

# 2021 年杭州电子科技大学 高数上 A 期中考试题及答案

(2021 年 11 月 21 日)

1. 设  $y = \sin x \cdot \cos \frac{1}{x}$ , 则当  $x \rightarrow 0$  时,  $y$  是 ( ).  
 A. 无穷小量                      B. 无穷大量                      C. 有界但非无穷小量                      D. 无界但非无穷大量
2. 下列各式中正确的是 ( ).  
 A.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x} = 1$                       B.  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\tan x}{x} = 1$                       C.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x} = 0$                       D.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\arcsin x}{x} = 1$
3. 函数  $f(x)$  在点  $x_0$  连续 ( ).  
 A. 是  $f(x)$  在点  $x_0$  可导的充要条件                      B. 是  $f(x)$  在点  $x_0$  可导的必要条件  
 C. 则必在点  $x_0$  可导                      D. 则在点  $x_0$  的一个充分小的邻域内处处连续
4. 设  $y = f(\sin x)$ , 则  $dy =$  ( ).  
 A.  $f'(\sin x) (\sin x)' dx$                       B.  $f'(\sin x) \cos x$                       C.  $f'(\sin x) dx$                       D.  $f'(\sin x) \sin x dx$
5. 已知曲线  $y = x^2 + ax + 1$  与  $y = e^x$  在点  $x = 0$  处相切, 则  $a =$  ( ).  
 A. 1                      B. -1                      C.  $\frac{1}{2}$                       D.  $-\frac{1}{2}$
6. 设  $f(x)$  在  $x = a$  处可导,  $\Delta y = f(a + h) - f(a)$ , 则当  $h \rightarrow 0$  时必有 ( ).  
 A.  $dy$  是  $h$  的等阶无穷小量                      B.  $dy$  是  $h$  的高阶无穷小量  
 C.  $\Delta y - dy$  是  $h$  的同阶无穷小量                      D.  $\Delta y - dy$  是  $h$  的高阶无穷小量
7. 设  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{(x - a)^2} = -1$ , 则  $f(x)$  在  $x = a$  处 ( ).  
 A. 导数存在且  $f'(a) \neq 0$                       B. 导数不存在  
 C. 取极小值                      D. 取得极大值
8. 已知在区间  $[0, 1]$  上  $f''(x) > 0$ , 则  $f'(0)$ ,  $f'(1)$ ,  $f(1) - f(0)$  或  $f(0) - f(1)$  的大小顺序是 ( ).  
 A.  $f'(1) > f(1) - f(0) > f'(0)$                       B.  $f'(0) > f(1) - f(0) > f'(1)$   
 C.  $f'(1) > f(0) - f(1) > f'(0)$                       D.  $f'(0) > f(0) - f(1) > f'(1)$
9. 极限  $\lim_{n \rightarrow \infty} n \sin \frac{\pi}{n} =$  \_\_\_\_\_.

10. 设  $\begin{cases} x=1+t^3 \\ y=e^{2t} \end{cases}$ , 则  $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{t=1} =$  \_\_\_\_\_.

11. 曲线  $\begin{cases} x=2\cos t \\ y=2\sin t \end{cases}$  在  $t = \frac{\pi}{2}$  处的曲率  $K =$  \_\_\_\_\_.

12. 曲线  $y = x^2 + \frac{1}{x}$  的拐点为 \_\_\_\_\_.

13. 求极限  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{1}{1-x} - \frac{3}{1-x^3} \right)$ .

14. 求极限  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{\sqrt{n^2+1}} + \frac{1}{\sqrt{n^2+2}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{n^2+n}} \right)$ .

15. 求极限  $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + xe^x)^{\frac{1}{x}}$ .

16.  $y = \tan x + \sec x + 2$  求  $y'$ .

17.  $y = f(x)$  是由方程  $\arctan x + y^3 - x \ln x = 0$  所确定的隐函数, 求  $y'$ .

18.  $y = x^{\sin x} \ (x > 0)$  求  $y'$ .

19. 求极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2+\tan x} - \sqrt{2+\sin x}}{x\sqrt{1+\sin^2 x} - x}$ .

20. 已知  $y = x^2 \sin x$ , 求  $y^{(2021)}$ .

21. 求函数  $f(x) = \frac{1}{\arctan \frac{x}{1-x}}$  的间断点, 并判断它是什么间断点.

22. 设函数  $f(x) = \begin{cases} e^{ax}, & x \leq 0 \\ b + \sin 2x & x > 0 \end{cases}$ , 讨论当  $a, b$  为何值时,  $f(x)$  为可导函数, 并求出其导函数.

23. 在椭圆  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$  的第一象限内求一点  $P$ , 使得该点处的切线与椭圆、两坐标轴所围图形的面积最小.

24. 设  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 1$ , 且  $f''(x) > 0$ , 证明:  $f(x) \geq x$ .

答案解析请查看如下链接: [2021 年 11 月杭州电子科技大学高数 A 期中试题及解析](#)