

2022 年杭州电子科技大学高数上 A 期中考试题及答案

(2022 年 11 月 13 日)

1. $\lim_{x \rightarrow 1^+} \arctan \frac{1}{1-x} = (\quad)$.

- A. $\frac{\pi}{2}$ B. $-\frac{\pi}{2}$ C. ∞ D. 不存在

PS: 典题了, 群内讨论多次, 注意这里 $x \rightarrow 1^+$

2. 函数 $f(x) = x \sin \frac{1}{x}$, 则 $x \rightarrow 0$ 时, $f(x)$ 是 (\quad) .

- A. 无穷大量 B. 有界但不是无穷量 C. 无穷小量 D. 无界但不是无穷量

3. 如果函数 $f(x)$ 在点 $f(x_0)$ 处连续, 则函数 $f(x)$ 在点 x_0 处 (\quad) .

- A. 必可导 B. 必不可导 C. 不一定可导 D. 极限不一定存在

4. $y = \cos x$, 则 $y^{(10)} = (\quad)$.

- A. $\sin x$ B. $-\sin x$ C. $\cos x$ D. $-\cos x$

5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^3} = (\quad)$.

- A. 0 B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{3}$ D. ∞

6. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 + \sin x}{1 - \sin x} \right)^{\frac{1}{kx}} = e$, 则 $k = (\quad)$.

- A. -2 B. 2 C. -1 D. 1

7. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{(x-1)^2} = -2$, 则 (\quad) .

- A. 导数存在且 $f'(a) \neq 0$ B. 取极小值 C. 取极大值 D. 导数不存在

PS: 跟去年第七题几乎一样

8. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = a$, 则 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin f(x) - \sin 1}{x - 1}$ 为 (\quad) .

- A. $-a \sin 1$ B. $a \sin 1$

- C. $-a \cos 1$ D. $a \cos 1$

9. $1 - \cos x$ 与 $e^{ax^2} - 1$ 为等价无穷小, $a = \underline{\hspace{2cm}}$.

10. $y = \ln x + \ln \ln x$, 则 dy 为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

11. $y = (x-4)(x+1)^{\frac{2}{3}}$, 则极小值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

12. $f(x) = (e^x - 1)(e^x - 2)(e^x - 3) \cdots (e^x - 10)$, 则 $f'(0) =$ _____.

13. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - 1}{3\sin x}$.

14. 求极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n}{n^2+1} + \frac{n}{n^2+2} + \frac{n}{n^2+3} + \cdots + \frac{n}{n^2+n} \right)$.

PS: 跟去年 14 题完全一个类型

15. $y = \ln(\sec x + \tan x)$, 求 $\frac{dy}{dx}$.

16. 求 $y = \ln(1+x^2)$ 的凹凸区间与拐点.

17. $x + y + e^{xy} = 0$, 求 $\frac{d^2y}{dx^2} \Big|_{x=0}$.

18. $y = \left(\frac{x}{1+x} \right)^x (x > 0)$, 求 y' .

19. 判断 $y = \frac{1}{1 - e^{\frac{x}{2-x}}}$ 的间断点及类型.

20. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left[(a + bx)e^{\frac{1}{x}} - 2x \right] = 3$, 求 a, b 的值.

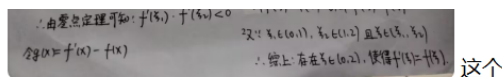
21. $f(x) = \begin{cases} \frac{g(x) - \cos x}{x} & x \neq 0 \\ a & x = 0 \end{cases}$, 其中 $g(x)$ 具有二阶连续的导数, 且 $g(0) = 1$.

(1) 若 $f(x)$ 连续, 求 a 的值.

(2) 当 $f(x)$ 连续时, $f(x)$ 在 $x = 0$ 处是否可导, 若可导, 则求出 $f'(0)$.

22. 若 $f(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 可导, 在 $(0, +\infty)$ 有两个零点, 试证明: 至少存在一点 ξ 使得 $2f(\xi) + f'(\xi) = 0$.

PS: 关于中值定理的证明题构造, 之前就在群内详细讲过啦



为啥呀

回了一条消息

2022-10-30 22:05:13

同问

欢迎关注公众号：WY未央学社 2022-10-30 22:05:40

关于中值定理, 可以看看我这篇文章, 评论区有个链接, 讲的就是中值定理证明题的构造

欢迎关注公众号：WY未央学社 2022-10-30 22:05:42

20211109 九道中值定理的常考优质题 - 她的糖的文章 - 知乎

<https://zhuanlan.zhihu.com/p/431275288>

答案解析请查看如下链接: [【新鲜出炉】2022 年杭州电子科技大学高数 A 类期中考试题与解析 \(qq.com\)](#)