连续时间信号 $x(t)$ 是周期的

对所有 t 信号定义有

存在 T 正实数，即 $x(t)$ 的基波周期

对所有 k 有 $x(t) = x(t+kT)$

例1 设 $x(t)=e^{j2\pi t}, y(t)=e^{j2t}$，若 $s(t)=x(t)+y(t)$，$p(t)=x(t)y(t)$

判断 $s(t)$ 和 $p(t)$ 的周期性；若是周期的，求基波周期。

解 由欧拉公式有

$$x(t)=\cos(2\pi t)+j\sin(2\pi t),\ y(t)=\cos(2t)+j\sin(2t)$$

$T_x=1$ $T_y=\pi$

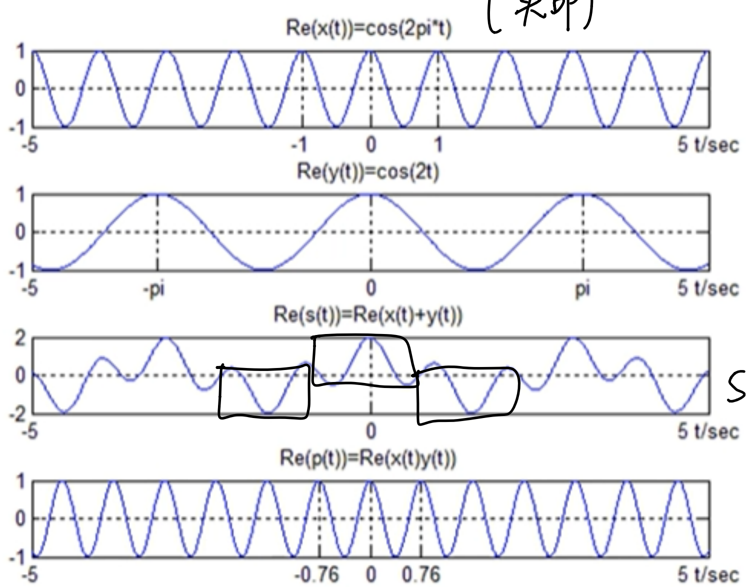
$s(t)$ $T_s=$ (最小公倍数 / $\frac{T_x}{T_y}$ 不是有理数) ∴ 不是周期信号

(如果是，$\frac{T_x}{T_y}=\frac{N}{M}$，则周期即 NT_y 或 MT_x)

$p(t)$ $T_p=\frac{2\pi}{2(\pi+1)}=\frac{\pi}{\pi+1}$

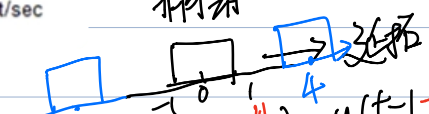
$p(t)=e^{j2(\pi+1)t}$

(实部)



$s(t)$

非周期



周期信号 $\sum_{k=-\infty}^{\infty} u(t+1-4k)-u(t-1-4k)$

(每隔4的整数倍)

例2 判断信号 $x(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{-(2t-n)}u(2t-n)$ 的周期性。若是周期的，求其基波周期 T。

$\frac{2t-t}{2}=\frac{1}{2}$

解 不妨先考虑信号 $x_0(t)=e^{-2t}u(2t)$。

若将 $x_0(t)$ 向左右两边延拓，每隔1/2重复一次，便得到 $x(t)$，由此可知 $x(t)$ 是周期的，且基波周期 $T=1/2$。

$$x\left(t+\tfrac{1}{2}\right)=\sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{-[2(t+\frac{1}{2})-n]}u\left[2\left(t+\tfrac{1}{2}\right)-n\right]$$

$$=\sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{-(2t+1-n)}u(2t+1-n)$$

$$\xlongequal{k=n-1}\sum_{k=-\infty}^{\infty} e^{-(2t-k)}u(2t-k)=x(t)$$

由于周期信号定义于整个时间区间 $-\infty<t<+\infty$，故在工程实际中不存在周期信号，但是研究周期信号非常有意义。（时域上不满足）

举个例子，非周期信号的频域表示即傅里叶表示，是通过将周期信号的傅里叶级数表示中的周期趋于无穷大，考虑基波频率以及求和的演变而得到的。