杭州电子科技大学学生考试卷（B）卷

程 信号与系统	考试日期	2019 年 01 月 17 日		成 绩	
号 A0806260	教师号		任课教师姓名		
名	学号（8 位）		年级		专业	

稳定 LTI 系统的频率响应$H(j\omega)=-2j\omega$，当输入$x(t)=(cos\omega_0 t)u(t)$时，求输

题 10 分）

$(cos\omega_0 t)u(t)=\frac{e^{-j\omega_0 t}+e^{j\omega_0 t}}{2}u(t)$，（5 分）

果，且稳定，所以

$e^{st}=H(j\omega)e^{j\omega t}=\frac{2j\omega_0 e^{-j\omega_0 t}-2j\omega_0 e^{j\omega_0 t}}{2}u(t)$（5 分）

二、已知序列$x[n]=u[n+3]-u[n-2]$，$X(e^{j\omega})$是信号$x[n]$的傅立叶变换。（本题共 3 小题，15 分）

（1）求$\omega=\pi$时，$X(e^{j\omega})=?$；（5 分）

（2）求$\int_0^{\pi}X(e^{j\omega})d\omega$的值；（5 分）

（3）求$\int_{-\pi}^{0}\left|X(e^{j\omega})\right|^2 d\omega$的值。（5 分）

解：$\because x[n]=u[n+3]-u[n-2]=\delta[n+3]+\delta[n+2]+\delta[n+1]+\delta[n]+\delta[n-1]$

（1）$X(e^{j\omega})=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}x[n]e^{-j\omega n}=e^{j3\omega}+e^{j2\omega}+e^{j\omega}+1+e^{-j\omega}$

$\omega=\pi$时，$X(e^{j\omega})=e^{j3\pi}+e^{j2\pi}+e^{j\pi}+1+e^{-j\pi}=-1$

（2）因为 $x[n]$ 为实信号，$\int_0^{\pi}X(e^{j\omega})d\omega=\frac{1}{2}\int_{-\pi}^{\pi}X(e^{j\omega})d\omega$.

$\frac{1}{2}\int_{-\pi}^{\pi}X(e^{j\omega})d\omega=\pi\cdot\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}X(e^{j\omega})e^{j\omega n}d\omega,(n=0)=\pi\cdot x[n],(n=0)$

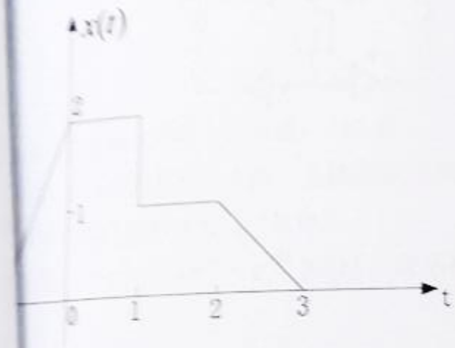
$\therefore\int_0^{\pi}X(e^{j\omega})d\omega=\pi\cdot x[0]=\pi$

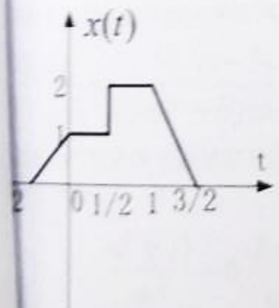
（3）同理，$\int_{-\pi}^{0}\left|X(e^{j\omega})\right|^2 d\omega=\frac{1}{2}\int_{-\pi}^{\pi}\left|X(e^{j\omega})\right|^2 d\omega=\frac{1}{2}\cdot 2\pi\cdot\sum_{n=-\infty}^{\infty}\left|x[n]\right|^2=5\pi$

