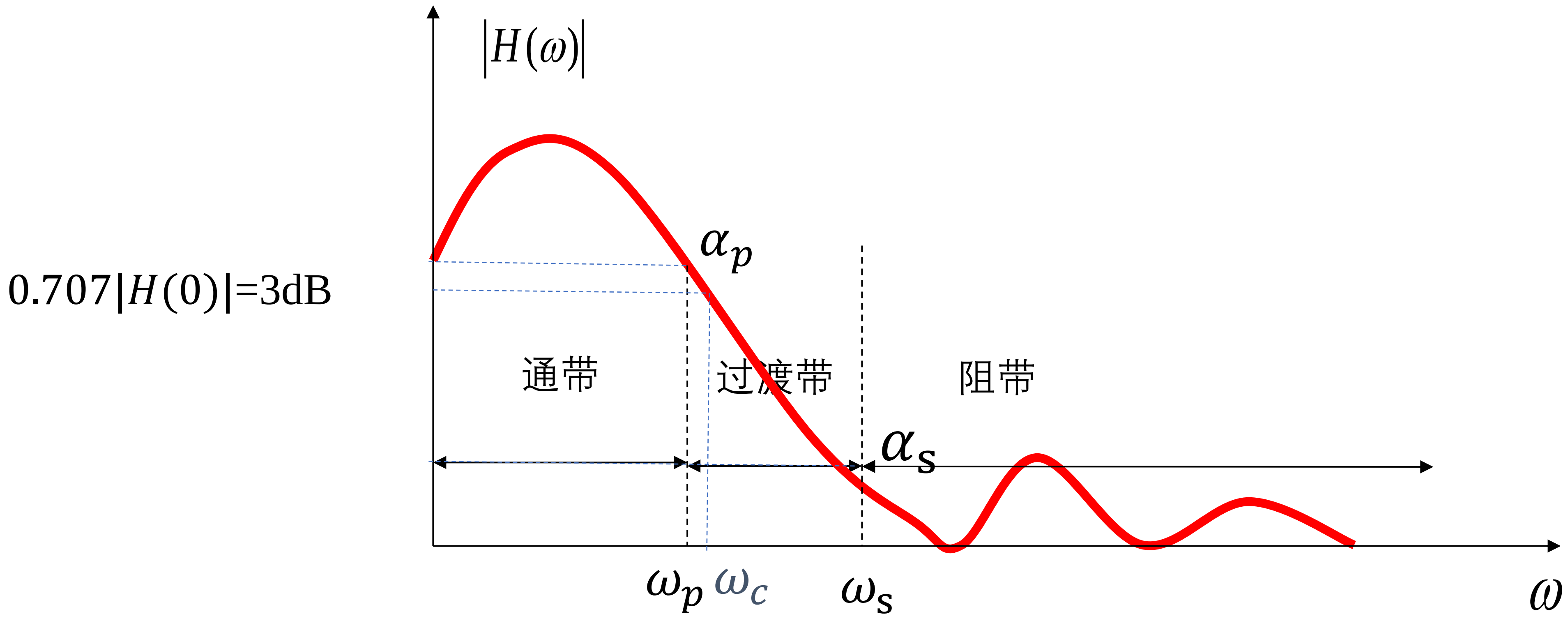
1118作业详解

1118复习要点

- ➢ 重点掌握线性时不变系统的响应的**复频域/z域分析法**
  - ✓ 熟悉掌握利用z变换求解离散LTI系统的全响应、零输入响应和零状态响应（主要利用了单边z变换的时移性质）
  - ✓ 掌握系统函数H(s)/H(z)的求解，深入理解系统函数与单位冲激响应h(t)/h(n)、系统频率特性的关系， 系统函数的零极点分布
  - ✓ 了解因果系统、稳定系统的判定条件（几个充要条件）
- ➢ 重点掌握**可实现滤波器的特点和技术指标**
  - ✓ 理解滤波器的定义、基本原理、分类（特别是低通、高通、带通、带阻）
  - ✓ 深入理解可实现滤波器的特点，通带、止带、过渡带的定义，-3dB点
  - ✓ 重点掌握可实现滤波器的技术指标，特别是截止频率、衰减函数、通带衰减、通带截止频率、止带衰减、止带截止频率、带宽等
- ➢ 自习3.4数字信号处理技术部分，了解数字信号处理的概念、特点，实现方式和相关误差来源

滤波器的技术指标

$$\alpha = 20\lg\frac{|H(0)|}{|H(\omega)|} = -20\lg|H(\omega)| = -10\lg|H(\omega)|^2$$



