

实验三：应用 MATLAB 的滤波器设计

一、实验目的

1. 加深理解滤波器相关概念，并能够进行滤波器设计；
2. 利用 matlab 进行模拟滤波器的设计包括巴特沃斯滤波器、切比雪夫滤波器，以及模拟滤波器的频率变换；
3. 利用 matlab 进行数字滤波器设计，包括 IIR 和 FIR 数字滤波器。

二、实验内容

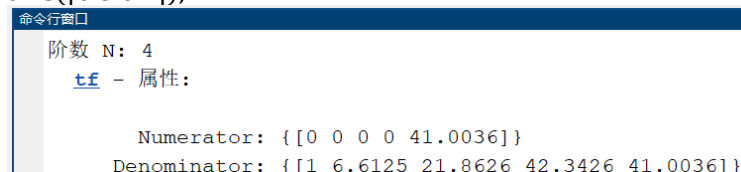
1、模拟滤波器设计。

(1) (教材 P269 例题) 设计一巴特沃斯低通滤波器，要求频域指标为：当 $\omega_1=2\text{rad/s}$ 时，其衰减不大于 3dB；当 $\omega_2=6\text{rad/s}$ 时，其衰减不小于 30dB。(请注意 3dB 截止频率在 matlab 中是否设置了)

要求：给出滤波器阶数 N ；滤波器传递函数 $H(s)$ ；并画出滤波器幅频特性。

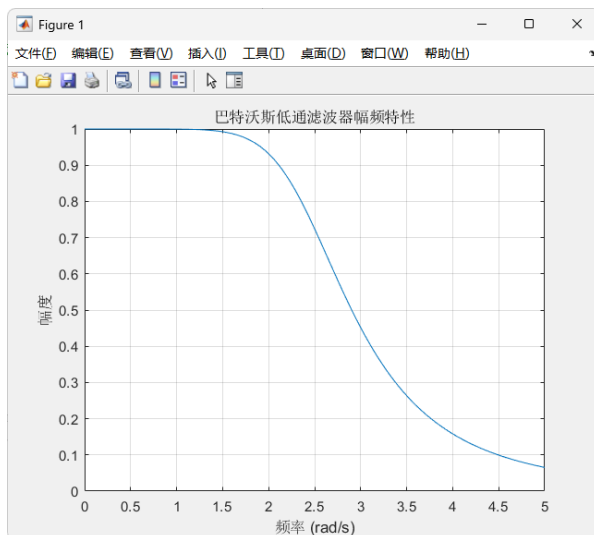
(提示：主要所使用的 MATLAB 函数：butter(), buttord(), freqs(), tf()等)

```
close all;clear;clc;
w1 = 2; % 3dB 截止频率 (rad/s)
w2 = 6; % 30dB 截止频率 (rad/s)
[N,Wn] = buttord(w1,w2,3,30,'s'); % 计算滤波器的阶数和截止频率
fprintf('阶数 N: %d\n',N);
% 计算滤波器传递函数
[b,a] = butter(N,Wn,'s');
H = tf(b,a);
disp(H);
w = linspace(0,5,1000); % 定义频率范围向量 w
Hfreq = freqs(b,a,w);
absHfreq = abs(Hfreq);
gyhf = absHfreq / max(absHfreq); % 将幅度归一化
% 画幅频特性
figure;
plot(w,gyhf); % 绘制归一化后的幅度
grid on;
title('巴特沃斯低通滤波器幅频特性');
xlabel('频率 (rad/s)');
ylabel('幅度');
axis([0 5 0 1]);
```



```
命令窗口
阶数 N: 4
tf - 属性:

    Numerator: {[0 0 0 0 41.0036]}
    Denominator: {[1 6.6125 21.8626 42.3426 41.0036]}
```