三、已知某连续时间信号 $x(t)$ 的波形如图所示。（本题共 2 小题，15 分）

画出信号 $x_1(t)=x(2-2t)$ 的波形；（5 分）

若 $x(t)$ 的频谱是 $X(j\omega)$，试用 $X(j\omega)$ 表示信号 $x_1(t)$ 的频谱。（1 0 分）





$$(j\omega)=\frac{1}{2}e^{-j\omega}X(\frac{-j\omega}{2})$$

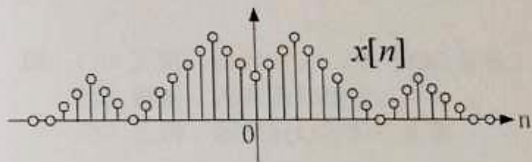
四、已知序列 $x[n]$，对以采样周期为 N=2 采样得 $x_p[n]$，对序列以 N=3 进行抽取得 $x_d[n]$，

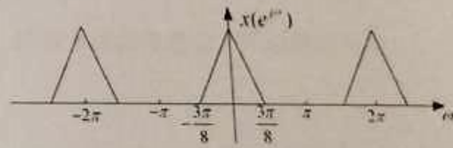
即：$x_p[n]=\begin{cases}x[n], & n=0,\pm2,\pm4,\cdots\\ 0, & else\end{cases}$；$x_d[n]=x[3n]$；求：（本题共 3 小题，1 5 分）

（1）已知 $x[n]$ 如图所示，画出 $x_p[n]$ 和 $x_d[n]$；（6 分）

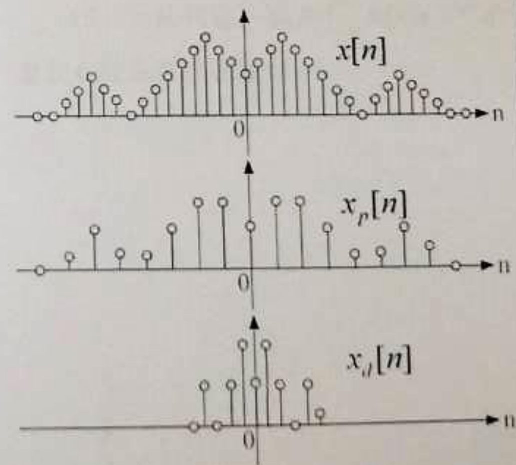
（2）若 $X(e^{j\omega})$ 如图所示，画出 $X_p(e^{j\omega})$ 和 $X_d(e^{j\omega})$；（6 分）

（3）求 $x[n]$ 的最大不失真采样周期。（3 分）

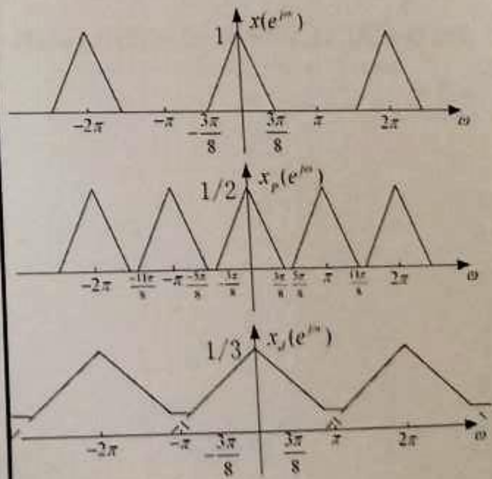




解：（1）

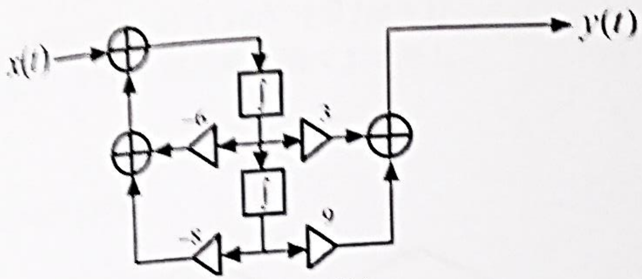


（2）



（3）$\because \omega_m=\frac{3\pi}{8}$；$\therefore \omega_s>\frac{6\pi}{8}$；即 $\frac{2\pi}{N}>\frac{3\pi}{4}$，$\therefore N=2$

