实验二：应用 MATLAB 的离散信号分析

一、实验目的

1.加深理解离散信号分析等相关概念与运算；

2.利用 matlab 进行离散信号描述，包括离散信号的表示、平移翻转等运算；

3.利用 matlab 进行离散信号的卷积运算；

4.利用 matlab 进行离散信号的频域分析（DFT 运算）；

5.利用 matlab 进行离散信号的 Z 变换（正变换和反变换）。

二、实验内容

1、线性卷积和圆周卷积。

已知$x1(n)=R_3(n)$，$x2(n)=\{\underline{1},2,3,4,5\}$，

两者的线性卷积：$x1(n)*x2(n)=\{\underline{1},3,6,9,12,9,5\}$，

8 点长度的圆周卷积：$x1(n)\circledast x2(n)=\{\underline{1},3,6,9,12,9,5,0\}$ （结果也为 8 点长度）

5 点长度的圆周卷积：$x1(n)\circledast x2(n)=\{\underline{10},8,6,9,12\}$ （结果也为 5 点长度）

（1）编程实现线性卷积$x1(n)*x2(n)$的计算；

```
x1=[1,1,1]; % R3(n)
x2=[1,2,3,4,5];
% 线性卷积
linear_conv=conv(x1,x2);
% 显示结果
disp('线性卷积结果:');
disp(linear_conv);
```

```
线性卷积结果：
     1     3     6     9    12     9     5
```

（2）圆周卷积可以通过 fft/ifft 方式实现，请编程实现圆周卷积计算。

```
% 调用下方 cir_fft 函数计算圆周卷积
cir_fft(x1,x2,8); % N=8
cir_fft(x1,x2,5); % N=5
function cir_fft(x1,x2,N)
    % 信号零填充到长度 N
    x1_pad=[x1,zeros(1,N-length(x1))];
    x2_pad=[x2,zeros(1,N-length(x2))];
    % 使用 FFT/IFFT 实现圆周卷积
    X1=fft(x1_pad); % x1 的 FFT
    X2=fft(x2_pad); % x2 的 FFT
    circular_conv_fft=ifft(X1.*X2);      % 频域相乘，时域圆周卷积
    % 显示结果
    disp(['使用 FFT/IFFT 实现的圆周卷积结果（N=',num2str(N),'）:']);
    disp(real(circular_conv_fft));
end
```

```
使用 FFT/IFFT 实现的圆周卷积结果（N=8）：
    1.0000    3.0000    6.0000    9.0000   12.0000    9.0000    5.0000   -0.0000

使用 FFT/IFFT 实现的圆周卷积结果（N=5）：
    10     8     6     9    12
```

（3）请叙述以下线性卷积、圆周卷积的关系。

若两个信号长度分别为$L1$ 和$L2$，线性卷积的结果长度为 $\boldsymbol{L=L1+L2-1}$。

如果使用圆周卷积计算，若周期$N\geqslant L$，则圆周卷积的结果等价于线性卷积；若周期$N<L$，圆周卷积的结果会因为信号周期性“折叠”而发生**混叠**，导致结果与线性卷积不同。

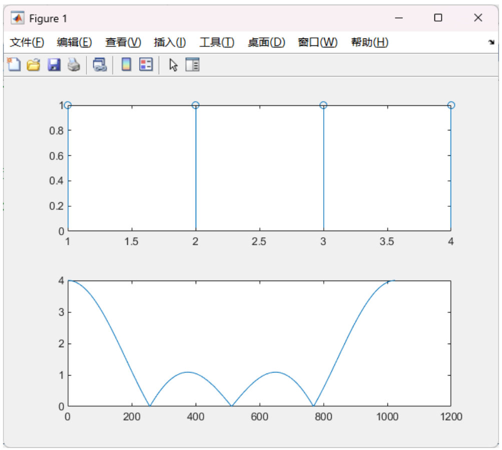
2. **DTFT 和 DFT。**

（1）已知信号$x(n)=R_4(n)$，编写程序求其频谱X(Ω)（$X(\Omega)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}x(n)e^{-j\Omega n}$）。

