杭州电子科技大学学生考试卷（　　）卷

考试课程	信号分析与处理	考试日期	2016年 6 月 16日	成 绩				
课程号		教师号		任课教师姓名				
考生姓名		学号（8位）		年级		专业	自动化/电气工程及其自动化/智能电网	

一、**概念题**（答题要求说明，对下列信号分析与处理的名词与概念进行解释。**本大题共4小题，每小题 5 分，本大题共 20 分**）

1. 连续信号与离散信号

答：（1）对于任意时间值，信号的描述函数都有定义，称为连续信号。 2 分

（2）信号的描述函数的定义域是某些离散点的集合，称为离散信号。 3 分

2. Nyquist 采样定理

答：对于频谱受限的信号，如果其最高频率分量位 ω_m，为了保留原信号的全部信息，在通过采样得到离散信号时，其采样频率应满足 $\omega_s \geq \omega_m$。 5 分

3. 线性时不变系统

答：（1）同时满足叠加性和齐次性的系统称为线性系统。 2 分

（2）如果其输入信号在时间上有一个任意的平移，导致输出信号仅在时间上产生一个相同的平移，称为时不变系统。 3 分

4. 设计模拟滤波器的中心问题

答：（1）找到一个函数尽可能逼近理想的频率特性。 3 分

（2）物理上可现实的系统。 2 分

二、**简答题**（答题要求说明，简要回答相关问题。**本大题共 4 小题，每小题 5 分，本大题共 20 分**）

1. 求单边指数信号的傅里叶变换，并计算幅频和相频。

$$x(t)=\begin{cases} e^{-at} & t>0, a>0 \\ 0 & t<0 \end{cases}$$

解：$X(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-j\omega t}dt=\int_{0}^{\infty} e^{-at}e^{-j\omega t}dt=\dfrac{1}{a+j\omega}$， 3 分

幅频 $|X(\omega)|=\dfrac{1}{\sqrt{a^2+\omega^2}}$ 1 分

相频 $\phi(\omega)=-\tan^{-1}(\dfrac{\omega}{a})$ 1 分

2. 判断正弦序列 $\sin\left(\dfrac{5\pi}{2}n+\dfrac{\pi}{3}\right)$ 是否是周期序列。若是周期序列，求其周期。

解：由于 $\dfrac{2\pi}{\frac{5\pi}{2}}=\dfrac{4}{5}$，为有理数 2 分

所以周期 $N=4$。 3 分

3. 求序列 $x(n)=3^n u(n)+5^n u(n)$ 的 Z 变换及收敛域。

解：$X(z)=\sum_{n=0}^{\infty}\left(3^n+5^n\right)z^{-n}=\sum_{n=0}^{\infty}\left(\left(3/z\right)^n+\left(5/z\right)^n\right)$ 2 分

$$=\frac{z}{z-3}+\frac{z}{z-5}$$ 2 分

为使 $X(z)$ 收敛，必须满足 $|z|>5$。 1 分

4. 判断系统 $y(t)=\sin(x(t))$ 是否线性系统。

解：如果 $x_1(t)\rightarrow y_1(t)=\sin(x_1(t))$

$x_2(t)\rightarrow y_2(t)=\sin(x_2(t))$ 1 分

则 $x_3(t)=ax_1(t)+bx_2(t)$ 的输出为

$y_3(t)=\sin(x_3(t))=\sin(ax_1(t)+bx_2(t))$

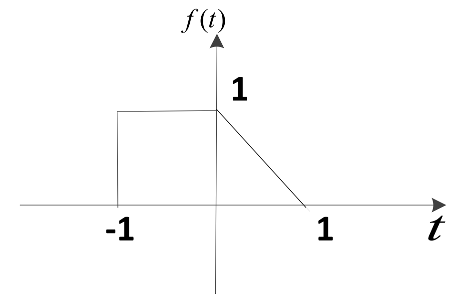
$=\sin(ax_1(t))\cos(\mathrm{b}\,x_2(t))+\cos(ax_1(t))\sin(\mathrm{b}\,x_2(t))$

