第五讲 多普勒效应

01 机械波的多普勒效应

02 电磁波的多普勒效应*

03 冲击波 激波

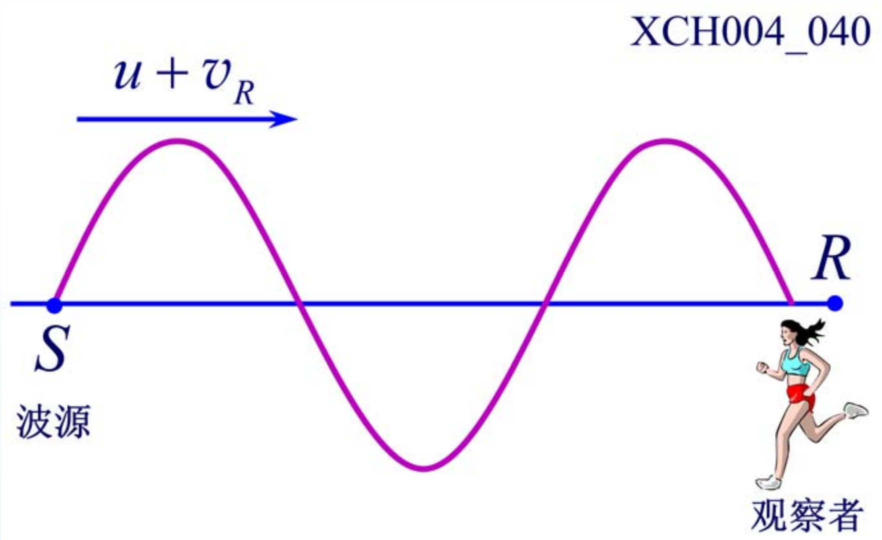
01 机械波的多普勒效应

波源和观察者相对静止 —— 波源的频率与波的频率相同

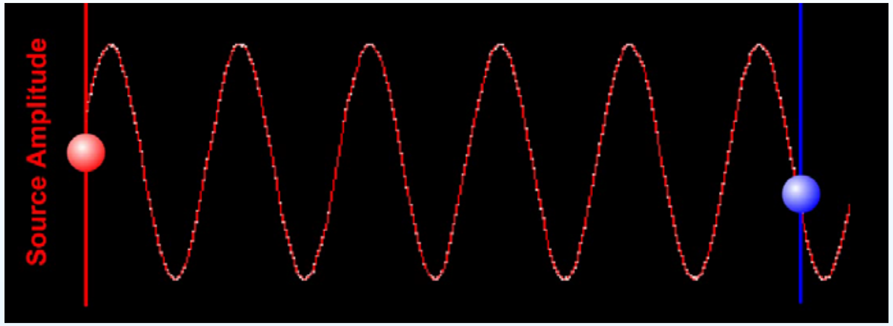
波源和观察者相对于介质有运动

观察者接收到的频率发生变化 —— 多普勒效应

1 波源静止 —— 观察者相对于介质速度 v_R



$$\lambda_0 = uT_S = \frac{u}{\nu_S}$$



—— 相当于观察者静止不动

整个波以速度 $u+v_R$ 经过观察者

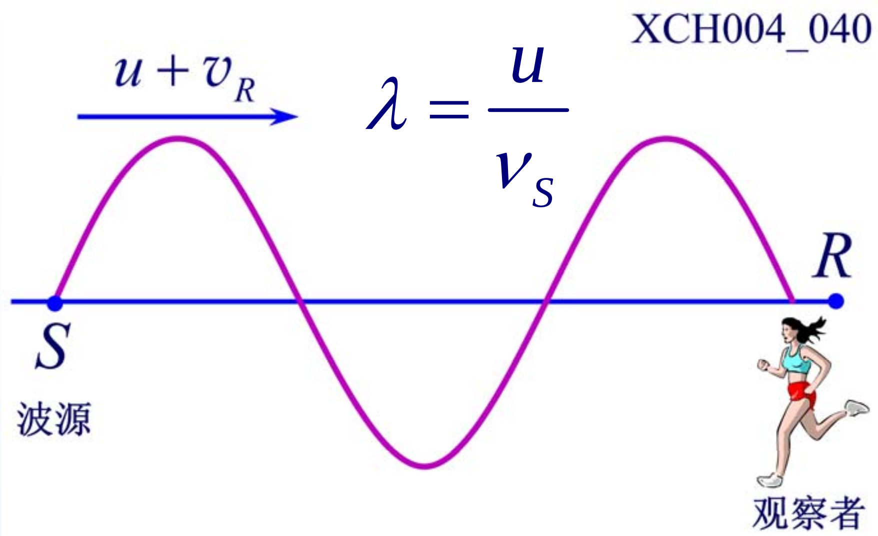
观察者测得波长

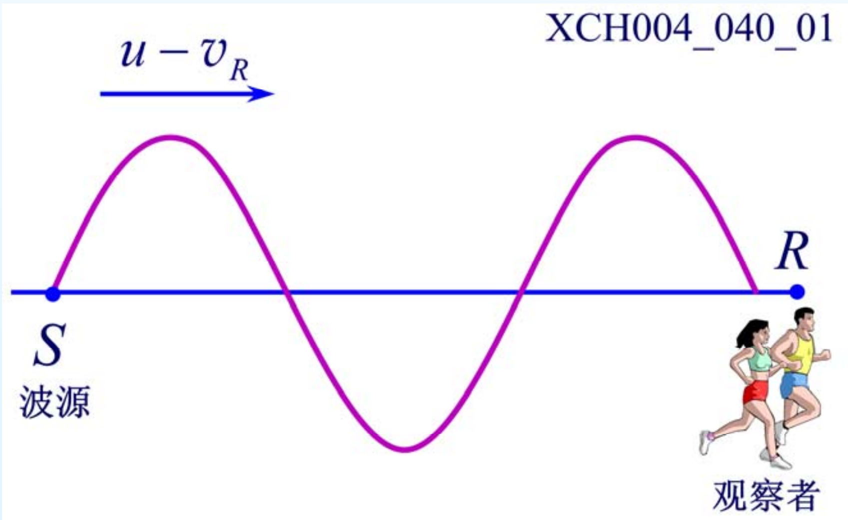
$$\lambda = \lambda_0 = \frac{u}{\nu_S}$$

