一.填空题（每空题 2 分，共计 60 分）

1、A、B 是两个随机事件，已知 $p(A)=0.4, P(B)=0.5, p(AB)=0.3$，则 $p(A\cup B)=$ <u>0.6</u>，

$p(A-B)=$ <u>0.1</u>， $P(\bar{A}\cdot\bar{B})=$ <u>0.4</u>， $p(A|B)=$ <u>0.6</u>。

2、一个袋子中有大小相同的红球 6 只、黑球 4 只。（1）从中不放回地任取 2 只，则第一次、第二次取红色球的概率为： <u>1/3</u> 。（2）若有放回地任取 2 只，则第一次、第二次取红色球的概率为： <u>9/25</u> 。（3）若第一次取一只球观查球颜色后，追加一只与其颜色相同的球一并放入袋中后，再取第二只，则第一次、第二次取红色球的概率为： <u>21/55</u> 。

3、设随机变量 X 服从 B（2，0.5）的二项分布，则 $p\{X\ge 1\}=$ <u>0.75</u>, Y 服从二项分布 B(98, 0.5), X 与 Y 相互独立, 则 X+Y 服从 <u>B(100,0.5)</u>，E(X+Y)= <u>50</u> ，方差 D(X+Y)= <u>25</u> 。

4、甲、乙两个工厂生产同一种零件，设甲厂、乙厂的次品率分别为 0.1、0.15．现从由甲厂、乙厂的产品分别占 60%、40%的一批产品中随机抽取一件。

（1）抽到次品的概率为： <u>0.12</u> 。

（2）若发现该件是次品，则该次品为甲厂生产的概率为： <u>0.5</u> .

5、设二维随机向量 (X,Y) 的分布律如右，则 $a=$ <u>0.1</u>， $E(X)=$ <u>0.4</u>，

Y \ X	0	1
-1	0.2	0.3
1	0.4	a

X与Y 的协方差为: <u>- 0.2</u> ，

$Z=X+Y^2$ 的分布律为:

z	1	2
概率	0.6	0.4

6、若随机变量 $X\sim N(2,4)$ 且 $\Phi(1)=0.8413$， $\Phi(2)=0.9772$，则 $P\{-2<X<4\}=$ <u>0.815</u>，

$Y=2X+1$，则 $Y\sim N($ <u>5</u>， <u>16</u>)。

7、随机变量 X、Y 的数学期望 E(X)= -1，E(Y)=2, 方差 D(X)=1，D(Y)=2, 且 X、Y 相互独立，则：

$E(2X-Y)=$ <u>- 4</u> ， $D(2X-Y)=$ <u>6</u> 。

8、设 $D(X)=25, D(Y)=1, Cov(X,Y)=2$，则 $D(X+Y)=$ <u>30</u>

9、设 $X_1,\cdots,X_{26}$ 是总体 $N(8,16)$ 的容量为 26 的样本， $\bar{X}$ 为样本均值， S^2 为样本方差。则： $\bar{X}\sim N$ （8， <u>8/13</u> ）， $\frac{25}{16}S^2\sim$ <u>$\chi^2(25)$</u>， $\frac{\bar{X}-8}{s/\sqrt{25}}\sim$ <u>$t(25)$</u>。

二、（**6 分**）已知随机变量 X 的密度函数 $f(x)=\begin{cases} ax^2, & 0\le x\le 1 \\ 0 & ,\quad 其它 \end{cases}$

求：（1）常数 a，（2）$p(0.5<X<1.5)$（3）X 的分布函数 F（x）。

解:(1)由 $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx=1,$ 得 $a=3$ 2’

(2) $p(0.5<X<1\cdot 5)=\int_{0.5}^{1.5} f(x)dx=\int_{0.5}^{1} 3x^2dx=0.875$ 2’

(3) $F(x)=\begin{cases} 0 & x\le 0 \\ x^3, & 0<x\le 1 \\ 1 & ,\quad 1<x \end{cases}$ 2’

三、（**6 分**）设随机变量（X，Y）的联合概率密度为：$f(x,y)=\begin{cases} 2y, & 0\le x\le 1, 0\le y\le 1 \\ 0 & ,\quad 其它 \end{cases}$

