期末练习卷（三）

一、单项选择题（每小题 3 分，共 15 分）

得分	

1、设 A、B 为随机事件，则 $P(A)=P(B)$的充分必要条件是（　）。

（A）$P(A\cup B)=P(A)+P(B)$　（B）$P(AB)=P(A)P(B)$

(C) $P(A\bar{B})=P(\bar{A}B)$　（D）$P(AB)=P(\overline{AB})$

2、随机地向长方形区域：$\{0<x<2a,0<y<a\}$(a 为正数)内扔一个质点，质点落在长方形任何区域内的概率与区域面积成正比，则原点与落点的连线与 x 轴正向的夹角小于 $\frac{\pi}{4}$ 的概率为（　）。

（A）$\frac{1}{2}$　（B）$\frac{1}{4}$　（C）$\frac{3}{4}$　（D）$\frac{\pi}{4}$

3、对于任意随机变量 X，若 $E(X)$存在，则 $E\{E[E(X)]\}$的值为（　）。

（A）$E^3(X)$　（B）$E(X)$　(C) $E^2(X)$　（D）$D(X)$

4、记z_α $(0<\alpha<1)$表示标准正态分布的上α分为点，以下说法正确的是（　）。

（A）$z_\alpha=z_{-\alpha}$　（B）$z_\alpha=-z_\alpha$　(C) $z_\alpha=z_{1-\alpha}$　（D）$z_\alpha=-z_{1-\alpha}$

5、设$X_1,X_2,\ldots X_n$为来自总体X的一个随机样本，$E(X)=\mu,D(X)=\sigma^2$,为了使$c\sum_{i=1}^{n-1}(X_{i+1}-X_i)^2$ 为σ^2的无偏估计，c的值为（   ）。

(A) $\frac{1}{2(n-1)}$　(B) $\frac{1}{n-2}$　(C) $\frac{1}{n-1}$　(D) $\frac{1}{2(n+1)}$

二、填空题（每空3分，共15分）

得分	

1、设三次独立试验中，事件A出现的概率相等。若已知A至少出现一次的概率为$\frac{19}{27}$，则事件A的概率$P(A)$=___________。

2、设随机变量$X\sim\pi(\lambda),\lambda>0$，且$P\{X=2\}=2P\{X=1\}$，则$\lambda$=______。

3、设连续型随机变量X的密度函数$f(x)=\begin{cases} bx^a, & 0<x<1 \\ 0, & 其它 \end{cases}$，其中$a,b>0$，且$F\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{8}$，则$a=$ _______，$b=$ ________。

4、设总体X的密度函数为$f(x)=\begin{cases} |x|, & |x|<1 \\ 0, & 其它 \end{cases}$，$X_1,X_2,\ldots X_{50}$为取自$X$的一个样本，$\overline{X}$表示样本均值，则$D(\overline{X}-50)=$ _______。

得分	

三、（本题6分）

设随机变量X与Y**相互独立**，且$P\{X=1\}=P\{Y=1\}=\frac{1}{3}$, $P\{X=0\}=P\{Y=0\}=\frac{2}{3}$; 定义$Z=\begin{cases} 1, & X+Y 为偶数 \\ 0, & X+Y 为奇数 \end{cases}$，(1)求$(X,Y)$的联合分布律;(2)求$Z$的分布律。

四、（本题 6 分）

得分	

从大批发芽率为 0.9 的种子中随机抽取 10000 粒，试用中心极限定理估计这 10000 粒种子中发芽粒数不低于 8800 的概率。（结果用$\phi(\cdot)$表示）

五、（本题 15 分）

得分	

设随机变量(X,Y)的概率密度为 $f(x,y)=\begin{cases} xe^{-x}\frac{1}{(1+y)^2}, & x>0,y>0 \\ 0, & else \end{cases}$，

求（1）$f_X(x), f_Y(y)$; (2) X 与 Y 是否相互独立？说明理由。(3) $f_{X|Y}(x|y)$;（4）ρ_{XY}。

六、(本题 15 分)

设随机变量(X,Y)的分布律如右图：

X \ Y	-1	0	1	2
-2	0.2	0.25	0.1	0.1
1	0.1	0	0.25	0

求：(1) 关于 Y 的边缘分布律; (2)关于 Y 的分布函数 $F_Y(y)$; (3) $Z = X + Y^2$ 的分布律; (4) $E(X+Y)$。

得分	

七、(本题 8 分)

设总体$X\sim b(k,p)$,k 为正整数，$0<p<1$,k,p 均未知,设$X_1,X_2,\ldots X_n$为来自该总体的随机样本，求 k,p 的矩估计量

八、（本题 6 分）

得分	

为了估计海尔某型号洗衣机使用时间的方差，某日测试了 10 台洗衣机，测得$\bar{x}=$ 1500 小时，$s=20$ 小时。已知洗衣机使用时间服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，求出σ^2的置信水平为 0.95 的置信区间。（$\chi^2_{0.025}(9)=2.7$,$\chi^2_{0.975}(9)=19.0$，$\sqrt{10}=3.16$）**（结果保留一位小数）**

得分	

九、(本题 5 分)

利用切比雪夫不等式证明伯努利大数定律：设n_A是 n 重伯努利试验中 A 发生的次数，p 是 A 发生的概率，则对任何$\varepsilon>0$，有

$$\lim_{n\to\infty}P\{|\frac{n_A}{n}-p|<\varepsilon\}=1$$

十、(本题 9 分)

得分	

(1) 设某产品的某项质量指标 X 服从正态分布 $N(\mu,150^2)$，现从中随机地抽取了 25 个，测得该项指标的**平均值**为 1637。问能否认为这批产品的该项指标值为 1600。（$\alpha=0.05$，$Z_{0.025}=1.96$）（先假设在检验）

(2)对某总体 $N(\mu,6^2)$，在显著水平为$\alpha=0.05$ 下用 Z 检验法检验假设$H_0{:}\mu=0$，$H_1{:}\mu\neq 0$时，如果拒绝域为$\{|\overline{X}|\geq 1.96\}$，问样本容量 n 应取多大？（$Z_{0.025}=1.96$）