波的频率 $\nu_R = \dfrac{(u + v_R)}{\lambda}$

升高

$\nu_R = (1 + \dfrac{v_R}{u})\nu_S > \nu_S$





观察者远离波源 $\nu_R = \dfrac{(u - v_R)}{\lambda}$

$\nu_R = (1 - \dfrac{v_R}{u})\nu_S < \nu_S$

降低

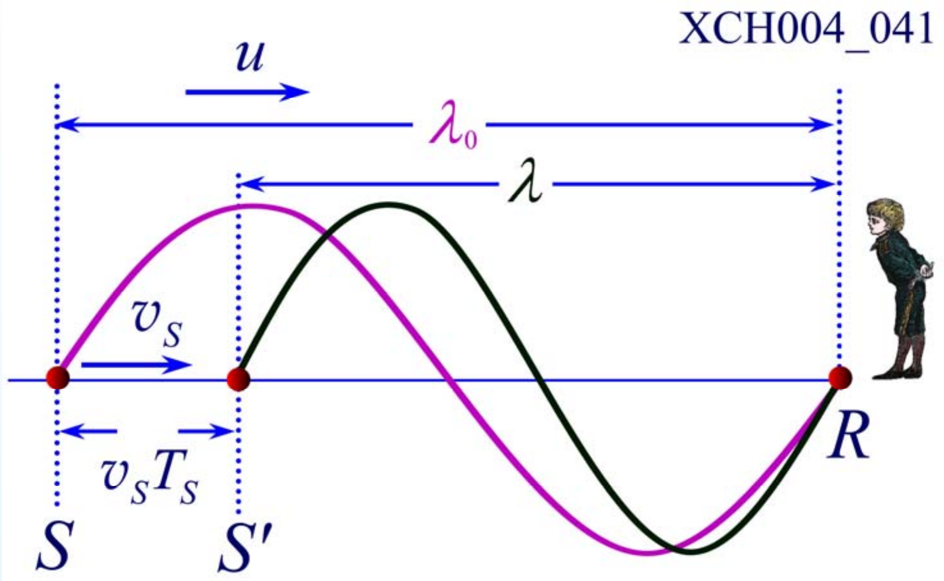
2 观察者静止 —— 波源相对于介质的速度 v_S

—— 波源向着观察者 v_S 为正

波源 **S** 发出一个波

$$\lambda_0 = uT_S$$

波前经过 T_S 时间到 R 点



与此同时波源走过距离 $v_S T_S$ 到达 S' 点

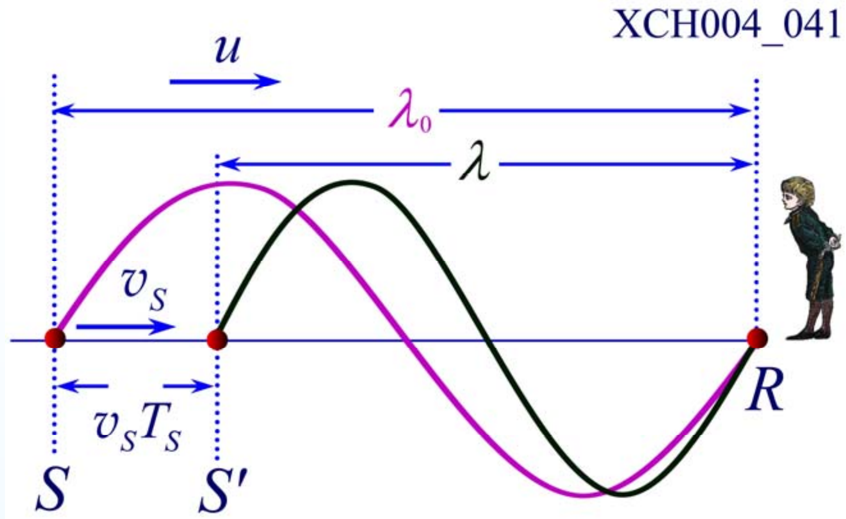
观测到波长 $\lambda = \lambda_0 - v_S T_S = (u - v_S)T_S = (u - v_S)\dfrac{1}{\nu_S}$