求：（1）X，Y 的边缘密度，（2）讨论 X 与 Y 的独立性。

解:(1) X，Y 的边缘密度分别为:

$$f_X(x)=\begin{cases} \int_0^1 2\ ydy=1 & 0\le x\le 1 \\ 0 & 其他 \end{cases}$$

$$f_Y(y)=\begin{cases} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)dx=\int_0^1 2ydx=2y, & 0\le y\le 1 \\ 0 & 其他 \end{cases}$$

4’

(2)由(1)可见 $f(x,y)=f_X(x)\cdot f_Y(y)$，可知: X，Y 相互独立 2’

一. 填空题（每小题 2 分，共计 60 分）

1. 设随机试验 E 对应的样本空间为 S。 与其任何事件不相容的事件为<u>　不可能事件</u>， 而与其任何事件相互独立的事件为<u>　必然事件</u>；设 E 为等可能型试验，且 S 包含 10 个样本点，则按古典概率的定义其任一基本事件发生的概率为<u>　1/10</u>。

2. $P(A)=0.4, P(B)=0.3$。若 A 与 B 独立，则 $P(A-B)=$<u>　0。28　　</u>；若已知 A,B 中至少有一个事件发生的概率为 0.6，则 $P(A-B)=$<u>　0.3</u>，$P(A|B)=$<u>　1/3　</u>。

3、一个袋子中有大小相同的红球 5 只黑球 3 只，从中不放回地任取 2 只，则取到球颜色不同的概率为：<u>　15/28</u>。若有放回地回地任取 2 只，则取到球颜色不同的概率为：<u>　15/32　　　</u>。

4、$E(X)=D(X)=1$。若 X 服从泊松分布，则 $P\{X\ne 0\}=\underline{1-e^{-1}}$；若 X 服从均匀分布，则 $P\{X\ne 0\}=$<u>　0　</u>。

5、设 $X \sim N(\mu,\sigma^2)$，且 $P\{X<2\}=P\{X\ge 2\}$, $P\{2<X<4\}=0.3$，则 $\mu=$ __2__；$P\{X>0\}=$ __0.8__。

6、某体育彩票设有两个等级的奖励，一等奖为 4 元，二等奖 2 元，假设中一、二等奖的概率分别为 0.3 和 0.5，且每张彩票卖 2 元。是否买此彩票的明智选择为：__买__（买，不买或无所谓）。

7、若随机变量 $X \sim U(1,5)$，则 $p\{0\langle X \langle 4\}=$ __0.75__；$E(2X+1)=$ __7__，

$D(3X+1)=$ __12__.

8、设 $X \sim b(n,p), E(X)=2.4, D(X)=1.44$，则 $P\{X=n\}=$ __0.4^3__，并简化计算

$\sum_{k=0}^{6} k^2 \binom{6}{k} 0.4^k 0.6^{6-k}$ $=$ __$6\times0.4\times0.6+(6\times0.4)^2=7.2$__。

9、随机变量 X、Y 的数学期望 E(X)= -1，E(Y)=2, 方差 D(X)=1，D(Y)=2, 且 X、Y 相互独立，则：$E(2X-Y)=$

__-4__，$D(2X-Y)=$ __6__。

10、设 $X_1,\cdots,X_{16}$ 是总体 $N(20,4)$ 的容量为 16 的样本，$\overline{X}$ 为样本均值，S^2 为样本方差。

则：$\overline{X} \sim N$（20，__1/4__），$p\left\{\left|\overline{X}-20\right|>1\right\}$= __0.0556__，

$\frac{15}{16}S^2 \sim$ __$\chi^2(15)$__，$\frac{\overline{X}-20}{s/\sqrt{15}} \sim$ __t(15)__。

此题中 $\Phi(2)=0.9772$。

11、随机变量 X 的概率密度 $f(x)=\begin{cases}\lambda e^{-\lambda x}, & x>0\\ 0, & x\le 0\end{cases}$，则称 X 服从指数分布，$E(X)=\frac{1}{\lambda}$。

13、设二维随机向量 (X,Y) 的分布律是：

X \ Y	0	1
0	0.4	0.3
1	0.3	0

则 X 的方差 $D(X)=$ __0.21__；

X与Y 的相关系数为: ρ_{XY} = __3/7__。

二、（7 分）甲、乙、丙三个工厂生产同一种零件，设甲厂、乙厂、丙厂的次品率分别为 0.2，0.1，0.3．现从由甲厂、乙厂、丙厂的产品分别占 15%，80%，5%的一批产品中随机抽取一件，发现是次品，求该次品为甲厂生产的概率．