滤波器容差图

1118 课后作业（7题）

- 第四章习题P259
- 23

2. 已知系统频率特性 $H(\omega)=\dfrac{j\omega}{-\omega^2+j5\omega+6}$，系统的初始状态 $y(0)=2, y'(0)=1$，激励

$x(t)=e^{-t}U(t)$。求全响应 $y(t)$。

4.18 已知某连续时间 LTI 因果系统的微分方程为 $y''(t)+3y'(t)+2y(t)=f(t)$。

（1）确定该系统的系统函数 $H(s)$；

（2）判断系统的稳定性，若系统是稳定的，求出系统的频率响应，讨论其幅频和相频特性；

（3）求系统的单位冲激响应 $h(t)$ 及单位阶跃响应 $g(t)$；

（4）若系统输入 $f(t)=e^{-t}U(t)$，求输出响应 $y_f(t)$；

（5）当系统输出的拉氏变换为 $Y(s)=\dfrac{s+1}{(s+2)^2}$ 时，求系统的输入 $f(t)$。

1118课后作业（7题）

6.6　求下列系统的全响应并指出零输入和零状态响应。

(1) $y(n+2)-3y(n+1)+2y(n)=U(n+1)-2U(n)$，　$y_x(0)=y_x(1)=1$

【例 6-23】　已知因果离散系统的系统函数为 $H(z)=\dfrac{2z}{z^2-4z+3}$，$f(n)=2^nU(n)$，$y(-1)=2$，$y(-2)=4/3$。求全响应 $y(n)$。

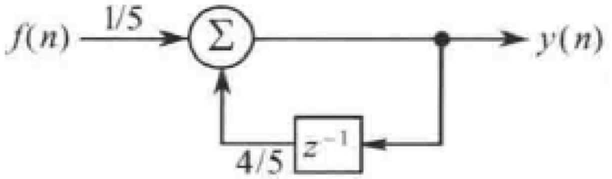
【例 6-15】　某 LTI 离散系统的差分方程为 $y(n)-0.5y(n-1)=f(n)$。

(1) 求系统函数 $H(z)$ 并确定可能的单位样值响应，说明系统的因果性与稳定性。

(2) 求由该差分方程描述的因果系统在 $f(n)=u(n)$ 作用下的零状态响应。

6.26　已知一阶因果离散系统的系统框图如习图 6-9 所示，求：

（1）系统的差分方程；（2）若系统激励为 $f(n)=1+\cos\left(\dfrac{n\pi}{6}\right)+\cos(n\pi)$，求稳态响应。



23. 已知如图 3-51 所示系统。

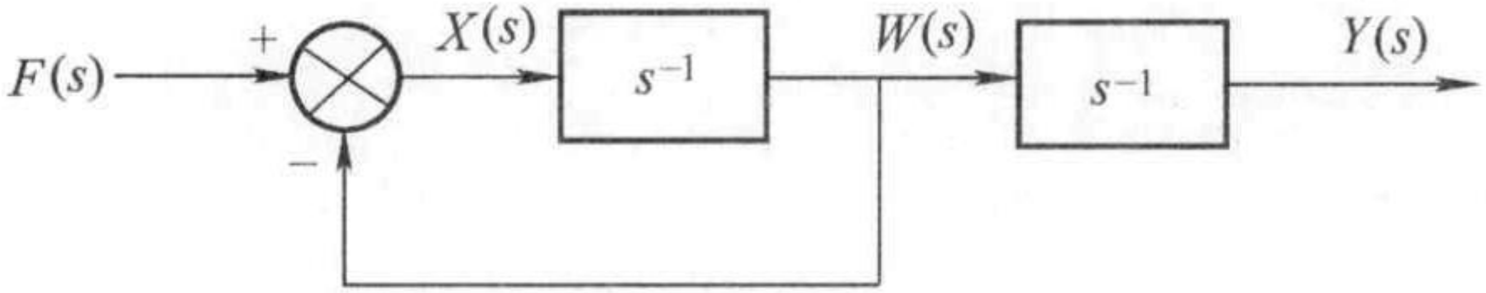


图 3-51　题 23 图

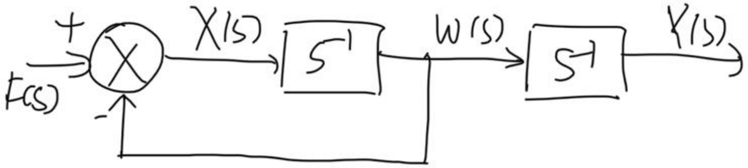
（1）求 $H(s)=\dfrac{Y(s)}{F(s)}$。

（2）求冲激响应 $h(t)$ 与阶跃响应 $g(t)$。

（3）若 $f(t)=U(t-1)-U(t-2)$，求零状态响应 $y(t)$。

(1) 求 $H(s)=\dfrac{Y(s)}{F(s)}$。

23.