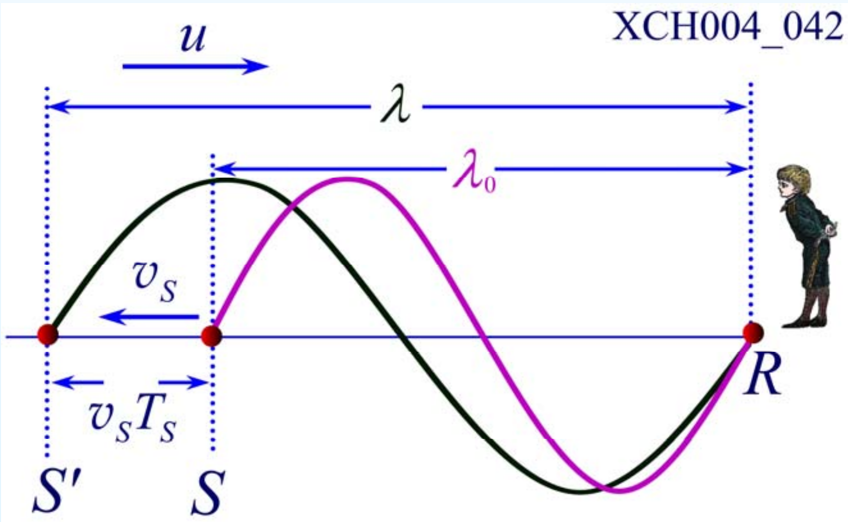
观测到的波长 $\lambda = (u - v_S)\dfrac{1}{\nu_S}$

波的频率 $\nu_R = \dfrac{u}{\lambda} = \dfrac{u}{(u - v_S)}\nu_S$

升高

$\nu_R > \nu_S$





背离观察者 $\lambda = (u + v_S)\dfrac{1}{\nu_S}$

$$\nu_R = \frac{u}{\lambda} = \frac{u}{(u + v_S)}\nu_S$$

降低

$\nu_R < \nu_S$

波源向着观察者运动

$$\nu_R = \frac{u}{u - v_S}\nu_S$$

升高

波源背离观察者运动

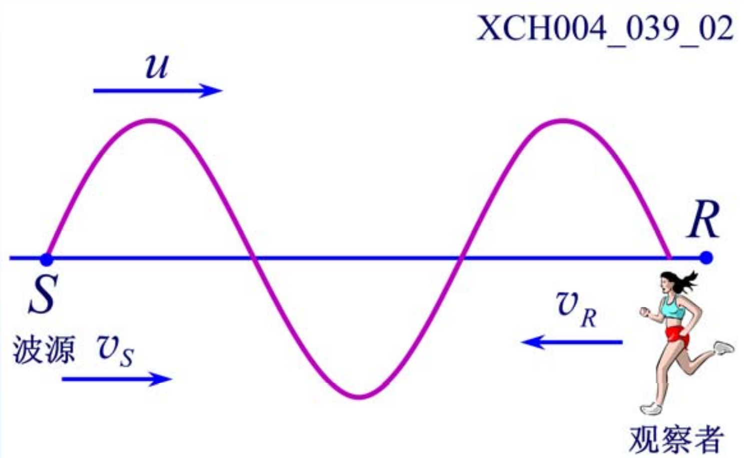
$$\nu_R = \frac{u}{u + v_S}\nu_S$$

降低

3 波源和观察者同时运动

波源向着观察者，速度为正

观察者向着波源，速度为正



波速：$u' = u + v_R$

波长：$\lambda = uT_S - v_S T_S$

波的频率 $\nu_R = \dfrac{u'}{\lambda} = \dfrac{u+v_R}{u-v_S}\dfrac{1}{T_S}$

$$\boxed{\nu_R = \frac{u+v_R}{u-v_S}\nu_S}$$

波源和观察者彼此离开 $\begin{cases} v_R < 0 \\ v_S < 0 \end{cases}$

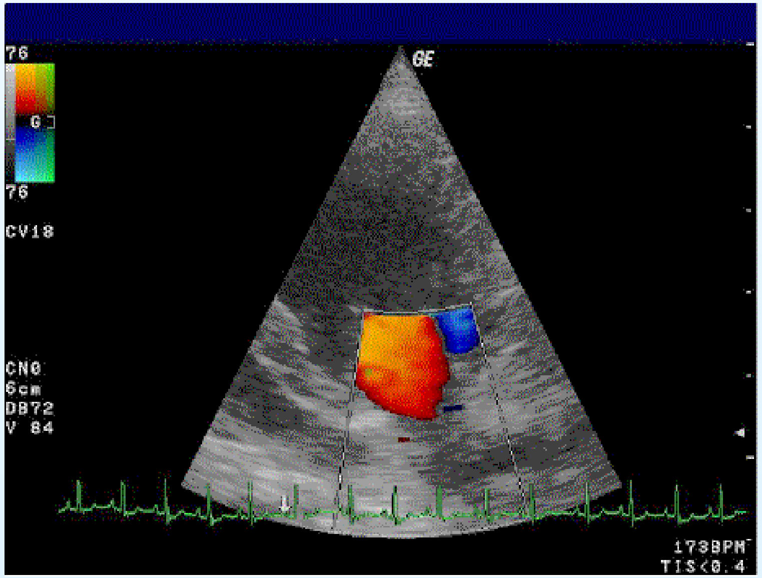
$$\boxed{\nu_R = \frac{u-v_R}{u+v_S}\nu_S}$$