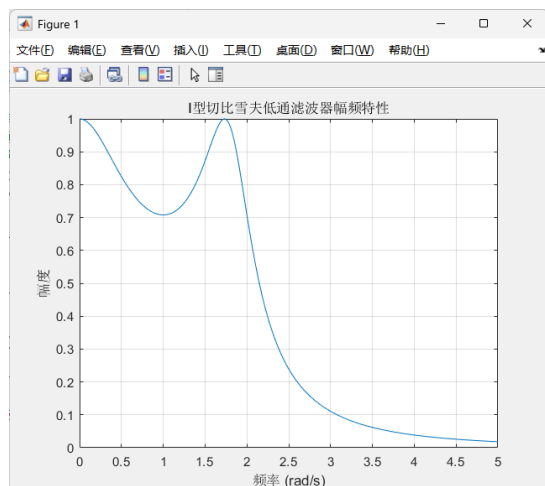
(2) 设计 I 型切比雪夫低通滤波器，频域指标与前面相同。

要求：给出滤波器阶数 N ；滤波器传递函数 $H(s)$ ；并画出滤波器幅频特性。

(提示：主要所使用的 MATLAB 函数：cheblord(), cheby1(), zp2tf(), freqs(), tf()等)

```
close all;clear;clc;
omega1 = 2; % 3dB 截止频率 (rad/s)
omega2 = 6; % 30dB 截止频率 (rad/s)
% 计算滤波器的阶数和截止频率
[N,Wn] = cheblord(omega1,omega2,3,30,'s');
fprintf('阶数 N: %d\n',N);
% 计算滤波器传递函数
[b,a] = cheby1(N,3,Wn,'s');
H = tf(b,a);
disp(H);
w = linspace(0,5,1000);
Hfreq = freqs(b,a,w);
abshf = abs(Hfreq);
gyhf = abshf / max(abshf);% 将幅度归一化
figure;
plot(w,gyhf); % 绘制归一化后的幅度
grid on;
title('I 型切比雪夫低通滤波器幅频特性');
xlabel('频率 (rad/s)');
ylabel('幅度');
axis([0 5 0 1]);
```

```
阶数 N: 3
tf - 属性:
    Numerator: {[0 0 0 2.0048]}
    Denominator: {[1 1.1945 3.7134 2.0048]}
```

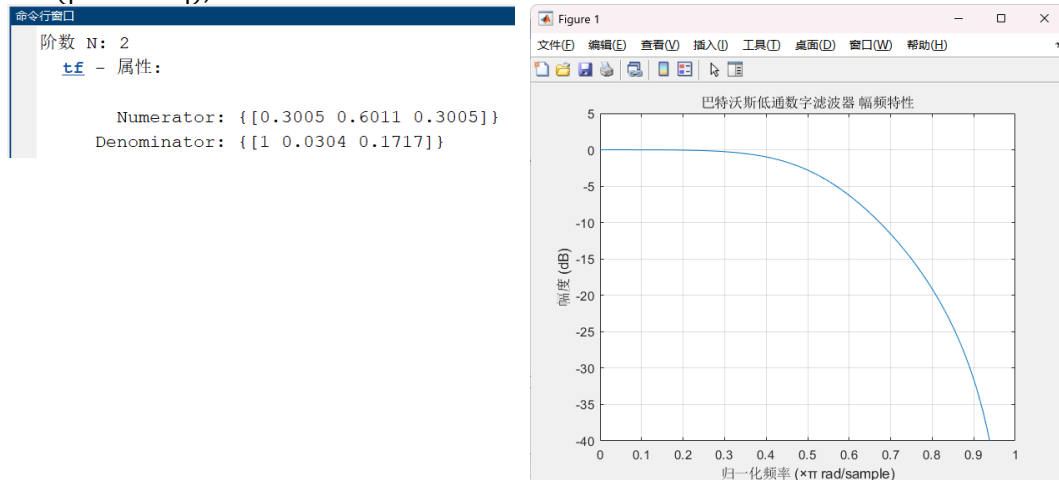


2、IIR 数字滤波器设计。

（教材 P288 例题 4-11）设计一巴特沃斯低通数字滤波器，要求如下：（1） $\Omega_p=0.5\pi$ rad，衰减不大于 3dB； $\Omega_s=0.75\pi$ rad，衰减不小于 15dB。（2）采样周期 $T=1s$ 。（可参考 312 页例 4-25）