由图得

$$\begin{cases} X(s)=F(s)-W(s)\\ s^{-1}X(s)=W(s)\\ Y(s)=s^{-1}W(s)\end{cases} \Rightarrow H(s)=\frac{Y(s)}{F(s)}=\frac{1}{s^2+s}$$

$$=\frac{1}{s(s+1)}=\frac{1}{s}-\frac{1}{s+1}$$

(2) 求冲激响应 $h(t)$ 与阶跃响应 $g(t)$。

$$h(t)=\mathcal{L}^{-1}[H(s)]=u(t)-e^{-t}u(t)$$

$$g(t)\overset{\mathcal{L}}{\longleftrightarrow}G(s)$$

$$G(s)=U(s)H(s)=\frac{1}{s}\left(\frac{1}{s}-\frac{1}{s+1}\right)=\frac{1}{s^2}-\frac{1}{s}+\frac{1}{s+1}$$

$$g(t)=\mathcal{L}^{-1}[G(s)]=tu(t)-u(t)+e^{-t}u(t)$$

(3) 若 $f(t)=U(t-1)-U(t-2)$，求零状态响应 $y(t)$。

$$f(t)=u(t-1)-u(t-2)\overset{\mathcal{L}}{\longleftrightarrow}F(s)$$

$$F(s)=e^{-s}\frac{1}{s}-e^{-2s}\frac{1}{s}$$

$$\therefore Y(s)=F(s)\cdot H(s)=\left(e^{-s}-e^{-2s}\right)\left(\frac{1}{s^2}-\frac{1}{s}+\frac{1}{s+1}\right)$$

$$=e^{-s}\frac{1}{s^2}-e^{-s}\frac{1}{s}+e^{-s}\frac{1}{s+1}-e^{-2s}\frac{1}{s^2}+e^{-2s}\frac{1}{s}-e^{-2s}\frac{1}{s+1}$$

$$\overset{\mathcal{L}^{-1}}{\longleftrightarrow} y(t)=(t-1)u(t-1)-u(t-1)+e^{-(t-1)}u(t-1)$$

$$-(t-2)u(t-2)+u(t-2)-e^{-(t-2)}u(t-2)$$

2. 已知系统频率特性 $H(\omega)=\dfrac{j\omega}{-\omega^2+j5\omega+6}$，系统的初始状态 $y(0)=2, y'(0)=1$，激励 $x(t)=e^{-t}U(t)$。求全响应 $y(t)$。

2 $H(\omega)=\dfrac{j\omega}{-\omega^2+j5\omega+6}$ ，$y(0)=2$ ，$y'(0)=1$

$x(t)=e^{-t}U(t)$　　设 $y(t)$ 对 $Y(s)$ ，$x(t)$ 对 $X(s)=\frac{1}{s+1}$

$s=j\omega$ ，由 $H(\omega)\to H(s)$

$H(s)=\dfrac{s}{s^2+5s+6}=\dfrac{Y(s)}{X(s)}$

由此可得系统动态方程为 $y''(t)+5y'(t)+6y(t)=x'(t)$

对上述方程两边作拉氏变换，并结合微分性质，得

$$s^2Y(s)-sy(0)-y'(0)+5[sY(s)-y(0)]+6Y(s)=sX(s)$$

$$\Rightarrow Y(s)=\frac{s}{s^2+5s+6}X(s)+\frac{sy(0)+y'(0)+5y(0)}{s^2+5s+6}$$

$$=Y_{zs}(s)+Y_{zi}(s)$$

$$Y_{zs}(s)=\frac{s}{s^2+5s+6}X(s)=\frac{s}{s^2+5s+6}\,\frac{1}{s+1}=\frac{\frac{1}{2}}{s+1}+\frac{2}{s+2}+\frac{-\frac{3}{2}}{s+3}$$

$$y_{zs}(t)=\mathcal{L}^{-1}[Y_{zs}(s)]=\frac{1}{2}e^{-t}u(t)+2e^{-2t}u(t)-\frac{3}{2}e^{-3t}u(t)$$