多普勒效应应用

Doppler radar gun

Doppler navigation system

Doppler echocardiography



一警笛发射频率 $\nu_S = 1500\ Hz$ 的声波，并以22 *m/s* 的速度向某一方向运动，一个人以6 *m/s*的速度跟踪其后

1) 计算人听到警笛发出声音的频率和观测到声波的波长

2) 在警笛后方空气中声波的频率和波长

假设没有风，空气中声速 $u = 330\ m/s$

已知 $\begin{cases} \nu_S = 1500\ Hz \\ v_S = 22\ m/s \\ v_R = 6\ m/s \end{cases}$

人听到警笛频率 $\nu_R = \dfrac{u + v_R}{u + v_S}\nu_S$

$\nu_R = 1432\ (Hz)$

—— 警笛运动使频率降低，人的运动使频率增高

人测到声波的波长 $\lambda_R = \dfrac{u+v_R}{\nu_R}$

人运动时
声波传播速度

$$\lambda_R = \frac{330+6}{1432} = 0.2346\ m$$

警笛后方声波频率 $\nu_R = \dfrac{u}{u+v_S}\nu_S$

$$\nu_R = \frac{330}{330+22} \times 1500 = 1406\ (Hz)$$

警笛后方声波波长 $\lambda_R = \dfrac{u}{\nu_R} = 0.2347\ m$

02 电磁波的多普勒效应***

1 纵向多普勒效应

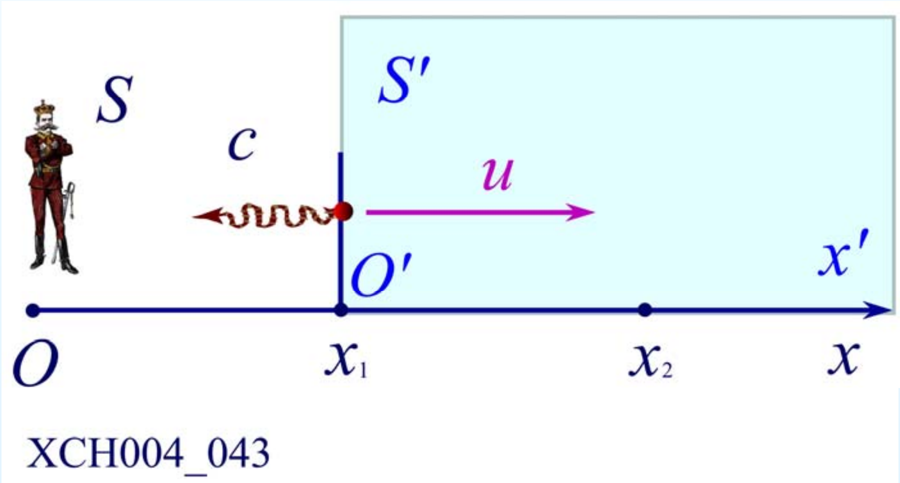
—— 光源位于*S'*系的*O'*点，观察者静止于*S*系*O*点

光源相对于*S*系，沿*x*方向以速率*u*运动

—— *S'*系的光源在时间内

$$\Delta t' = \Delta t_0 = t_{02} - t_{01}$$

