杭州电子科技大学《线性代数》往年期末试题

1. 已知三阶方阵A的特征值分别为1，2，3, 则$|A^2|=$ __________

2. 设A是正交阵，且$|A|<0$, 则$|A|=$ __________

3. 设$A=(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3)$为3阶方阵，若$\alpha_1,\alpha_2$线性无关且$\alpha_3=-\alpha_1+2\alpha_2$，
则齐次线性方程组$AX=0$的基础解系，所含向量的个数等于________

4. 向量组$\alpha_1=(1,1,0)^T,\alpha_2=(0,2,0)^T,\alpha_3=(1,3,1)^T$是线性______（相或无）关.

5. 向量组$\alpha_1=(1,a,1)^T,\alpha_2=(2,-1,2)^T,\alpha_3=(0,1,2)^T$线性相关，则$a=$ _______

6. 若基$\alpha_1=(1,2,3)^T,\alpha_2=(2,3,1)^T,\alpha_3=(3,1,2)^T$下的坐标为$(0,1,2)^T$,则向量$\alpha=$ ______

7. 设A是n阶可逆矩阵，λ为A的一个特征值，则A^*的一个特征值为 __________

8. $\lambda=2$是可逆矩阵A的一个特征值，则$(\frac{1}{3}A^2)^{-1}$的一个特征值为__________

9. 已知矩阵$\begin{pmatrix}22 & 30\\ -12 & X\end{pmatrix}$有一个特征向量$\begin{pmatrix}-5\\ 3\end{pmatrix}$,则$X=$ __________

10. 已知矩阵$A=\begin{pmatrix}-2 & -2 & 1\\ 2 & x & -2\\ 0 & 0 & 2\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}2 & 0 & 0\\ 0 & -1 & 0\\ 0 & 0 & y\end{pmatrix}$相似，则$x=$ ______ $y=$ ______

11. 二次型$f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2+4x_1x_2+x_2^2+3x_3^2$的正惯性指数为 ______

12. 设A与B都是n阶非零矩阵，且$AB=0$，则 ______
(A) $R(A)=0$ (B) $R(A)<n$
(C) $R(A)=n$ (D)$R(B)=0$

13. 若A为5×3矩阵，$R(A)=3$, 则下列结论中不正确的是
(A) A的3个列向量必线性无关
(B) A的5个行向量必线性相关
(C) A的行向量中必有3个行向量是线性无关的
(D) A的任意3个行向量必线性无关

14. 设A为$m\times n$矩阵， B为$n\times m$矩阵，则
(A) 当$m>n$时，必有行列式$|AB|\neq 0$
(B)当$m>n$时,必有行列式$|AB|=0$
(C)当$m<n$时, 必有必有行列式$|AB|\neq 0$
(D)当$m<n$时, 必有必有行列式$|AB|=0$

15. 设A为$m\times n$矩阵， 齐次线性方程组$AX=0$仅有零解的充分必要条件是
(A) A的列向量组线性无关
(B) A的列向量组线性相关
(C) A的行向量组线性无关
(D) A的行向量组线性相关

16. 已知向量$\boldsymbol{\beta} = (2000\ 2019\ 19)^T$可经向量组$\boldsymbol{\alpha_1} = (\lambda\ 2\ 10)^T, \boldsymbol{\alpha_2} = (-2\ 1\ 5)^T, \boldsymbol{\alpha_3} = (-1\ 1\ 4)^T$线性表示且表示形式唯一，试求$\lambda$.

17. 矩阵$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$相似于矩阵

(A) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ (B) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ (C) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ (D) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

18. 设A是正交阵，则下列矩阵中不是正交阵的是

(A) A^{-1} (B) A^T (C) A^3 (D) $3A$

19. 如果n元非齐次线性方程组$AX = b$的系数矩阵A的秩小于n，则

(A) 方程组有无穷多解

(B)方程组唯一

(C)方程组无解

(D)不能断定解的情况

20. 在向量组$\alpha_1 = (1, 0, 0, 0)^T, \alpha_2 = (1, 2, 0, 0)^T, \alpha_3 = (1, 2, -8, 4)^T$上添加向量$\alpha_4 = ($ $)$,可使$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$构成$\mathcal{R}^4$的一组基.