$$Y_{zi}(s)=\frac{sy(0)+y'(0)+5y(0)}{s^2+5s+6}=\frac{2s+1+10}{s^2+5s+6}=\frac{2s+11}{s^2+5s+6}=\frac{7}{s+2}-\frac{5}{s+3}$$

$$y_{zi}(t)=\mathcal{L}^{-1}[Y_{zi}(s)]=7e^{-2t}u(t)-5e^{-3t}u(t)$$

$$y(t)=y_{zs}(t)+y_{zi}(t)=\frac{1}{2}e^{-t}u(t)+2e^{-2t}u(t)-\frac{3}{2}e^{-3t}u(t)$$
$$+7e^{-2t}u(t)-5e^{-3t}u(t)$$

$$=\frac{1}{2}e^{-t}u(t)+9e^{-2t}u(t)-\frac{13}{2}e^{-3t}u(t)$$

4.18 已知某连续时间 LTI 因果系统的微分方程为 $y''(t)+3y'(t)+2y(t)=f(t)$。

(1) 确定该系统的系统函数 $H(s)$；

(2) 判断系统的稳定性，若系统是稳定的，求出系统的频率响应，讨论其幅频和相频特性；

(3) 求系统的单位冲激响应 $h(t)$ 及单位阶跃响应 $g(t)$；

(4) 若系统输入 $f(t)=e^{-t}U(t)$，求输出响应 $y_f(t)$；

(5) 当系统输出的拉氏变换为 $Y(s)=\dfrac{s+1}{(s+2)^2}$ 时，求系统的输入 $f(t)$。

4.18 $y''(t)+3y'(t)+2y(t)=f(t)$ 设 $y(t)$ 为 $Y(s)$，$f(t)$ 为 $F(s)$，$y_{zs}(t)$ 为 …

(1) 零状态响应，初始值为0

系统方程两边作Laplace变换

$$s^2Y_{zs}(s)+3sY_{zs}(s)+2Y_{zs}(s)=F(s)$$

$$\Rightarrow H(s)=\frac{Y_{zs}(s)}{F(s)}=\frac{1}{s^2+3s+2}$$

(2) 极点 -1，-2 均在S左半平面

∴系统是稳定的

$$\therefore H(\omega)=H(s)|_{s=j\omega}=\frac{1}{(j\omega)^2+3j\omega+2}=\frac{1}{-\omega^2+3j\omega+2}$$

$$=\frac{-\omega^2+2-3j\omega}{(-\omega^2+2)+9\omega^2}=\frac{2-\omega^2}{8\omega^2+2}+j\frac{-3\omega}{8\omega^2+2}$$

$$\therefore \text{幅频特性}\ |H(\omega)|=\sqrt{\left(\frac{2-\omega^2}{8\omega^2+2}\right)^2+\left(\frac{-3\omega}{8\omega^2+2}\right)^2}$$

$$=\frac{4+5\omega^2+\omega^4}{8\omega^2+2}$$

$$\text{相频特性}\ |H(\omega)|=\arctan\frac{\frac{-3\omega}{8\omega^2+2}}{\frac{2-\omega^2}{8\omega^2+2}}$$

$$=-\arctan\frac{3\omega}{2-\omega^2}$$

$$h(t)=\mathcal{L}^{-1}(H(s))=\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{s^2+3s+2}\right]=\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{s+1}-\frac{1}{s+2}\right]$$

$$=e^{-t}u(t)+e^{-2t}u(t)$$

因果系统

(3) $h(t)=\mathcal{L}^{-1}(H(s))=\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{s^2+3s+2}\right]=\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{s+1}-\frac{1}{s+2}\right]$

$=e^{-t}u(t)+e^{-2t}u(t)$

设 $g(t)\overset{\mathcal{L}}{\longleftrightarrow}G(s)$

$G(s)=U(s)H(s)=\frac{1}{s}\cdot\frac{1}{(s+1)(s+2)}=\frac{\frac{1}{2}}{s}+\frac{-1}{s+1}+\frac{\frac{1}{2}}{s+2}$

$\therefore g(t)=\mathcal{L}^{-1}[G(s)]=\frac{1}{2}u(t)-e^{-t}u(t)+\frac{1}{2}e^{-2t}u(t)$

(4) $f(t)=e^{-t}u(t)\overset{\mathcal{L}}{\longleftrightarrow}F(s)=\frac{1}{s+1}$