解：设 A_1,A_2,A_3 分别表示产品取自甲、乙、丙厂，

有：$p(A_1)=15\%, P(A_2)=80\%, P(A_3)=5\%$　　2’

B 表示取到次品，$p(B|A_1)=0.2, P(B|A_2)=0.1, P(B|A_3)=0.3$，　　2’

由贝叶斯公式：$p(A_1|B)=p(A_1)\cdot P(B|A_1)/(\sum_{k=1}^{3}p(A_k)\cdot P(B|A_k))=0.24$ 4’

三、（**7 分**）已知随机变量 X 的密度函数 $f(x)=\begin{cases}ax, & 0\le x\le 1\\ 0 & , \quad 其它\end{cases}$

求：（1）常数 a，（2）$p(0<X<0.5)$（3）X 的分布函数 F（x）。

解:(1)由 $\int_{-\infty}^{+\infty}f(x)dx=1$, 得 $a=2$ 2’

(2) $p(0.<X<1\cdot5)=\int_0^{0.5}f(x)dx=\int_0^{0.5}2xdx=0.25$ 3’

(3) $F(x)=\begin{cases}0 & x\le 0\\ x^2, & 0<x\le 1\\ 1 & , \quad 1<x\end{cases}$ 2’

四、（7 **分**）设随机变量（X，Y）的联合概率密度为：$f(x,y)=\begin{cases}4xy, & 0\le x\le 1, 0\le y\le 1\\ 0 & , \quad 其它\end{cases}$

求：（1）X，Y 的边缘密度，（2）由（1）判断 X，Y 的独立性。

解:(1) X，Y 的边缘密度分别为:

$$f_X(x)=\begin{cases}\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,y)dy=\int_0^1 4x\ ydy=2x, & 0\le x\le 1\\ 0 & 其他\end{cases}$$

5’

$$f_Y(y)=\begin{cases}\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,y)dx=\int_0^1 4xydx=2y, & 0\le y\le 1\\ 0 & 其他\end{cases}$$

(2)由(1)可见 $f(x,y)=f_X(x)\cdot f_Y(y)$，可知: X，Y 相互独立 2’

七、（5 分）某人寿保险公司每年有 10000 人投保，每人每年付 12 元的保费，如果该年内投保人死亡，保险公司应付 1000 元的赔偿费，已知一个人一年内死亡的概率为 0.0064。用中心极限定理近似计算该保险公司一年内的利润不少于 48000 元的概率。已知 $\phi(1)=0.8413$，$\phi(2)=0.9772$。

解:设 X 为该保险公司一年内的投保人死亡人数,则 X∽B(10000, 0. 0064)。

该保险公司的利润函数为：$L=120000-1000\times X$ 。 2 ‘

所以 $P\{L\ge 48000\}=P\{120000-1000\times X\ge 48000\}=P\{X\le 72\}$

$$=P\{\frac{X-64}{\sqrt{10000\times 0.0064\times 0.9936}}\le\frac{72-64}{7.996}\}\text{用中心极限定理}$$

$$\cong\phi(1)=0.8413$$ 3 ‘

答：该保险公司一年内的利润不少于 48000 元的概率为 0。8413

二．填空题（每小题 2 分，共计 60 分）

1、A、B 是两个随机事件，已知 $p(A)=0.5, p(B)=0.3$，则

a) 若 A,B 互斥，则 $p(A-B)=$ __0.5__;

b) 若 A,B 独立,则 $p(A\cup B)=$ __0.65__;

c) 若 $p(A\cdot B)=0.2$,则 $p(A|\bar{B})=$ __3/7__.

2、袋子中有大小相同的红球 7 只，黑球 3 只，

(1)从中不放回地任取 2 只，则第一、二次取到球颜色不同的概率为：__7/15__。

(2)若有放回地任取 2 只，则第一、二次取到球颜色不同的概率为：__21/50__。

(3)若第一次取一只球后再追加一只与其颜色相同的球一并放入袋中再取第二只球,则第一、二次取到球颜色不同的概率为：__21/55__.

3、设随机变量 X 服从泊松分布 $\pi(\lambda), p\{X=7\}=P\{X=8\}$，则 $E\{X\}=$ __8__.

