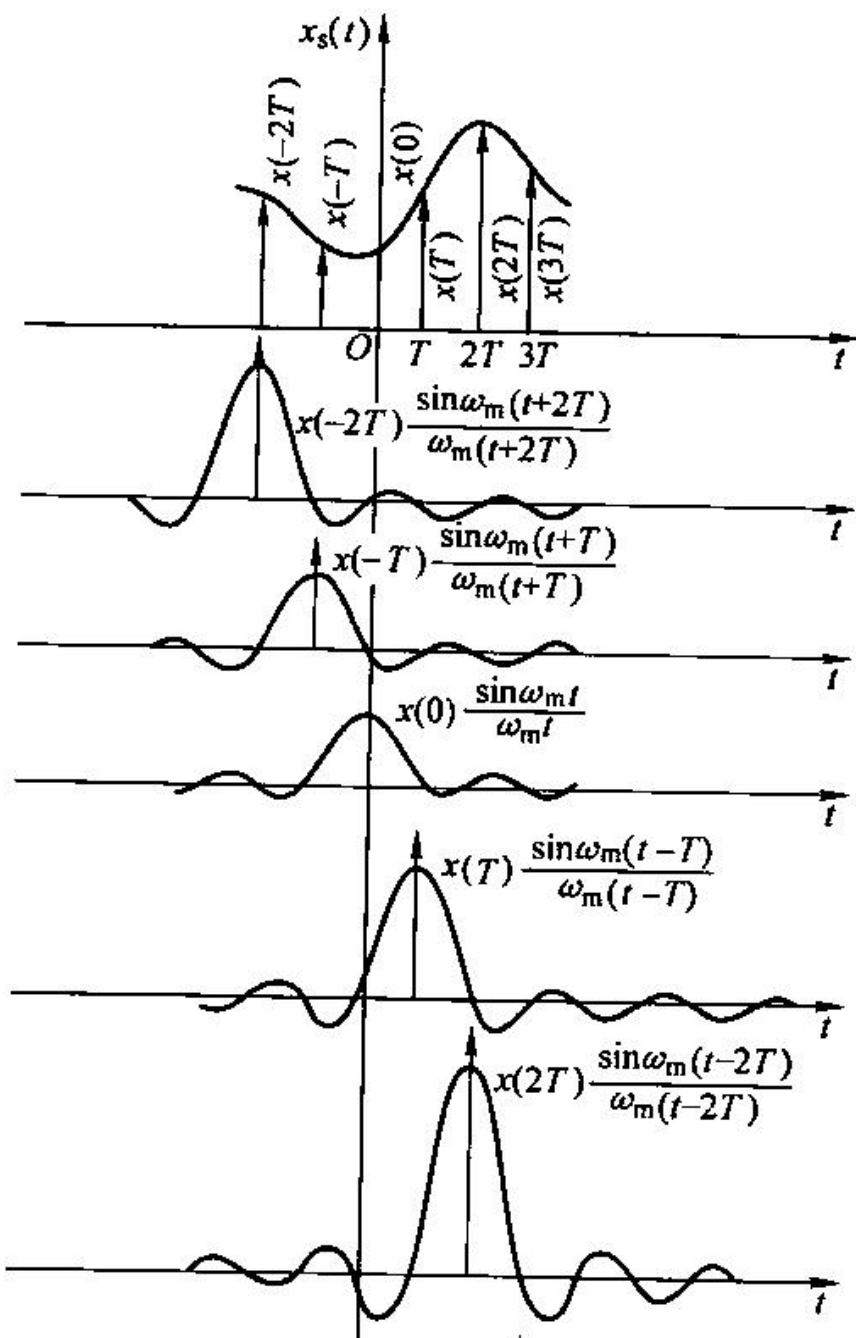
## 二、时域采样定理

带限信号  
的插值

时域内插公式

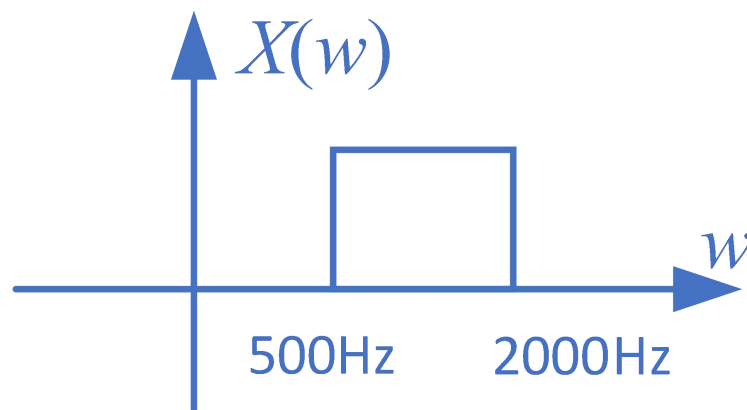
$$\begin{aligned}x(t) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT_s) \delta(t - nT_s) * g(t) \\&= \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT_s) g(t - nT_s) \\&= \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT_s) \frac{\sin[\pi(t - nT_s)/T_s]}{\pi(t - nT_s)/T_s} \\&= \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT_s) \text{Sa}\left(\frac{\omega_s}{2}(t - nT_s)\right)\end{aligned}$$





在时域中，每个采样时刻能给出准确的 $x(t)$ 值，非采样时刻的 $x(t)$ 由无限项之和决定。

已知某信号的频谱如下图所示，则为了在采样后能恢复出原信号的频谱，采样频谱应满足什么条件？



- ☐ A 大于 $2000\text{Hz}$
- ☐ B 大于 $1000\text{Hz}$
- ☐ C 大于 $3000\text{Hz}$
- ☒ D 大于 $4000\text{Hz}$