$y_f(t)\overset{\mathcal{L}}{\longleftrightarrow}Y_f(s)=F(s)H(s)=\frac{1}{s+1}\left(\frac{1}{s+1}-\frac{1}{s+2}\right)$

$=\frac{1}{(s+1)^2}-\frac{1}{s+1}+\frac{1}{s+2}$

$\therefore y_f(t)=te^{-t}u(t)-e^{-t}u(t)+e^{-2t}u(t)$

(5) $Y(s)=\frac{s+1}{(s+2)^2}\qquad H(s)=\frac{1}{(s+1)(s+2)}$

$F(s)=\frac{Y(s)}{H(s)}=\frac{\frac{s+1}{(s+2)^2}}{\frac{1}{(s+1)(s+2)}}=\frac{(s+1)^2}{s+2}=\frac{s^2+2s+1}{s+2}$

$=s+\frac{1}{s+2}$

$\overset{\mathcal{L}^{-1}}{\longleftrightarrow} f(t)=\delta'(t)+e^{-2t}u(t)$

6.6 求下列系统的全响应并指出零输入和零状态响应。

(1) $y(n+2)-3y(n+1)+2y(n)=U(n+1)-2U(n)$, $y_x(0)=y_x(1)=1$

6.6 $y(n+2)-3y(n+1)+2y(n)=U(n+1)-2U(n)$

$y_x(0)=y_x(1)=1$ 设 $y(n)\overset{\mathcal{Z}}{\leftrightarrow}Y(z)$

$u(n)\overset{\mathcal{Z}}{\leftrightarrow}\frac{1}{1-z^{-1}}$ $u(n+1)\overset{\mathcal{Z}}{\leftrightarrow}z\frac{1}{1-z^{-1}}$

两边作z变换 并结合时移性质，得

$$z^2Y(z)-z^2y(0)-zy(1)-3[zY(z)-zy(0)]+2Y(z)=\frac{z-2}{1-z^{-1}}$$

$$\Rightarrow Y(z)=\frac{1}{z^2-3z+2}\cdot\frac{z-2}{1-z^{-1}}+\frac{z^2y(0)+zy(1)-3zy(0)}{z^2-3z+2}$$

$$=\underbrace{\frac{1}{(z-1)(z-2)}\frac{z(z-2)}{z-1}}_{Y_{zs}(z)}+\underbrace{\frac{z^2+z-3z}{(z-1)(z-2)}}_{Y_{zi}(z)}$$

$$=\frac{z}{(z-1)^2}+\frac{z}{z-1}$$

单边z变换时移性质 $x(n)\overset{\mathcal{Z}}{\leftrightarrow}X(z)$

$$x(n+m)u(n)\overset{\mathcal{Z}}{\leftrightarrow}z^mX(z)-z^m\sum_{k=0}^{m-1}x(k)z^{-k}$$

$$x(n-m)u(n)\overset{\mathcal{Z}}{\leftrightarrow}z^{-m}X(z)+z^{-m}\sum_{k=-m}^{-1}x(k)z^{-k}$$

$\therefore Y_{zs}(z)=\frac{z}{(z-1)^2}$ 利用微分性质

$y_{zs}(n)=\mathcal{Z}^{-1}[Y_{zs}(z)]=\mathcal{Z}^{-1}\left[\frac{z}{(z-1)^2}\right]=nu(n)$

$Y_{zi}(z)=\frac{z}{z-1}$ 见表Z-10

$y_{zi}(n)=\mathcal{Z}^{-1}[Y_{zi}(z)]=\mathcal{Z}^{-1}\left[\frac{z}{z-1}\right]=u(n)$ (记住!)