4、设随机变量 X 服从 B（2，0. 8）的二项分布,则 $p\{X=2\}=$ __0.64__ , Y 服从 B（8，0. 8）的二项分布, 且 X 与 Y 相互独立，则 $P\{X+Y\geq 1\}$= __$1-0.2^{10}$__， $E(X+Y)=$ __8__。

5 设某学校外语统考学生成绩 X 服从正态分布 N（75，25），则该学校学生的及格率为 __0.9987__，成绩超过 85 分的学生占比 $P\{X\geq 85\}$ 为 __0.0228__。

其中标准正态分布函数值 $\Phi(1)=0.8413, \Phi(2)=0.9772, \Phi(3)=0.9987$.

6、设二维随机向量 (X,Y) 的分布律是有

Y \ X	0	1
-1	0.3	0.3
1	0.3	a

则 $a=$ __0.1__，X 的数学期望 $E(X)=$ __0.4__，X与Y 的相关系数 $\rho_{xy}=$ __-0.25__。

7、设 $X_1,\dots,X_{16}$ 及 $Y_1,\dots,Y_8$ 分别是总体 $N(8,16)$ 的容量为 16，8 的两个独立样本，$\bar{X},\bar{Y}$ 分别为样本均值，S_1^2,S_2^2 分别为样本方差。

则：$\bar{X}\sim$ __N(8,1)__，$\bar{X}-\bar{Y}\sim$ __N(0,1.5)__，$p\{|\bar{X}-\bar{Y}|>2\sqrt{1.5}\}$= __0.0456__，

$\frac{15}{16}S_1^2\sim$ __$\chi^2(15)$__，$\frac{S_1^2}{S_2^2}\sim$ __F(15,7)__。

此题中 $\Phi(1)=0.8413, \Phi(2)=0.9772, \Phi(3)=0.9987$

8、设 $X_1,.X_2,X_3$ 是总体 X 的样本，下列的统计量中，A，B，C 是 $E(X)$ 的无偏统计量， $E(X)$ 的无偏统计量中统计量 C 最有效。

A. $X_1+X_2-X_3$　　B. $2X_1-X_3$　C. $\frac{1}{3}(X_1+X_2-X_3)$　　D. X_1+X_2

9. 设某商店一天的客流量 X 是随机变量,服从泊松分布 $\pi(\lambda)$, $X_1,...,X_7$ 为总体 X 的样本， $E(X)$ 的矩估计量为 $\overline{X}$，160，168，152，153，159，167，161 为样本观测值，则 $E(X)$ 的矩估计值为 160

10、在假设检验中，容易犯两类错误，第一类错误是指： H_0 成立的条件下拒绝 H_0 的错误 ,也称为弃真错误。

二、(**6 分**) 已知随机变量 X 的密度函数 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{a}{x^2}, & 2\le x<+\infty\\ 0 \quad , & \text{其它}\end{cases}$

求：(1) 常数 a，（2） $p(0.5<X<4)$ （3）X 的分布函数 F（X）。

解:(1)由 $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx=1$, 得 $a=2$　　2’

(2) $p(0.5<X<4)=\int_{0.5}^{4} f(x)dx=\int_{2}^{4}\frac{2}{x^2}dx=0.5$　　2’

(3) $F(x)=\begin{cases}0 & x\le 2\\ 1-\dfrac{2}{x} & 2\le x<+\infty\end{cases}$　　2’

三、(**6 分**) 设随机变量 X，Y 的概率密度分别为： $f_X(x)=\begin{cases}e^{-x}, & 0\le x,\\ 0 \quad , & \text{其它}\end{cases}$

$f_Y(y)=\begin{cases}1, & 0\le y\le 1,\\ 0 \quad , & \text{其它}\end{cases}$，且随机变量 X，Y 相互独立。

（1）求（X，Y）的联合概率密度为： $f(x,y)$

（2）计算概率值 $p\{\ Y\ge 2X\ \}$。

解:(1)

X，Y 相互独立，可见（X，Y）的联合概率密度为 $f(x,y)=f_X(x)\cdot f_Y(y)$,

$f(x,y)=\begin{cases}e^{-x}, & 0\le x,0\le y\le 1\\ 0 \quad , & \text{其它}\end{cases}$　　2’

（2） $P(Y\ge 2X)=\iint\limits_{y\ge 2x} f(x,Y)dxdy=\int_0^1 dx\int_{2x}^1 e^{-x}dy$　　3’