要求：给出滤波器阶数 N ；数字滤波器系统函数 $H(z)$ ；并画出滤波器幅频特性。

```
close all;clear;clc;
Omega_p = 0.5 * pi; % 3dB 截止频率 (rad)
Omega_s = 0.75 * pi; % 15dB 截止频率 (rad)
T = 1; % 采样周期 (s)
% 计算滤波器的阶数和截止频率
[N, Wn] = buttord(Omega_p / pi, Omega_s / pi, 3, 15); % 归一化
fprintf('阶数 N: %d\n', N);
% 计算数字滤波器传递函数
[b, a] = butter(N, Wn);
Hz = tf(b, a, T); % 数字系统函数
disp(Hz);
% 画幅频特性
figure;
[Hfreq, W] = freqz(b, a, 1024);
plot(W/pi, 20*log10(abs(Hfreq)));
grid on;
title('巴特沃斯低通数字滤波器 幅频特性');
xlabel('归一化频率 ( $\times \pi$  rad/sample)');
ylabel('幅度 (dB)');
axis([0 1 -40 5]);
```



3、FIR 数字滤波器设计。

已知一个原始信号为 $x(t)=\sin(2\pi\times 400t)$ ，采样频率为 $f_s=1000\text{Hz}$ ，信号被叠加了白噪声污染，实际获得的信号为 $x_a(t)=x(t)+\text{randn}()$ ，设计一个 FIR 滤波器并恢复出原始信号。（可参考 P314 例程）。

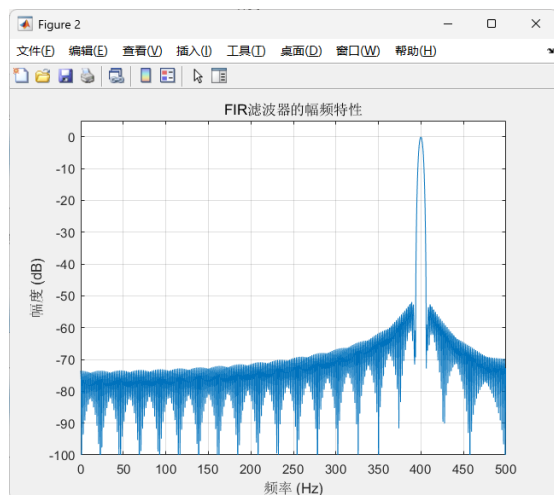
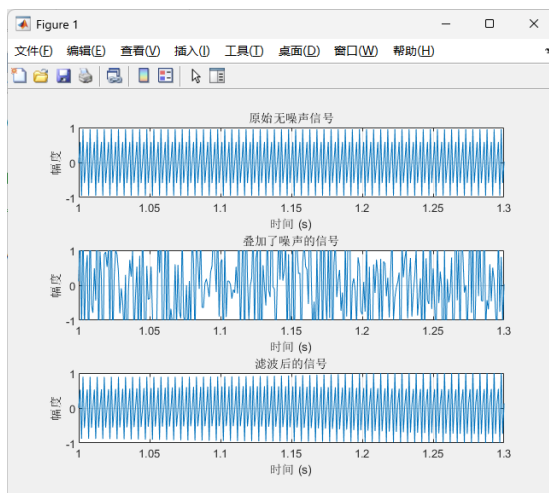
要求画出：滤波器幅频特性；原始无噪声信号；叠加了噪声的信号；滤波后的信号；

```
close all;clear;clc;
fs = 1000;% 采样频率 (Hz)
t = 0:1/fs:5;% 时间向量
f = 400;% 信号频率 (Hz)
x = sin(2*pi*f*t);% 原始信号
noise = randn(size(t));% 白噪声
```

```

xa = x + noise;% 叠加噪声的信号
n = 500;
f=[0 396/500 398/500 402/500 404/500 1];
m=[0 0 1 1 0 0];
b = fir2(n, f, m);
xf = filter(b, 1, xa);% 滤波后的信号
figure(1);
% 原始信号
subplot(3, 1, 1);
plot(t, x);
axis([1 1.3 -1 1]);
title('原始无噪声信号');
xlabel('时间 (s)');
ylabel('幅度');
grid on;
% 叠加噪声的信号
subplot(3, 1, 2);
plot(t, xa);
axis([1 1.3 -1 1]);
title('叠加了噪声的信号');
xlabel('时间 (s)');
ylabel('幅度');
grid on;
% 滤波后的信号
subplot(3, 1, 3);
plot(t, xf);
axis([1 1.3 -1 1]);
title('滤波后的信号');
xlabel('时间 (s)');
ylabel('幅度');
grid on;
% 绘制滤波器的幅频特性
figure(2);
[H, f] = freqz(b, 1, 1024, fs);% 计算频率响应
plot(f, 20*log10(abs(H)));% 幅度响应
title('FIR 滤波器的幅频特性');
xlabel('频率 (Hz)');
ylabel('幅度 (dB)');
grid on;
ylim([-100 5]);