向观察者发出一列光波



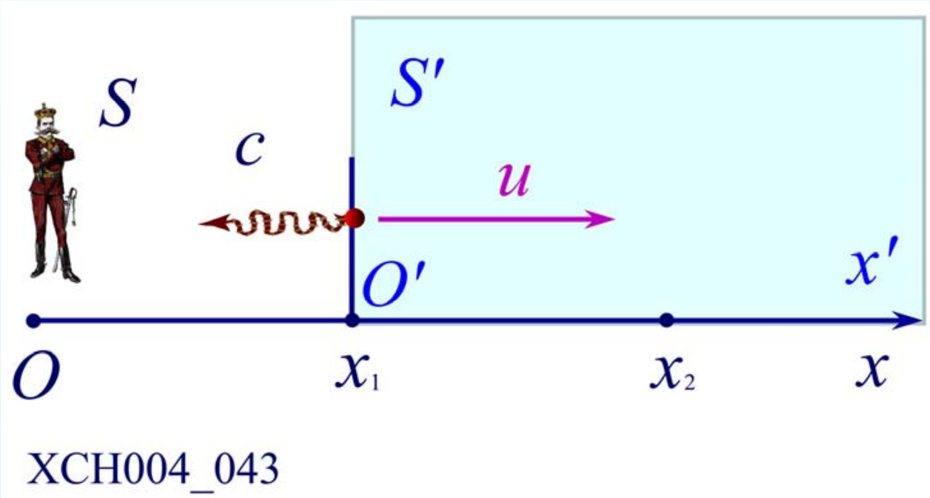
两个事件：发出光波、停发光波

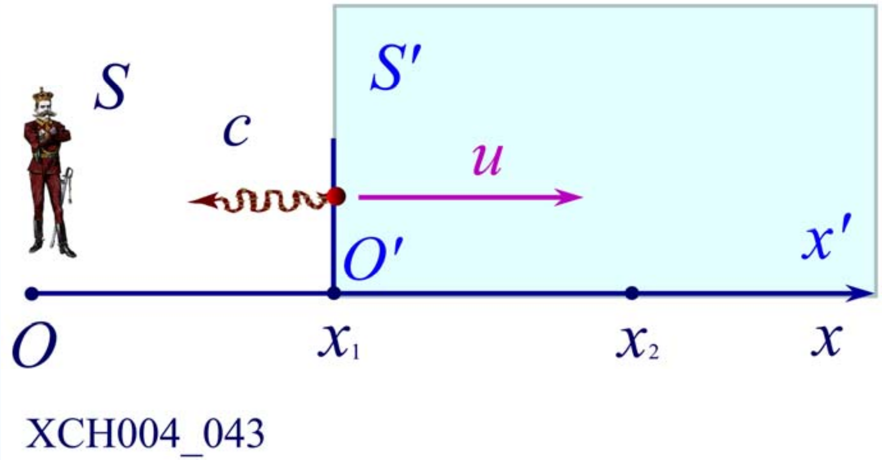
S' 系
$$\begin{cases}\Delta t' = t_{02} - t_{01} \\ \Delta x' = 0\end{cases}$$

S 系
$$\begin{cases}\Delta t = t_2 - t_1 \\ \Delta x = x_2 - x_1\end{cases}$$

洛伦兹时空坐标变换

$$\begin{cases}\Delta x = \dfrac{\Delta x' + u\Delta t'}{\sqrt{1-u^2/c^2}} \\ \Delta t = \dfrac{\Delta t' + \dfrac{u}{c^2}\Delta x'}{\sqrt{1-u^2/c^2}}\end{cases}$$





S系

$$
\begin{cases}
\Delta x = \dfrac{u\Delta t_0}{\sqrt{1-u^2/c^2}} \\[2ex]
\Delta t = \dfrac{\Delta t_0}{\sqrt{1-u^2/c^2}}
\end{cases}
$$

接收到事件I的时刻 $t_{R1} = t_1 + \dfrac{x_1}{c}$

接收到事件II的时刻 $t_{R2} = t_2 + \dfrac{x_2}{c}$

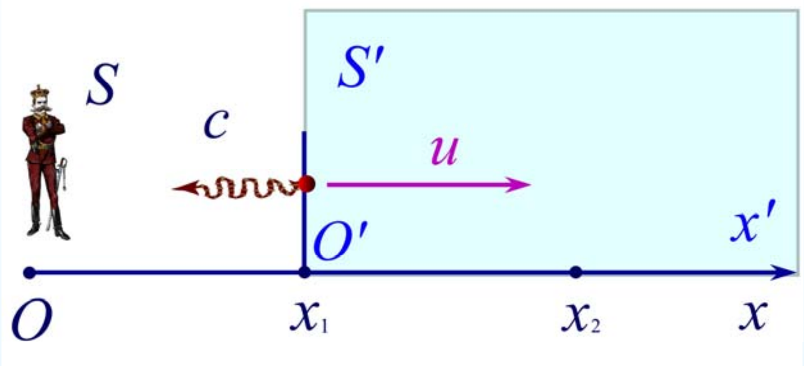
接收两个事件的时间间隔 $\Delta t_R = \Delta t + \dfrac{\Delta x}{c} = \Delta t_0 \sqrt{\dfrac{1+u/c}{1-u/c}}$

