P104-107.

第四次作业. 信号. ~~[illegible]~~

34. (1). $e^{at}u(t)$, $a>0$

$$X_b(s)=\int_0^{\infty}e^{at}\cdot e^{-st}dt=\int_0^{\infty}e^{(a-s)t}dt=\frac{1}{a-s}e^{(a-s)t}\Big|_0^{\infty}=-\frac{1}{a-s}\qquad(\sigma>a)$$

(3). $e^{-at}u(-t)$, $a>0$

$$X_b(s)=\int_{-\infty}^{0}e^{-(a+s)t}dt=\frac{1}{a+s}e^{-(a+s)t}\Big|_{-\infty}^{0}=\frac{1}{a+s}\qquad(\sigma<-a)$$

(8). $x(t)=\begin{cases}e^{-2t} & t>0\\ e^{3t} & t<0\end{cases}$

$$X_b(s)=\int_{-\infty}^{0}e^{3t}e^{-st}dt+\int_0^{\infty}e^{-2t}e^{-st}dt$$

$$=\frac{1}{3-s}e^{(3-s)t}\Big|_{-\infty}^{0}-\frac{1}{2+s}e^{-(2+s)t}\Big|_0^{\infty}$$

$$=\frac{1}{3-s}+\frac{1}{2+s}$$

$$=\frac{5}{(2+s)(3-s)}\qquad(-2<\sigma<3)$$

36. (3). $x(t)=e^{2t}u(-t)+e^{3t}u(-t)$

$$X_b(s)=\int_{-\infty}^{0}e^{2t}e^{-st}dt+\int_{-\infty}^{0}e^{3t}\cdot e^{-st}dt$$

$$=\frac{1}{2-s}e^{(2-s)t}\Big|_{-\infty}^{0}+\frac{1}{3-s}e^{(3-s)t}\Big|_{-\infty}^{0}$$

$$=\frac{1}{2-s}+\frac{1}{3-s}\qquad(\sigma<2)$$ 极点 $s=2$, $s=3$.

(4). $x(t)=te^{-2|t|}$

$\cancel{X_b(s)}$ 令 $y(t)=e^{-2|t|}$

则 $X_b(s)=\int_{-\infty}^{0}e^{2t}e^{-st}dt+\int_0^{\infty}e^{-2t}e^{-st}dt$

$$=\frac{1}{2-s}+\frac{1}{2+s}\qquad(-2<\sigma<2)$$

利用复频域微分特性.

极点 $s=2$.

$s=-2$.

$$X_b(s)=-\frac{1}{(2-s)^2}+\frac{1}{(s+2)^2}\qquad(-2<\sigma<2)$$

(7). $x(t) = \begin{cases} 1 & 0 \le t \le 1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$

零点: $e^{-s} = 1 = e^{j2k\pi}$

$X_L(s) = \int_0^1 e^{-st} dt = -\frac{1}{s} e^{-st} \Big|_0^1 = \frac{1-e^{-s}}{s}$

$\therefore s = j2k\pi$. $k = 0, \pm 1, \pm 2 \dots$

零点为 $s = j2k\pi$. 极点为 $s=0$. 收敛域为整个 s 平面.

(10). $x(t) = \delta(3t) + u(3t)$

$X_L(s) = [\delta(3t) + u(3t)] = [\frac{1}{3}\delta(\frac{t}{3}) + \frac{1}{3}u(\frac{t}{3})] = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{\frac{s}{3}} = \frac{s+3}{3s}$

零点 $s=-3$. 极点. $s=0$. 收敛域: $\sigma > 0$

38. (2). $[\sin(w_c t) + \cos(w_c t)]u(t)$.

$X_L(s) = \frac{w_c}{s^2 + w_c^2} + \frac{s}{s^2 + w_c^2}$ $\quad \sigma > 0$

(3). $[e^{-at} \cos(\beta t)]u(t)$.

$X_L(s) = \frac{s+a}{(s+a)^2 + \beta^2}$ $\quad \sigma > -a$

(5). $[t e^{-at} \cos(w_c t)]u(t)$.

利用微分特性.

$[t e^{-at} \cos(w_c t)]u(t) \leftrightarrow -\frac{d}{ds}\left[\frac{s+a}{(s+a)^2 + w_c^2}\right] = \frac{(s+a)^2 - w_c^2}{[(s+a)^2 + w_c^2]^2}$. $\quad \sigma > -a$

(6). $e^{-t} u(t-T)$

$\sigma > 1$

$u(t) \leftrightarrow \frac{1}{s}$

$u(t-T) \leftrightarrow e^{-sT_0} \cdot \frac{1}{s}$

$e^{-t} u(t-T) \leftrightarrow e^{-(s+1)T_0} \cdot \frac{1}{s+1}$

39. (3). $\frac{s+1}{(s+1)^2 + 9}$ $\quad Re(s) < -1$

$\leftrightarrow -e^{-t} \cos 3t \cdot u(-t)$

(5). $\frac{s+1}{s^2+5s+6}$ $\qquad -3<Re(s)<-2$

$$\frac{s+1}{s^2+5s+6} = \underbrace{\frac{2}{s+3}}_{\text{右边信号}} - \underbrace{\frac{1}{s+2}}_{\text{左边信号}}$$

$$\longleftrightarrow \quad 2e^{-3t}u(t) - (-e^{-2t}u(-t))$$

$$= 2e^{-3t}u(t) + e^{-2t}u(-t)$$

40、(1). $x(t)$的傅里叶变换存在,则收敛域需包含$j\omega$轴. 由零极点图可知. ~~$-1<\sigma<1$~~

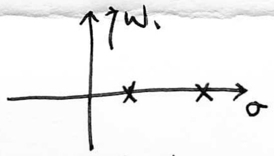
$-1<\sigma<1$

(2). $x(t)\cdot e^{2t}$的傅里叶变换存在.

$x(t)$的拉氏变换为 $X_L(s)=\frac{1}{(s+1)(s-1)}$ (由零极点图得到)

$x(t)\cdot e^{2t}$的拉氏变换为 $\frac{1}{(s+1-2)(s-1-2)} = \frac{1}{(s-1)(s-3)}$

该拉氏变换的极点为 $s=1$ 与 $s=3$.



若该函数的傅里叶变换存在,则收敛域需包含$j\omega$轴.

∴收敛域为 $\sigma<1$.

(3). $x(t)=0 \quad t>0$.

该信号为左边信号. $\qquad \sigma<-1$

(4). $x(t)=0, \quad t<5$.

该信号为右边信号. $\qquad \sigma>1$

41. (1). 由零极点图可知 $X_3(s)=\frac{K(s+1)}{(s+1)(s+3)}=K(\frac{2}{s+3}-\frac{1}{s+1})$

(2). 收敛域可能为 $\sigma<-3$. 此时信号为左边信号且不存在傅里叶变换.

收敛域也可能为 $\sigma<-1$ 此时信号为左边信号与右边信号的组合.
不存在傅里叶变换.

收敛域还可能为 $\sigma>-1$ 此时信号为右边信号. 存在傅里叶变换.