```



三、问题记录

请记录调试过程中，碰到的问题（至少 3 个），以及相应的解决方法。

问题 1：函数输入频率的归一化

描述：在第 2 题设计 IIR 数字滤波器求阶数 N 过程中，若 `buttord` 函数中代入频率值为原始的 ω_p 和 ω_s ，会提示报错：【截止频率必须在(0,1)区间内】。

```
命令行窗口
错误使用 buttord
截止频率必须在 (0,1) 区间内。

出错 demo3_2 (第 6 行)
[N, Wn] = buttord(Omega_p, Omega_s, 3, 15); % 归一化
```

原始代码： `[N, Wn] = buttord(Omega_p, Omega_s, 3, 15);`

修改后代码： `[N, Wn] = buttord(Omega_p / pi, Omega_s / pi, 3, 15);`

参考《信号分析与处理》教材 P314：

`b = fir2(n, f, m)` 设计一个归一化的 n 阶 FIR 数字滤波器，其频率特性由 f 和 m 指定，向量 f 表示滤波器各频段频率，取值为 $0 \sim 1$ ，为 1 时对应于采样频率的一半。向量 m 表示 f 所表示的各频段对应幅值。可以指定所用窗函数，省略情况下默认使用汉明窗。函数返回滤波器系数向量 b 。

解释如下：

数字滤波器的频率设计中，频率通常是以相对于采样频率的一部分来表示的，称为归一化频率，其范围为 $[0,1]$ 。0 对应直流分量，1 对应奈奎斯特频率（即采样频率的一半）。

二者除以 π 进行归一化后，0.5 和 0.75 刚好都在 $[0.5, 1]$ 区间，可输入 `buttord` 函数进行运算。

问题 2：MATLAB 函数调用参数设置错误

描述：调用 `butter`、`cheby1`、`freqs` 等函数时，传递的参数（如滤波器阶数、截止频率）不匹配或格式错误。滤波器设计类型（模拟或数字）未正确指定。

解决方法：检查函数调用中的关键字参数（如 's' 表示模拟滤波器，'z' 表示数字滤波器）。对照 MATLAB 官方文档，确保函数输入参数格式正确。

问题 3：噪声信号的生成与处理

描述：在 FIR 滤波器设计部分，生成的噪声信号幅值太小或太大，影响实验效果。滤波后的信号仍有较大残余噪声。

解决方法：调整 `randn` 函数的输出比例，确保噪声信号在合理范围内。验证 FIR 滤波器的阻带衰减性能，必要时提高滤波器阶数以增强抑制效果。

四、总结与体会

本次实验使用 MATLAB 完成滤波器的阶数计算、传递函数设计以及频率响应的可视化分析。这些过程不仅加深了对滤波器设计理论的理解，也培养了将理论与实践相结合的能力。

实验过程中，深刻体会到参数选择对滤波器性能的显著影响，例如截止频率、阶数及幅频特性

指标的设置。通过对不同滤波器特性的对比，认识到巴特沃斯滤波器具有平坦的通带响应，而切比雪夫滤波器则通过增加通带纹波换取更陡峭的阻带衰减。这种设计权衡明确了工程设计中根据实际需求选择合适滤波器的重要性。

此外，实验中遇到了一些问题，例如**频率归一化单位转换的疏漏、参数设置不当导致的频率响应偏差，以及噪声信号处理中滤波效果不理想等**。这些问题通过查阅文档、调试代码得到了逐步解决，提升了解决实际问题的能力，同时也认识到细致严谨在工程实践中的重要性。