$$\Delta t_R = \Delta t_0 \sqrt{\frac{1+u/c}{1-u/c}}$$

如果 $\Delta t_0 = T_0$ 是光在S'中的周期

$\Delta t_R = T$ 是光在S系中的周期

光波的周期 $T = T_0 \sqrt{\frac{1+u/c}{1-u/c}}$



XCH004_043

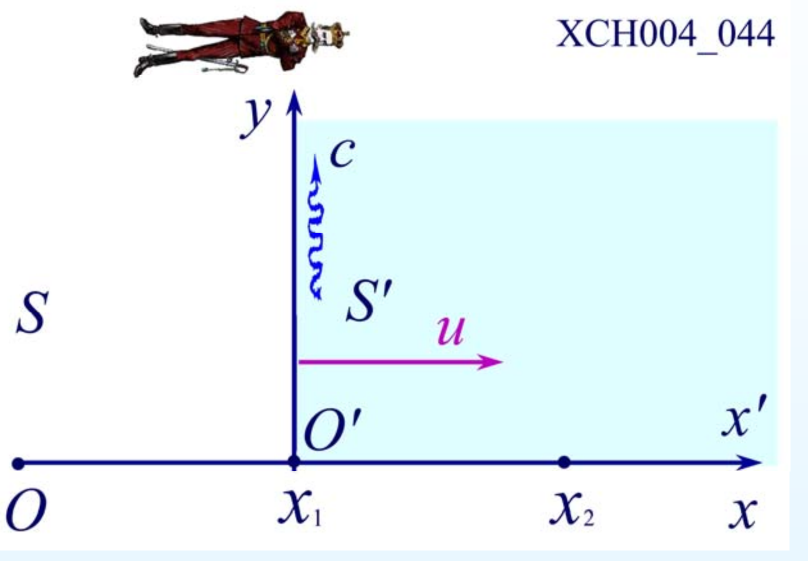
光波的频率 $\boxed{\nu = \nu_0 \sqrt{\frac{1-u/c}{1+u/c}}} < \nu_0$

光源靠近观察者 $u<0$ $\boxed{\nu = \nu_0 \sqrt{\frac{1+u/c}{1-u/c}}} > \nu_0$

2 横向多普勒效应

—— 在垂直于光源运动的方向上观察

—— 洛伦兹变换 $\Delta y = \Delta y' = 0$



$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-u^2/c^2}}$$

$$T = T_0 \frac{1}{\sqrt{1-u^2/c^2}}$$

光波的频率 $\nu = \nu_0 \sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}} < \nu_0$

HANGZHOU DIANZI UNIVERSITY

☒ 宇宙膨胀

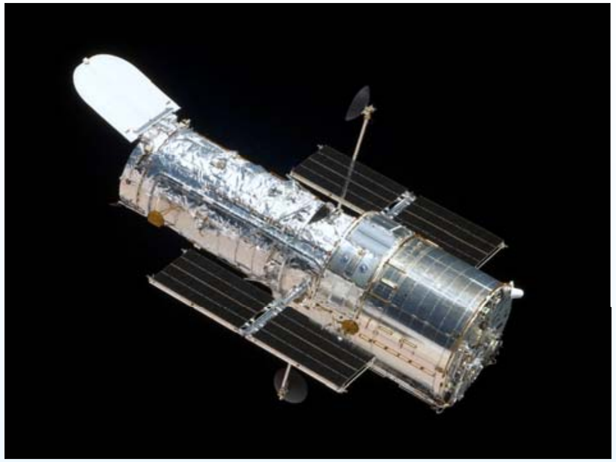
光源远离观察者 $u>0$ $\quad \nu=\nu_0\sqrt{\dfrac{1-u/c}{1+u/c}}$

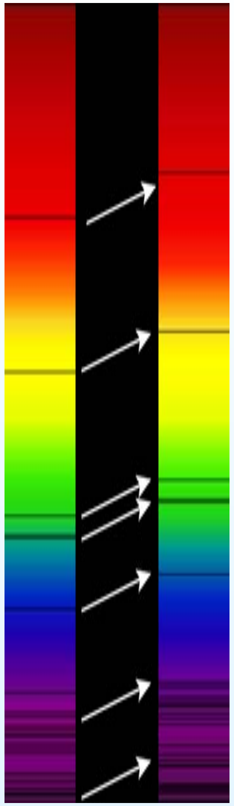
$$\frac{\Delta\nu}{\nu_0}=\frac{\nu-\nu_0}{\nu_0}$$

$$=\left(\boxed{\frac{\sqrt{1-\frac{u}{c}}}{\sqrt{1+\frac{u}{c}}}}-1\right)\xrightarrow[\text{不计高阶项}\left(\frac{u}{c}\right)^2]{u<<c}\begin{cases}\sqrt{1-\dfrac{u}{c}}=\left(1-\dfrac{1}{2}\dfrac{u}{c}+\cancel{\cdots}\right)\\[2ex]\dfrac{1}{\sqrt{1+\dfrac{u}{c}}}=\left(1-\dfrac{1}{2}\dfrac{u}{c}+\cancel{\cdots}\right)\end{cases}$$

