

大爆炸核合成和一些相关问题

余钊焕

中山大学理工学院 06 物理学

指导教师：张宏浩

2010 年 2 月

Contents

1 核统计平衡	2
2 初始条件	4
3 轻元素的生成	7
4 原初丰度的理论预言	11
5 原初丰度的观测	14
6 解决 Li 疑难的一些思路	17
7 BBN 与晚衰变粒子	22

大爆炸核合成 (big-bang nucleosynthesis, BBN), 也被称为原初核合成 (primordial nucleosynthesis), 是 Gamow 于 1946 年最早提出的. BBN 大致发生在宇宙温度 $T \simeq 1 \text{ MeV}$ 和 $T \simeq 10 \text{ keV}$ 之间, 对应于宇宙时间 $t \simeq 1 - 10^4 \text{ sec}$. 它是大爆炸理论的直接结果, 是研究早期宇宙的重要手段. 以下第 1 节至第 4 节将简单介绍一下 BBN 的基本理论, 第 5 节用实际观测与理论进行比较, 第 6 节和第 7 节讨论一些近年来的相关问题.

1 核统计平衡

为了认识 BBN, 我们应先了解核统计平衡 (nuclear statistical equilibrium, NSE). 核统计平衡包含两个方面, 动力学平衡 (kinetic equilibrium) 和化学平衡 (chemical equilibrium). 当一种具有质量数 A 和电荷 Z 的非相对论性核素 $A(Z)$ 处于动力学平衡之中时, 它会服从 Boltzmann 分布, 即数密度

$$n_A = g_A \left(\frac{m_A T}{2\pi} \right)^{3/2} \exp \left(\frac{\mu_A - m_A}{T} \right) = g_A \left(\frac{A m_N T}{2\pi} \right)^{3/2} \exp \left(\frac{\mu_A - m_A}{T} \right), \quad (1)$$

其中 μ_A 是该核素 $A(Z)$ 的化学势, g_A 是 $A(Z)$ 粒子的内部自由度. 第二个等号的成立的理由是, 在指数前因子中, 中子质量 m_n , 质子质量 m_p 和 m_A/A 三者之间的差别是不重要的, 可将它们都取为相同的核子质量 m_N (在指数上则不然).

若从 Z 个质子和 $(A - Z)$ 个中子合成核素 $A(Z)$ 的反应率比 Hubble 膨胀率更快, 则会达到化学平衡, 有

$$\mu_A = Z\mu_p + (A - Z)\mu_n. \quad (2)$$

再利用 Eq.(1), 可得出

$$\begin{aligned} \exp \left(\frac{\mu_A}{T} \right) &= \exp \left(\frac{Z\mu_p + (A - Z)\mu_n}{T} \right) \\ &= 2^{-A} n_p^Z n_n^{A-Z} \left(\frac{2\pi}{m_N T} \right)^{3A/2} \exp \left(\frac{B_A + m_A}{T} \right). \end{aligned} \quad (3)$$

其中 $B_A = Zm_p + (A - Z)m_n - m_A$ 是核素 $A(Z)$ 的禁闭能量. 将 Eq.(3) 代入 Eq.(1), 得

$$n_A = g_A A^{3/2} 2^{-A} \left(\frac{2\pi}{m_N T} \right)^{3(A-1)/2} n_p^Z n_n^{A-Z} \exp \left(\frac{B_A}{T} \right). \quad (4)$$

Tab. 1 列出几种轻原子核的禁闭能量和内部自由度.

AZ	B_A	g_A
${}^2\text{H}$	2.22 MeV	3
${}^3\text{H}$	6.92 MeV	2
${}^3\text{He}$	7.72 MeV	2
${}^4\text{He}$	28.3 MeV	1
${}^{12}\text{C}$	92.2 MeV	1

Table 1: 几种轻原子核的禁闭能量和内部自由度

在膨胀的宇宙中, 如果没有粒子产生或消失的过程, 每一共动体积内的粒子数是不变, 因而粒子数密度 $n \propto a^{-3}$ (a 为尺度因子). 利用总核子密度 $n_N \equiv n_n + n_p + \sum_i (An_A)_i$, 定义核素 $A(Z)$ 贡献的质量分数

$$X_A = \frac{An_A}{n_N}. \quad (5)$$

易见, 在没有粒子产生或消失的情况下, X_A 是不会随宇宙膨胀而改变的, 且有 $\sum_i X_i = 1$. 现在, 留意到 $n_N \equiv \eta n_\gamma$, 而光子数密度 $n_\gamma = 2\zeta(3)T^3/\pi^2$, 当前重子-光子比 $\eta = 2.68 \times 10^8 \Omega_B h^2$, 可以用 X_A 将 Eq.(4) 重新表达为

$$X_A = g_A \zeta(3)^{A-1} \pi^{(1-A)/2} 2^{(3A-5)/2} A^{5/2} \left(\frac{T}{m_N} \right)^{3(A-1)/2} \eta^{A-1} X_p^Z X_n^{A-Z} e^{B_A/T}. \quad (6)$$

这就是在核统计平衡下, 核素 $A(Z)$ 丰度的表达式.

2 初始条件

早期宇宙是处于热平衡中的高温气体, 在 BBN 发生前 ($T \gtrsim 1 \text{ MeV}$, $t \lesssim 1 \text{ sec}$), 宇宙中的辐射组分是光子、正反中微子和正负电子, 相对论性粒子的总有效自由度 $g_* = 10.75$, 而质子和中子已经是非相对论性粒子了. 通过 BBN, 几乎所有的中子都被合成到 ${}^4\text{He}$ 里面, 因此 BBN 开始时的中子-质子比 n/p 对 ${}^4\text{He}$ 最终丰度影响很大, 是一个非常重要的 BBN 初始条件.

质子和中子通过弱作用 ($n \leftrightarrow p + e^- + \bar{\nu}$, $\nu + n \leftrightarrow p + e^-$, $e^+ + n \leftrightarrow p + \bar{\nu}$, 此处 $\nu \equiv \nu_e$) 维持平衡. 当这些弱作用反应率比膨胀率 H 更快时, 可以达到核统计平衡. 从而由化学平衡有

$$\mu_n + \mu_\nu = \mu_p + \mu_e, \quad (7)$$

再利用 Eq.(1), 得到中子-质子比

$$n/p \equiv n_n/n_p = X_n/X_p = \exp(-Q/T + (\mu_e - \mu_\nu)/T), \quad (8)$$

其中 $Q \equiv m_n - m_p = 1.293 \text{ MeV}$. 基于宇宙的电中性, 应有 $\mu_e/T \sim n_e/n_\gamma = n_p/n_\gamma \sim \eta \sim 10^{-10}$, 可见电子数相对于光子数而言是非常小的. 进而, 我们假设宇宙中的轻子数像重子数一样, 相对于光子数来说非常小, 从而 $|\mu_\nu|/T \ll 1$, 故可略去上式指数中的 $(\mu_e - \mu_\nu)/T$ 项, 得出中子-质子比的核统计平衡值为

$$\left(\frac{n}{p}\right)_{EQ} = \exp\left(-\frac{Q}{T}\right). \quad (9)$$

但中子和质子的核统计平衡并不能一直维持下来, 为了知道这一平衡何时结束, 我们要计算有关的弱作用反应率. 比如, $pe \rightarrow \nu n$ 的反应率为

$$\begin{aligned} \Gamma_{pe \rightarrow \nu n} &= \int \frac{d^3 p_e}{2E_e} \frac{d^3 p_\nu}{2E_\nu} \frac{d^3 p_n}{2E_n} (2\pi)^{-5} \delta^4(p_p + p_e - p_\nu - p_n) \\ &\quad \times f_e(E_e) [1 - f_\nu(E_\nu)] |\mathcal{M}|_{pe \rightarrow \nu n}^2, \end{aligned} \quad (10)$$

它和其它相关的弱反应率都含有一个共同的因子, 来自中子的 β 衰变矩阵元 $|\mathcal{M}|^2 \propto G_F^2 (1 + 3g_A^2)$, 其中 Fermi 常数 $G_F = 1.166 \times 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$, 核子

的赝矢量耦合常数 $g_A \simeq 1.26$. 这一因子也可以用中子半衰期 $\tau_{1/2}(n)$ 表达为

$$\tau_{1/2}^{-1}(n) = \Gamma_{n \rightarrow pe\nu} = \frac{G_F^2}{2\pi^3 \ln 2} (1 + 3g_A^2) m_e^5 \lambda_0, \quad (11)$$

其中 $\lambda_0 \simeq 1.636$ 是一个从中子衰变的相空间积分得出的数值因子.

在高温和低温极限下,

$$\Gamma_{pe \rightarrow \nu n} \rightarrow \begin{cases} \tau_{1/2}^{-1}(n) \ln 2 \left(\frac{T}{m_e}\right)^3 \exp\left(-\frac{Q}{T}\right), & T \ll Q, m_e, \\ \frac{7}{60} \pi (1 + 3g_A^2) G_F^2 T^5 \simeq G_F^2 T^5, & T \gg Q, m_e. \end{cases} \quad (12)$$

在 $T \gtrsim 1$ MeV 时, $g_* = 10.75$, 宇宙膨胀率 $H \simeq 1.66 g_*^{1/2} T^2 / m_{Pl} \simeq 5.4 T^2 / m_{Pl}$ (Planck 质量 $m_{Pl} = 1.22 \times 10^{19}$ GeV), 于是

$$\frac{\Gamma}{H} \sim \frac{G_F^2 T^5}{T^2 / m_{Pl}} \simeq \left(\frac{T}{0.8 \text{ MeV}}\right)^3. \quad (13)$$

我们把 $\Gamma = H$ 视作退耦的标准, 因此认为在 $T \gtrsim 0.8$ MeV 时核统计平衡得以维持, 有 $n/p = (n/p)_{EQ}$. 进而由 Eq.(9) 可知, 当 $T \gg 1$ MeV 时, $X_n \simeq X_p$. 在 $T < 0.8$ MeV 时, 引起的中子-质子相互转化 (interconversion) 的弱作用 freeze out, 核统计平衡不再能够维持, n/p 开始脱离平衡值, 下降速度比平衡时慢得多, 主要由自由中子的 β 衰变所决定. n/p 随宇宙温度 T 的变化如 Fig. 1 所示.

