

■ 答题区

■ 题目 5

【 】

曲线 $y = \frac{x^2}{(x+1)}$

A. 没有渐近线

B. 既有铅直渐近线, 又有水平渐近线

C. 仅有铅直渐近线

D. 既有铅直渐近线, 又有斜渐近线

■ 答题区

■ 题目 6

【 】

使函数 $f(x) = \sqrt[3]{x^2(1-x)^2}$ 满足罗尔定理条件的区间是

A. $[0, 1]$

B. $[-1, 1]$

C. $[-2, 2]$

D. $[-3/5, 4/5]$

■ 答题区

■ 题目 7

【 】

已知实数 a, b 满足 $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - a}{x - a} = b$, 则 $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sin f(x) - \sin a}{x - a} =$

A. $b \sin a$

B. $b \cos a$

C. $b \sin f(a)$

D. $b \cos f(a)$

■ 答题区

■ 题目 8

【 】

曲线 $\begin{cases} x = t^2 + 7 \\ y = t^2 + 4t + 1 \end{cases}$ 上对应的 $t = 1$ 的点处的曲率半径是

A. $\frac{\sqrt{10}}{50}$

B. $\frac{\sqrt{10}}{100}$

C. $10\sqrt{10}$

D. $5\sqrt{5}$

■ 答题区

2. 填空题

题目 9

设 $f(x) = x(x-1)(x-2)\dots(x-99)$, 求 $f'(0) = \underline{\hspace{2cm}}$

答题区

题目 10

求解函数极限 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x^2}{\sin \pi x} = \underline{\hspace{2cm}}$

答题区

题目 11

设函数 $f(x)$ 在点 $x = a$ 处可导, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(a+x) - f(a-x)}{x} = \underline{\hspace{2cm}}$

答题区

题目 12

曲线 $y = x^2 + \ln x$ 在其拐点处的切线方程是 $\underline{\hspace{2cm}}$

答题区

3. 计算题

题目 13

求极限 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{3x+2}{3x-1} \right)^{2x-1}$.

答题区

题目 14

求极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n^2} \right) \cdot \left(1 + \frac{2}{n^2} \right) \cdots \left(1 + \frac{n}{n^2} \right)$.

■ 答题区

■ 题目 15

$y = \tan x + \sec x + 2$, 求 y' .

■ 答题区

■ 题目 16

设 $\begin{cases} x = a(t - \sin t) \\ y = a(1 - \cos t) \end{cases}$, 求 $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{t=\frac{\pi}{2}}$

■ 答题区

■ 题目 17

已知隐函数 $y = y(x)$ 由 $y = -ye^x + 2e^y \sin x - 7x$ 所确定, 求 $y'(0)$

■ 答题区

4. 综合题

■ 题目 18

$f(x) = \frac{x+9}{x^2-2x-3}$, 求 $f^{(n)}(x)$

■ 答题区

■ 题目 19

设 $f(x)$ 在 $x=2$ 连续, 且 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x-2} = 3$, 求 $f(2)$ 以及 $f'(2)$.

■ 答题区

■ 题目 20

极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + \sin x + \sin^2 x} - a - b \sin x}{x^2}$ 存在, 求出常数 a, b .

■ 答题区

5. 应用 & 证明题

■ 题目 21

在半径为 r 的球内内接一圆锥, 求圆锥体积的最大值.

■ 答题区

■ 题目 22

多项式 $P(x) = a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$ 的系数满足 $\sum_{i=1}^n a_i = 0$. 证明在 $(0, 2)$ 上多项式 $a_1t + 2a_2t^2 + \dots + na_nt^n = 0$ 有实数解.

■ 答题区