要求：画出 x(n)波形、X(Ω)的幅度谱。

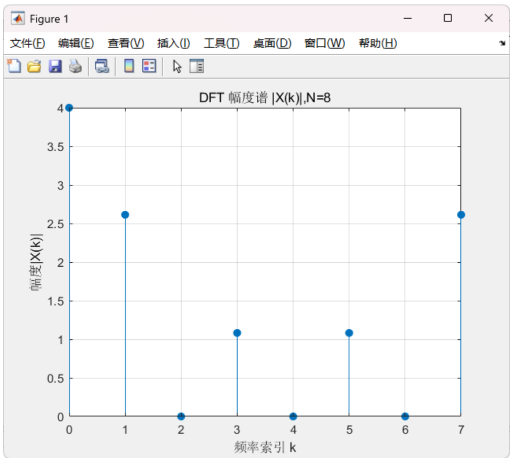
提醒：在计算机上，实际只能进行 DFT，可以取较大的变换区间长度来近似计算 DTFT，如 fft(x,1024)。

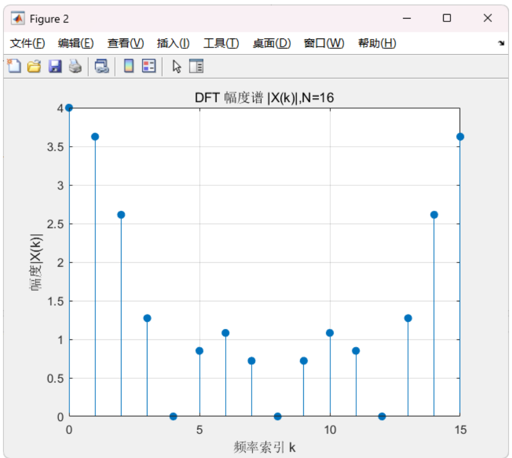
```
close all;clear;clc;        %复位 MATLAB 工作环境
xn=[1,1,1,1];               %x(n)序列值
subplot(2,1,1);
stem(xn);                   %绘制 x(n)波形图
N=1024;                     %变换区间长度 N 取 1024
XK=fft(xn,N);               %模拟 DTFT 变换
subplot(2,1,2);
plot(abs(XK));              %绘制 X(K)幅度特性曲线
```



（2）已知信号$x(n)=R_4(n)$,分别计算 8 点和 16 点的 DFT,记为$X_8(k)$和$X_{16}(k)$,画出其频谱。

```
close all;clear;clc; % 复位 matlab 工作环境
x_n=ones(1,4);          % 定义矩形信号 R4(n)
% 调用函数计算和绘制频谱
plot_dft(x_n,8);   % 计算并绘制 8 点 DFT
plot_dft(x_n,16); % 计算并绘制 16 点 DFT
function plot_dft(x_n, N)
    x_n_padded=[x_n,zeros(1,N-length(x_n))]; % 信号零填充
    X=fft(x_n_padded); % 计算 DFT
    k=0:N-1;% 频率索引
    % 绘制频谱
    figure;
    stem(k,abs(X),'filled');
    title(['DFT 幅度谱 |X(k)|,N=',num2str(N)]);
    xlabel('频率索引 k');
    ylabel('幅度|X(k)|');
    grid on;
end
```





（3）请论述一下 DTFT、DFT、z 变换之间的关系。

- DFT 是对有限长信号的 DTFT 离散化，采样频率间隔为 $2\pi/N$：

$$X(k) = X(\Omega)\big|_{\Omega=\frac{2\pi k}{N}}$$

- Z变换是 DTFT 的推广，DTFT 是 Z 变换在单位圆（$z = e^{j\Omega}$）上的特例：

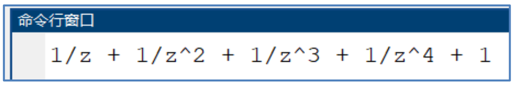
$$X(\Omega) = X(z)\big|_{z=e^{j\Omega}}$$