在温度 $T \gg 1$ MeV 时, 不只是弱反应率, 所有合成轻元素的核反应率都比 Hubble 膨胀率大得多, 核统计平衡成立. 温度降到 1 MeV 以下之后, 核统计平衡逐渐丧失. 但为了得到一个粗糙的核合成图象, 我们可以利用核统计平衡来作一个简单的估计. 考虑一个包含中子、质子、氘 D 、 ^3He 核、 ^4He 核和 ^{12}C 核的系统, 由 Eq.(6) 可得系统里面各种核素

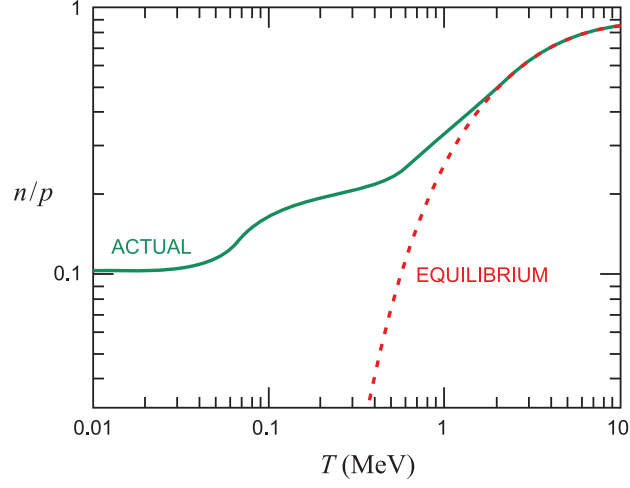


Figure 1: n/p 随宇宙温度 T 的变化. 虚线表示平衡时的曲线, 实线表示实际曲线. 出自 [1].

的核统计平衡质量分数为:

$$X_n/X_p = \exp(-Q/T), \quad (14)$$

$$X_2 = 16.3(T/m_N)^{3/2}\eta \exp(B_2/T) X_n X_p, \quad (15)$$

$$X_3 = 57.4(T/m_N)^3 \eta^2 \exp(B_3/T) X_n X_p^2, \quad (16)$$

$$X_4 = 113(T/m_N)^{9/2} \eta^3 \exp(B_4/T) X_n^2 X_p^2, \quad (17)$$

$$X_{12} = 3.22 \times 10^5 (T/m_N)^{33/2} \eta^{11} \exp(B_{12}/T) X_n^6 X_p^6, \quad (18)$$

$$1 = X_n + X_p + X_2 + X_3 + X_4 + X_{12}. \quad (19)$$

为简单起见, 我们取 $X_n = X_p$, 将此系统内各核素的核统计平衡质量分数示于 Fig. 2.

从 Fig. 2 可以看出, 虽然各核素的每一核子禁闭能量 B_A/A 大致为 1~8 MeV, 比 1 MeV 大, 但温度 T 刚刚降到 1 MeV 以下时, 各核素的平衡丰度并没有迅速地上升, 而是直到温度 $T \lesssim 0.3$ MeV 才逐渐达到 1 的量级, 开始具有可观丰度. 造成这一情况的原因是 η 的值很小, 也即是宇宙的熵密度太高. 对于核素 $A(Z)$, 我们将 $X_A \sim 1$ 时的宇宙温度记作 T_{NUC} , 把

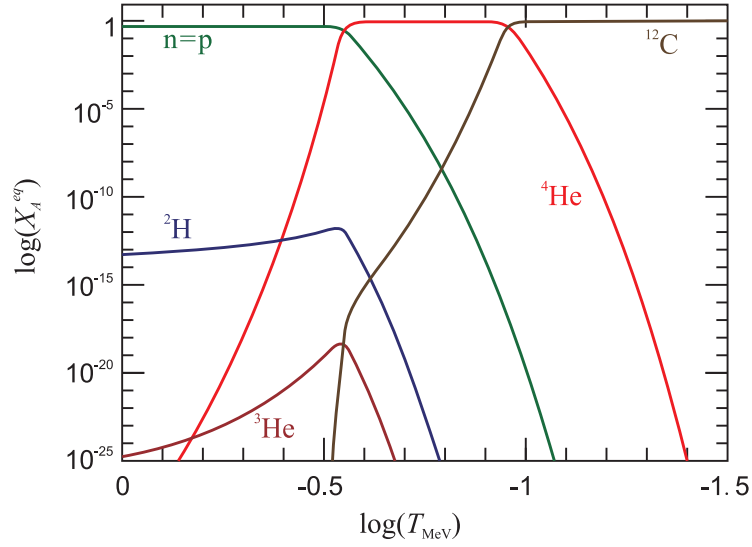


Figure 2: 一个包含 n , p , D , ${}^3\text{He}$, ${}^4\text{He}$ 和 ${}^{12}\text{C}$ 的系统中, 各核素的核统计平衡质量分数. 为简单起见, 取 $X_n = X_p$. 出自 [1].

它认为是形成可观丰度时的宇宙温度. 设 $X_n \sim X_p \sim 1$, 利用 Eq.(6) 可解出

$$T_{NUC} \simeq \frac{B_A / (A - 1)}{\ln(\eta^{-1}) + 1.5 \ln(m_N / T)}. \quad (20)$$

对于 D , $T_{NUC} \simeq 0.07$ MeV; 对于 ${}^3\text{He}$, $T_{NUC} \simeq 0.11$ MeV; 对于 ${}^4\text{He}$, $T_{NUC} \simeq 0.28$ MeV; 对于 ${}^{12}\text{C}$, $T_{NUC} \simeq 0.25$ MeV.

氘 D 的 T_{NUC} 很小, 这是由于氘的禁闭能量 $B_D = 2.22$ MeV 非常小, 导致当宇宙温度 $T \simeq B_D$ 时, 大量的背景光子 ($\eta \sim 10^{-10}$, 高熵) 容易将刚合成的氘核摧毁. 这样, 直到 $T \simeq 0.07$ MeV, 氘才积累得比较多. 而在实际的核合成过程中, 氘是合成 ${}^4\text{He}$ 和 ${}^{12}\text{C}$ 的原料, 因此, 氘的较小禁闭能量间接推迟了 ${}^4\text{He}$ 和 ${}^{12}\text{C}$ 的合成, 这就是所谓的“氘瓶颈”(或称“轻元素瓶颈”)问题.

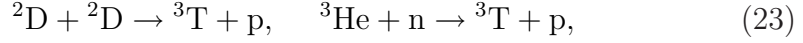
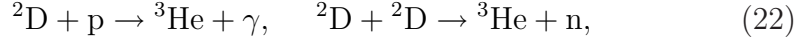
3 轻元素的生成

基于前两节, 我们可以开始讨论轻元素的生成. 质子和中子通过热碰撞

结合成氘:



氘积累到一定程度之后, 开始通过反应

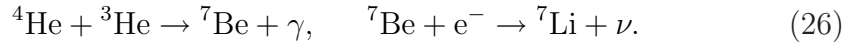


合成 ${}^3\text{He}$ 和氚 ${}^3\text{T}$. 后继的反应



进一步合成了 ${}^4\text{He}$. 由于原子量为 5 的核素都极不稳定, 原初的核合成链在产生 ${}^4\text{He}$ 之后就基本中断了, 因此 BBN 最主要的产物是 ${}^4\text{He}$. 氘 D 和 ${}^3\text{He}$ 最后会有少量留存下来. 而氚 T 是寿命较长的不稳定核, 在 BBN 结束之后, 它将最终通过 β 衰变转化成 ${}^3\text{He}$.

${}^4\text{He}$ 积累得比较多之后, 会进一步合成更重的核. 由于原子量为 8 的核素也都极不稳定, 最终主要产生了 ${}^7\text{Li}$. 生成 ${}^7\text{Li}$ 的反应为



Eq.(26) 的第二条反应式是 ${}^7\text{Be}$ 通过电子俘获而进行的 β 衰变. 产生的 ${}^7\text{Li}$ 还会与 p 碰撞, 部分地转回成 ${}^4\text{He}$:



最终, BBN 过程产生的 ${}^7\text{Li}$ 数量极少.

综上, BBN 的反应网络如 Fig. 3 所示.

轻元素生成的定量讨论分为三个步骤.

第一步, $t = 10^{-2}$ sec, $T = 10$ MeV, 宇宙处于辐射统治时期, 辐射组分有 e^\pm , γ 和 3 种中微子, $g_* = 10.75$. 所有的弱作用反应率比膨胀率 H 大得多, 中微子未退耦, 故有 $n/p \simeq (n/p)_{EQ} \simeq 1$ 和 $T_\nu = T$. 轻元素处于核统计

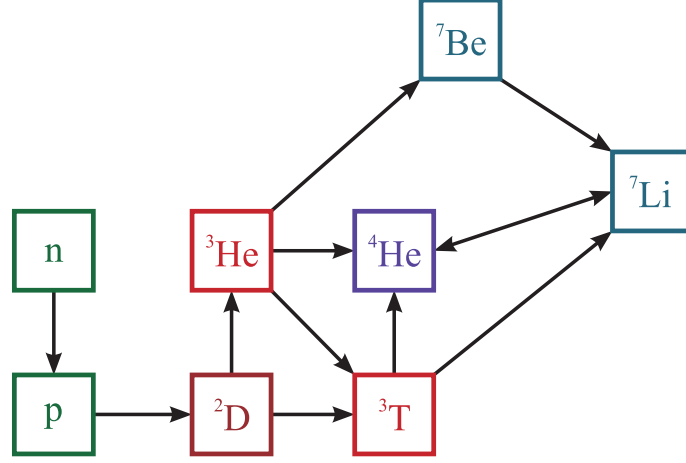


Figure 3: 原初核合成的反应网络. 出自 [3].

平衡之中, 但由于重子-光子比 η 非常小, 各种轻元素的丰度都非常小. 例如, 取 $\eta = 10^{-9}$, 则

$$\begin{aligned}
 X_n, X_p &= 0.5, \\
 X_2 &= 4.1(T/m_N)^{3/2}\eta \exp(2.22/T_{\text{MeV}}) \simeq 6 \times 10^{-12}, \\
 X_3 &= 7.2(T/m_N)^3\eta^2 \exp(7.72/T_{\text{MeV}}) \simeq 2 \times 10^{-23}, \\
 X_4 &= 7.1(T/m_N)^{9/2}\eta^3 \exp(28.3/T_{\text{MeV}}) \simeq 2 \times 10^{-34}, \\
 X_{12} &= 79(T/m_N)^{33/2}\eta^{11} \exp(92.2/T_{\text{MeV}}) \simeq 2 \times 10^{-126}, \quad (28)
 \end{aligned}$$

其中 $T_{\text{MeV}} = T/\text{MeV}$.

第二步, $t \simeq 1 \text{ sec}$, $T = T_{\text{freeze-out}} \simeq 1 \text{ MeV}$, 中微子刚刚退耦, 正如前面所讨论的, 引起中子-质子相互转化的弱作用刚刚 freeze out, 中子-质子比 n/p 近似等于其平衡值,

$$\left(\frac{n}{p}\right)_{\text{freeze-out}} = \exp\left(-\frac{Q}{T_{\text{freeze-out}}}\right) \simeq \frac{1}{6}. \quad (29)$$

从而, $X_n \simeq 1/7$, $X_p \simeq 6/7$. 此时各种轻元素还处于核统计平衡之中, 具有非常小的丰度: $X_2 \simeq 10^{-12}$, $X_3 \simeq 10^{-23}$, $X_4 \simeq 10^{-28}$, $X_{12} \simeq 10^{-108}$.