$=3e^{-1}-1$

八、（6 分）某工厂要求供货商提供的元件一级品率为 90%以上，现有一供应商有一大批元件，经随机抽取 100 件，经检验发现有 84 件为一级品,试以 5%的显著性水平下，检验这个供应商提供的元件的一级品率是否达到该厂方的的要求。（已知 $Z_{0.05}=1.645$，提示用中心极限定理）

解 总体 X 服从 p 为参数的 0-1 分布，

$$H_0: p \ge p_0 = 0.9, \quad H_1: p < p_0 = 0.9$$ 2’

$X_1,\ldots,X_{100}$ 为总体 X 的样本，在 H_0 成立条件下，选择统计量

$Z=\dfrac{\overline{X}-p_0}{\sqrt{\dfrac{p_0(1-p_0)}{n}}}$，由 中心极限定理，$z$ 近似服从标准正态分布，则拒绝域为 $z<-z_{0.05}$

经计算该体 $z=-2<-z_{0.05}$，即得 Z 在拒绝域内, 故拒绝 H_0，

认为这个供应商提供的元件的一级品率没有达到该厂方的的要求

1、A、B 是两个随机事件，已知 $\mathrm{p(A)=0.25, p(B)=0.5, P(AB)=0.125}$，则

$\mathrm{p(A-B)=}$0.125____; $\mathrm{p(\overline{A}\cup\overline{B})=}$ 0.875____; $\mathrm{p(A|\overline{B})=}$ 0.5__.

2、袋子中有大小相同的 5 只白球， 4 只红球， 3 只黑球， 在其中任取 4 只

(1)4 只中恰有 2 只白球 1 只红球 1 只黑球的概率为：$\dfrac{C_5^2C_4^1C_3^1}{C_{12}^4}$.

(2) 4 只中至少有 2 只白球的概率为：$1-\dfrac{C_8^3C_4^1+C_8^4}{C_{12}^4}$.

(3) 4 只中没有白球的概率为：$\dfrac{C_7^4}{C_{12}^4}$

3、设随机变量 X 服从泊松分布 $\pi(\lambda), p\{X=5\}=P\{X=6\}$，则 E$\{$ X $\}$= 6__.

4、设随机变量 X 服从 B（2，0. 6）的二项分布,则 $p\{X=2\}=$ 0.36__ , Y 服从 B（8，0. 6）的二项分布, 且 X 与 Y 相互独立，则 $P\{X+Y\ge 1\}=$ $1-0.4^{10}$__， $E(X+Y)=$ 6__。

5 设某学校外语统考学生成绩 X 服从正态分布 N（70，16），则该学校学生的及格率为 0.9938__，成绩超过 74 分的学生占比 $P\{X\ge 74\}$ 为 0.1587__。

其中标准正态分布函数值 $\Phi(1)=0.8413, \Phi(2)=0.9772, \Phi(2.5)=0.9938.$

6、有甲乙两台设备生产相同的产品，甲生产的产品占 60%，次品率为 10%；乙生产的产品占 40%，次品率为 20%。(1) 若

随机地从这批产品中抽出一件,抽到次品的概率为<u> 0.14   </u>；（2）若随机地从这批产品中抽出一件，检验出为次品，则该产品是甲设备生产的概率是<u> 3/7 .</u>

7、设 $X_1,...,X_{10}$ 及 $Y_1,...,Y_{15}$ 分别是总体 $N(20,6)$ 的容量为 10，15 的两个独立样本，$\overline{X},\overline{Y}$ 分别为样本均值，S_1^2,S_2^2 分别为样本方差。

则：$\overline{X}\sim$ <u> N(20,3/5)   </u>，$\overline{X}-\overline{Y}\sim$ <u> N(0,1) </u>，$p\{|\overline{X}-\overline{Y}|>1\}$=<u> 0.3174 </u>，

$\frac{3}{2}S_1^2\sim \underline{\chi^2(9)}$，$\frac{S_1^2}{S_2^2}\sim$ <u> F(9,14)   </u>。

此题中 $\Phi(1)=0.8413$。此题中 $\Phi(1)=0.8413, \Phi(2)=0.9772, \Phi(3)=0.9987$

8、设 $X_1,.X_2,X_3$ 是总体 X 的样本，下列的 $E(X)$ 统计量中，<u>   C   </u>最有效。

A. $X_1+X_2-X_3$ B. $2X_1-X_3$ C. $\frac{1}{3}(X_1+X_2-X_3)$

9. 设某商店一天的客流量 X 是随机变量,服从泊松分布 $\pi(\lambda)$，$X_1,...,X_7$ 为总体 X 的样本，$E(X)$ 的矩估计量为 $\underline{\overline{X}}$，15,16,18,14,16,17,16 为样本观测值，则 $E(X)$ 的矩估计值为<u> 16   </u>

