

# 塞曼效应

实验者：余钊焕 合作者：朱 可

(中山大学理工学院，物理学专业 2006 级，学号 06324043)

2009 年 5 月 16 日

## 【实验目的】

1. 掌握塞曼效应理论，测定电子的荷质比，确定能级的量子数和朗德因子，绘出跃迁的能级图。
2. 掌握法布里—珀罗标准具的原理和使用。
3. 观察塞曼效应现象，把实验结果和理论结果进行比较。
4. 学会使用 CCD 和计算机获取实验图像和数据的方法。

## 【实验原理】

### (一) 原子的总磁矩与总动量矩的关系

原子中的电子不但有轨道运动，而且还有自旋运动。原子中电子的轨道角动量  $P_L$  与轨道磁矩  $\mu_L$ 、自旋角动量  $P_S$  与自旋磁矩  $\mu_S$  之间的关系为

$$\mu_L = -\frac{e}{2m} P_L, \quad P_L = \sqrt{L(L+1)}\hbar, \quad \mu_S = -\frac{e}{m} P_S, \quad P_S = \sqrt{S(S+1)}\hbar, \quad (1)$$

其中  $L$  和  $S$  分别表示轨道量子数和自旋量子数， $e$  和  $m$  分别表示电子的电荷和质量。

原子核的磁矩比一个电子的磁矩要小三个数量级，因此在计算单电子原子的磁矩时可以把原子核的磁矩忽略。

对于多电子原子，考虑到原子总角动量和总磁矩为零，只对其外层价电子进行累加。磁矩的计算可用矢量图表示，如图 1 所示。

由于  $\mu_S$  与  $P_S$  的比值是  $\mu_L$  与  $P_L$  的比值的 2 倍，合成的原子总磁矩  $\mu$  不在总动量矩  $P_J$  方向上。因  $\mu$  绕  $P_J$  运动，只有  $\mu$  在  $P_J$  方向上的投影  $\mu_J$  对外的平均效果不为零。根据图 1 进行矢量叠加运算， $\mu_J$  与  $P_J$  数值上的关系为