第三步, $t = 1 \sim 3 \text{ min}$, $T = 0.3 \sim 0.1 \text{ MeV}$, 此时由于 e^\pm 已经湮灭, g_* 降到今天的数据 3.36. 由于偶发弱作用 (中子的 β 衰变), 中子-质子比 n/p 从 $\sim 1/6$ 下降到 $\sim 1/7$ (对比平衡值, $T = 0.3 \text{ MeV}$ 时, $(n/p)_{EQ} = 1/74$, 可见, 引起中子-质子相互转化的弱作用 freeze out 之后, n/p 的下降慢了很多). $T = 0.3 \text{ MeV}$ 时, ^4He 丰度的核统计平衡值接近于 1 的量级, 但在实际物理过程中却没有. 在 $T \sim 0.5 \text{ MeV}$ 时, ^4He 的实际丰度第一次比核统计平衡值低, 这是因为, 此时合成 ^4He 的过程 $[\text{D}(\text{D}, \text{n})^3\text{He}(\text{D}, \text{p})^4\text{He}$, $\text{D}(\text{D}, \text{p})\text{T}(\text{D}, \text{n})^4\text{He}$ 和 $\text{D}(\text{D}, \gamma)^4\text{He}]$ 的反应率 Γ 比膨胀率 H 小, 不足以维持核统计平衡. 造成反应率 $\Gamma = n_A \langle \sigma v \rangle$ 小的原因有两个:

a) “轻元素瓶颈”: 虽然此时 D , ^3He 和 T 的丰度实际开始超过其核统计平衡值, 但其核统计平衡丰度本身非常小 ($X_2 = 10^{-12}$, $X_3 = 2 \times 10^{-19}$, $X_T = 5 \times 10^{-19}$), 从而导致这些燃料的数密度 $n_A = X_A \eta n_\gamma / A$ 非常小;

b) Coulomb 屏蔽抑制开始变得重要: 屏蔽穿透因子的热平均值

$$\langle \sigma v \rangle \propto \exp \left[-\bar{A}^{1/3} (Z_1 Z_2)^{2/3} T_{\text{MeV}}^{-1/3} \right], \quad (30)$$

其中 $\bar{A} = A_1 A_2 / (A_1 + A_2)$, 当 T 下降时, Coulomb 屏蔽抑制使 $\langle \sigma v \rangle$ 下降.

因此, 直到 $T \simeq T_{\text{NUC}} \sim 0.1 \text{ MeV}$, D , ^3He 和 T 的丰度接近于 1 的量级, ^4He 的丰度才接近其核统计平衡值. 此时, 由于 ^4He 是每一核子禁闭能量最高的轻元素, 几乎所有可能的中子被迅速地禁闭在 ^4He 中. 若假设所有的中子都合成在 ^4He 中, 则 ^4He 的最终质量分数

$$X_4 \simeq \frac{4n_4}{n_N} = \frac{4(n_n/2)}{n_n + n_p} = \frac{2(n/p)_{\text{NUC}}}{1 + (n/p)_{\text{NUC}}} \simeq 0.25, \quad (31)$$

其中 $(n/p)_{\text{NUC}} \simeq 1/7$ 是 ^4He 合成最终发生时 ($T_{\text{NUC}} \simeq 0.1 \text{ MeV}$) 的中子-质子比.

BBN 过程中有少量的 ^7Li 合成, $^7\text{Li}/\text{H} \sim 10^{-10} - 10^{-9}$. ^7Li 合成方式依赖于 η 的值: 若 $\eta \lesssim 3 \times 10^{-10}$, 则 ^7Li 主要由反应 (25) 生成; 若 $\eta \gtrsim 3 \times 10^{-10}$, 则 ^7Li 主要由反应 (26) 生成.

4 原初丰度的理论预言

在 BBN 开始后, 各种核素的核统计平衡很快被打破. 因此, 要精确计算各种轻元素的原初丰度, 必须采用可以描述非平衡态的 Boltzmann 方程. 对于粒子 A, Boltzmann 方程对其数密度 n_A 的描述形式是

$$\frac{dn_A}{dt} = -3Hn_A + \sum_{i,j,\dots} (n_i\Gamma_{Ai} + n_in_j\Gamma_{Aij} + \dots), \quad (32)$$

其中, $-3Hn_A$ 项描述宇宙膨胀对数密度的影响, 求和项遍及所有引起粒子数变化的过程. 利用辐射主导时期宇宙时间 t 与宇宙温度 T 的关系

$$t = \frac{1}{2H} = 0.301g_*^{-1/2}\frac{m_{Pl}}{T^2}, \quad (33)$$

可以把 Eq.(32) 写成对宇宙温度 T 求导的形式.

现在, 我们所要处理的 BBN 问题涉及 8 种粒子: n, p, D, T, ^3He , ^4He , ^7Li 和 ^7Be , 由此列出 8 个微分方程, 只能采用数值方法求解. 求解前要先确定一组初始条件, 可以适当选取一个核统计平衡还成立的时刻, 以此时各种粒子的核统计平衡丰度作为初始条件. 可以看出, 需要输入的数据除了各种核反应的截面 (包括中子半衰期 $\tau_{1/2}(n)$) 外, 还有中微子的种数 N_ν 和重子-光子比 η , 前者通过 g_* 影响宇宙膨胀率 H , 后者影响作为初始条件的核统计平衡丰度.

Fig. 4 画出取 $\tau_{1/2}(n) = 10.6 \text{ min}$, $\eta = 3 \times 10^{-10}$, $N_\nu = 3$ 下的计算结果. 从图中可以看到, 从宇宙年龄 $t \simeq 1 \text{ min}$ 开始, D, T, ^3He 和 ^4He 的丰度迅速增长. 而中子的大量消耗在 $t \simeq 3 \text{ min}$ 之后, 这是大量核合成开始的标志, ^7Li 和 ^7Be 在此时刻之后才开始产生. 到 $t \simeq 1 \text{ h}$, 各种轻元素的数密度不再有显著的变化, BBN 已基本结束. 从数量级上看, 各种轻元素的最终丰度: $^4\text{He} \sim O(0.1)$, $\text{D} \sim O(10^{-5})$, $^3\text{He} \sim O(10^{-5})$, $^7\text{Li} \sim O(10^{-10})$.

如果考虑由反应 $^4\text{He} + ^2\text{D} \rightarrow ^6\text{Li} + \gamma$ 生成的 ^6Li , 会发现其最终丰度 $\sim O(10^{-14})$, 在可探测能力之下. 因此, 一般不认为 ^6Li 是 BBN 期间产生的.

下面讨论物理参量 $\tau_{1/2}(n)$ 、 $g_*(T \sim \text{MeV})$ 和宇宙学参量 η 对 BBN 预

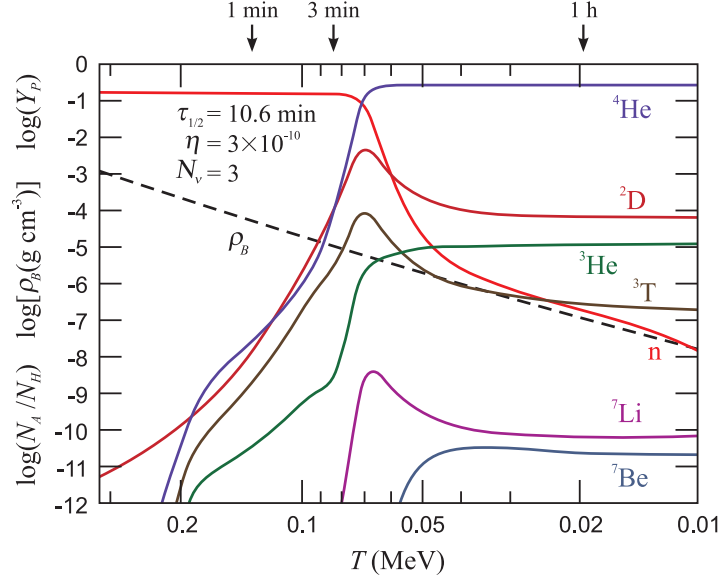


Figure 4: 原初核合成的演化. 图中虚线是重子密度, 实线是 ${}^4\text{He}$ 的质量分数 $Y_P \equiv X_4$ 和其它轻元素相对于 H 的丰度. 出自 [1].

言的原初丰度的影响.

a) $\tau_{1/2}(n)$: 如前所述, 所有相关的弱作用反应率 $\Gamma \propto T^5/\tau_{1/2}(n)$. 因此, 若增大 $\tau_{1/2}(n)$ 的输入值, 则引起中子-质子相互转化的弱反应率 Γ 下降, 导致中子-质子比 n/p 在一个更高的温度处 freeze out, $T_{\text{freeze-out}} \propto \sqrt[3]{\tau_{1/2}(n)}$, 从而得到一个更大的 $(n/p)_{\text{freeze-out}}$, 最终导致 ${}^4\text{He}$ 原初丰度的上升. 当然, 其他轻元素的原初丰度也会稍微上升, 但影响不是很大.

b) $g_*(T \sim \text{MeV})$: 由于 $H \propto g_*^{1/2}T^2$, g_* 输入值的增大会导致在相同温度下更快的宇宙膨胀率, 使得中子-质子比 n/p 更早 freeze out, $T_{\text{freeze-out}} \propto g_*^{1/6}$, 从而 $(n/p)_{\text{freeze-out}}$ 上升, ${}^4\text{He}$ 的原初丰度上升. 从物理上看, 假如存在额外的轻粒子种类, 就会导致 g_* 的增大.

c) η : 在核统计平衡中, 核素 $A(Z)$ 的丰度 $X_A \propto \eta^{A-1}$. 由 Eq.(20) 可知, 对于一个更大的 η 值, D, ${}^3\text{He}$ 和 T 的丰度会更早地达到可观数量, 因此 ${}^4\text{He}$ 的合成会更早发生, 从而由于 n/p 更大而使得 ${}^4\text{He}$ 的丰度更大. 但在 ${}^4\text{He}$ 合成时, 中子-质子比 n/p 已经 freeze out, 随温度的变化非常慢, 故 η 的变化对 ${}^4\text{He}$ 的影响并不明显. 另一方面, 将 D 和 ${}^3\text{He}$ 烧

成 ^4He 的反应率 $\Gamma \propto X_{2,3}\eta n_\gamma \langle \sigma v \rangle$, 若 η 增大, 则反应 freeze out 时 X_2, X_3 的值更小, 即剩下的 D 和 ^3He 更少. 因此, 与 ^4He 的最终丰度不同, D 和 ^3He 的最终丰度是随 η 的增大而减小的, 而且比较明显, 在实测中利用 D 或 ^3He 原初丰度的观测值来决定 η 是比较精确的. 此外, ^7Li 的最终丰度也会随 η 的变化而变化. 如前所述, ^7Li 在 $\eta \simeq 3 \times 10^{-10}$ 前后是由两个不同的核反应生成的, 这导致 ^7Li 随 η 的变化曲线是一个“槽”形, $\eta \simeq 3 \times 10^{-10}$ 处是“槽”的低谷. Fig. 5 画出各种元素原初丰度随 η 的精确变化曲线.