$$=\left(1-\frac{u}{c}\right)-1=-\frac{u}{c}$$

$$\frac{\Delta\nu}{\nu_0} \approx -\frac{u}{c}$$ —— 频移量与速度大小成正比





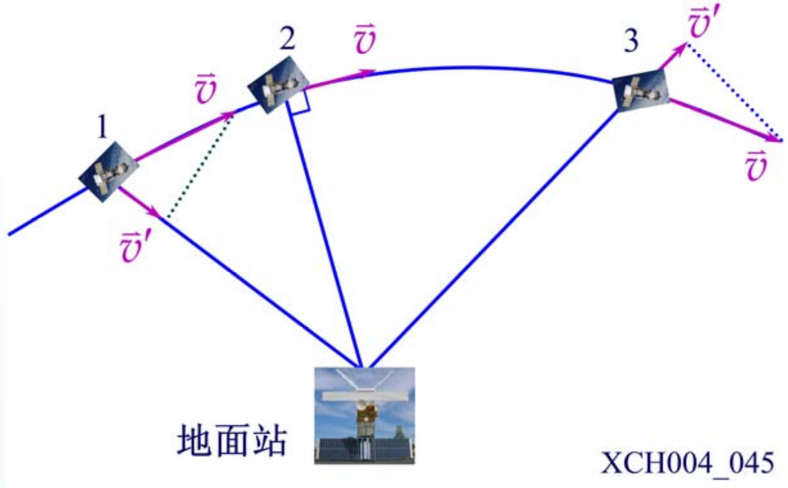
20世纪20年代
哈勃发现星系谱线的红移

$\lambda > \lambda_0$ —— 星体都离我们远去，宇宙在膨胀！！！

4 卫星跟踪

卫星发出电波的恒定频率ν_0

地面接收到电波的频率



$$\nu_R = \nu_0 \sqrt{\frac{1+v'/c}{1-v'/c}}$$

位置1运动到位置3 $\xrightarrow{1\to 3}$ $\nu_R = \nu_0 \sqrt{\frac{1-v'/c}{1+v'/c}}$

接收到信号和恒定频率ν_0信号进行合成 —— 拍频

强度变化的频率 $\nu' = |\nu_0 - \nu_R|$ —— 经过位置2时音调降低

利用检测到卫星拍频信号，可以对卫星进行跟踪

03 冲击波 激波

波源向着观察者运动

$$\nu_R = \frac{u}{u - v_S}\nu_S$$

如果 $v_S \geq u$

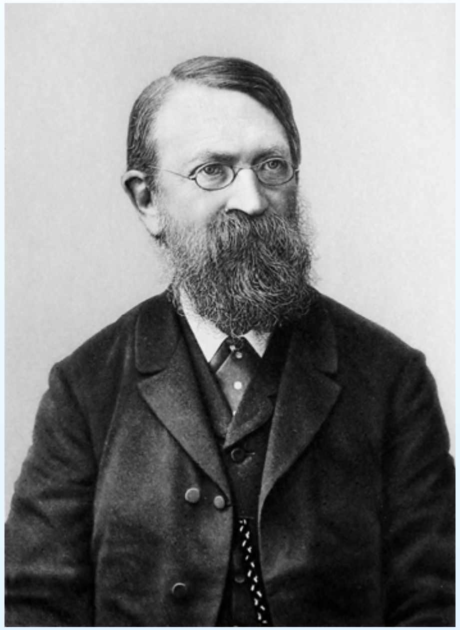
$$\nu_R \longrightarrow \infty$$

频率非常高，波源位于波的最前方 —— 激波

$$\nu_R = \frac{u}{u - v_S}\nu_S$$ —— 波面轨迹构成一个圆锥面

S_1位置发出的波τ时间形成半径为$u\tau$的波面