续时间LTI系统方框图下图所示，已知系统是因果稳定的，且初始松弛。（本题共25分）



求系统函数，并给出收敛域；（10分）

求该系统的频率响应函数，及描述系统的线性常系数微分方程；（5分）

求系统单位冲激响应；（5分）

若输入为 $x(t)=(e^{-t}+e^{-3t})u(t)$，求系统的输出。（5分）

方框图可得 $H(s)=\dfrac{9s^{-2}+3s^{-1}}{8s^{-2}+6s^{-1}+1}=\dfrac{9+3s}{8+6s+s^2}=\dfrac{Y(s)}{X(s)}$，因为系统因果稳定，

收敛域 ROC: $\mathrm{Re}\{s\}>-2$；

统稳定，且根据系统函数可得其频率响应函数

$$\frac{Y(j\omega)}{X(j\omega)}=\frac{3(j\omega+3)}{(j\omega)^2+6j\omega+8}=\frac{3(j\omega+3)}{(j\omega+4)(j\omega+2)}=\frac{3}{2}\left(\frac{1}{j\omega+2}+\frac{1}{j\omega+4}\right)$$

始松弛可知系统初始状态为零，根据其频率响应函数可得描述系统的

分方程为：

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2}+6\frac{dy(t)}{dt}+8y(t)=3\frac{dx(t)}{dt}+9x(t)$$

的频率响应函数，可得系统单位冲激响应为：$h(t)=\dfrac{3}{2}(e^{-2t}+e^{-4t})u(t)$

$$(e^{-t}+e^{-3t})u(t), X(j\omega)=\frac{1}{j\omega+1}+\frac{1}{j\omega+3}=\frac{2j\omega+4}{(j\omega)^2+4j\omega+3}=\frac{2(j\omega+2)}{(j\omega+1)(j\omega+3)},$$

$$X(j\omega)H(j\omega)=\frac{2(j\omega+2)}{(j\omega+1)(j\omega+3)}\frac{3(j\omega+3)}{(j\omega+4)(j\omega+2)}=\frac{6}{(j\omega+1)(j\omega+4)}$$

$-2e^{-4t})u(t)$

六、某因果稳定 LTI 系统，其单位冲激响应 $h(t)$ 为实值函数，系统函数 $H(s)$ 是有理的，有一极点在 $-2+2j$，有两零点在 $3\pm j$，并在无限远点只有两个零点，由此判定以下结论的对错，或者说明因为判据不够而无法判定。（本题共5小题，20分）

（1）$e^{-2t}h(t)$是绝对可积的；（4分）

（2）$H(s)$ 的 ROC 是 $\mathrm{Re}\{s\}>-2$；（4分）

（3）$-2-2j$也是其极点；（4分）

（4）$\frac{d^2h(t)}{dt^2}$的拉氏变换，依然至少有一个极点；（4分）

（5）$\int_{-\infty}^{+\infty}h(t)dt=0$（4分）

解：（1）正确，因为H(s + 2)，ROC 左移 2，所以系统依然稳定，所以绝对可积。

（2）错误，还有未知极点。

（3）正确，因为$h(t)$为实值函数。

（4）正确，因为$\frac{d^2h(t)}{dt^2}\rightarrow s^2H(s)$，因为分母比分子高两阶，所以依然有一个极点。

（5）无法判定，因为$\int_{-\infty}^{\infty}h(t)e^{-j\omega t}dt=H(j\omega), H(0)=0$；无法判定，因为无法确定在 0 处是否存在零点。

参考题：画出以下频率响应的波特图（本题２０分）

$$H(j\omega)=\frac{(j\omega+10)^2(10j\omega+1)}{(j\omega/100+1)^2[(j\omega)^2+2j\omega+1]}$$

幅频特性图（１０分）；相频特性图（１０分）。

解：