

# 大物一复习课讲义

## 一、质点运动学

### 1. 概念辨析

请注意以下概念的区别与联系：

①位矢 $\vec{r}$ ，位移 $\Delta\vec{r}$ ，路程 $s$

位矢增量的大小： $|\Delta\vec{r}| = |\vec{r}(t + \Delta t) - \vec{r}(t)|$

位矢大小的增量： $\Delta r = |\vec{r}(t + \Delta t)| - |\vec{r}(t)|$

②平均速度 $\bar{\vec{v}}$ ，平均速率 $\bar{v}$

瞬时速度 $\vec{v}$ ，瞬时速率 $v$

③平均加速度 $\bar{\vec{a}}$ ，瞬时加速度 $\vec{a}$

### 2. 大小与方向

直角坐标系：

大小：	$ \vec{r}  = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$	$ \vec{v}  = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$	$ \vec{a}  = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$
方向角：	eg. $\cos\alpha = x/ \vec{r} $	eg. $\cos\alpha = v_x/ \vec{v} $	eg. $\cos\alpha = a_x/ \vec{a} $

自然坐标系：

速度： $\vec{v} = \frac{ds}{dt}\vec{\tau} = v\vec{\tau}$ ，加速度： $\vec{a} = a_n\vec{n} + a_\tau\vec{\tau}$

加速度大小： $|\vec{a}| = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2}$ ，其中 $a_n = v^2/\rho$ ， $a_\tau = dv/dt$

### 3. 微积分关系

运动状态 $(t, \vec{r}, \vec{v}, \vec{a})$

已知 $\vec{r}(t)$ 求 $\vec{v}(t)$ 、 $\vec{a}(t)$ ： $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$ ， $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$

已知 $\vec{a}(t)$ 求 $\vec{v}(t)$ 、 $\vec{r}(t)$ ： $\int d\vec{r} = \int \vec{v}dt$ ， $\int d\vec{v} = \int \vec{a}dt$

已知加速度与位置的关系 $a(x)$ ： $a(x) = v \frac{dv}{dx}$ ， $\int a(x)dx = \int vdv$

### 4. 圆周运动

$\theta, \omega, \alpha$

①角量关系：

微分关系:  $\omega = \frac{d\theta}{dt}, \alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$

积分关系:  $\int d\theta = \int \omega dt, \int d\omega = \int \alpha dt$

匀变速:  $\omega = \omega_0 + \alpha t, \theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2, \omega^2 - \omega_0^2 = 2\alpha(\theta - \theta_0)$

②角量与线量关系:

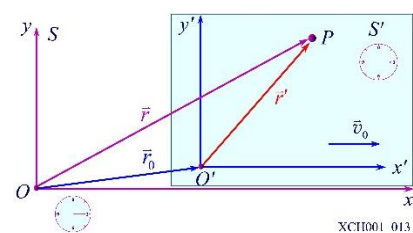
$s = R\theta, v = R\omega, a = R\alpha$

③加速度

加速度:  $\vec{a} = a_n \vec{n} + a_\tau \vec{\tau}$

加速度大小:  $|\vec{a}| = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2}$ , 其中  $a_n = v^2/r, a_\tau = dv/dt$  (这里挺重要)

## 5. 相对运动



绝对运动=牵连运动+相对运动

$\vec{v}_{\text{绝对}} = \vec{v}_{\text{牵连}} + \vec{v}_{\text{相对}}$

自己找个作业题做做

## 二、质点动力学

### 1. 牛顿第二定律

$$\vec{F} = \frac{d(m\vec{v})}{dt}, \text{ 低速 } \vec{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a}$$

### 2. 动量定理

$$\vec{F}dt = d(m\vec{v})$$

$$\underbrace{\int \vec{F}dt}_{\text{冲量 } \vec{I}} = \underbrace{m\vec{v}_2}_{\text{动量 } \vec{p}_2} - \underbrace{m\vec{v}_1}_{\text{动量 } \vec{p}_1}$$

力的时间积累效应=动量的改变

### 3. 动量守恒

$$\text{若 } \sum_i \vec{F}_i = 0, \text{ 则 } \sum_i m_i \vec{v}_i = \vec{C}$$

$$\text{若 } \sum_i F_{xi} = 0, \text{ 则 } \sum_i m_i v_{xi} = C$$

### 4. 动能定理

$$\underbrace{\vec{F} \cdot d\vec{r}}_{\text{元功 } dA} = \underbrace{d\left(\frac{1}{2}mv^2\right)}_{dE_k}$$

$$\underbrace{\int \vec{F} \cdot d\vec{r}}_{\text{功 } A} = \underbrace{\frac{1}{2}mv_2^2}_{\text{动能 } E_{k2}} - \underbrace{\frac{1}{2}mv_1^2}_{\text{动能 } E_{k1}}$$

力的空间积累效应=动能的改变

### 5. 势能

$$E_p = - \int_{"0"}^p \vec{F}_{\text{保}} \cdot d\vec{r} = \int_p^{"0"} \vec{F}_{\text{保}} \cdot d\vec{r}$$