(A) $\alpha_4 = (1, 3, -2, 1)^T$

(B) $\alpha_4 = (0, 0, 1, 1)^T$

(C) $\alpha_4 = (0, 2, 2, -1)^T$

(D) $\alpha_4 = (1, -1, -4, 2)^T$

21. 设R^3的两组基(I)：$\alpha_1 = (1\ 1\ 1)^T$，$\alpha_2 = (1\ 0\ -1)^T$，$\alpha_3 = (1\ 0\ 1)^T$和基(II)：$\beta_1 = (1\ 2\ 1)^T$，$\beta_2 = (2\ 3\ 4)^T$，$\beta_3 = (3\ 4\ 3)^T$, 求由基(I)到基(II)的过渡矩阵.

22. 设齐次线性方程组$AX = 0$的解空间的维数为2，其中$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & t & t \\ 1 & t & 0 & 1 \end{pmatrix}$

求t的值.

23. 设三阶实对称矩阵$\boldsymbol{A}$的特征值为$\mathbf{1}$，$\mathbf{2}$，$\mathbf{3}$，对应于$\mathbf{1}$，$\mathbf{2}$的特征向量分别为
$\boldsymbol{\xi}_1=(-1,-1,1)^T,\boldsymbol{\xi}_2=(1,-2,-1)^T$,求对应于$\mathbf{3}$的特征值.

24. 已知$\boldsymbol{\xi}=(1,1,-1)^T$是矩阵$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}2&-1&2\\5&a&3\\-1&b&-2\end{pmatrix}$的一个特征向量，确定参数$\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$及特征向量$\boldsymbol{\xi}$所对应的特征值.

25. 设向量组$\boldsymbol{\alpha}_1=(1,2,1,3)^T$，$\boldsymbol{\alpha}_2=(4,-1,-5,-6)^T$，$\boldsymbol{\alpha}_3=(1,-3,-4,-7)^T,\boldsymbol{\alpha}_4=(-2,0,2,2)^T$,求$\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3,\boldsymbol{\alpha}_4$的一个极大无关组，并将其余向量用该极大无关组表示.

26. 设$\boldsymbol{\alpha}_1=(1,0,2,3)^T,\boldsymbol{\alpha}_2=(1,1,3,5)^T,\boldsymbol{\alpha}_3=(1,-1,a+2,1)^T,\boldsymbol{\alpha}_4=(1,2,4,a+8)^T$,
$\boldsymbol{\beta}=(1,1,b+3,5)^T$, 当$\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$取何值时，$\boldsymbol{\beta}$可由$\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3,\boldsymbol{\alpha}_4$线性表示，且表示法唯一.

27. 设向量组(I)：$\boldsymbol{\alpha_1}=(1,0,2)^T$， $\boldsymbol{\alpha_2}=(1,1,3)^T,\boldsymbol{\alpha_3}=(1,-1,a+2)^T$及向量组(II)：$\boldsymbol{\beta_1}=(1,2,a+3)^T$， $\boldsymbol{\beta_2}=(2,1,a+5)^T,\boldsymbol{\beta_3}=(2,1,a+4)^T$有相同的秩，求a的值.

28. 设矩阵$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}-1 & 1 & 0\\ -4 & 3 & 0\\ 1 & 0 & 2\end{pmatrix}$，判定矩阵$\boldsymbol{A}$能否与对角矩阵相似.

29. 设矩阵$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ a & 1 & 0 & 0\\ 2 & 3 & 2 & 0\\ 2 & 3 & c & 2\end{pmatrix}$可相似对角化，求$\boldsymbol{a},\boldsymbol{c}$.

30. 已知二次型$\boldsymbol{f(x_1,x_2,x_3)=2x_1^2+tx_2^2+tx_3^2+4x_1x_2-4x_1x_3}$正定，求$\boldsymbol{t}$的取值范围.

31. 几乎每年必考题型！

求一个正交变换$X=QY$，把实二次型$f(x_1,x_2,x_3)=2x_1^2+3x_2^2+3x_3^2+4x_2x_3$化为标准型，并写出正交线性变换.

32. 设η是非齐次线性方程组$AX=b$的一个解，$\xi_1,\xi_2\cdots,\xi_r$是其导出组$AX=0$的基础解系，证明：$\eta,\xi_1,\xi_2\cdots,\xi_r$线性无关.

33. 若A,B均为n阶矩阵，且$A=\frac{1}{2}(B+E)$,证明：$A^2=A$当且仅当$B^2=E$

34. 若A,B为两个n阶方阵，A的n个特征值两两互异，若A的特征向量总是B的特征向量，试证明：$AB=BA$.