提交

# 第一节 离散信号的时域描述和分析

---

一、信号的采样和恢复

二、时域采样定理

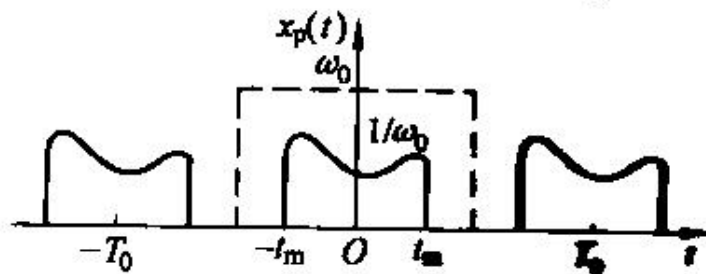
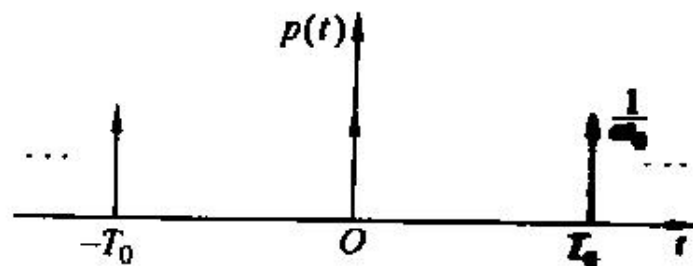
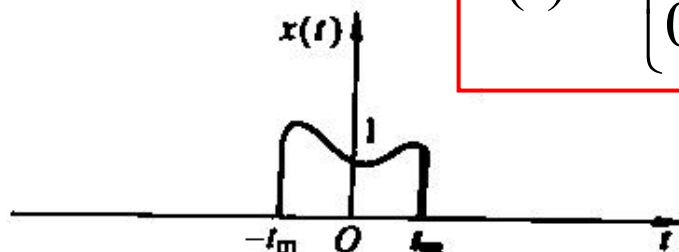
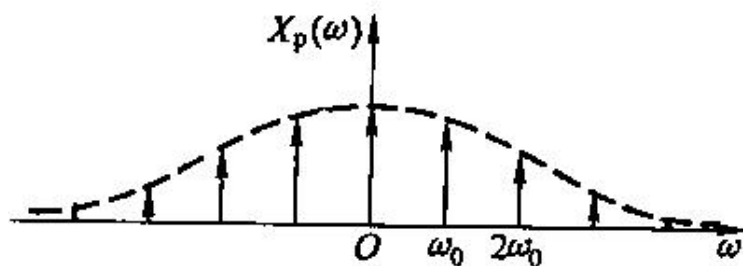
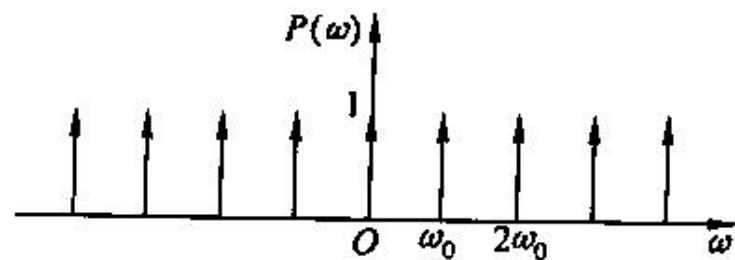
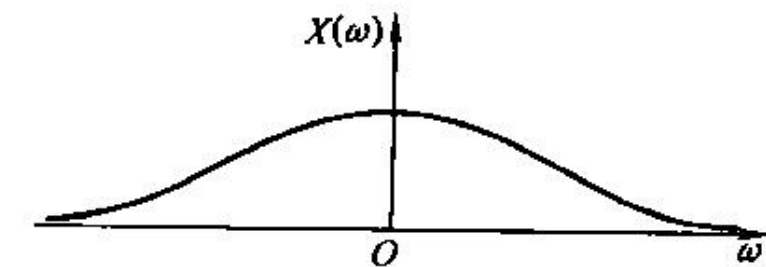
三、频域采样定理

四、离散信号的描述

五、离散信号的时域运算



### 三、频域采样定理



$$x(t) = \begin{cases} x(t) & |t| \leq t_m \\ 0 & |t| > t_m \end{cases}$$

$$\begin{aligned} T_0 &\geq 2t_m \\ \frac{2\pi}{T_0} &\leq \frac{2\pi}{2t_m} \\ \omega_0 &\leq \frac{\pi}{t_m} \end{aligned}$$

### 三、频域采样定理

$$x(t) \Leftrightarrow X(\omega)$$

$$P(\omega) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(\omega - k\omega_0) \Leftrightarrow p(t) = \frac{1}{\omega_0} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t - kT_0)$$

$$X_p(\omega) = X(\omega)P(\omega)$$

式中,  $\omega_0 = 2\pi / T_0$  — 采样角频率 ( *radians / s* ).

$$\begin{aligned} x_p(t) &= x(t) * p(t) = x(t) * \frac{1}{\omega_0} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t - kT_0) \\ &= \frac{1}{\omega_0} \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(t - kT_0) \end{aligned}$$

这一结论与时域信号的采样完全形成对偶关系。

$$X_s(\omega) = \frac{1}{2\pi} X(\omega) * P(\omega) = \frac{1}{T_s} \sum_{k=-\infty}^{\infty} X(\omega - n\omega_s)$$

### 三、频域采样定理

频域采样定理：

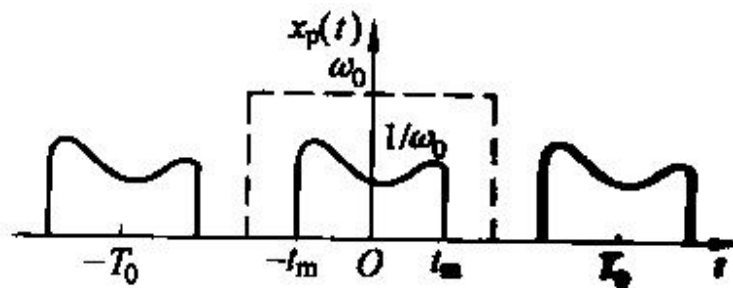
对于一个长度为  $2t_m$  的时限信号，为了能够从频域样本集合完全恢复原信号的频谱，其频域采样间隔必须满足

$$\omega_0 \leq \frac{\pi}{t_m}。$$

恢复原信号 $x(t)$ 的连续频谱 $X(\omega)$ ：将其周期延拓的信号 $x_p(t)$ 乘上时域窗函数 $g(t)$

### 三、频域采样定理

$$g(t) = \begin{cases} \omega_0 & |t| \leq \frac{T_0}{2} \\ 0 & |t| \geq \frac{T_0}{2} \end{cases}$$



$$x(t) = x_p(t)g(t) \Leftrightarrow X(\omega) = \frac{1}{2\pi} X_p(\omega) * G(\omega)$$

$$X_p(\omega) = X(\omega) \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(\omega - k\omega_0) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} X(k\omega_0) \delta(\omega - k\omega_0)$$

$$\text{且 } G(\omega) = 2\pi \text{Sa}\left(\frac{T_0}{2}\omega\right)$$

$$\therefore X(\omega) = \frac{1}{2\pi} \left[ \sum_{k=-\infty}^{\infty} X(k\omega_0) \delta(\omega - k\omega_0) * 2\pi \text{Sa}\left(\frac{T_0}{2}\omega\right) \right]$$

$$= \sum_{k=-\infty}^{\infty} X(k\omega_0) \text{Sa}\left(\frac{T_0}{2}(\omega - k\omega_0)\right)$$