【例 6-15】 某 LTI 离散系统的差分方程为 $y(n)-0.5y(n-1)=f(n)$。

(1) 求系统函数 $H(z)$ 并确定可能的单位样值响应，说明系统的因果性与稳定性。

(2) 求由该差分方程描述的因果系统在 $f(n)=u(n)$ 作用下的零状态响应。

设 $f(n) \xleftrightarrow{z} F(z)$，$y(n) \xleftrightarrow{z} Y(z)$

差分方程为 $y(n)-0.5y(n-1)=f(n)$

两边作 z 变换，得到

$$Y(z)-0.5\left(z^{-1}Y(z)+y(-1)\right)=F(z)$$

$$\Rightarrow Y(z)=\frac{1}{1-0.5z^{-1}}F(z)+\frac{0.5y(-1)}{1-0.5z^{-1}}$$

$$\Rightarrow H(z)=\frac{1}{1-0.5z^{-1}}$$ 极点为 0.5

∴当 $|z|<0.5$ 时，ROC 不包含单位圆，系统不稳定

此时 $h(n)=-(0.5)^n u(-n-1)$，非因果系统

当 $|z|>0.5$ 时，ROC 包含单位圆，系统稳定

$h(n)=\mathcal{Z}^{-1}[H(z)]=(0.5)^n u(n)$

∵ $h(n)$ 在 $n<0$ 时为 0，∴系统为因果系统

当 $f(n)=u(n)$ 时 $F(z)=\frac{1}{1-z^{-1}}$

∴ $Y(z)=F(z)H(z)=\frac{1}{(1-z^{-1})(1-0.5z^{-1})}=\frac{2}{1-z^{-1}}+\frac{-1}{1-0.5z^{-1}}$

∴ $y(n)=2u(n)-(0.5)^n u(n)$

单边 z 变换时移性质 $x(n) \xleftrightarrow{z} X(z)$

$x(n+m)u(n) \xleftrightarrow{z} z^m X(z)-z^m\sum_{k=0}^{m-1}x(k)z^{-k}$

$x(n-m)u(n) \xleftrightarrow{z} z^{-m}X(z)+z^{-m}\sum_{k=-m}^{-1}x(k)z^{-k}$

$-a^n u(-n-1) \xleftrightarrow{z} \frac{z}{z-a}$，$|z|<a$

$a^n u(n) \xleftrightarrow{z} \frac{z}{z-a}$，$|z|>a$

【例 6-23】 已知因果离散系统的系统函数为 $H(z)=\dfrac{2z}{z^2-4z+3}$，$f(n)=2^nU(n)$，$y(-1)=2$，$y(-2)=4/3$。求全响应 $y(n)$。

6-23 另一解法

$$H(z)=\frac{2z}{z^2-4z+3}=\frac{2z^{-1}}{1-4z^{-1}+3z^{-2}}=\frac{Y(z)}{X(z)}$$

$$\Rightarrow (1-4z^{-1}+3z^{-2})Y(z)=2z^{-1}X(z)$$

$$\Rightarrow y(n)-4y(n-1)+3y(n-2)=2x(n-1)$$

两边作 z 变换，并结合时移性质，得

$$\boxed{\begin{aligned}&x(n-m)u(n)\\&\Rightarrow z^{-m}X(z)+z^{-m}\sum_{k=-m}^{-1}x(k)z^{-k}\end{aligned}}$$

$$Y(z)-4(z^{-1}Y(z)+y(-1))+3(z^{-2}Y(z)+y(-2)+z^{-1}y(-1))=2z^{-1}X(z)$$

$$\Rightarrow (1-4z^{-1}+3z^{-2})Y(z)=2z^{-1}X(z)+4y(-1)-3z^{-1}y(-1)-3y(-2)$$

$y(-1)=2$，$y(-2)=\frac{4}{3}$ 代入得

$$Y(z)=\frac{2z^{-1}}{1-4z^{-1}+3z^{-2}}X(z)+\frac{4-6z^{-1}}{1-4z^{-1}+3z^{-2}}=Y_{zs}(z)+Y_{zi}(z)$$

$x(n)=2^n u(n) \leftrightarrow \dfrac{1}{1-2z^{-1}}$

$$Y_{zs}(z)=\frac{2z^{-1}}{(1-3z^{-1})(1-z^{-1})}\cdot\frac{1}{1-2z^{-1}}=\frac{3}{1-3z^{-1}}+\frac{1}{1-z^{-1}}-\frac{4}{1-2z^{-1}}$$

零状态响应 $y_{zs}(n)=3\cdot 3^n\cdot u(n)+u(n)-4\cdot 2^n u(n)$
$=3^{n+1}u(n)+u(n)-2^{n+2}u(n)$

$$Y_{zi}(z)=\frac{4-6z^{-1}}{1-4z^{-1}+3z^{-2}}=\frac{4-6z^{-1}}{(1-3z^{-1})(1-z^{-1})}=\frac{3}{1-3z^{-1}}+\frac{1}{1-z^{-1}}$$

零输入响应 $y_{zi}(n)=3\cdot 3^n u(n)+u(n)$
$=3^{n+1}u(n)+u(n)$

∴ 全响应 $y(n)=y_{zs}(n)+y_{zi}(n)$
$=2\cdot 3^{n+1}u(n)+2u(n)-2^{n+2}u(n)$

【例 6-23】 已知因果离散系统的系统函数为 $H(z)=\dfrac{2z}{z^2-4z+3}$，$f(n)=2^nU(n)$，$y(-1)=2$，$y(-2)=4/3$。求全响应 $y(n)$。