10、在假设检验中，往往发生两类错误，第一类错误是指<u> H_0 成立的条件下拒绝 H_0 的错误 </u>,第二类错误是指<u> H_1 成立的条件下拒绝 H_1 的错误   </u>,显著水平 α 是指控制第一类错误的概率<u> 小于 α .</u>

二、（**6 分**）已知随机变量 X 的密度函数 $f(x)=\begin{cases}\frac{a}{1+x^2}, & 0\le x<+\infty\\ 0 & ,\quad 其它\end{cases}$

求：（1）常数 a，（2）$p(-1<X<\sqrt{3})$（3）X 的分布函数 F（X）。

解:(1)由 $\int_{-\infty}^{+\infty}f(x)dx=1$,得 $a=\frac{2}{\pi}$ 2’

(2) $p(-1<X<\sqrt{3})=\int_{-1}^{\sqrt{3}}f(x)dx=\int_0^{\sqrt{3}}\frac{2}{\pi}\frac{1}{1+x^2}dx=\frac{2}{3}$ 2’

(3) $F(x)=\begin{cases}0 & x\le 0\\ \frac{\pi}{2}\ \text{arctanx} & 0\le x<+\infty\end{cases}$ 2’

三、（**6 分**）设随机变量 X，Y 的概率密度分别为：$f_X(x)=\begin{cases}\frac{x}{2}, & 0\le x\le 2,\\ 0 & ,\quad 其它\end{cases}$

$$f_Y(y)=\begin{cases}2y, & 0\le y\le 1,\\ 0 \quad , & 其它\end{cases}$$，且随机变量 X，Y 相互独立。

（1）求（X，Y）的联合概率密度为：$f(x,y)$

（2）计算概率值 $p\{\ Y\ge X^2\ \}$。

解:(1)X，Y 相互独立，可见（X，Y）的联合概率密度为 $f（x，y）= f_X（x）\cdot f_Y（y）$,

$$f(x,y)=\begin{cases}xy, & 0\le x\le 2, 0\le y\le 1\\ 0 \quad , & 其它\end{cases}$$ 2'

（2）$P(Y\ge X^2)=\iint\limits_{y\ge x^2} f(x,Y)dxdy=\int_0^1 dx\int_{x^2}^1 xydy \quad =\frac{1}{6}$ 3'

$E(\hat{u})=E(\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} X_k)=u$， 它为 u 的无偏估计量. 2'

.

$$\chi^2=\frac{(n-1)s^2}{0.5^2}=\frac{15\times 0.7^2}{0.5^2}=29.4>24.996$$ 2'

八、(6 分）某工厂要求供货商提供的元件一级品率为 90%以上，现有一供应商有一大批元件，经随机抽取 100 件，经检验发现有 84 件为一级品,试以 5%的显著性水平下，检验这个供应商提供的元件的一级品率是否达到该厂方的的要求。(已知 $Z_{0.05}=1.645$，提示用中心极限定理)

解 总体 X 服从 p 为参数的 0-1 分布，

$H_0: p\ge p_0=0.9,\quad H_1: p<p_0=0.9$ 2'

$X_1,\dots,X_{100}$ 为总体 X 的样本，在 H_0 成立条件下，选择统计量

$Z=\dfrac{\overline{X}-p_0}{\sqrt{\dfrac{p_0(1-p_0)}{n}}}$，由 中心极限定理，$z$ 近似服从标准正态分布，则拒绝域为 $z<-z_{0.05}$

经计算该体 $z=-2<-z_{0.05}$，即得 Z 在拒绝域内，故拒绝 H_0，

认为这个供应商提供的元件的一级品率没有达到该厂方的的要求

三. 填空题（每空题 3 分，共计 60 分）

1、A、B 是两个随机事件，已知 $p(A)=0.6, p(B)=0.5, p(AB)=0.3$，则

$p(A\cup B)=$ 0.8 、$p(A|\ B)=$ 0.6 ,事件 A,B 的相互独立性为： 相互独立 。

2、一个袋子中有大小相同的红球 6 只、黑球 3 只、白球 1 只，

(1)从中不放回地任取 2 只，则第一、二次取到红球的概率为：___1/3__。

(2)若有放回地任取 2 只，则第一、二次取到红球的概率为：_9/25_。

(3)若第一次取一只球后再追加一只与其颜色相同的球一并放入袋中再取第二只球,则第一、二次取到红球的概率为：__21/55__.