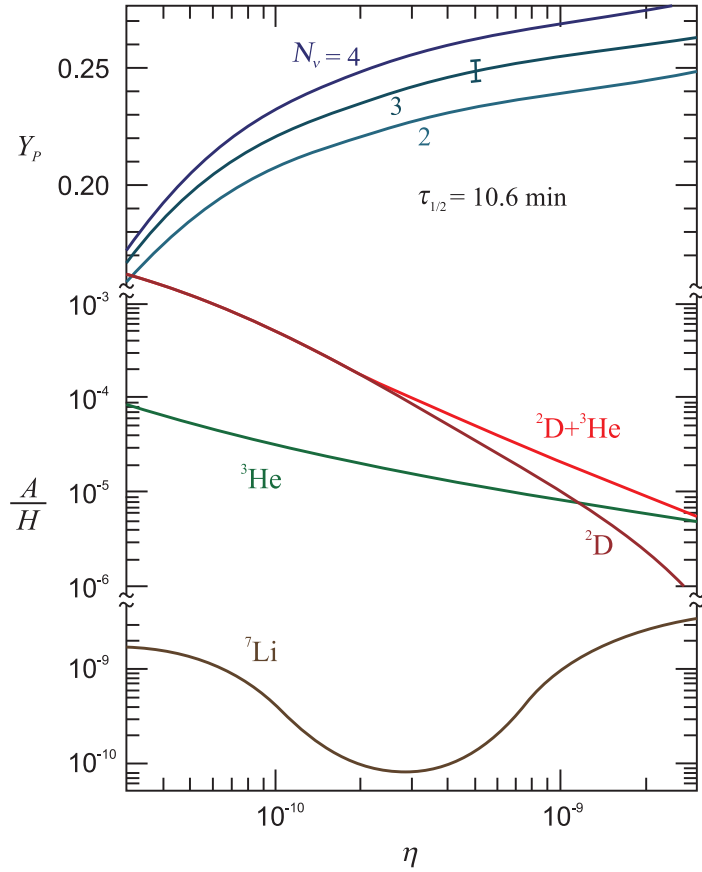


Figure 5: BBN 预言的轻元素原初丰度随 η 的变化. 图中 error bar 标记 $\Delta\tau_{1/2} = \pm 0.2 \text{ min}$ 对 ^4He 丰度的影响. 出自 [1].

基于粒子物理标准模型的 BBN 理论被称为标准 BBN (Standard BBN, SBBN), 它的中微子种数 $N_\nu = 3$, 唯一的自由参数是 η .

5 原初丰度的观测

本节主要参考文献 [4].

BBN 理论预言出 $t \sim 180$ s 处 D, ^3He , ^4He , ^7Li 的全宇宙性丰度. 然而, 我们只能观察到比原初合成晚得多的时刻中的轻元素丰度, 这些丰度可能由于恒星核合成或其它天体物理过程而与原初丰度不同. 一般来说, 恒星内部的核合成除了改变原初合成的轻元素丰度之外, 还必定伴随着合成 C, N, O 和 Fe 等在 BBN 中基本不合成的“金属”元素. (天体物理中把 H 和 He 之外的“重元素”都统称为金属.) 因此, 为了尽量得到比较接近于原初值的轻元素丰度, 我们应该观测具有低金属丰度的天体系统, 再从中推测出原初丰度. 对于所有的轻元素, 系统误差对原初丰度推断的精确性来说都是重要的, 且经常是决定性的.

通常认为没有任何天体物理过程可以产生 D, 因而宇宙中 D 的丰度只减不增, 任何观测提供的是原初 D/H 的下限. 近年来, 原初的 D 丰度是从高红移的类星体吸收系统 (quasar absorption system, QAS) 中观测到的. 平均从 QAS 中观测到的 6 个最精确的 D 丰度测定值, 考虑到统计误差和系统误差, 给出

$$\text{D/H}|_p = (2.84 \pm 0.26) \times 10^{-5}, \quad (34)$$

其中下标 p 表示原初 (primordial).

我们从矮星系中最缺乏金属的电离氢云 (H II 区域) 中观测 ^4He 和相对很少的 CNO, 并从这些系统中测得大量的数据. 这些数据证实, 恒星核合成对 ^4He 丰度的微小贡献必定与金属的产生相关. 通过将这些数据外推至零金属性处, 得出原初 ^4He 的质量分数

$$Y_p = 0.249 \pm 0.009. \quad (35)$$

最适合观测 Li 的系统是银河系晕中古老的贫金属恒星 (Pop II), 这些恒星的金属性至少是太阳金属性的 10^{-4} 倍, 甚至可能达到 10^{-5} . M. Spite 和 F. Spite 于 1982 年发现, Li 的丰度在金属性 \lesssim 太阳 1/30 的 Pop II 恒星中变化非常小, 这一现象被称为 Spite plateau. 精确的数据暗示 Li 和 Fe 之间有着微小却重要的相关性, 被认为是从银河系宇宙线中产生的 Li 所导致

的. 外推至零金属性处, 得出原初值 $\text{Li}/\text{H}|_p = (1.23 \pm 0.06) \times 10^{-10}$. Li 的吸收线形成于恒星大气, 而测定恒星大气物理参数的不同技术上的差异会导致一种系统误差. 而且, Pop II 恒星中的 Li 可能由于外层和更热内部的对流而被部分摧毁了. 综合这些系统因素, 我们估计原初 Li 的范围为

$$\text{Li}/\text{H}|_p = (1.7 \pm 0.02^{+1.1}_{-0}) \times 10^{-10}. \quad (36)$$

值得注意的是, Li 丰度的恒星测定值是 ^6Li 和 ^7Li 两者的贡献之和. 近来, 对 Li 吸收线的微小同位素频变很敏感的高精度测量表明, $^6\text{Li}/^7\text{Li} \lesssim 0.15$. 这确认了, 在恒星测定值中 ^7Li 是主要的. 但同时令人惊讶的是, 有迹象表明, 类似于 ^7Li 的 Spite plateau, 还存在着 ^6Li plateau, 暗示着一个重要的原初 ^6Li 丰度. BBN 预言 $^6\text{Li}/\text{H} \sim 10^{-14}$, 因而通常不认为 ^6Li 是 BBN 的产物, 这一结果与此认识冲突.

对于 ^3He , 唯一有效的数据来自太阳系和银河系中的高金属性 H II 区域, 由于金属性都比较高, 推测结果非常依赖于恒星核合成模型. 然而, 当前关于 ^3He 的恒星核合成模型与观测冲突, 不足以相信. 因而, ^3He 不适合作宇宙学的探测, 人们反而可以通过 BBN 预言的原初 ^3He 丰度来反过来限制恒星的天体物理.

以上观测结果标示于 Fig. 6 中, 结合 SBBN 理论, 便可以限定重子-光子比 η 的值.

当我们计及理论的不确定性、观测值的统计和系统误差时, 若 η 满足

$$4.7 \times 10^{-10} \leq \eta \leq 6.5 \times 10^{-10} \quad (\text{置信度 } 95\%), \quad (37)$$

则 SBBN 的各个观测值与理论的符合程度可以接受. 然而, 若我们只采用观测值的统计误差, 则符合程度就不怎么令人满意了. 从 Fig. 6 可以看出, D 和 ^4He 的观测值彼此相容, 但 ^4He 观测值偏爱的 η 值约为 D 的 2 倍, 而且与 ^7Li 只在 2σ 附近处才相容. 另一方面, 如果 ^6Li plateau 反映一个原初成分, 则它是 SBBN 预言的约 1000 倍. 与由 D 和 ^4He 的观测值得出的 SBBN 预言比较, ^7Li 丰度的观测值较小, 连同 ^6Li 的问题, 被称为 “Li 疑难”, 可能暗示着新物理的存在.

虽然如此, BBN 总体上的一致性 (concordance) 还是非常引人注目

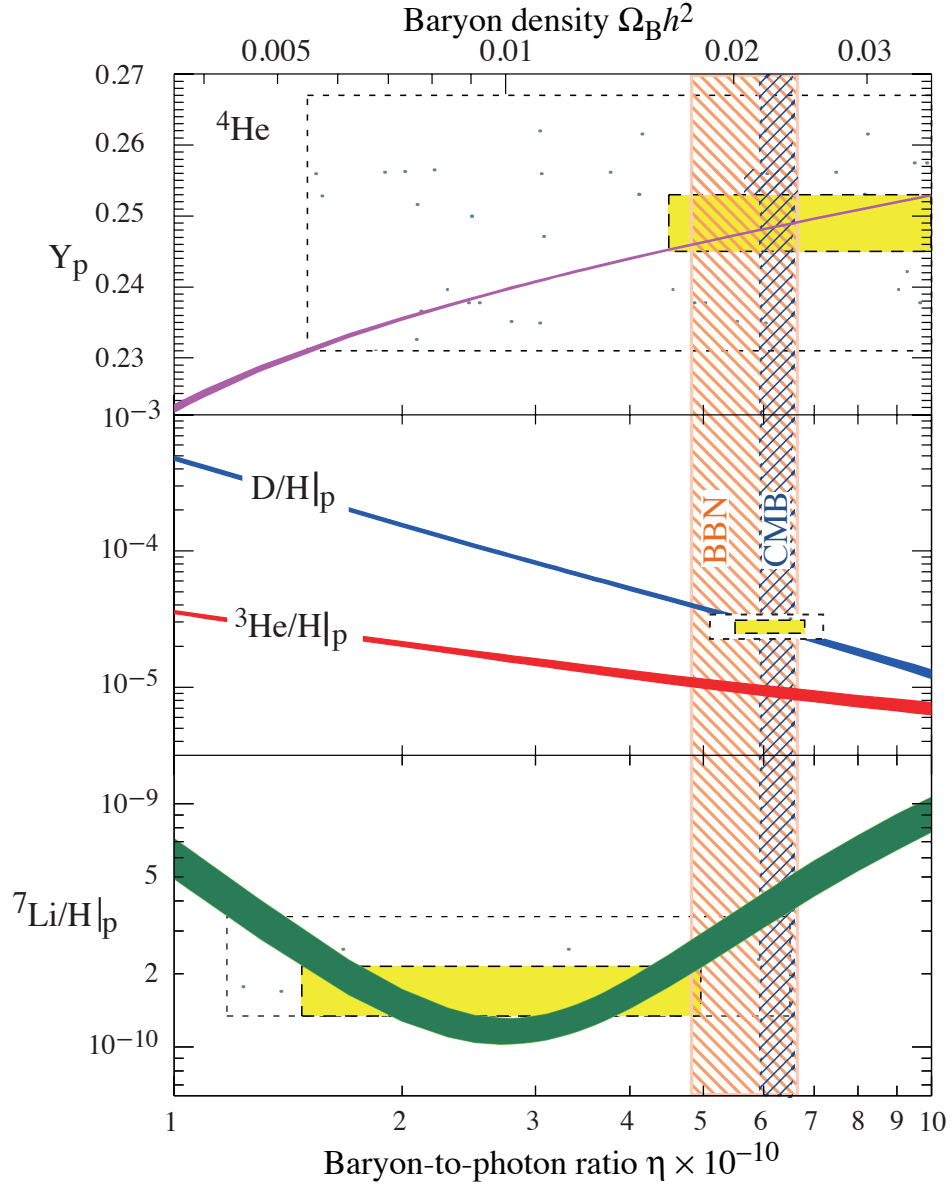


Figure 6: SBBN 预言的 ^4He , D, ^3He 和 ^7Li 丰度与实测值比较. 理论预言的带表示 95% 置信度的范围, 方格表示观测到的轻元素丰度 (小一些的方格代表 $\pm 2\sigma$ 的统计误差, 大一些的方格代表 $\pm 2\sigma$ 的统计和系统误差). 窄的竖带表示从 CMB 测得的重子密度, 而宽的竖带表示 BBN 一致性的范围, 均为 95% 置信度. 出自 [4].