频域内插公式

当 $t_m = T_0/2$ 时，则有：

$$\begin{aligned} X(\omega) &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} X(k\omega_0) \text{Sa}(t_m(\omega - k\omega_0)) \\ &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} X(k\omega_0) \frac{\sin t_m(\omega - k\omega_0)}{t_m(\omega - k\omega_0)} \end{aligned}$$

频域内插公式表明：

在频域中，每个采样样本能给出准确的 $X(\omega)$ 值，非样本值的 $X(\omega)$ 由无限项之和决定。

频域的带限信号在时域是非时限的；  
时域的时限信号在频域是非带限的。

# 第一节 离散信号的时域描述和分析

---

一、信号的采样和恢复

二、时域采样定理

三、频域采样定理

四、离散信号的描述

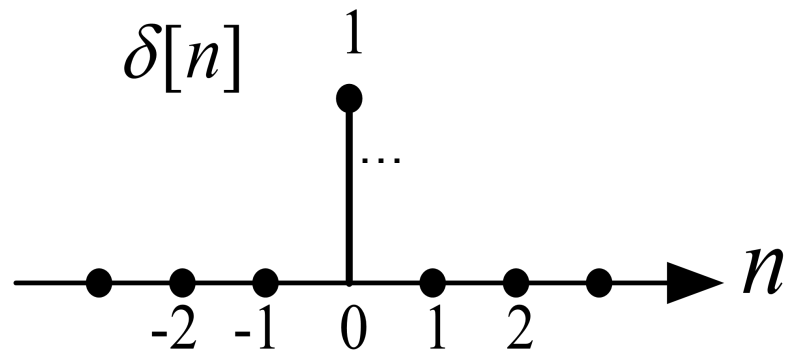
五、离散信号的时域运算

## 四、离散信号的描述

离散信号:  $\{x[n]\}$

1. 单位脉冲序列:

$$\delta(n) = \begin{cases} 1, & n = 0 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

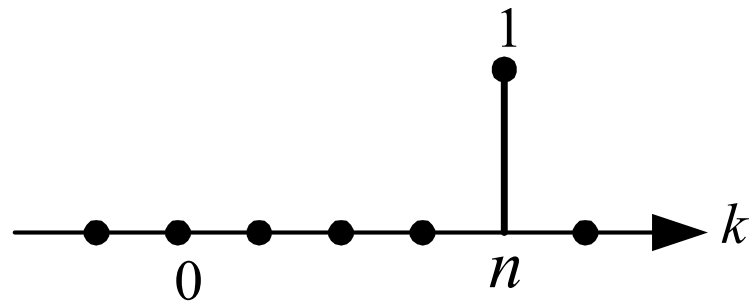


### 🌸 单位脉冲序列的作用

表示任意离散时间信号

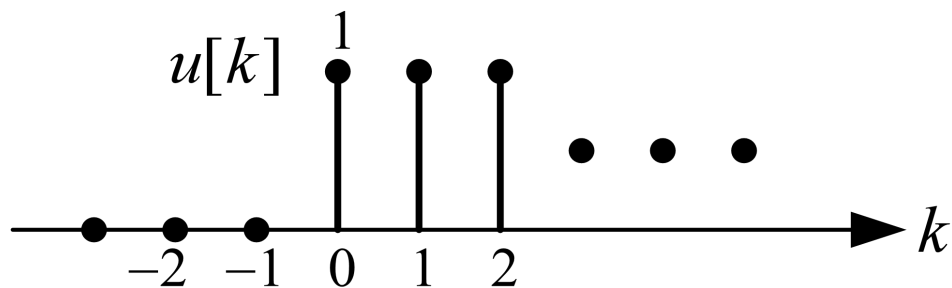
$$x(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k) \delta(k-n)$$

$$\delta(k-n) = \begin{cases} 1 & k = n \\ 0 & k \neq n \end{cases}$$



## 四、离散信号的描述

2. 单位阶跃序列： $u[n] = \begin{cases} 1, & n \geq 0 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$



✓  $\delta[n]$ 与 $u[n]$ 的关系：

$$\delta[n] = u[n] - u[n-1]$$

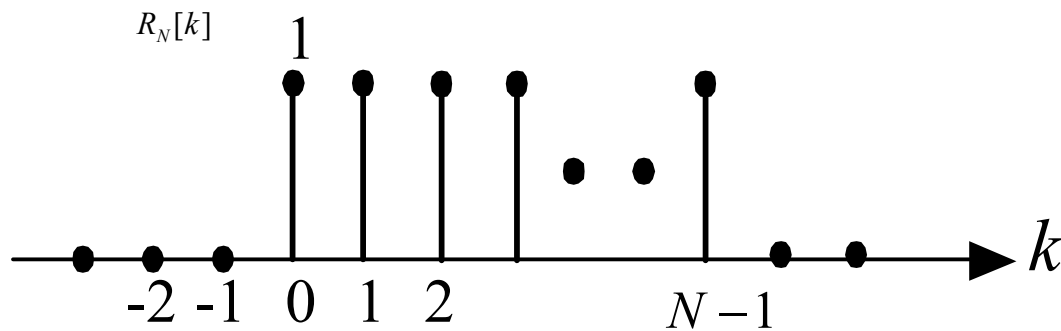
$$u[n] = \sum_{k=0}^{\infty} \delta[n-k]$$



## 四、离散信号的描述

3. 矩形序列:

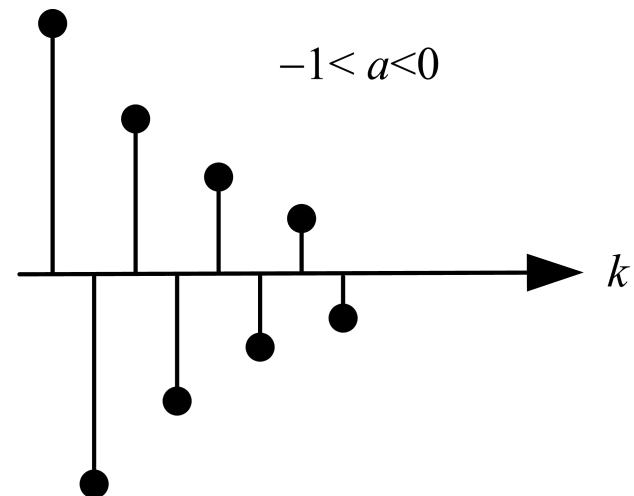
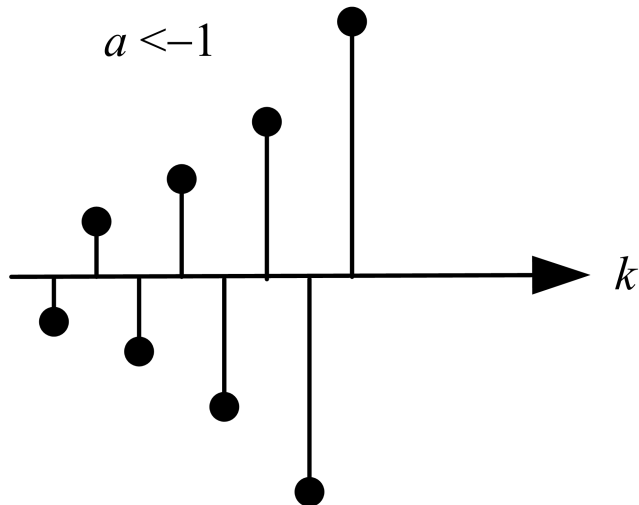
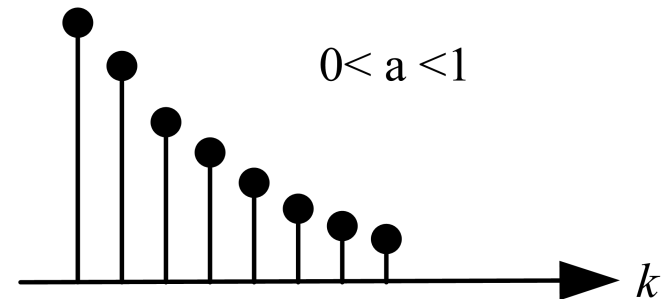
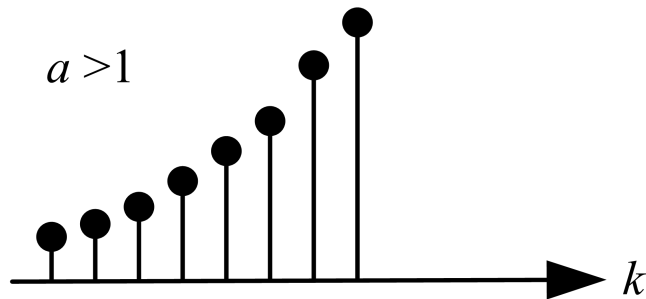
$$R_N[n] = \begin{cases} 1, & 0 \leq n \leq N-1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$



$$R_N[n] = u[n] - u[n - N] = \sum_{m=0}^{N-1} \delta[n - m]$$

## 四、离散信号的描述

### 4. 实指数序列: $x(n] = a^n u(n]$



## 四、离散信号的描述

---

5. 正弦型序列：

$$\begin{aligned}x(n) &= A \sin(\omega t + \phi_0) \big|_{t=nT} = A \sin(n\omega T + \phi_0) \\&= A \sin(n\Omega + \phi_0)\end{aligned}$$