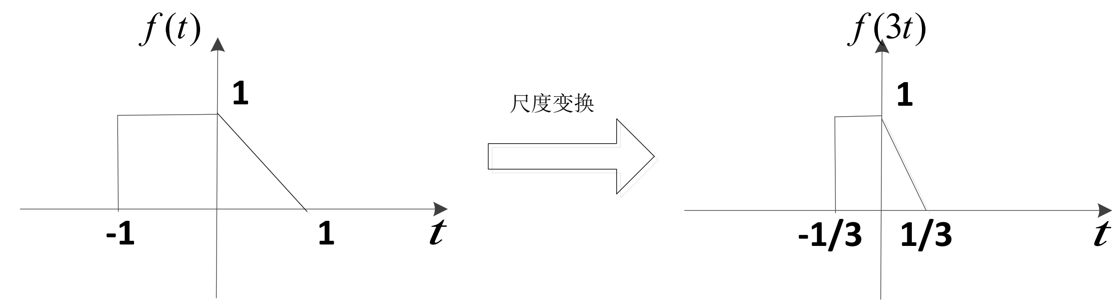
$\neq ay_1(t)+by_2(t)$ 3 分

所以系统为非线性系统 1 分

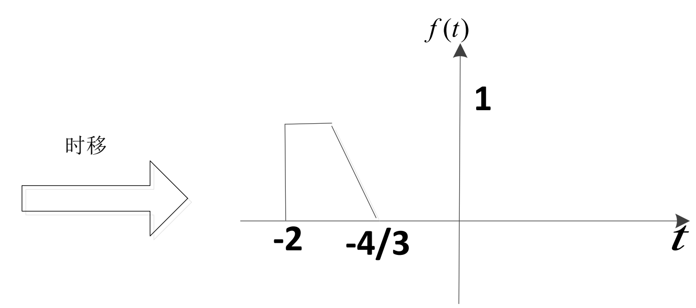
三、**计算与分析题**（答题要求说明，根据各题目的要求，完成相应的解答。**本大题共 5 小题；其中 1-3 小题，每小题 10 分，4-5 小题，每小题 15 分；本大题共 60 分**）

1. 已知信号 $f(t)$ 的波形如图所示，画出 $f(3t+5)$ 的波形。（**本小题 10 分**）



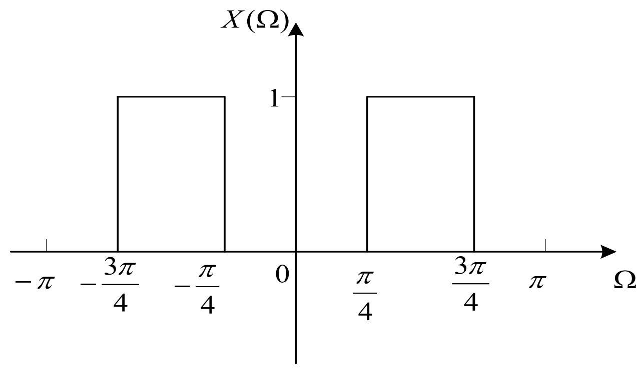


解： 5 分



5 分

2. 求下图所示的 $X(\Omega)$ 的反 DTFT。**（本小题 10 分）**



解：$x(n)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}X(\Omega)e^{j\Omega n}d\Omega$ 2 分

$$=\frac{1}{2\pi}\left[\int_{-3\pi/4}^{-\pi/4}e^{j\Omega n}d\Omega+\int_{\pi/4}^{3\pi/4}e^{j\Omega n}d\Omega\right]$$ 2 分

$$=\frac{1}{2\pi jn}\left[e^{j\Omega n}\Big|_{-3\pi/4}^{-\pi/4}+e^{j\Omega n}\Big|_{\pi/4}^{3\pi/4}\right]$$ 2 分

$$=\frac{1}{\pi n}\left[\sin\left(3n\pi/4\right)-\sin\left(n\pi/4\right)\right]$$ 2 分

当 $n=0$，有 $x(n)=\frac{1}{2\pi}\left[\int_{-3\pi/4}^{-\pi/4}d\Omega+\int_{\pi/4}^{3\pi/4}d\Omega\right]=\frac{1}{2}$ 2 分

3. 已知 $f(t)$ 的傅里叶变换 $F(\omega)$, 求下列函数的频谱： **（本小题 10 分）**

(1) $f(4t+8)$ (2) $\delta(t+1)*f(t)$

解：（1）$F\left[f(4t+8)\right]=\frac{1}{4}F(\frac{w}{4})\mathrm{e}^{j2w}$ 5 分

（2）$F\left[\delta(t+1)*f(t)\right]=F\left[\delta(t+1)\right]\cdot F(w)=F(w)\mathrm{e}^{jw}$ 5 分