P 的势能等于从零势能点到该点保守力做功的负值, 或

P 的势能等于从该点到零势能点保守力做功

$$\text{重力势能: } E_p = mgh$$

$$\text{弹性力势能: } E_p = \frac{1}{2}kx^2$$

$$\text{万有引力势能: } E_p = -G \frac{m_1 m_2}{r}$$

$$\text{势能定理: } dA_{\text{保}} = -dE_p, \quad A_{\text{保}} = -(E_{p2} - E_{p1})$$

## 6. 机械能守恒

$$A_{\text{外}} + A_{\text{保内}} + A_{\text{非保内}} = E_{kb} - E_{ka}$$

$$A_{\text{外}} + A_{\text{非保内}} = E_b - E_a \quad (\text{机械能 } E = E_k + E_p)$$

### 三、刚体定轴转动

#### 1. 对比

质点运动		刚体定轴运动	
运动状态	$\vec{r}, \vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}, \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$	转动方程	$\theta, \omega = \frac{d\theta}{dt}, \alpha = \frac{d\omega}{dt}$
力	$\vec{F}$	力矩	$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$
质量	$m$	转动惯量	$J = \int r^2 dm$
动量与角动量	动量: $\vec{p} = m\vec{v}$ 角动量: $\vec{L} = \vec{r} \times m\vec{v}$ 角动量大小 $L = mvr_{\perp}$	角动量	$L = J\omega$
动能定理	$\vec{F} \cdot d\vec{r} = d\left(\frac{1}{2}mv^2\right)$ $\int \vec{F} \cdot d\vec{r} = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$	动能定理	$Md\theta = d\left(\frac{1}{2}J\omega^2\right)$ $\int Md\theta = \frac{1}{2}J\omega_2^2 - \frac{1}{2}J\omega_1^2$
牛二	$\vec{F} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a}$	刚体定轴转动定律	$M = J\frac{d\omega}{dt} = J\alpha$
动量定理	$\vec{F}dt = d(m\vec{v})$ $\int \vec{F}dt = m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1$	角动量定理	$Mdt = d(J\omega)$ $\int Mdt = J\omega_2 - J\omega_1$
机械能守恒	$E = \frac{1}{2}mv^2 + E_p = C$	机械能守恒	$E = \underbrace{\frac{1}{2}J\omega^2}_{\text{转动}} + \underbrace{\frac{1}{2}mv^2}_{\text{平动}} + \underbrace{mgh}_{\text{重力势能}}$ $= C$
动量守恒	$\vec{F} = 0$ , 则 $m\vec{v} = \vec{C}$ $\vec{M} = 0$ , 则 $\vec{r} \times m\vec{v} = \vec{C}$	角动量守恒	$J\omega_2 = J\omega_1$

#### 2. 刚体质点系统，找题目做做

3. 转动惯量  $J = \int r^2 dm$

杆：轴在质心  $J = \frac{1}{12} ml^2$ ；轴在端点  $J = \frac{1}{3} ml^2$

环：轴在质心  $J = mR^2$

盘：轴在质心  $J = \frac{1}{2} mR^2$

轴不在质心：平行轴定理

## 四、真空中的静电场

### 1. 电场的计算

①点电荷：  $\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \vec{r}_0$

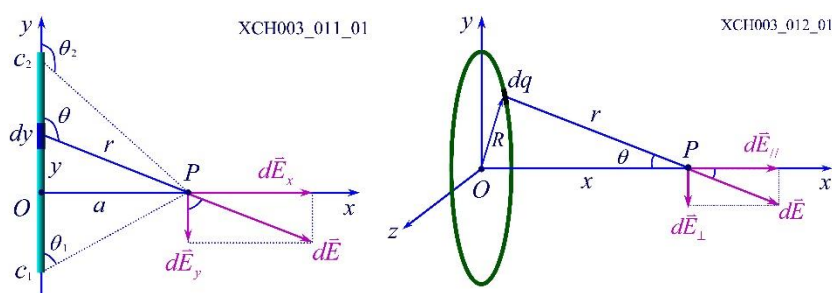
②点电荷系：  $\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_i \frac{q}{r_i^2} \vec{r}_{i0}$

③连续带电体：  $\vec{E} = \int_Q d\vec{E} = \int_Q \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2} \vec{r}_0$ ，其中  $dq = \begin{cases} \lambda dl \\ \sigma ds \\ \rho dv \end{cases}$

④高斯定理求电场：  $\Phi = \oiint_s \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{S \text{ 内}} q_i$

⑤利用电势求电场：  $\vec{E} = -\text{grad}\varphi$

### ⑥典型电场分布



杆：  $\vec{E} = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 r} [(\cos\theta_1 - \cos\theta_2) \vec{i} - (\sin\theta_1 - \sin\theta_2) \vec{j}]$

环：  $\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \cos\theta \vec{i} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qx}{r^3} \vec{i}$

盘：  $\vec{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} (1 - \cos\theta) \vec{i}$

无限长杆：  $E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 a}$

无限大平面：  $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$

$$\text{球面: } E = \begin{cases} 0, r < R \\ \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}, r > R \end{cases}$$