式中，A是幅度，T为采样周期， $\Omega=\omega T$ 是离散域的角频率，称为数字角频率，单位为弧度； $\phi_0$ 为初始相角。

---

**周期性问题的：** $f(k) = \sin\Omega_0 k$ 是否为周期的？周期为多少？

满足下列式子，则 **$f(k)$** 为周期序列：

$$f(k) = f(k+N) = \sin\Omega_0 k = \sin(\Omega_0 k + \Omega_0 N)$$

所以必须满足： $N=2\pi k/\Omega_0$ ，( $k$ 为一整数，其取值使得 **$N=2\pi k/\Omega_0$** 为最小正整数)。

## 离散信号周期判断举例：

1)  $f_1[k] = \sin(k\pi/6)$

$2\pi/\Omega_0 = 12$ , 由于12是不可约的有理数,  
故离散序列的周期 $N=12$ 。  $K=1$

2)  $f_2[k] = \sin(k/6)$ ,

$2\pi/\Omega_0 = 12\pi$ , 由于  $12\pi$ 不是有理数,  
故离散序列是非周期的。

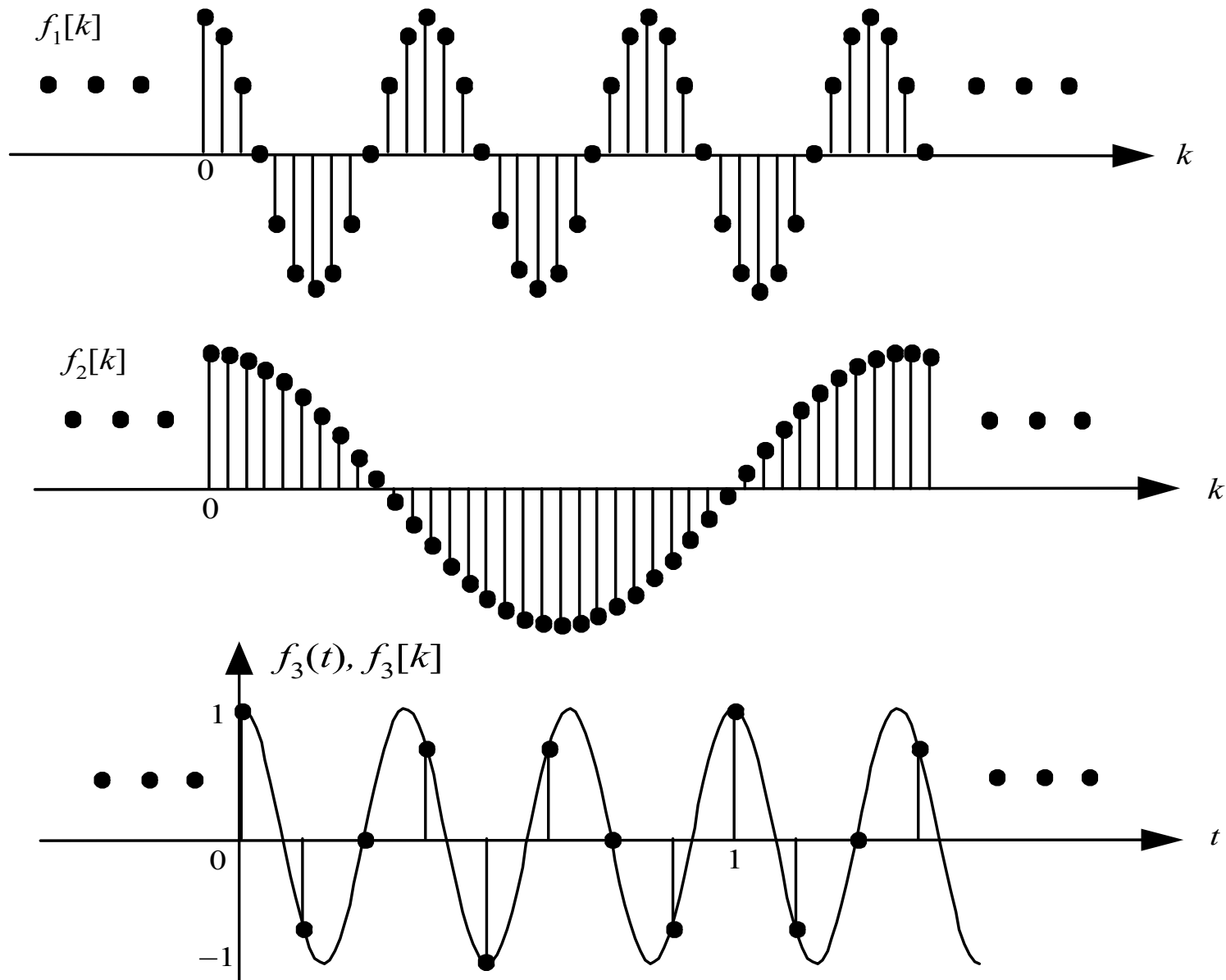
$$N=2\pi k/\Omega$$

3) 对  $f_3(t) = \sin 6\pi t$ , 以  $f_s=8$  Hz 抽样所得序列

$$f_3[k] = f_3(t) \Big|_{t=\frac{1}{8}k} = \sin\left(\frac{6\pi}{8}k\right)$$

$2\pi/\Omega_0 = 8/3$ , 由于  $8/3$  是不可约的有理数, 故  $f_3[k]$  的周期为  $N=8$ 。  $K=3$

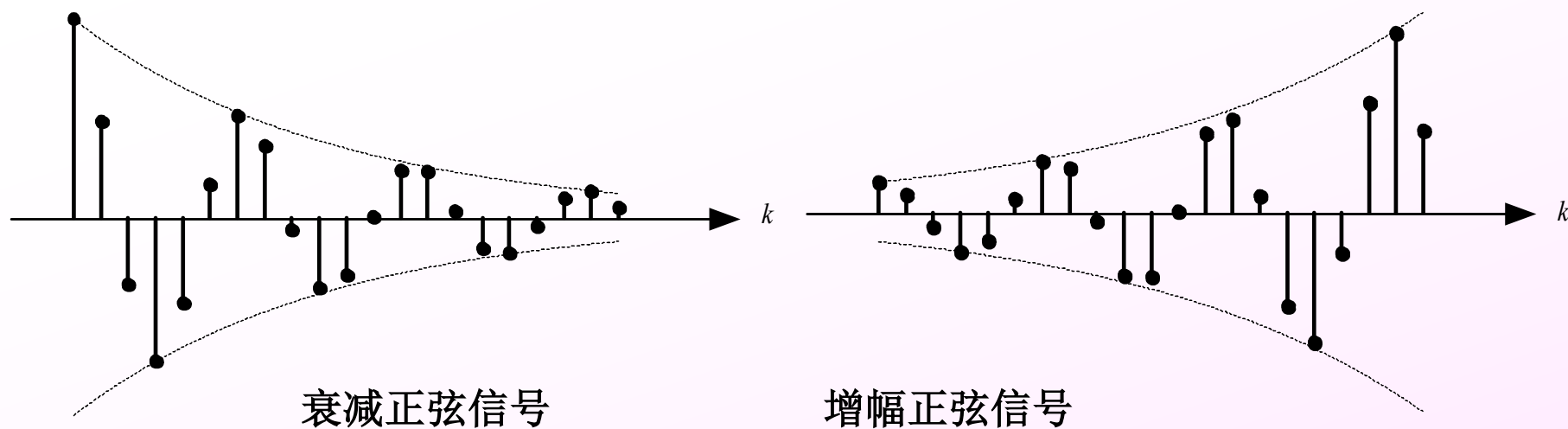
## 四、离散信号的描述



## 四、离散信号的描述

### 6. 复指数序列:

$$x(n) = e^{(\sigma + j\Omega)n} = e^{\sigma n} (\cos \Omega n + j \sin \Omega n)$$



$\Omega$ 周期性

# 第一节 离散信号的时域描述和分析

---

一、信号的采样和恢复

二、时域采样定理

三、频域采样定理

四、离散信号的描述

五、离散信号的时域运算

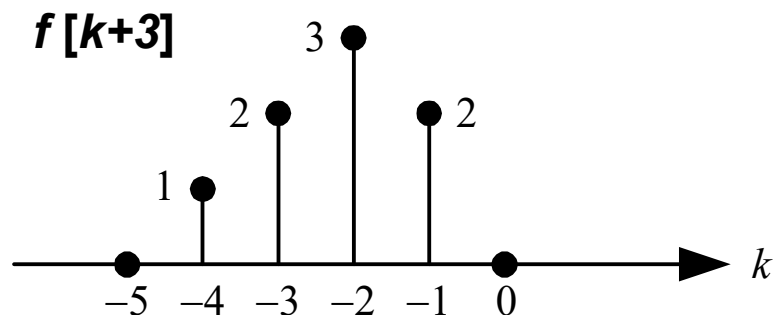
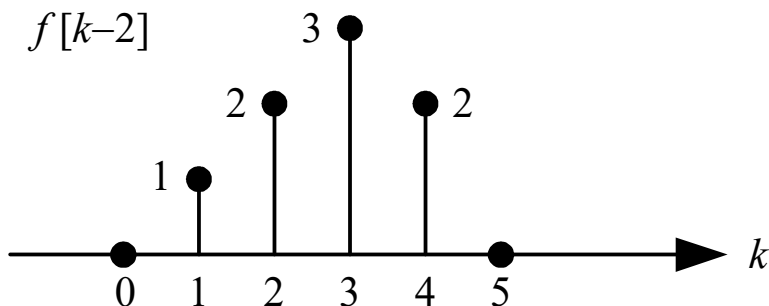
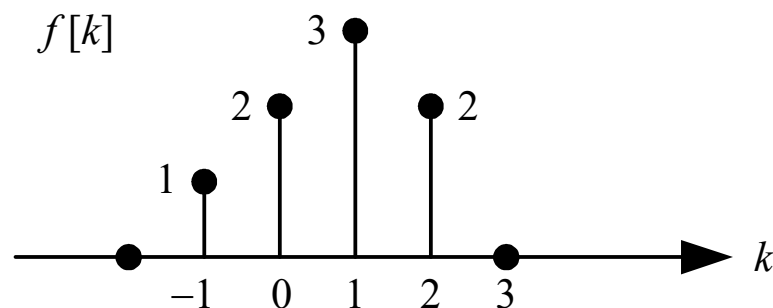
## 五、离散信号的时域运算

