概率论与数理统计　22-23-1

一、单项选择题

1、已知 A、B 为任意两个随机事件，0<$P(A)<1$, 0<$P(B)<1$，假设两个事件中只有 A 发生和只有 B 发生的概率相等，则下列等式**未必**成立的是（　　）

（A）$P(A|B)=P(B|A)$　　（B）$P(A|\bar{B})=P(B|\bar{A})$

(C) $P(A|\bar{B})=P(\bar{A}|B)$　　（D）$P(A-B)=P(B-A)$

2、随机地向长方形区域：$\{0<x<1,0<y<2\}$内扔一个质点，质点落在长方形任何区域内的概率与区域面积成正比，则原点与落点的连线与x轴正向的夹角小于$\frac{\pi}{4}$的概率为（　）。

（A）$\frac{1}{2}$　　（B）$\frac{1}{4}$　（C）$\frac{3}{4}$　　（D）1

3、对于任意随机变量X，若$E(X),D(X)$都存在，则$D[-E(X)]$的值为（　　）。

（A）0　（B）$-D(X)$　　(C) $E(X)$　　（D）$D(X)$

4、设随机变量$X\sim t_\alpha(n), F(x)$表示X的分布函数，记$t_\alpha(n)$ $(0<\alpha<1)$表示自由度n的t分布的上α分为点，以下说法正确的是（　　）。

（A）$P\{X<t_\alpha(n)\}=\alpha$　　（B）$F(t_\alpha(n))=\alpha$

(C) $F\left(t_\alpha(n)\right)=1-\alpha$　　（D）$t_\alpha(n)<t_{2\alpha}(n)$

5、设总体X的方差$D(X)=\sigma^2, X_1, X_2, \ldots X_n$为来自该总体的随机样本，$\bar{X}$为样本均值，则下列哪个统计量为$\sigma^2$的无偏估计（　　）。

（A）$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2$　　（B）$\frac{1}{n}(\sum_{i=1}^{n}X_i{}^2-n\bar{X}^2)$

(C) $\frac{1}{n+1}(\sum_{i=1}^{n}X_i{}^2-n\bar{X}^2)$　　（D）$\frac{1}{n-1}(\sum_{i=1}^{n}X_i{}^2-n\bar{X}^2)$

二、填空题

1、设三次独立试验中，事件A 出现的概率均为 1/3。则三次试验中A至少出现

一次的概率=___________。

2、设随机变量X～N$(-3,\sigma^2)(\sigma>0)$，则$P\{X\geq-3\}$=______。

3、已知$P(A)=a,P(B|A)=b,a,b\epsilon(0,1)$,则 $P(AB)=$ ______，$P(A\bar{B})$=_____。

4、设总体X的密度函数为$f(x)=\begin{cases}1-|x|, & -1<x<1\\ 0, & 其它\end{cases}$，$X_1,X_2,\dots X_{10}$为取自$X$的一个样本，$\bar{X}$表示样本均值，则$E(2\bar{X}+1)=$ _______。

三、设随机变量X与Y**相互独立**，且$P\{X=1\}=P\{Y=1\}=p>0,P\{X=0\}=P\{Y=0\}=1-p>0$，定义$Z=\begin{cases}1, & X+Y为偶数\\ 0, & \mathrm{X}+Y为奇数\end{cases}$，(1)求$(X,Y)$的联合分布律；(2)求$Z$的分布律。（结果用$p$表示）

四、

一大批某公司的羽绒服，一等品占80%。从中任取400件，利用中心极限定理**估计**其中一等品不超过324件的概率。（结果用$\phi(\cdot)$表示）

五、

得分	

设总体X的概率密度函数$f(x,\theta)=\begin{cases}\frac{\theta+1}{2^{\theta+1}}x^{\theta}, & 0<x<2\\ 0, & 其它\end{cases}$,其中$\theta>-1$是未知参数，$X_1,X_2,\ldots,X_n$是来自该总体的一个样本，试求未知参数$\theta$的矩估计量和最大似然估计量.

六、

设二维随机变量(X,Y)的分布律如右图：

求：（1）关于X的边缘分布律;

Y \ X	-1	1	2	3
-2	0.2	0.15	0.1	0.2
1	0.1	0	0.15	0.1

(2)关于X的分布函数 $F_X(x)$;（3）$Z=X+Y$的分布律;（4）E(Y)。

七、设总体X具有方差σ_1^2=700，总体Y具有方差σ_1^2=900，两个总体的均值相等。分别来自两个总体的两个相互独立的样本容量均为 400 的样本，分别记样本均值为$\bar{X},\bar{Y}$,试利用切比雪夫不等式估计ε，使得$P\{|\bar{X}-\bar{Y}|<\varepsilon\}\geq 0.99$。

八、设随机变量(X,Y)的概率密度为$f(x,y)=\begin{cases}4xe^{-(2x+y)}, & x>0,y>0\\ 0, & else\end{cases}$，

求（1）$f_X(x)$， $f_Y(y)$； (2) X与Y是否相互独立？说明理由。(3) $f_{Y|X}(y|x)$（4）$Cov(X,Y)$。

九、某厂生产的金属丝，产品指标折断力服从正态分布$N(\mu,\sigma^2)$，折断力的方差被用作工厂精度的表征，方差越小，表明精度越高。以往工厂一直把该方差保持在 64 **及以下**。最近从一批产品中抽取了 10 根做折断力测试，测得结果（单位为千克）：$\bar{x}=575.2, s^2=75.73$。为此，厂方怀疑金属丝折断力的方差变大了。

试在显著水平$\alpha = 0.05$下检验厂方的怀疑。（$\chi^2_{0.05}(9) = 16.92$）**（先假设在检验）**

十、如果已知某品牌空调使用时间服从正态分布$N(\mu, \sigma^2)$，为了估计空调使用时间的均值。（$\alpha = 0.05$，$t_{0.025}(9) = 2.26$，$\sqrt{10} = 3.16$）

（1）现共测试了 10 台空调，测得$\bar{x} = 1500$小时，$s = 20$小时。求出μ的置信区间**（结果保留两位小数）**。

（2）要使置信区间长度小于 1，样本容量至少应是多少？（改为样本容量需满足什么条件）