## 2. 电势

$$(1) \text{ 已知电场分布: } \varphi = \int_p^{\text{"0"}} \vec{E} \cdot d\vec{l}, \quad \varphi_{ab} = \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

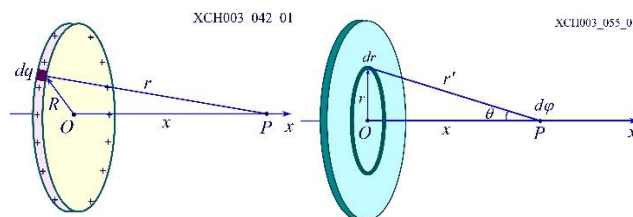
(2) 已知电荷分布:

$$\text{① 点电荷: } \varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}$$

$$\text{② 点电荷系: } \varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_i \frac{q}{r_i}$$

$$\text{③ 连续带电体: } \varphi = \int_Q \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r}, \text{ 其中 } dq = \begin{cases} \lambda dl \\ \sigma ds \\ \rho dv \end{cases}$$

(3) 典型电势分布



$$\text{环: } \varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\sqrt{x^2 + R^2}}$$

$$\text{盘: } \varphi = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} (r - x) = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} (\sqrt{x^2 + R^2} - x)$$

$$\text{球面: } \varphi = \begin{cases} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{R}, r < R \\ \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}, r > R \end{cases}$$

## 3. 导体中的静电场

(1) 静电平衡条件

$$\text{电场: } \begin{cases} \vec{E}_{\text{内}} = 0 \\ \vec{E}_s \perp \text{Surface} \end{cases}, \quad E_{\text{外}} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

电势: 导体是等势体, 导体表面是等势面



(2) 电荷分布

① 实心

② 腔内无电荷

③ 腔内有电荷

④ 电荷分布与曲律

书上例题 6-3, 6-4 看看

#### 4. 电容

$$(1) C = \frac{q}{\varphi}, \text{ 或 } C = \frac{q}{U}$$

(2) 求电容步骤

① 电场:  $\vec{E}$

$$\text{② 电势差: } U = \int \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

$$\text{③ } C = \frac{q}{U}$$

(3) 典型电容 (你会求吗?)

孤立球形导体:  $C = 4\pi\epsilon_0 R$

平行板电容器:  $C = \frac{\epsilon_0 S}{d}$

球形电容器:  $C = \frac{4\pi\epsilon_0 R_1 R_2}{R_2 - R_1}$

柱形电容器:  $C = \frac{2\pi\epsilon_0 L}{\ln(R_2/R_1)}$

(4) 串并联电容

串联:  $\frac{1}{C} = \sum \frac{1}{C_i}$

并联:  $C = \sum C_i$

## 五、稳恒磁场

### 1. 求磁场分布

① 运动电荷:  $\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q\vec{v} \times \vec{r}_0}{r^2}$

② 电流元:  $d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{l} \times \vec{r}_0}{r^2}$

③ 安培环路定理:  $\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum I$

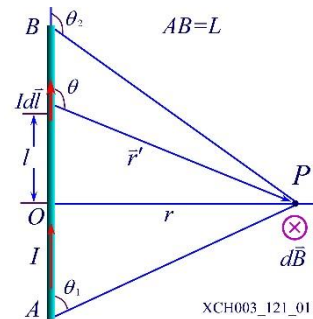
### ④ 典型磁场分布

直导线:  $B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r} (\cos\theta_1 - \cos\theta_2)$

长直导线:  $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$

圆电流:  $B = \frac{\mu_0 I}{2R}$

长直螺线管:  $B = \mu_0 nI$



### 2. 磁力

(1) 洛伦兹力:  $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$

(2) 安培力:  $d\vec{F} = Id\vec{l} \times \vec{B}$

(3) 磁力矩:  $M = \vec{p}_m \times \vec{B} = IS\vec{n} \times \vec{B}$

(4) 带电粒子在均匀磁场中的运动

①  $\vec{v} \parallel \vec{B}$ , 匀速直线运动

②  $\vec{v} \perp \vec{B}$ , 匀速圆周运动。半径, 周期

③ 其他, 螺旋线。回旋半径, 螺距

(5) 霍尔效应

## 六、变化的电磁场

### 1. 求电动势

(1) 法拉第电磁感应定律

$$\varepsilon = - \frac{d\Phi_m}{dt} = - \frac{d}{dt} \iint_s \vec{B} d\vec{S}$$

①规定绕行方向，②求磁通量，③关于时间 t 求导

(2) 动生电动势

$$\varepsilon = \int_l \vec{E}_k \cdot d\vec{l} = \int_l \vec{v} \times \vec{B} \cdot d\vec{l}$$

(3) 感生电动势

$$\varepsilon = \int_l \vec{E}_i \cdot d\vec{l} = - \iint_s \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}$$

### 2. 位移电流

$$I_D = \frac{d\Phi_D}{dt} = \iint_s \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} d\vec{S}$$

### 3. 麦克斯韦方程组

找几道作业做做（选择填空）