### 1. 平移

$$x[k] = x[k \pm n]$$

$f[k-n]$ 表示将 $f[k]$ 右移 $n$ 个单位。

$f[k+n]$ 表示将 $f[k]$ 左移 $n$ 个单位。

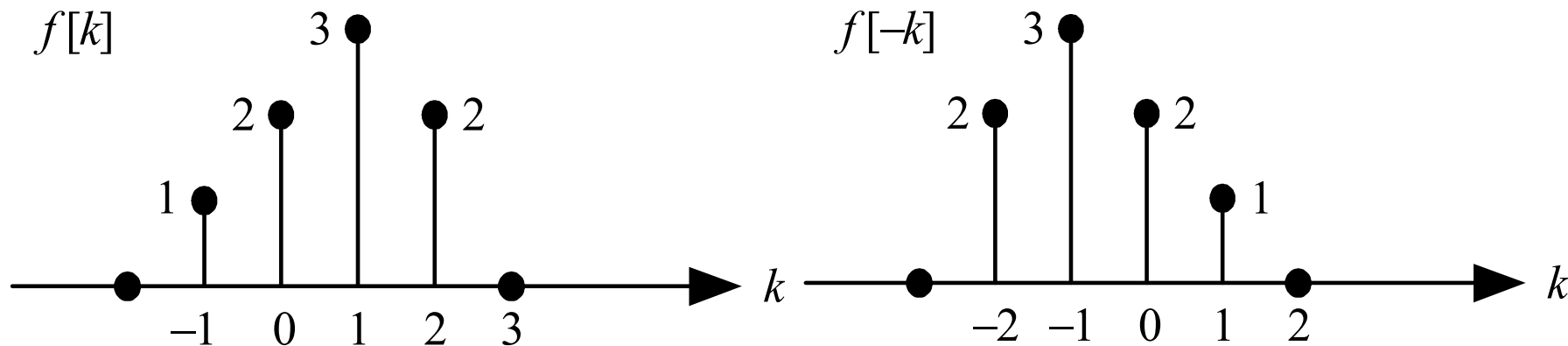




## 五、离散信号的时域运算

### 2. 翻转 $x[k] \rightarrow x[-k]$

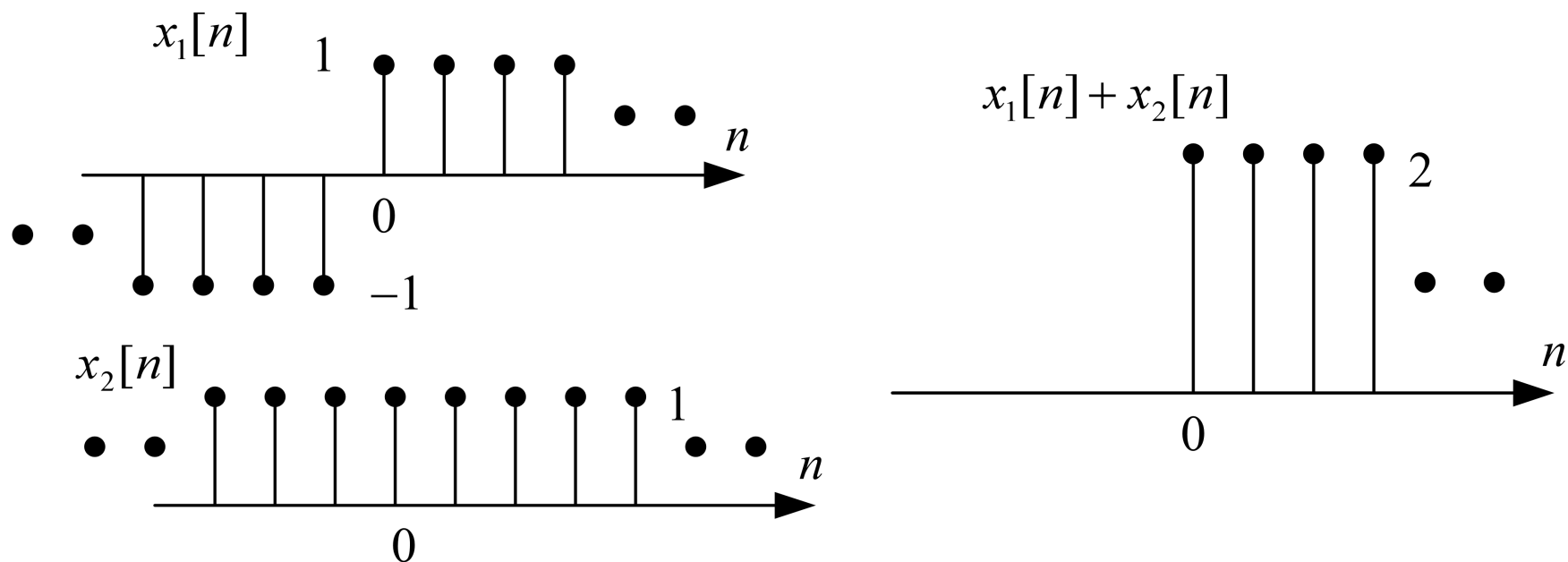
若有序列 $x(k)$ ，则 $x(-k)$ 是以纵轴为对称轴将序列 $x(k)$ 加以翻转得到的新序列