的, 利用粒子物理, 我们追溯到宇宙在 $t \sim 1$ s 时的状态, 并正确预言了跨越 9 个数量级的轻元素丰度. 这是标准宇宙学最主要的成就之一, 更让我们有信心将对宇宙的探索追溯到更早时间.

由 Eq.(37) 和 $\eta = 2.68 \times 10^{-8} \Omega_B h^2$, BBN 的一致性给出对宇宙中重子成分的测量:

$$0.017 \leq \Omega_B h^2 \leq 0.024 \quad (\text{置信度 } 95\%). \quad (38)$$

由此结果可知, $\Omega_B \ll 1$, 重子物质只占宇宙中各组分总和的一小部分. 进一步, 光学上发光物质的宇宙密度 $\Omega_{\text{lum}} \simeq 0.0024 h^{-1}$, 故 $\Omega_B \gg \Omega_{\text{lum}}$, 大部分重子在光学上是暗的. 此外, 由于 $\Omega_M \sim 0.3$, 可以推断宇宙中大多数物质不仅是暗的, 而且是非重子形式的.

BBN 对宇宙重子密度的预言可以通过宇宙微波背景 (cosmic microwave background, CMB) 温度涨落的精确测量来检验. 在标准宇宙学中, BBN 时期和 CMB 退耦时的 η 值是相同的. 因此, η_{BBN} 和 η_{CMB} 的比较是标准宇宙学的一个关键检验. 如若两者不一致, 则 BBN 时期与 CMB 退耦时刻之间可能存在着新的物理.

和其他从 CMB 数据中测定的宇宙学参数一样, 得到的 η_{CMB} 依赖于 priors, 尤其是原初密度涨落的幂律谱的假设形式. 假如采取一个 scale-free 的幂律, 则三年的 WMAP 数据给出 $\Omega_B h^2 = 0.0223 \pm 0.0007$ 和 $\eta = (6.11 \pm 0.19) \times 10^{-10}$, 标示于 Fig. 6 中. 可以看到, CMB 估计的重子密度与 BBN 给出的范围是相容的. 更准确地说, CMB 的结果与 D/H 测定值和 ^4He 丰度测定值相互符合得很好, 但与 ^7Li 丰度测定值相容的区域只是在边上.

6 解决 Li 疑难的一些思路

从上节看到, 现今各种精确的观测数据使得 BBN 处于一个观测约束过多的状态, 让我们能够探讨 SBBN 各个预言的内部自洽性. 如前所述, SBBN 对 ^7Li 原初丰度的预言比实际测得的高, 低金属性的 Pop II 恒星中有着很高的 ^6Li 原初丰度, 这都是 SBBN 解释不好的问题. 文献 [6] 考虑了一些标准模型之外的物理, 试图提供解决这些问题的一些思路.

由 Eq.(37), 目前的观测数据推断 $\eta \gtrsim 3 \times 10^{-10}$, 因此原初 ^7Li 主要由

反应 (26) 生成, 即 ${}^7\text{Li}$ 来自 BBN 过程中产生的 ${}^7\text{Be}$ 的转化.

在 BBN 后期, 宇宙温度为 30–50 keV 时, 假如 n/p 的值比通常 SBBN 的值大 $\sim 10^{-5}$, 则 ${}^7\text{Be}$ 可能过早地被摧毁, 最终可能导致生成的 ${}^7\text{Li}$ 比 SBBN 的少. 什么样的过程会致使这种情况发生呢? 比如, 早期宇宙中强子衰变 (hadronic decay) 或遗迹蒸发 (evaporation of a relic) 会产生额外的热中子 (thermal neutron), 从而导致这样的 n/p 超出. 在这样的温度下, 额外注入的热中子主要通过反应 $p(n, \gamma)\text{D}$, 与质子 p 结合成 D , 其中约有 $10^{-4} - 10^{-5}$ 的 D 会促成 ${}^7\text{Be}$ 通过反应 ${}^7\text{Be}(n, p){}^7\text{Li}$ 转化成 ${}^7\text{Li}$, 而这种转化的后果与通常的不甚相同. 在文献 [6] 中, 为了测试这一效应, Jedamzik 选择注入时间变化率为 $dn_n/dt \sim e^{-t/\tau}/\tau$ 的热中子源, 其中衰变时间 $\tau = 700$ s, 总的注入中子丰度 $\Omega_n h^2 \simeq 10^{-6}$, 在假设 $\Omega_B h^2 = 0.026$ 的情况得出 Fig. 7 的结果.

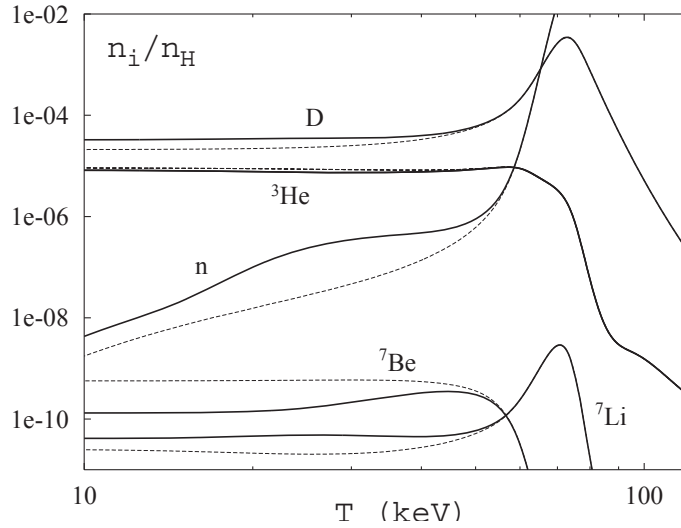


Figure 7: 注入热中子源对轻元素合成演化的影响. 虚线表示 SBBN 通常结果, 实线表示存在热中子源的结果. 出自 [6].

从 Fig. 7 看到, 注入热中子源之后, D 和 ${}^7\text{Be}$ 的产额减少了, 而 ${}^7\text{Li}$ 的产额虽然增加了, 但增加的幅度没有 ${}^7\text{Be}$ 减少的多. 注意到 ${}^7\text{Be}$ 在 BBN 之后都会转化为 ${}^7\text{Li}$, 可知 ${}^7\text{Li}$ 最终丰度还是减少了. 在此例子中, 通常的 ${}^7\text{Li}/\text{H}$ 预言值为 5.92×10^{-10} , 注入热中子源后为 1.73×10^{-10} , 得到了期

望中的减少.

上述效应展示了一种解决 ${}^7\text{Li}$ 问题的方法. 然而, 还有许多可行的强子衰变、蒸发或湮灭的候选注入的是高能强子而非热中子, 且有可能解决 ${}^6\text{Li}$ 问题. 例如, 一个质量 $m \sim 200 \text{ GeV}$ 的粒子衰变, 会引起典型能量从 8 GeV 到几十个 GeV 的质子和中子的注入, 当然同时还伴随着大量 π 介子, e^\pm , 中微子和光子的产生. 这些粒子的注入会引发两类核反应, 一类是电磁相互作用性质的, 一类是强相互作用性质的. 在这些核反应中, 来自高能电磁相互作用粒子的级联核合成 (cascade nucleosynthesis) 在这里不是直接感兴趣的, 不仅因为它在小于 3 keV 的较低温度下才起作用, 还因为解决 ${}^7\text{Li}$ 问题只需要很小的中子密度超出, 而这意味着效应应该不大. 类似地, 虽然介子引起的 $n \leftrightarrow p$ 相互转化 (interconversion) 在高温时具有潜在的重要效应, 但由于假设的是小微扰情况, 中子密度的超出太小, 只有可忽略的效应. 另一方面, 高能核子引发的 ${}^4\text{He}$ 裂变是重要的, ${}^4\text{He}$ 裂变产生的高能 ${}^3\text{H}$ 和 ${}^3\text{He}$ 在能量阈值内引发 ${}^6\text{Li}$ 合成反应 ${}^3\text{H}({}^4\text{He}, n){}^6\text{Li}$ 和 ${}^3\text{He}({}^4\text{He}, p){}^6\text{Li}$, 从而导致 ${}^6\text{Li}$ 的额外产生.