$$\mu_J = g \frac{e}{2m} P_L \quad (2)$$

其中  $g$  称为朗德因子。对于  $LS$  耦合，

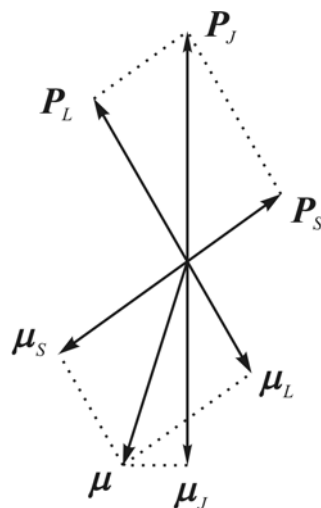


图 1 电子磁矩与角动量的关系

$$g = 1 + \frac{J(J+1) - L(L+1) + S(S+1)}{2J(J+1)}, \quad (3)$$

它表征了原子的总磁矩 $\mu_J$ 与总角动量 $P_J$ 的关系，而且决定了能级在磁场中分裂的大小。

## (二) 外磁场对原子能级的作用

原子的总磁矩在外磁场 $B$ 中受到力矩

$$\mathbf{M} = \mu_J \times \mathbf{B}, \quad (4)$$

力矩 $\mathbf{M}$ 使总角动量发生旋进，角动量改变的方向就是力矩的方向。原子受磁场作用而旋进引起的附加能量

$$\Delta E = -\mu_J B \cos \alpha = g \frac{e}{2m} P_J B \cos \beta \quad (5)$$

其中角 $\alpha$ 和 $\beta$ 的意义见图 2。

$P_J$ 在磁场方向上的分量是量子化的，只能是 $\hbar$ 的整数倍，即

$$P_J \cos \beta = M \hbar \quad (6)$$

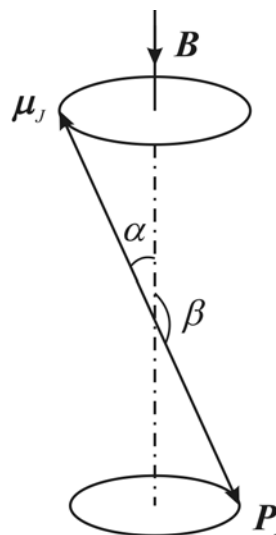


图 2 原子总磁矩受外磁场作用发生的旋进

其中磁量子数 $M = J, J-1, \dots, -J$ ，有 $(2J+1)$ 个取值。将(6)式代入(5)式得

$$\Delta E = Mg \frac{e\hbar}{2m} B = Mg \frac{eh}{4\pi m} B, \quad (7)$$

这样，无外磁场时的一个能级，在外磁场的作用下分裂成 $(2J+1)$ 个子能级，每个子能级的附加能量由(7)式决定。

## (三) 塞曼效应的选择定则

设某条谱线是由 $E_1$ 和 $E_2$ 两能级间的跃迁产生的，则它的频率由下式确定：

$$h\nu = E_2 - E_1. \quad (8)$$

在外磁场的作用下，能级 $E_1$ 和 $E_2$ 分别分裂为 $(2J_2+1)$ 和 $(2J_1+1)$ 个能级，附加能量分别是 $\Delta E_2$ 和 $\Delta E_1$ ，产生出新的谱线频率可由式

$$h\nu' = (E_2 + \Delta E_2) - (E_1 + \Delta E_1) \quad (9)$$

确定，分裂后谱线与原谱线的频率差

$$\Delta\nu = \nu' - \nu = \frac{\Delta E_2 + \Delta E_1}{h} = (M_2 g_2 - M_1 g_1) \frac{e}{4\pi m} B, \quad (10)$$

用波数 $(\tilde{\nu} \equiv \frac{1}{\lambda} = \frac{\nu}{c})$ 差表示为

$$\Delta\tilde{\nu} = (M_2 g_2 - M_1 g_1) \frac{e}{4\pi mc} B = (M_2 g_2 - M_1 g_1) \tilde{L} \quad (11)$$

其中  $\tilde{L} \equiv \frac{e}{4\pi mc} B$  称为洛伦兹单位。

跃迁必须满足以下选择定则。

(1) 当  $\Delta M = 0$  时, 垂直于磁场方向观察, 产生  $\pi$  线, 为光振动方向平行于磁场方向的线偏振光 (当  $J = 0, M_2 = 0 \rightarrow M_1 = 0$  时除外)。平行于磁场方向观察不到  $\pi$  线。

(2) 当  $\Delta M = \pm 1$  时, 垂直于磁场方向观察, 产生  $\sigma$  线, 为光振动方向垂直于磁场方向的线偏振光。沿着磁场方向观察时,  $\Delta M = 1$  情况是以磁场方向为正向的右旋圆偏振光,  $\Delta M = -1$  情况是以磁场方向为正向的左旋圆偏振光。对于观察者而言, 顺着磁场方向观察和对着磁场方向观察, 偏振光的方向是相反的。

对于原子单重态之间的跃迁, 由于  $S_1 = S_2 = 0$ , 有  $g_1 = g_2 = 1$ , 因而上下能级在磁场中分裂的间隔相等, 谱线分裂为三条, 且相邻的两条谱线的波数差正好等于一个洛伦兹单位, 称为正常塞曼效应, 可用经典理论给予良好的解释。

对于原子多重态之间的跃迁,  $S_1 \neq 0, S_2 \neq 0$ , 通常上下能级在磁场中分裂的间隔不相等, 谱线的分裂多于三条, 谱线的裂距是  $eB/4\pi mc$  的简单分数倍, 称为反常塞曼效应。

必须指出的是, 上面的规律只适用于外磁场比原子内部磁场小很多的情况下。在强磁场下, 反常塞曼效应趋于正常塞曼效应, 称为帕邢—巴克效应。

在观察塞曼分裂时, 一般光谱线最大的塞曼分裂仅有几个洛伦兹单位, 用一般棱镜光谱仪观察比较困难。因此, 我们在实验中需采用高分辨率的仪器——法布里—珀罗标准具 (F-P 标准具)。

## 【实验技术】

### (一) F-P 标准具

F-P 标准具是由两块平面玻璃板中间夹一个间隔圈组成的。平面玻璃板的内表面镀有反射率高于 90% 的高反射膜, 间隔圈用膨胀系数很小的石英材料加工成一定的长度, 用来保证两块平面玻璃板之间精确的平行度和稳定的间距。

F-P 标准具的光路见图 3 所示。当单色平行光束  $S$  以小角度  $\theta$  入射到标准具的  $M$  平面时, 入射光束  $S_0$  经过  $M$  表面及  $M'$  表面多次反射和透射, 形成一系列相互平行的反射光束, 这些相邻光束之间有一定的光程差  $\Delta l$ , 在无穷远处须用透镜会聚在透镜的焦平面上发生干涉, 光程差为波长整数倍时产生干涉极大值, 即

$$\Delta l = 2nd \cos \theta = N\lambda, \quad (12)$$

其中  $d$  为两平板之间的间距,  $n$  为两平板之间介质的折射率 (标准具在空气中使用,  $n = 1$ ), 整数  $N$  称为干涉序。由于标准具的间距  $d$  是固定的, 在波长  $\lambda$  不变