## 五、离散信号的时域运算

### 3. 相加 $y[n] = x_1[n] + x_2[n]$

指将若干离散序列序号相同的数值相加



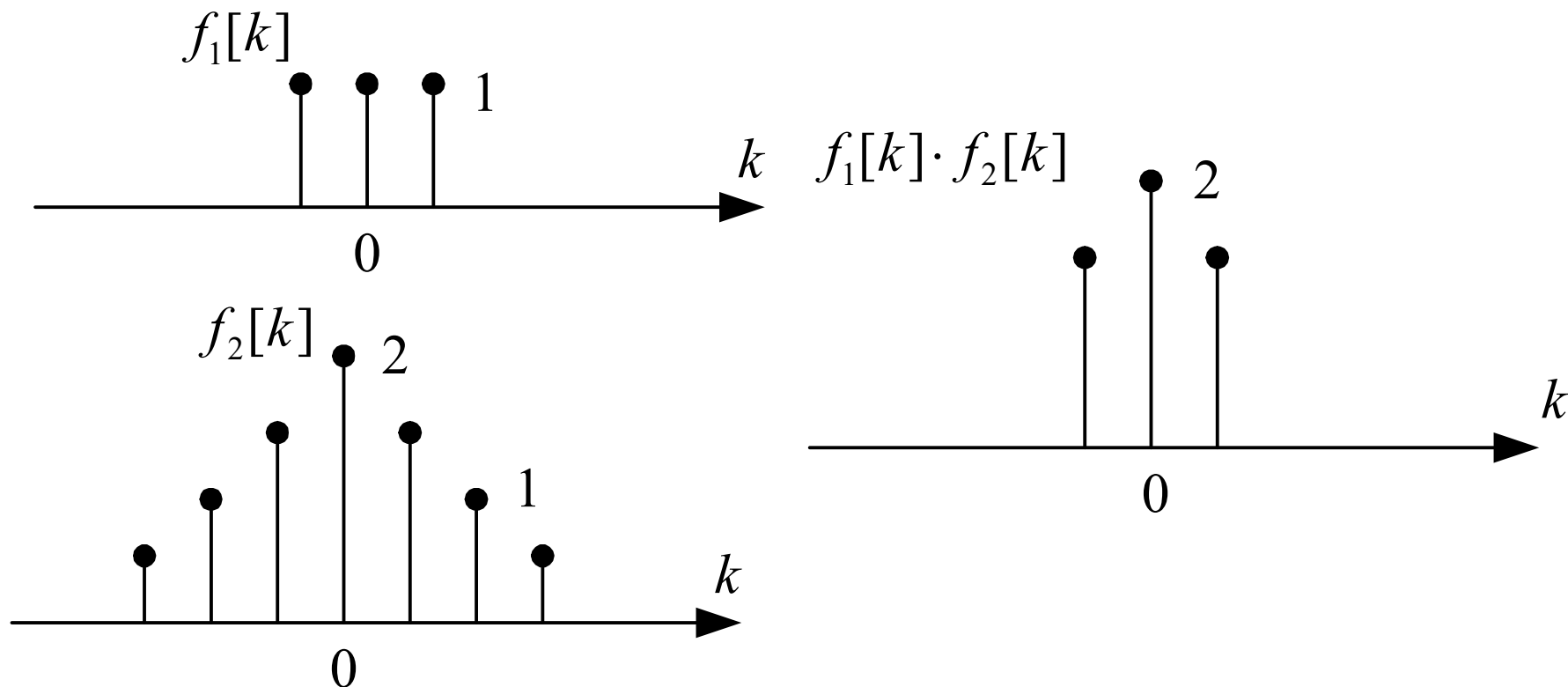
**例题：课本P120 例2-3**

**注意区分x和y函数的自变量区间的不同**

## 五、离散信号的时域运算

### 4. 相乘 $y[n] = x_1[n]x_2[n]$

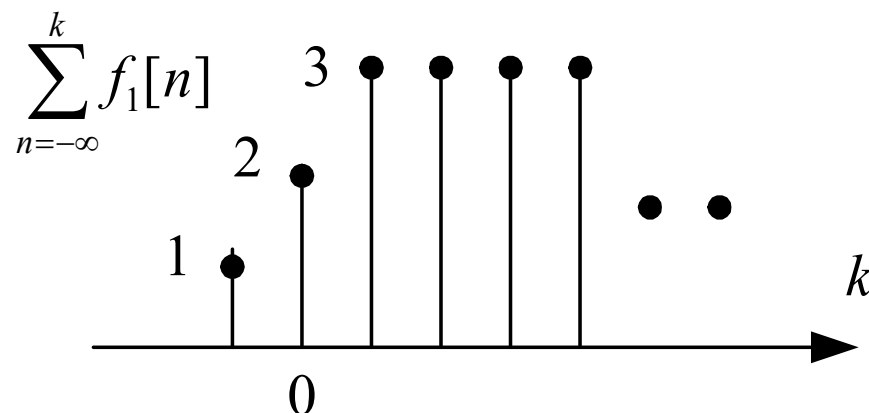
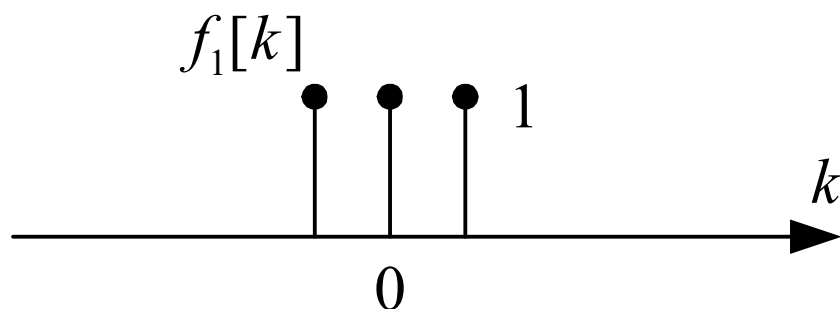
指若干离散序列序号相同的数值相乘



## 五、离散信号的时域运算

### 5. 累加

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^n x[k]$$



单位阶跃序列可用单位脉冲序列的求和表示

$$u[k] = \sum_{n=-\infty}^k \delta[n]$$

## 五、离散信号的时域运算

### 6. 差分运算

前向差分:  $\Delta x[n] = x[n+1] - x[n]$

后向差分:  $\nabla x[n] = x[n] - x[n-1]$

由此得出:  $\nabla x[n] = \Delta x[n-1]$

❁ 单位脉冲序列可用单位阶跃序列的差分表示

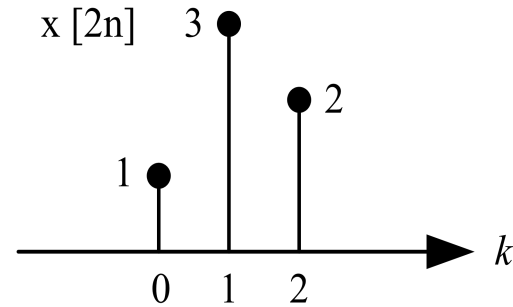
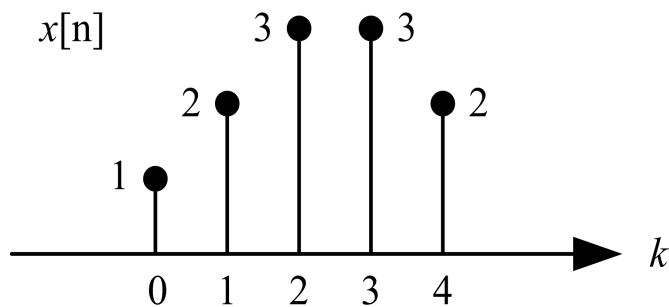
$$\delta[n] = u[n] - u[n-1]$$

## 五、离散信号的时域运算

### 7. 时间尺度（比例）变换

➤ 抽取(decimation)  $\downarrow m$

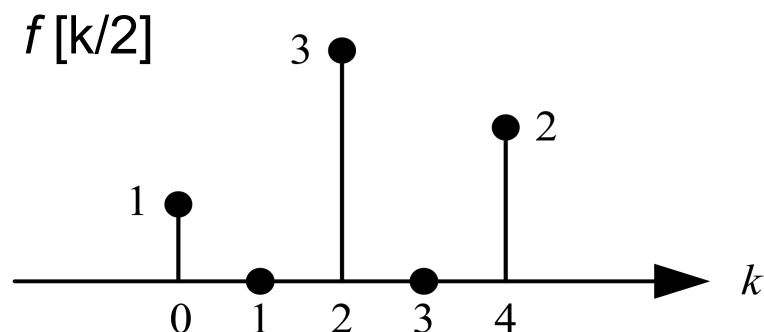
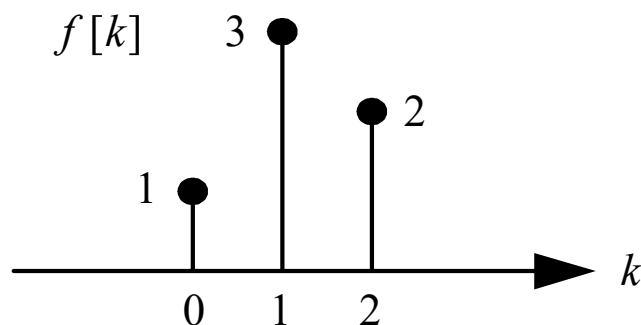
$x[n] \rightarrow x[nm]$   $m$  为正整数