基于上述思路, Jedamzik 使用改进过的 Kawano code 和 PYTHIA code, 计算了假定的高能强子注入所导致的级联核合成的对 BBN 的影响. Fig. 8 展示了, 随衰变时间 τ 的变化, 各种模型的衰变粒子引起的高能强子注入造成的轻元素产额的变化. 由于 ${}^4\text{He}$ 产额 Y_p 没有实质上的改变, 没有在图中画出来. Fig. 8 中所有的模型都假设 $\Omega_B h^2 = 0.026$. 粒子的强子衰变简化地假设为产生一对正负夸克, $\chi \rightarrow q\bar{q}$, 且取为上夸克, 图中三种不同模型的质量和密度分别是: 长虚线对应 $m_\chi = 10 \text{ GeV}$ 和 $\Omega_\chi h^2 = 7.5 \times 10^{-5}$, 实线对应 $m_\chi = 200 \text{ GeV}$ 和 $\Omega_\chi h^2 = 1 \times 10^{-4}$, 点划线对应 $m_\chi = 4 \text{ TeV}$ 和 $\Omega_\chi h^2 = 6 \times 10^{-4}$. 显然, 在衰变时间 $\tau \simeq 10^3 \text{ s}$ 处, ${}^7\text{Li}$ 产额出现了一个有效的减少. 这时因为, 当 τ 远小于 10^3 s 时, 被摧毁的 ${}^7\text{Be}$ 容易重新合成; 而当 τ 远大于 10^3 s 时, 反应链 ${}^7\text{Be}(n, p){}^7\text{Li}(p, {}^4\text{He}){}^4\text{He}$ 中 ${}^7\text{Li}$ 的不完全燃烧导致总的 ${}^7\text{Li}$ 产额只有部分减少. 相比于热中子注入的情况, 大质量粒子衰变使得 D/H 产额更高, 因为在核级联过程中通过 ${}^4\text{He}$ 裂变和 π 介子聚变生成了更多的 D. 在图中还用短虚线画出动能为 $E_{\text{kin}} = 250 \text{ MeV}$ 的单能 (monoenergetic) 核子软源 (soft source) 的结果, 假设了 $\Omega_\chi h^2/m_\chi \simeq 7.5 \times 10^{-7} \text{ GeV}^{-1}$ 且每次衰变注入一个 np 对. 可以

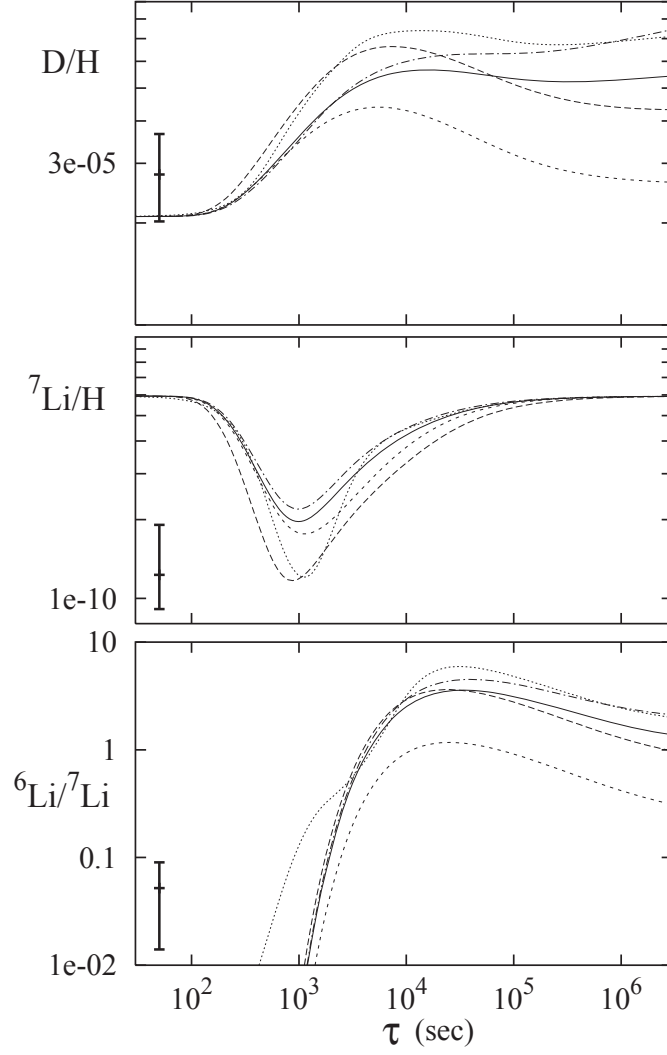


Figure 8: 取 $\Omega_B h^2 = 0.026$ 时, 受一个假定的原初遗迹 (强子衰变时间为 τ) 影响的 D, ${}^7\text{Li}$, ${}^6\text{Li}$ 丰度产额. 不同的曲线来自不同的模型. 长虚线来自质量为 $m_\chi = 10$ GeV 粒子的衰变, 实线来自质量为 $m_\chi = 200$ GeV 粒子的衰变, 点划线来自质量为 $m_\chi = 4$ TeV 粒子的衰变, 短虚线来自动能为 $E_{\text{kin}} = 250$ MeV 的单能核子注入, 点线来自质量为 $m_\chi = 200$ GeV 粒子的延长幂律 (extended power-law injection) 注入. 图中的 error bar 是观测数据, 原初 D/H 和 ${}^7\text{Li}/\text{H}$ 是 2σ 范围的, 而 ${}^6\text{Li}/{}^7\text{Li}$ 来自对低金属星 HD84937 的测量. 出自 [6].

看到, 这种核子软源可以造成 ${}^7\text{Li}$ 较大幅度上的减少, 同时保证 D/H 有一个适当的上限.

在极端低金属性的 Pop II 恒星中观测到的 ${}^6\text{Li}$ 丰度为 ${}^6\text{Li}/{}^6\text{Li} \simeq 5 \times 10^{-2}$, 按上述 4 种模型, 在 Fig. 8 中对应着 τ 从 1×10^3 s 到 2×10^3 s 处. 在 τ 的此范围内也同时有 ${}^7\text{Li}$ 的减少出现, 但 ${}^7\text{Li}$ 减少得最利害的地方是当 τ 处于 800 s 到 10^3 s 时. 因此, ${}^7\text{Li}$ 减少对应的“完美”衰变时间与 ${}^6\text{Li}$ 生成对应的有轻微的不一致, 这是由于 ${}^6\text{Li}$ 的有效摧毁过程是 ${}^6\text{Li}(p, {}^4\text{He}){}^3\text{He}$, 与 ${}^7\text{Li}$ 的摧毁过程很类似.

为了调整 ${}^7\text{Li}$ 摧毁和 ${}^6\text{Li}$ 生成的轻微不匹配, 可以采用强子能量注入的形式, 比如不稳定 Q-balls, QCD 相变期间半稳定奇夸克物质团块 (strange-quark matter nuggets), 物质湮灭等. 实际上, 需要的是能量注入的延长 (prolongation). Jedamzik 简单地模拟了一种临时的注入, 它来自一个假定的源 $dn_Q/dt = n_Q^0/\tau \cdot \min[(t/\tau)^{-3}, 1]$, 包含有一条长时间的注入“尾巴”. 在假设初级和次级级联生成的谱为一个 200 GeV 的 $q\bar{q}$, 且 $\Omega_Q h^2 = 10^{-4}$ 的情况下, 得出了 Fig. 8 里面点线的结果, 可以看到, 这是与观测符合得最好的模型. Tab. 2 列出各个模型符合得最好时的数据.

Table 2: 特别选取的衰变粒子和延长注入方案给出的轻元素丰度. 所有模型都假设 $\Omega_B h^2 = 0.026$.

model	$\tau(\text{s})$	D/H	${}^7\text{Li}/\text{H}$	${}^6\text{Li}/{}^7\text{Li}$
thermal neutrons	$7 \cdot 10^2$	$3.3 \cdot 10^{-5}$	$1.7 \cdot 10^{-10}$	$\lesssim 10^{-3}$
soft source	$1.8 \cdot 10^3$	$4.0 \cdot 10^{-5}$	$1.9 \cdot 10^{-10}$	0.03
decay $m_\chi = 10$ GeV	$1.5 \cdot 10^3$	$5.1 \cdot 10^{-5}$	$1.4 \cdot 10^{-10}$	0.04
decay $m_\chi = 200$ GeV	$1.5 \cdot 10^3$	$4.1 \cdot 10^{-5}$	$2.1 \cdot 10^{-10}$	0.03
decay $m_\chi = 4$ TeV	$1.5 \cdot 10^3$	$4.0 \cdot 10^{-5}$	$2.4 \cdot 10^{-10}$	0.03
extended injection	$7.1 \cdot 10^2$	$3.6 \cdot 10^{-5}$	$1.5 \cdot 10^{-10}$	0.05

在文献 [6] 中, Jedamzik 还试图通过作为暗物质候选的 neutralino 来解决 Li 疑难. 他选取了湮灭率为 $\langle\sigma v\rangle \sim 10^{-26}\text{cm}^3/\text{s}$ (通常的暗物质湮灭率取法, 近来从宇宙线正负电子超出现象中推测的暗物质湮灭率比它大得

多) 的 s 波湮灭. 然后发现, 为了得到想要的 ${}^7\text{Li}$ 摧毁, 模型会导致一个因子在 10 至 20 之间的 ${}^6\text{Li}$ 过度产生, 无论如何调节模型参数, 都不能使两者同时符合观测.

值得注意的是, 为了更好地解决 Li 疑难, 前面的模型中都取了 $\Omega_B h^2 = 0.026$, 略微大于从 SBBN 中推断出的重子密度.

此外, Jedamzik 还认为, 从 NLSP (next-to-lightest supersymmetric particle) 到 GeV 量级的 gravitino (作为 LSP, 即 lightest supersymmetric particle) 的衰变, 或者丰度为 $\Omega_{\tilde{G}} h^2 \sim 5 \times 10^{-4}$ 的 TeV 范围内的不稳定 gravitino, 有希望同时解释 ${}^6\text{Li}$ 和 ${}^7\text{Li}$ 的问题, 值得进一步研究.

7 BBN 与晚衰变粒子

上一节的讨论已经将思路扩展到粒子物理标准模型之外了. 在标准模型之外的物理框架中考虑 BBN, 自然会得出一些与 SBBN 不同的结论. 讨论这样外来的 (exotic) 的粒子, 有可能解决 SBBN 中的 Li 疑难, 也容易损害 SBBN 的成就. 因此, 可以反过来思考问题, 以各种轻元素的原初丰度观测值为基础, 来限制这些处于标准模型之外的外来粒子的性质. 文献 [7] 考虑了寿命长于 ~ 1 sec 的晚衰变 (late-decaying) 大质量外来粒子影响下的 BBN, 然后由轻元素原初丰度观测值来限制外来粒子的初始丰度, 且与文献 [6] 一样比较关心强子衰变的过程. 实际上, 文献 [7] 与文献 [6] 的内容有些交迭, 发布时间接近. 此外, 文献 [8] 是文献 [7] 的详细扩充版.

文献 [7] 希望讨论的这一问题的能与 supergravity 理论中的 gravitino 挂钩. 理论上, gravitino 是在极早期宇宙产生的, 数量级上的估计表明, 如果 gravitino 的质量轻于 ~ 10 TeV, 则它的寿命会长于 ~ 1 sec, 可以“活”到 BBN 开始的阶段, 从而在 BBN 开始后, gravitino 衰变带来的轻元素非热产生 (non-thermal production) 会影响到 BBN 的轻元素产额. 当然, 文中讨论的这种粒子可以有許多候选者.

设要讨论的这种大质量粒子为 X , 寿命为 $\tau_X \equiv \Gamma_X^{-1}$, 一个 X 粒子衰变释放的能量为 ϵ_X (通常等于 X 的质量 m_X), 从 X 衰变中产生的初级部分子 (parton) 能量为 E_{jet} , 强子衰变分支比 $B_h = \Gamma_{X \rightarrow \text{hadrons}} / \Gamma_X$. 将 X 的初始丰度参数化为“产额变量” $Y_X \equiv n_X / s$ ($t \ll \tau_X$), 其中 n_X 是 X 粒子的

数密度, s 是宇宙的总熵密度.