6-23 $H(z)=\dfrac{2z}{z^2-4z+3}$ 由此推出系统差分方程

$y(n+2)-4y(n+1)+3y(n)=2f(n+1)$

由此可得 特征方程 $\lambda^2-4\lambda+3=0$

得到特征根 $\lambda=1,3$（也可由 $H(z)$ 的极点得到）

从而得到零输入响应 $y_{zi}(n)=C_1 1^n+C_2 3^n=C_1+C_2 3^n$

代入 $y(-1)=2$，$y(-2)=\frac{4}{3}$，得

$$\begin{cases}C_1+C_2 3^{-1}=2\\ C_1+C_2 3^{-2}=\frac{4}{3}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}C_1=1\\ C_2=3\end{cases}$$

$\therefore y_{zi}(n)=1+3^{n+1}$; $n\geq 0$

$Y_{zs}(z)=F(z)H(z)\dfrac{2z}{z^2-4z+3}$ $F(z)=\dfrac{2z}{z^2-4z+3}\cdot\dfrac{z}{z-2}$

$f(n)=2^n u(n)\overset{z}{\longleftrightarrow}F(n)=\dfrac{1}{1-2z^{-1}}=\dfrac{z}{z-2}$

$$\frac{Y_{zs}(z)}{z}=\frac{2z}{(z-1)(z-3)(z-2)}=\frac{1}{z-1}+\frac{-4}{z-2}+\frac{3}{z-3}$$

$$\therefore Y_{zs}(z)=\frac{z}{z-1}-\frac{4z}{z-2}+\frac{3z}{z-3}$$

$$\overset{z^{-1}}{\longleftrightarrow} y_{zs}(n)=u(n)-4\cdot 2^n u(n)+3\cdot 3^n u(n)$$

$$=u(n)-2^{n+2}u(n)+3^{n+1}u(n)$$

$$\therefore y(n)=y_{zi}(n)+y_{zs}(n)=u(n)+3^{n+1}u(n)+u(n)-2^{n+2}u(n)+3^{n+1}u(n)$$

$$=(2-2^{n+2}+2\cdot 3^{n+1})u(n)$$

单边 z 变换 时移性质 $x(n)\overset{z}{\longleftrightarrow}X(z)$

$$x(n+m)u(n)\overset{z}{\longleftrightarrow}z^m X(z)-z^m\sum_{k=0}^{m-1}x(k)z^{-k}$$

$$x(n-m)u(n)\overset{z}{\longleftrightarrow}z^{-m}X(z)+z^{-m}\sum_{k=-m}^{-1}x(k)z^{-k}$$

另一种解法 $H(z)=\dfrac{2z}{z^2-4z+3}=\dfrac{2z^{-1}}{1-4z^{-1}+3z^{-2}}$

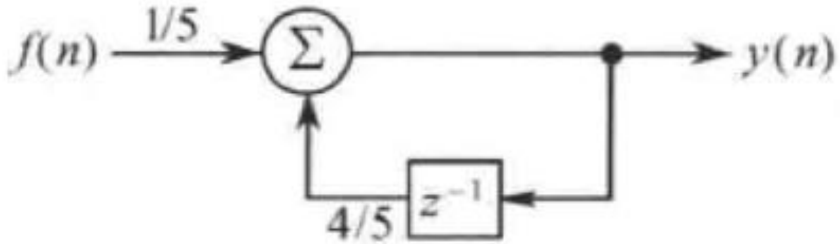
$\Rightarrow 3y(n-2)-4y(n-1)+y(n)=2x(n-1)$

进而再做 z 变换 + 时移，即可直接求得全响应 $y(n)$

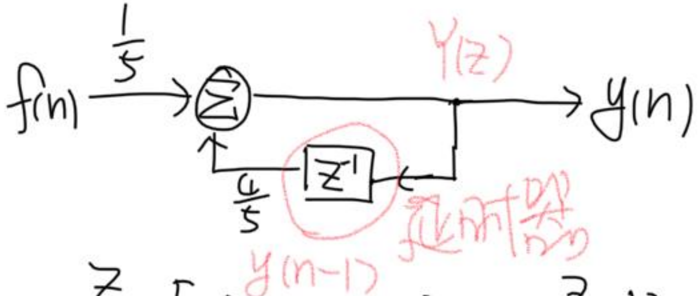
不需要再用时域分析法求零输入响应（给定初始条件就能用上）

6.26　已知一阶因果离散系统的系统框图如习图 6-9 所示，求：

（1）系统的差分方程；（2）若系统激励为 $f(n)=1+\cos\left(\frac{n\pi}{6}\right)+\cos(n\pi)$ ，求稳态响应。



6.26



设 $f(n) \overset{z}{\leftrightarrow} F(z)$ 、 $y(n) \overset{z}{\leftrightarrow} Y(z)$