## 五、离散信号的时域运算

### ➤ 内插(interpolation) $\uparrow M$

$$f_1[k] = \begin{cases} f[k/M] & k \text{ 是 } M \text{ 的整数倍} \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$



在序列2点之间插入 $M-1$ 个点

## 五、离散信号的时域运算

### 8. 卷积和

$$y(n) = x(n) * h(n) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} x(m)h(n-m)$$

卷积和运算的一般步骤为：

- (1) 换坐标：将原坐标 $n$ 换成 $m$ 坐标，而把 $n$ 视为 $m$ 坐标中的参变量。
- (2) 翻转：将 $h(m)$ 以 $m=0$ 的垂直轴为对称轴转成 $h(-m)$
- (3) 平移：当取某一定值 $n$ 时，将 $h(-m)$ 平移 $n$ ，即得 $h(n-m)$ 。
- (4) 相乘：将 $h(n-m)$ 和 $x(m)$ 的相同 $m$ 值的对应点值相乘。

注：离散信号的卷积性质与连续信号的卷积类似，交换律、分配律、结合律等，P124

**例题：课本P123 例2-7**

**要注意两个函数 $x$ 和 $y$ 的变量取值区间**



## 例题：课本P123 例2-7 要注意两个函数x和y的变量取值区间

已知

$$x(n) = \begin{cases} \frac{1}{2}n & 1 \leq n \leq 3 \\ 0 & \text{else} \end{cases}$$

$$y(n) = \begin{cases} 1 & 0 \leq n \leq 2 \\ 0 & \text{else} \end{cases}$$

求

$$\begin{aligned} z(n) &= x(n) * y(n) \\ &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} x(m) y(n-m) \end{aligned}$$

首先，

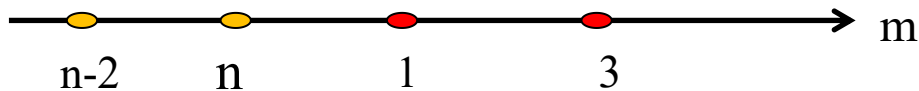
$$x(m) = \begin{cases} \frac{1}{2}m & 1 \leq m \leq 3 \\ 0 & \text{else} \end{cases}$$

$$y(n-m) = \begin{cases} 1 & n-2 \leq m \leq n \\ 0 & \text{else} \end{cases}$$

然后，

比较x和y的自变量m的取值区间：

1)  $n < 1$ ,  $x(m)$ 与 $y(n-m)$ 无交叉，  
故， $z(n) = 0$

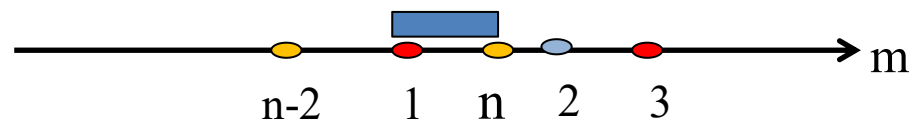


2)  $1 \leq n < 3$ , 即  $1 \leq n \leq 2$

x与y交叉范围:  $1 \leq m \leq n$

$$z(n) = \sum_{m=1}^n \frac{1}{2} m \times 1 = \frac{1}{4} n(n+1)$$

$$z(1) = \frac{1}{2}, z(2) = \frac{3}{2}$$



3)  $n \geq 3$  &  $1 \leq n-2 \leq 3$ , 即  $3 \leq n \leq 5$

x与y交叉范围:  $n-2 \leq m \leq 3$

m的下限  $n-2$  在变化

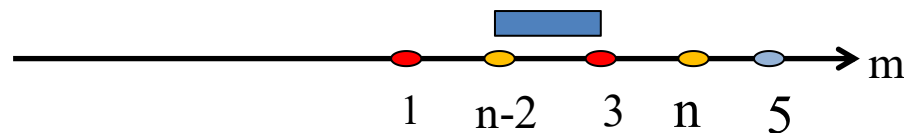
$$z(n=3) = \sum_{m=1}^3 \frac{1}{2} m \times 1 = 3$$

$$z(n=4) = \sum_{m=2}^3 \frac{1}{2} m \times 1 = \frac{5}{2}$$

$$z(n=5) = \sum_{m=3}^3 \frac{1}{2} m \times 1 = \frac{3}{2}$$

$$x(m) = \begin{cases} \frac{1}{2}m & 1 \leq m \leq 3 \\ 0 & \text{else} \end{cases}$$

$$y(n-m) = \begin{cases} 1 & n-2 \leq m \leq n \\ 0 & \text{else} \end{cases}$$



$$x(m) = \begin{cases} \frac{1}{2}m & 1 \leq m \leq 3 \\ 0 & \text{else} \end{cases}$$

$$y(n-m) = \begin{cases} 1 & n-2 \leq m \leq n \\ 0 & \text{else} \end{cases}$$

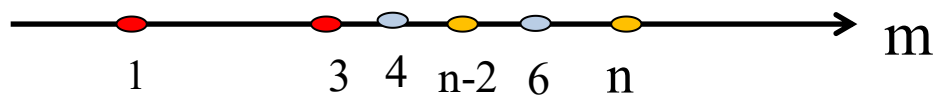
两个长度分别为**N**和**M**的序列求卷积和，其结果是一个长度为 **$L=N+M-1$** 的序列

4)  $n > 5$

即  $n \geq 6$ , 则

$x$ 与 $y$ 无交叉,

故  $z(n) = 0$



## 五、离散信号的时域运算

### 9. 两序列相关运算

$$R_{xy}(m) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)y(n+m)$$

$$R_{xy}(m) = x(m) * y(-m)$$

当  $y(n) = x(n)$  时，则有自相关序列

$$R_{xx}(m) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)x(n+m) = x(m) * x(-m)$$

具有偶对称性：

$$R_{xx}(m) = R_{xx}(-m)$$

当  $m = 0$  时，表示序列的总能量

$$R_{xx}(0) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x^2(n)$$