当 X 粒子衰变成强子时, 发射出夸克和胶子等部分子, 然后它们很快被强子化 (hadronized) 为核子和介子, 因此, 需要讨论的是这些高能核子和介子如何在 thermal bath 中传播. 在考虑稳定的高能粒子 (质子, 中子和更重的原子核) 的传播时, 有两类过程是重要的. 第一类是高能原子核与背景光子 γ_{BG} 和背景电子 e_{BG}^- 的散射, 高能原子核损失能量, 对轻元素丰度的影响不大. 第二类是高能原子核与背景原子核的散射, 散射后背景原子核也变得高能起来, 从而高能原子核丰富起来, 形成“强子雨 (hadronic shower)”. 此外, 如果发生的是非弹性散射, 背景原子核会被解离 (dissociated), 导致轻元素丰度发生改变. 因此, 如果第二类反应频繁发生, 轻元素丰度将会偏离 SBBN 的预言. 除了发生强子衰变, X 粒子还有可能发生辐射衰变, 发生高能光子和轻子, 形成“电磁雨 (electromagnetic shower)”, 同样导致背景原子核的解离, 进而改变轻元素的丰度. 后面的分析表明, 这种光子解离 (photo-dissociation) 对轻元素的影响并不比强子解离 (hadro-dissociation) 大.

X 粒子衰变所导致的影响如 Fig. 9 所示, 略微详细一些的描述来自文献 [8], 是这样的.

在辐射衰变中, X 粒子衰变产生高能初级辐射粒子 (光子, 电子等), 催发电磁雨, 电磁雨与背景光子作用再递归产生高能光子. 而在电磁雨中次级产生的一些软光子会催发轻元素的摧毁和产生过程. 轻元素的摧毁率与“光子-光子过程” (高能光子与低能光子散射产生正负电子) 有关. 由于背景光子数目是电子数目的 10^{10} 倍以上, 如果这种“光子-光子过程”存在, 会迅速地热能化光子 (高能光子失去能量, 与低能光子热平衡), 使得轻元素的摧毁过程不致于太频繁地发生. 然而, 能量低于阈值 $E_{th} \sim m_e/22T_{MeV}$ 的软光子还是可以摧毁轻元素的. 用轻元素的禁闭能量与 E_{th} 比较可知, 当温度分别低于 0.01 MeV 和 0.001 MeV (对应宇宙时间 $t \simeq 10^6$ sec) 时, D 和 ^4He 的光子解离过程会比较明显. 因此, 若 $\tau_X \lesssim 10^6$ sec, 则会造成 D 的摧毁; 若 $\tau_X \gtrsim 10^6$ sec, 则会造成 ^4He 受光子解离而过度产生 D 和 ^3He .

在强子衰变中, X 粒子衰变产生大量的高能核子和介子, 形成强子喷射. 在早期 ($t \lesssim 100$ sec), 这些强子通过与背景粒子的电磁作用而迅

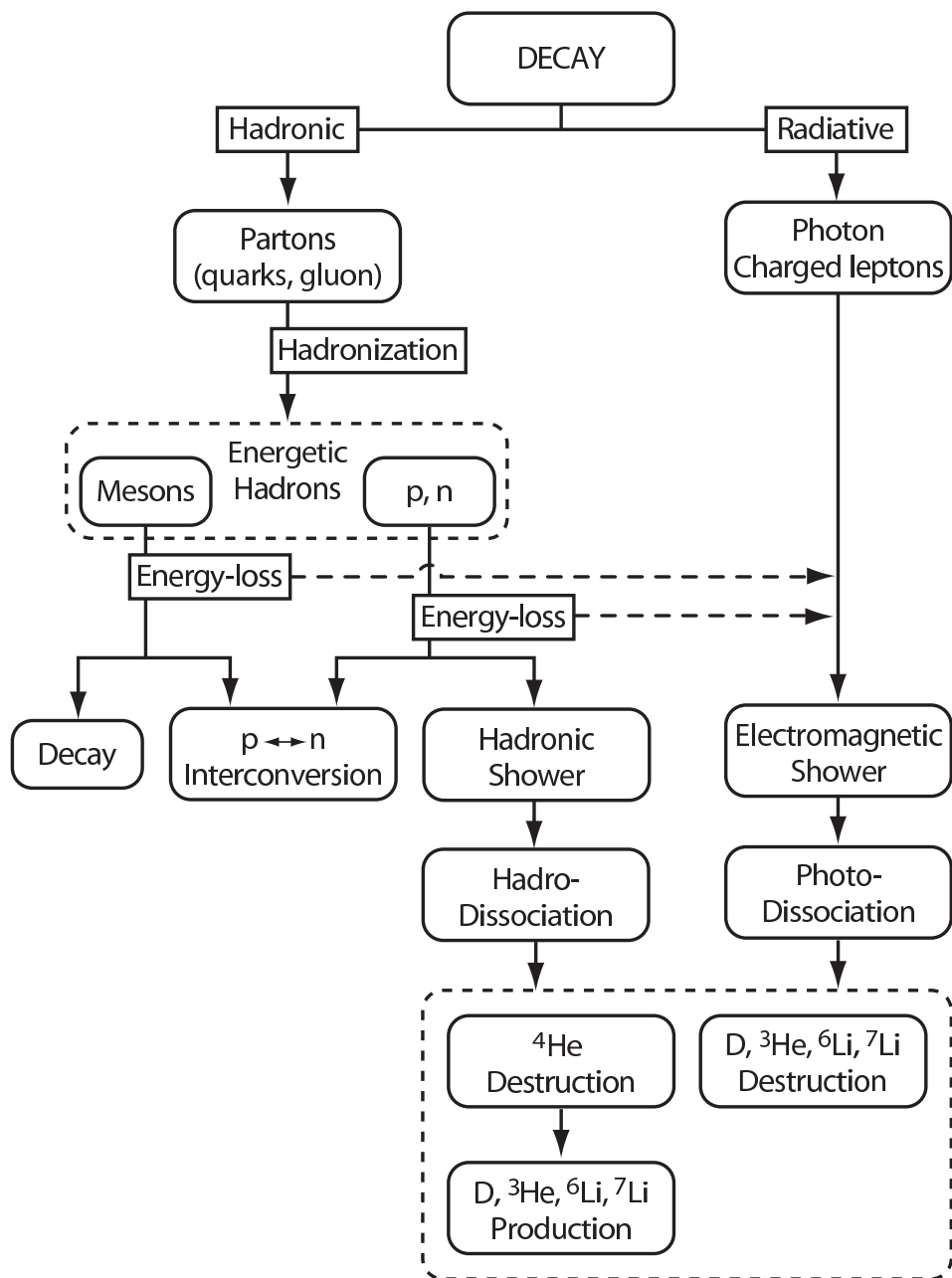


Figure 9: X 粒子衰变的流程图. 出自 [8].

速失去能量, 因而不会直接摧毁轻元素. 在失去许多能量之后, 入射的强子通过强作用与背景中子和质子进行散射, 导致中子与质子发生相互转化 (在 SBBN 中, 中子-质子比 n/p 在 $t \simeq 1$ sec 时就 freeze out 了, 之后下降非常缓慢), 在 $t \gtrsim 1$ sec 时质子比中子丰富, 此作用倾向于提高 n/p , 从而导致比 SBBN 产生更多的 ^4He 和 D . 在后期 ($t \gtrsim 100$ sec), 这些强子通过电磁作用损失的能量不多. 介子在与背景原子核作用之前就衰变了, 不再相关. 高能核子与背景的质子、中子和 BBN 合成的 ^4He 进行散射, 通过弹性或非弹性的碰撞产生次级强子, 形成强子雨. 强子雨在非弹性碰撞中摧毁了许多的 ^4He , 而 D , T 和 ^3He 在 ^4He 的强子解离中产生. T 和 ^3He 再与背景 ^4He 散射而产生 ^6Li 和 ^7Li . 由于在 BBN 中合成的 ^4He 比其它轻元素多得多, 这些过程将剧烈地改变 SBBN 的预言, 因而对 X 粒子丰度提出更为苛刻的限制. 此外, X 粒子强子衰变之后, 初级强子的电磁作用以及介子和重的带电轻子的衰变, 都会将能量转换到正负电子和光子上, 也会形成电磁雨, 所以强子衰变也有与辐射衰变相同的效应.

在仔细计入 X 粒子衰变的影响之后, 给定模型参数, 可以计算 BBN 生成的各种轻元素丰度, 与观测数据进行比较, 就可以为 X 粒子的初始丰度 Y_X 给出上限. 在文献 [7] 中, 采用的观测值是: $\text{D}/\text{H} = (2.8 \pm 0.4) \times 10^{-5}$, ^4He 质量分数 $Y_p = 0.238 \pm 0.002 \pm 0.005$ (来自 Fields and Olive) 和 $Y_p = 0.242 \pm 0.002 (\pm 0.005)_{\text{syst}}$ (来自 Izotov and Thuan), $\log_{10} (^7\text{Li}/\text{H}) = -9.66 \pm 0.056 (\pm 0.3)_{\text{syst}}$, $^6\text{Li}/^7\text{Li} < 0.07 (2\sigma)$, $^3\text{He}/\text{D} < 1.13 (2\sigma)$. 其中误差为 1σ , 除非已特别标示. 观测数据引用的文献省略.

Fig. 10 和 Fig. 11 展示了观测数据所限制的 $m_X Y_X$ 上限, 它是寿命 τ 的函数, 两图分别对应于 $B_h = 10^{-3}$ (衰变方式主要为辐射衰变) 和 1 (衰变方式全部为强子衰变). 假设一次 X 粒子强子衰变会产生两个强子喷射, 每一个的能量都是 $E_{\text{jet}} = m_X/2$. 两图都取 $m_X = 1$ TeV, 不过即使 m_X 在 0.1 至 100 TeV 范围内变动, 这些上限都不会有重大的改变. 可以看出, 强子衰变引起的限制比辐射衰变引起的更强一些, 当寿命 τ 变得非常长时, 两者的效果就差不多了. D , ^3He 和 ^6Li 的过度产生提供了比较强的限制.

在包含强子衰变模式的情况下, 对 $m_X Y_X$ 最重要的限制随 X 寿命 τ_X 的变化而变化.