$$\frac{1}{5}F(z)+\frac{4}{5}z^{-1}Y(z)=Y(z)$$

$$\Rightarrow Y(z)-\frac{4}{5}z^{-1}Y(z)=\frac{1}{5}F(z)$$

$$\Rightarrow y(n)-\frac{4}{5}y(n-1)=\frac{1}{5}f(n)$$

$$\Rightarrow y(n)-\frac{4}{5}y(n-1)=\frac{1}{5}f(n)$$

$$H(z)=\frac{Y(z)}{F(z)}=\frac{\frac{1}{5}}{1-\frac{4}{5}z^{-1}}=\frac{1}{5-4z^{-1}}=\frac{z}{5z-4}$$

∴极点 $z=\frac{4}{5}$ 在单位圆内，因果系统

∴收敛域包含单位圆

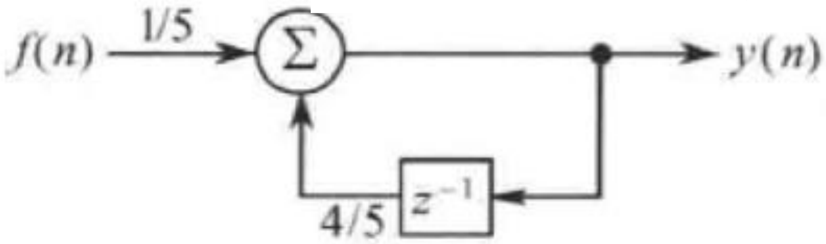
$$\therefore H(\Omega)=H(z)\Big|_{z=e^{j\Omega}}=\frac{e^{j\Omega}}{5e^{j\Omega}-4}=\frac{1}{5-4e^{-j\Omega}}=\frac{5-4\cos\Omega-4j\sin\Omega}{(41-40\cos\Omega)}$$

$$f(n)=\left(1+\cos\frac{n}{6}\pi+\cos n\pi\right)$$

只有直流、$\frac{\pi}{6}$、π处有信号

6.26　已知一阶因果离散系统的系统框图如习图 6-9 所示，求：

（1）系统的差分方程；（2）若系统激励为 $f(n)=1+\cos\left(\frac{n\pi}{6}\right)+\cos(n\pi)$，求稳态响应。



$\Rightarrow y(n)-\frac{4}{5}y(n-1)=\frac{1}{5}f(n)$

$H(s)=\frac{Y(z)}{F(z)}=\frac{\frac{1}{5}}{1-\frac{4}{5}z^{-1}}=\frac{1}{5-4z^{-1}}=\frac{z}{5z-4}$

∴ 极点 $z=\frac{4}{5}$ 在单位圆内，因果系统

∴ 收敛域包含单位圆

$\therefore H(\Omega)=H(z)\big|_{z=e^{j\Omega}}=\frac{e^{j\Omega}}{5e^{j\Omega}-4}=\frac{1}{5-4e^{-j\Omega}}=\frac{5-4\cos\Omega-4j\sin\Omega}{(41-40\cos\Omega)}$

$f(n)=(1+\cos\frac{n}{6}\pi+\cos n\pi)$

只有直流，$\frac{\pi}{6}$，π 处有信号

$\therefore |H(\Omega)|=\frac{1}{\sqrt{41-40\cos\Omega}}$

$\varphi_H(\Omega)=\arctan\frac{-4\sin\Omega}{5-4\cos\Omega}$

$\therefore H(0)=1$

$|H(\frac{\pi}{6})|=0.3966$

$\varphi_H(\frac{\pi}{6})=\arctan\frac{-2}{5-2\sqrt{3}}=-52.48^\circ\approx-0.29\pi$

$|H(\pi)|=\frac{1}{9}$，$\varphi_H(\pi)=0$

$\therefore y(n)=1+0.3966\cos(\frac{n}{6}\pi-0.29\pi)+\frac{1}{9}\cos n\pi$