3、设随机变量 X 服从参数为 100 的泊松分布，则 $E(X)=D(X)=$__100__,利用“3σ” 法则，可以认为 X 的取值大多集中在_70 ---130_范围。

4、设随机变量 X 服从 N（500，1600）的正态分布,则 $p\{X\ge 580\}=$___0.0228___，Y 服从 N（500，900）的二项分布，且 X 与 Y 相互独立，则 $X+Y$ 服从_N（1000，2500）____分布;若 $p\{X+Y\ge a\}=0.05$, 则$a=$_1082.5__。$\Phi(1)=0.8413$；$\Phi(2)=0.9772$, $\Phi(1.645)=0.95$

5.已知随机变量 X 的密度函数 $f(x)=\begin{cases}2x, & 0\le x\le 1\\ 0, & \text{其它}\end{cases}$

则:（1） $p(0.5<X<1.5)=$_0.75____

（2）X 的分布函数 F（x）=__$F(x)=\begin{cases}0 & x\le 0\\ x^2, & 0<x\le 1\\ 1, & 1<x\end{cases}$__。

6、设随机变量(X,Y)具有 $D(X)=9, D(Y)=4$，$\rho_{XY}=-1/6$，则 $D(X+Y)=$_11__，$D(X-3Y+4)=$_51_。

7、两个可靠性为 p>0 的电子元件独立工作，

（1）若把它们串联成一个系统，则系统的可靠性为：p^2；

（2）若把它们并联成一个系统，则系统的可靠性为：$1-(1-p)^2$；

8、若随机变量 $X\sim U(0,3)$，则 $p\{-1<X<2\}=$_2/3；$E(X)=$_1.5_，

$D(2X+1)=$___3___.

二、(**6 分**)计算机中心有三台打字机 A,B,C，程序交与各打字机打字的概率依次为 0.6, 0.3, 0.1，打字机发生故障的概率依次为 0.01, 0.05, 0.04。已知一程序因打字机发生故障而被破坏了，求该程序是在 A,B,C 上打字的概率分别为多少?

解：设“程序因打字机发生故障而被破坏”记为事件 M，“程序在 A,B,C 三台打字机上打字”分别记为事件 N_1,N_2,N_3。则根据全概率公式有

$$P(M)=\sum_{i=1}^{3}P(N_i)P(M\mid N_i)=0.6\times0.01+0.3\times0.05+0.1\times0.04=0.025,$$

根据 Bayes 公式，该程序是在 A,B,C 上打字的概率分别为

$$P(N_1 | M) = \frac{P(N_1)P(M | N_1)}{P(M)} = \frac{0.6\times 0.01}{0.025} = 0.24,$$

$$P(N_2 | M) = \frac{P(N_2)P(M | N_2)}{P(M)} = \frac{0.3\times 0.05}{0.025} = 0.60,$$

$$P(N_3 | M) = \frac{P(N_3)P(M | N_3)}{P(M)} = \frac{0.1\times 0.04}{0.025} = 0.16。$$

三、（**6 分**）设随机变量 X，Y 的概率密度分别为：$f_X(x)=\begin{cases} e^{-x}, & 0\le x, \\ 0, & 其它 \end{cases}$，

$f_Y(y)=\begin{cases} 2y, & 0\le y\le 1, \\ 0, & 其它 \end{cases}$，且随机变量 X，Y 相互独立。

（1）求（X，Y）的联合概率密度为：$f(x,y)$

（2）计算概率值 $p\{\ Y\le 2X\ \}$。

解:(1)

X，Y 相互独立，可见（X，Y）的联合概率密度为 $f(x，y)=f_X(x)\cdot f_Y(y)$,

$$f(x,y)=\begin{cases} 2e^{-x}y, & 0\le x, 0\le y\le 1 \\ 0, & 其它 \end{cases} \qquad 3'$$

$$P(Y<2X)=\iint\limits_{y<2x} f(x,Y)dxdy=\int_0^1 dy\int_{\frac{y}{2}}^{\infty} 2e^{-x}ydx = 2-e^{-1/2} \qquad 3'$$