

# 2023 年「高等数学 1」杭电期中模拟试题一

MathHub



七星考研



未央学社

出题: MathHub

审题: 未央学社



HDU 数学营



未央学社公众号

本资料仅作为模拟练习之用,目的是为了帮助大家更有效地复习,并减轻对考试的担忧。请正确的对待此资料,共旨在辅助复习,而非预示具体的考试内容。我们鼓励同学们认真复习,大学学习主打理解,而非刷题,期望大家在期中考试中取得优异成绩。

## 1. 选择题

### ■ 题目 1

【     】

设  $y = \tan^2 x \sin \frac{1}{x}$ , 则当  $x \rightarrow 0$  时,  $y$  是

- A. 无穷小量                      B. 无穷大量                      C. 有界但非无穷小量                      D. 无界但非无穷大量

### ■ 答题区

### ■ 题目 2

【     】

下列各式中正确的是

- A.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin x}{x} = 1$                       B.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$                       C.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\arctan x}{x} = 1$                       D.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$

### ■ 答题区

■ 题目 3

【     】

设  $f'(0) = 2$ , 则  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(3 \sin x) - f(2 \arctan x)}{x} =$

A.  $\frac{1}{2}$

B. 2

C.  $\frac{1}{4}$

D. 4

■ 答题区

■ 题目 4

【     】

设函数  $g(x)$  可导,  $h(x) = e^{1+g(x)}$ , 其中  $h'(1) = 1, g'(1) = 2$ , 则  $g(1) =$

A.  $\ln 3 - 1$

B.  $-\ln 3 - 1$

C.  $-\ln 2 - 1$

D.  $\ln 2 - 1$

■ 答题区

■ 题目 5

【     】

曲线  $y_1 = ax^3 + 1$  与  $y_2 = e^x$  在  $x = 1$  处斜率相同, 则  $a =$

A.  $e$

B.  $\frac{e}{2}$

C.  $\frac{e}{3}$

D.  $\frac{e}{4}$

■ 答题区

■ 题目 6

【      】

设函数  $f(u)$  可导,  $y = f(x^2)$  当自变量  $x$  在  $x = -1$  处取得增量  $\Delta x = -0.1$  时, 相应的函数的增量  $\Delta y$  的线性主部为 0.1, 则  $f'(1) =$

A. -1

B. 0.1

C. 1

D. 0.5

■ 答题区

■ 题目 7

【      】

设  $f'(x_0) = f''(x_0) = 0$ ,  $f'''(x_0) > 0$ , 则下列选项正确的是

A.  $f'(x_0)$  是  $f(x)$

B.  $f(x_0)$  是  $f(x)$  的极大值

C.  $f'(x_0)$  是  $f(x)$  的极小值

D.  $(x_0, f(x_0))$  是曲线  $y = f(x)$  的拐点

■ 答题区

## 2. 填空题

### 题目 8

[      ]

设  $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n-1)x}{nx^2 + 1}$ , 则  $f(x)$  的间断点为  $x =$

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

### 答题区

### 题目 9

求极限  $L = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \ln(1+x)}{1 - \cos x} =$  .

### 答题区

### 题目 10

求参数方程的导数:  $\begin{cases} x = \cos t \\ y = \sin t + t \end{cases}$  求解结果 = .

### 答题区

### 题目 11

求曲线  $y = xe^{-x}$  的拐点及在拐点处的曲率分别为 .

### 3. 解答题

#### ■ 题目 12

求极限  $L = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{x^2-9}$ .

#### ■ 答题区

#### ■ 题目 13

求极限  $L = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[ \frac{1}{(n+1)^2} + \frac{1}{(n+2)^2} + \cdots + \frac{1}{(2n)^2} \right]$ .

#### ■ 答题区

#### ■ 题目 14

求极限  $L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{\ln n} \cdot (\sqrt[n]{n} - 1)$ .

#### ■ 答题区

#### ■ 题目 15

设  $y = f(\ln x) e^{f(x)}$ , 其中  $f$  可微, 则  $dy$  为?

■ 答题区

■ 题目 16

求极限  $L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{\ln n} \cdot (\sqrt[n]{n} - 1)$ .

■ 答题区

■ 题目 17

设函数  $y = y(x)$  由方程  $\ln(x^2 + y) = x^3 y + \sin x$  确定, 则  $\frac{dy}{dx} \big|_{x=0}$  为?

■ 题目 18

$y = x^{x^x}$ , 求  $y'$ .

■ 题目 19

求极限:  $L = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{5x-1} - \sqrt{2x+5}}{x^2 - 4}$ .

■ 答题区

■ 题目 20

设  $f(x) = (x^3 - 1)^n e^x$ , 求  $f^{(n)}(1)$ .

■ 题目 21

设  $y = \frac{e^x + 1}{e^x - 1}$ , 求

1. 函数的间断点并判断其类型.
2. 该函数的水平渐近线和垂直渐近线.

■ 答题区

■ 题目 22

讨论函数  $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{1 + e^{\frac{1}{x}}}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$  在点  $x = 0$  的连续性和可导性质.

■ 答题区

■ 题目 23

设  $0 < x < a$ , 对任意的自然数  $m, n$ , 试证:  $x^m (a - x)^n \leq \frac{m^m n^n}{(m + n)^{m+n}} a^{m+n}$ .

■ 答题区

■ 题目 24

设  $f(x)$  在  $[0, +\infty)$  上可导, 且  $0 \leq f(x) \leq \frac{x}{1 + x^2}$ . 证明: 存在  $\xi \in (0, +\infty)$  使得  $f'(\xi) = \frac{1 - \xi^2}{(1 + \xi^2)^2}$ .