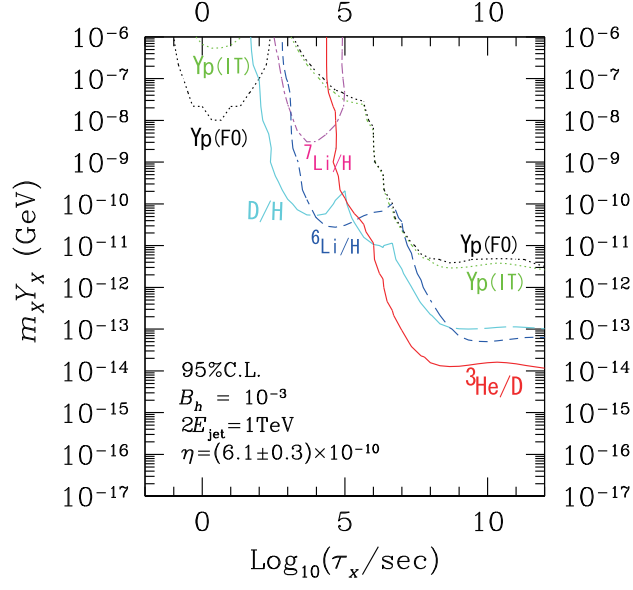


Figure 10: $m_X Y_X$ 的上限. $B_h = 10^{-3}$. 出自 [7].

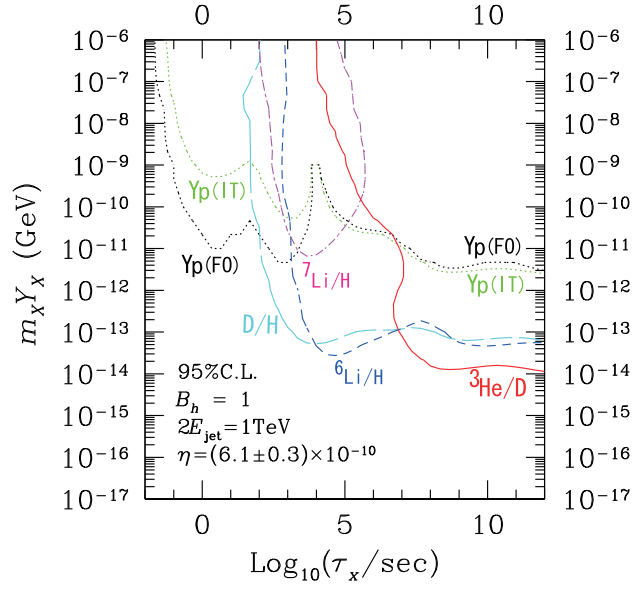


Figure 11: $m_X Y_X$ 的上限. $B_h = 1$. 出自 [7].

对于 $10^{-2} \text{ sec} \lesssim \tau_X \lesssim 10^2 \text{ sec}$, 中子和质子的相互转化过程比较有效, 导致较多的质子转化成中子, 使得 ${}^4\text{He}$ 增多, Y_p 增大, 因而 ${}^4\text{He}$ 的过度产生提供的限制最强.

对于 $10^2 \text{ sec} \lesssim \tau_X \lesssim 10^7 \text{ sec}$, 高能强子 (特别是中子) 很难通过电磁作用过程损失能量, 强子解离过程比较有效, 容易产生 D, ${}^6\text{Li}$ 和 ${}^7\text{Li}$, 因而 D 和 ${}^6\text{Li}$ 的非热产生提供了最强的限制.

对于 $10^7 \text{ sec} \lesssim \tau_X \lesssim 10^{12} \text{ sec}$, 高能中子在与背景原子核散射之前很可能就已经衰变了, 致使强子解离的效应减弱了很多, 光子解离效应更为重要, ${}^4\text{He}$ 受光子解离产生 ${}^3\text{He}$, 因而最强的限制来自 ${}^3\text{He}$ 的过度产生.

最后, 可以将上述结果应用到 gravitino 上. 在一个暴胀宇宙中, gravitino 是在热粒子 (thermal particle) 的散射过程中产生的. gravitino 的产额变量正比于暴胀后的重加热温度 (reheating temperature) T_R ,

$$Y_X = 1.5 \times 10^{-12} \times (T_R/10^{10} \text{ GeV}). \quad (39)$$

此外, 假设衰变末态是无质量规范玻色子和 gaugino, 则 gravitino 的寿命为

$$\tau_{3/2} \simeq 4 \times 10^8 \text{ sec} \times N_G^{-1} (m_{3/2}/100 \text{ GeV})^{-3}, \quad (40)$$

其中 N_G 是规范群的生成元数目, $m_{3/2}$ 是 gravitino 的质量.

	$B_h = 10^{-3}$	$B_h = 1$
$m_{3/2} = 100 \text{ GeV}$	$2 \times 10^6 \text{ GeV}$	$3 \times 10^6 \text{ GeV}$
$m_{3/2} = 300 \text{ GeV}$	$3 \times 10^6 \text{ GeV}$	$3 \times 10^6 \text{ GeV}$
$m_{3/2} = 1 \text{ TeV}$	$3 \times 10^8 \text{ GeV}$	$3 \times 10^5 \text{ GeV}$
$m_{3/2} = 3 \text{ TeV}$	$2 \times 10^8 \text{ GeV}$	$7 \times 10^5 \text{ GeV}$

Table 3: 对应于几个 $m_{3/2}$ 值的重加热温度 T_R 的上限.

作为例子, 考虑两种典型情况. 一种情况是 gravitino 全都衰变成光子和 photino, 产生两股能量均为 $E_{\text{jet}} = \frac{1}{3}m_{1/3}$ 的强子流, 并取 $B_h = 10^{-3}$, $N_G = 1$, $\epsilon_X = \frac{1}{2}m_{3/2}$. 另一种情况是 gravitino 全都衰变成胶子和 gluino, 产生一股能量为 $E_{\text{jet}} = \frac{1}{2}m_{1/3}$ 的强子流, 并取 $B_h = 1$, $N_G =$

8, $\epsilon_X = \frac{1}{2}m_{3/2}$. 然后, 照样用轻元素观测丰度给出这两个情况的 gravitino 初始丰度上限, 再利用 Eq.(39), 便可以给出重加热温度 T_R 的上限. 结果展示在 Tab. 3 中. 可以看出, TeV 量级的 gravitino 的强子衰变对 T_R 的限制比辐射衰变的强得多.

References

- [1] Kolb E W and Turner M S, *The Early Universe*, Addison-Wesley, Redwood City, CA, 1990.
- [2] Dodelson S, *Modern Cosmology*, Academic Press, San Diego, 2003.
- [3] 俞允强, *物理宇宙学讲义*, 北京大学出版社, 北京, 2002.
- [4] Amsler C, *et al.* (Particle Data Group), *Review of Particle Physics*, Phys. Lett. B **667**, 1 (2008)
- [5] Jedamzik K and Pospelov M, *Big Bang Nucleosynthesis and Particle Dark Matter*, New J. Phys. **11**, 105028 (2009) [arXiv:0906.2087 [hep-ph]].
- [6] Jedamzik K, *Did something decay, evaporate, or annihilate during big bang nucleosynthesis?* Phys. Rev. D **70**, 063524 (2004) [arXiv:astro-ph/0402344].
- [7] M. Kawasaki, K. Kohri and T. Moroi, *Hadronic decay of late-decaying particles and big-bang nucleosynthesis*, Phys. Lett. B **625**, 7 (2005) [arXiv:astro-ph/0402490].
- [8] Kawasaki M, Kohri K and Moroi T, *Big-bang nucleosynthesis and hadronic decay of long-lived massive particles*, Phys. Rev. D **71**, 083502 (2005) [arXiv:astro-ph/0408426].

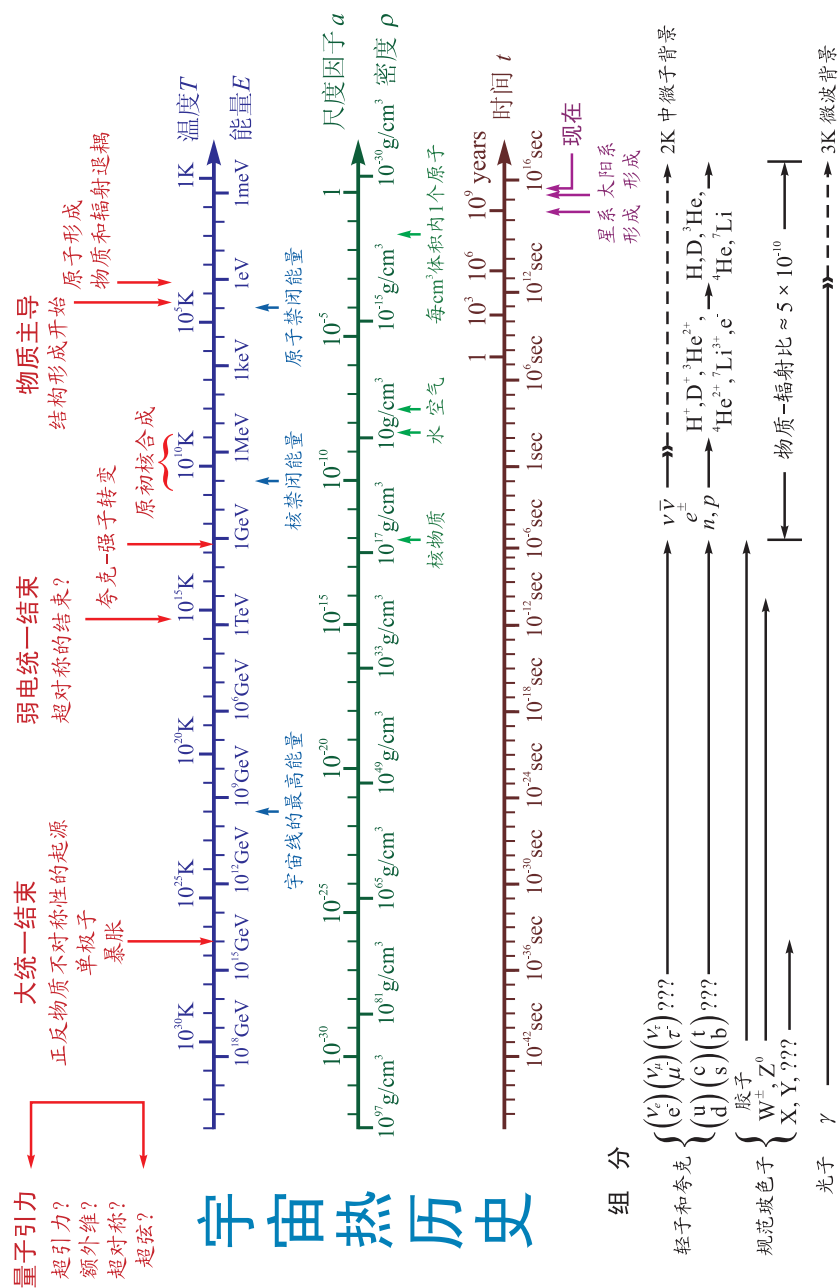


Figure 12: 宇宙热历史简图. 出自 [1].