- DFT 是 Z 变换在单位圆上离散频率点的采样结果。

3. z 变换和零极点图。

已知信号$x(n) = R_5(n)$，用 matlab 计算其 z 变换。

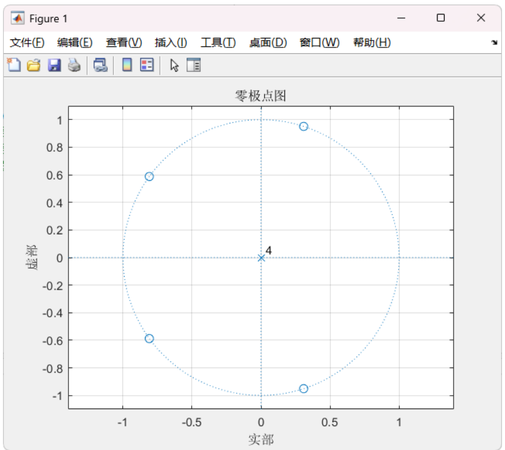
```
close all;clear;clc; %复位 MATLAB 工作环境
syms z;
n=0:4;
f=ones(1,length(n)); %x(n)信号序列
Fz=sum(f.*z.^(-n)); %按定义计算 Z 变换
disp(Fz);
```



4、附加题

画出第 3 题的零极点图，根据图形给出必要的解释。

```
% ……（接上题代码）
% 将 Z 变换表达式转为传递函数
[num,den]=numden(Fz); % 提取分子 (numerator) 和分母 (denominator)
num=double(coeffs(num,z,'All')); % 提取分子多项式的系数，并转为数值
den=double(coeffs(den,z,'All')); % 提取分母多项式的系数，并转为数值
sys=tf(num,den); % 使用分子和分母系数创建传递函数对象
% 绘制零极点图
figure;
zplane(num,den); % 绘制系统的零极点图
title('零极点图');
grid on;
```



三、问题记录

请记录调试过程中，碰到的问题（至少 3 个），以及相应的解决方法。

问题 1：ztrans 无法直接处理数值数组

在代码中，尝试直接对数值数组 f = ones(1,5); 调用 ztrans(f);，MATLAB 报错或生成结果不符合预期。ztrans 只支持符号表达式或符号函数，而不是数值数组。

解决方法：将信号定义为符号表达式而不是数值数组。例如，可以用 syms 定义符号变量 n，然后使用符号表达式定义信号。

问题 2：piecewise 定义信号时无法正确显示结果

描述：使用 piecewise 函数定义信号$f[n]$，如 piecewise(n == 1 | n == 2 | ..., 1, 0)，虽然计算可以完成，但结果保留了 piecewise 的形式，无法清晰显示 Z 变换。

解决方法：在使用 piecewise 后，调用 simplify 函数简化结果，或者直接显式定义信号，避免使用复杂的条件。

问题 3：结果输出不美观或无法正确解读

描述：由于 MATLAB 默认的符号表达式显示方式较为机械，即使计算成功，MATLAB 输出的符号表达式可能包含不必要的复杂符号或格式，不易解读。

解决方法：使用 pretty 函数以更美观的格式显示结果。使用 latex 函数生成 LaTeX 格式输出，方便进一步处理或记录。

四、总结与体会

通过本实验，我们不仅强化了对离散信号分析理论的理解，还熟练掌握了 MATLAB 的相关操作，为后续深入学习**离散系统分析和信号处理**方法提供了技术支撑。

1. 掌握卷积运算的实现方法，理解线性卷积在信号叠加中的作用以及圆周卷积在有限长度信号处理中的应用，明确两者的数学关系及区别。

2. DTFT 与 DFT：学习了离散时间傅里叶变换 (DTFT) 和离散傅里叶变换 (DFT) 的计算方法，验证了频域特性以及 DFT 的周期性和离散化特征。

3. Z 变换：通过符号工具实现 Z 变换，学习其定义域、求解方法以及在分析离散系统特性（如因果性和稳定性）中的重要性；并通过绘制系统的零极点分布图，直观地分析离散系统的稳定性、系统类型（IIR/FIR）及频率响应特性。