

Name: Farah Jasmin Khan

ID : 19101239

Section: CSE06

[Ques#9]

Given, $f(-1)=0, f(1)=2, f(3)=3, f(5)=4$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 3 \\ 1 & 5 \end{bmatrix} \quad \left[\begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 \\ 1 & x_2 \\ 1 & x_3 \\ 1 & x_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} \right] \quad [b = AX]$$

$$A^T = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 3 & 5 \end{bmatrix} \quad \left[\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 3 \\ 1 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} \right]$$

$$A^T A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 3 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 3 \\ 1 & 5 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} 2 \times 4 \\ 4 \times 2 \rightarrow 2 \times 2 \end{matrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 4 & 8 \\ 8 & 36 \end{bmatrix}$$

$$A^T b = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 3 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} 2 \times 4 \\ 4 \times 1 \rightarrow 2 \times 1 \end{matrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 9 \\ 31 \end{bmatrix}$$

So, $A^T A = \begin{bmatrix} 4 & 8 \\ 8 & 36 \end{bmatrix}$, $A^T b = \begin{bmatrix} 9 \\ 31 \end{bmatrix}$ = orthonormal matrix

= orthonormal matrix

(Ans)

Ques #10.

$$A^T A = A^T b.$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 4 & 8 \\ 8 & 36 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 \\ 31 \end{bmatrix}. \quad [\text{from Ques-9}]$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 \\ 31 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 8 \\ 8 & 36 \end{bmatrix}^{-1}$$

$$= \frac{1}{(36 \times 4) - 64} \begin{bmatrix} 36 & -8 \\ -8 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 9 \\ 31 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{80} \begin{bmatrix} 76 \\ 52 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 76/80 \\ 52/80 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 19/20 \\ 13/20 \end{bmatrix}.$$

$$a_0 = \frac{76}{80} = \frac{19}{20}, \quad a_1 = \frac{52}{80} = \frac{13}{20}.$$

$$P_1(x) = \frac{19}{20} + \frac{13}{20}x. \quad [P_1(x) = a_0 + a_1x].$$

$$= 0.95 + 0.65x \quad (\text{Ans.})$$