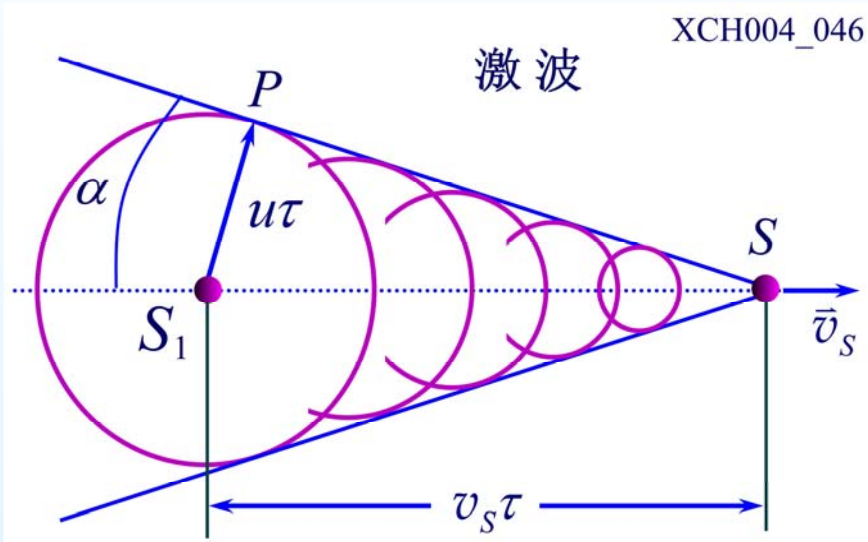
时间τ内波源运动到 S点形成的圆锥面 —— 马赫锥



$$\sin\alpha = \frac{u}{v_S}$$

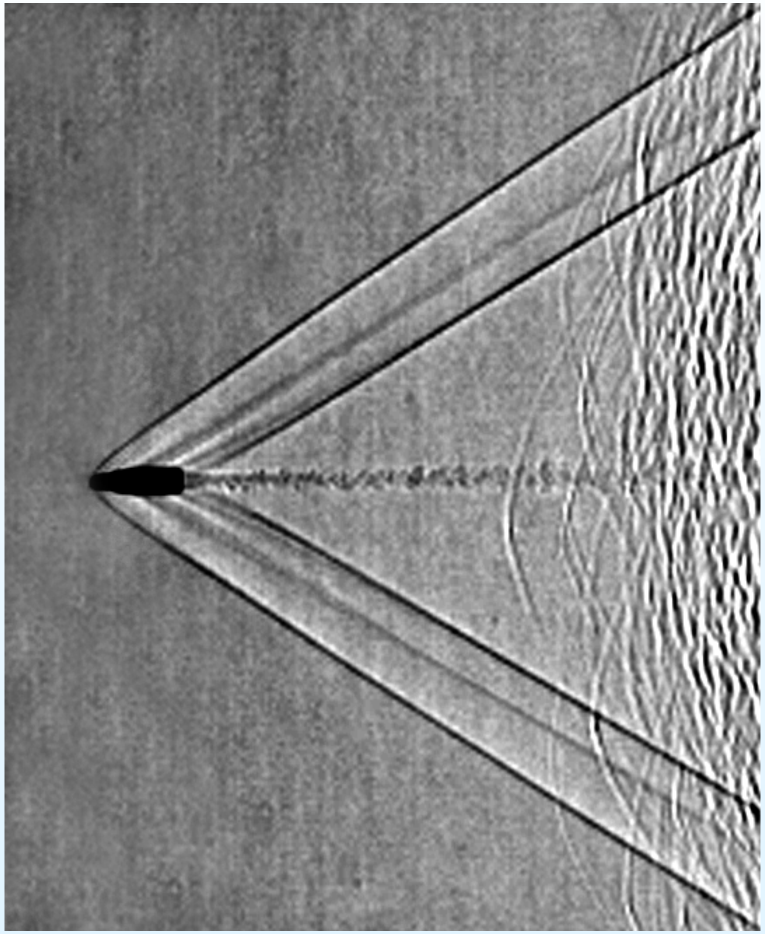
马赫数

$$Ma = \frac{v_S}{u}$$

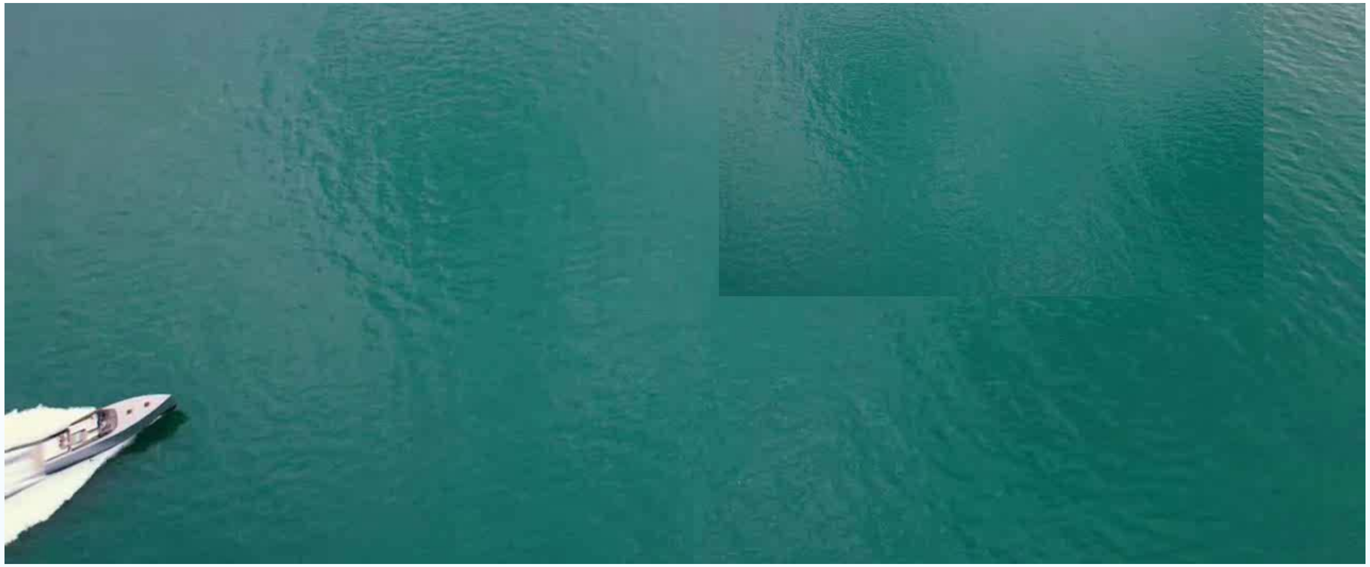


锥顶区域能量高度集中，具有很强的冲击力！

Shadowgram of shock waves from a supersonic bullet fired from a rifle.



The shadowgraph optical technique reveals that the bullet is moving at about a Mach number of 1.9. Left- and right-running bow waves and tail waves stream back from the bullet, and its turbulent wake is also visible.



快艇在水面上

形成的激波！

音障 —— 物体速度接近音速时声波的叠合累积造成震波

进而对飞行器的加速产生障碍

1947年，美国试飞员查理

耶格尔**(Chuck Yeager)**

驾驶火箭发动机推进的

贝尔**X-1**机

首次突破声障

FA-18F Super Hornet Breaking Sound Barrier (7, July 1999)