4. 已知线性时不变系统的微分方程为

$$y''(t)+5y'(t)+6y(t)=x'(t)+4x(t)$$

求：

（1） 单位冲激响应$h(t)$；

（2） 当激励$x(t)=e^{-4t}u(t)$时，系统的零状态响应$y_{zs}(t)$。

（本小题 15 分）

解：（1）设初始条件为 0，对系统的微分方程进行拉普拉斯变换，可得：

$$s^2Y(s)+5sY(s)+6Y(s)=sX(s)+4X(s)$$ 2 分

系统传递函数 $H(s)=\dfrac{s+4}{s^2+5s+6}=\dfrac{2}{s+2}-\dfrac{1}{s+3}$ 2 分

$$h(t)=\left(2e^{-2t}-e^{-3t}\right)u(t)$$ 4 分

（2）当 $x(t)=e^{-4t}u(t)$， $X(s)=\dfrac{1}{s+4}$，可得 1 分

$$Y(s)=H(s)\cdot X(s)=\frac{1}{s^2+5s+6}$$ 2 分

$$y_{zs}(t)=L^{-1}\left[\frac{1}{s^2+5s+6}\right]=\left(e^{-2t}-e^{-3t}\right)u(t)$$ 4 分

5. 设计相应的巴特沃思(Butterworth)模拟低通滤波器，要求通带截止频率$\omega_c=3rad/s$，通带衰减α_p不大于 3dB，阻带截止频率$\omega_s=6rad/s$，阻带衰减α_s不小于 20dB。（$n\ge\dfrac{\lg\sqrt{10^{0.1\alpha_s}-1}}{\lg\left(\omega_s/\omega_c\right)}$）

（本小题 15 分）

附表：巴特沃思归一化模拟低通滤波器部分参数

阶数(n)	巴特沃思多项式
1	$\bar{s}+1$
2	$\bar{s}^2+1.141\bar{s}+1$
3	$\bar{s}^3+2\bar{s}^2+2\bar{s}+1$
4	$\bar{s}^4+2.613\bar{s}^3+3.414\bar{s}^2+2.613\bar{s}+1$

解：令 $\omega_c=\omega_p=3\mathrm{rad/s}$， $\omega_s=6\mathrm{rad/s}$，则归一化：指标为 $\bar{\omega}_p=\dfrac{\omega_c}{\omega_c}=1$， $\alpha_p=3\mathrm{dB}$；

$\bar{\omega}_s=\dfrac{\omega_s}{\omega_c}=2$， $\alpha_s=20\mathrm{dB}$。 2 分

滤波器阶数： $n=\dfrac{\lg\sqrt{10^{0.1\alpha_s}-1}}{\lg\bar{\omega}_s}=\dfrac{\lg\sqrt{10^2-1}}{\lg 2}\approx 3.3147$。

取 $n=4$。 4 分

查表可得归一化的传递函数为：

$$H(\bar{s})=\frac{1}{\bar{s}^4+2.613\bar{s}^3+3.414\bar{s}^2+2.613\bar{s}+1}$$ 3 分

通过反归一化处理，令 $\bar{s}=\dfrac{s}{\omega_c}$，可得实际滤波器的传递函数为：

$$H(s)=\frac{1}{(\frac{s}{\omega_c})^4+2.613(\frac{s}{\omega_c})^3+3.414(\frac{s}{\omega_c})^2+2.613(\frac{s}{\omega_c})+1}$$ 4 分

$$=\frac{81}{s^4+7.839s^3+30.726s^2+70.551s+81}$$ 2 分

附录：

连续傅里叶级数 CFS $$x(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}X(n\omega_0)e^{jn\omega_0 t}$$ $$X(n\omega_0)=\frac{1}{T_0}\int_{T_0}x(t)e^{-jn\omega_0 t}dt$$
连续傅里叶变换 CFT $$x(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}X(\omega)e^{j\omega t}d\omega$$ $$X(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}x(t)e^{-j\omega t}dt$$
离散傅里叶级数 DFS $$x(n)=\sum_{k=0}^{N-1}X(k\Omega_0)e^{jk\Omega_0 n}$$ $$X(k\Omega_0)=\frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1}x(n)e^{-jk\Omega_0 n}$$ (k = 0, 1, …, N-1)
离散时间傅里叶变换 DTFT $$x(n)=\frac{1}{2\pi}\int_{0}^{2\pi}X(\Omega)e^{j\Omega n}d\Omega$$ $$X(\Omega)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}x(n)e^{-j\Omega n}$$