的条件下，不同的干涉序  $N$  对应于不同的入射角  $\theta$ 。在扩展光源照明下，F-P 标准具产生等倾干涉，它的干涉条纹是一组同心圆环。

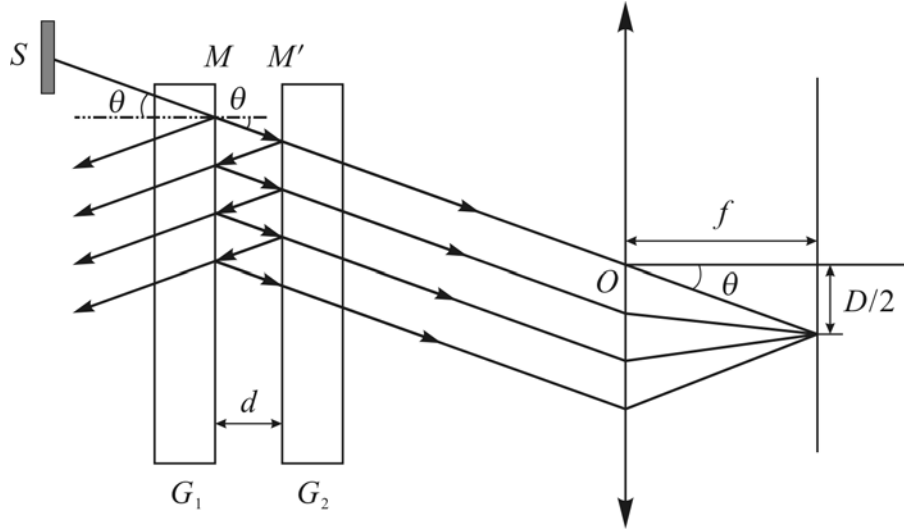


图 3 F-P 标准具光路图

由于标准具是多光束干涉的，干涉条纹的宽度非常细锐。条纹越细锐表示仪器的分辨能力越高，这里介绍两个描述仪器性能的特征常数和用标准具测量谱线波长差的公式。

#### (1) 自由光谱范围 $\Delta\lambda_F$

考虑两个具有微小波长差的单色光  $\lambda_1$  和  $\lambda_2$  入射到标准具上，若  $\lambda_2 > \lambda_1$ ，根据 (12) 式，对同一干涉序  $N$ ， $\lambda_1$  和  $\lambda_2$  的极大值对应于不同的入射角  $\theta_1$  和  $\theta_2$ ，而且  $\theta_1 > \theta_2$ ，产生两套圆环条纹，即波长较长的成分在里圈，较短的成分在外圈。如果  $\lambda_1$  和  $\lambda_2$  之间的波长差逐渐加大，使得  $\lambda_1$  的  $N$  序条纹与  $\lambda_2$  的  $(N-1)$  序条纹重叠，有  $N\lambda_1 = (N-1)\lambda_2$ ，则

$$\lambda_2 - \lambda_1 = \frac{\lambda_2}{N}。 \quad (13)$$

由于  $N$  是很大的数目，可用中心条纹的序数代替，再用  $\lambda$  代替上式右边的  $\lambda_2$ ，得

$$\lambda_2 - \lambda_1 = \frac{\lambda^2}{2d} \equiv \Delta\lambda_F, \quad (14)$$

其中  $\Delta\lambda_F$  称为标准具的自由光谱范围，它表征了标准具所允许的不同波长的干涉条纹不重序的最大波长差。若被研究的谱线差大于仪器的自由光谱范围时，两套条纹之间就要发生重迭或错序。因此，在使用标准具时，要根据研究对象的光谱范围来选择自由光谱范围合适的仪器。

#### (2) 精细度 $F$

标准具的精细度  $F$  定义为

$$F \equiv \frac{\Delta\lambda_F}{\delta\lambda} = \frac{\pi\sqrt{R}}{1-R}, \quad (15)$$

其中 $\delta\lambda$ 是标准具能分辨的最小波长差， $R$ 为 F-R 板内表面的反射率。精细度  $F$  的物理意义是相邻两个干涉序条纹之间能够被分辨的干涉条纹的最大数目。精细度  $F$  只依赖于反射膜的反射率  $R$ ， $R$  愈高， $F$  愈大，仪器能够分辨的条纹数愈多，亦即仪器的分辨本领愈强。

### (3) 用标准具测量谱线波长差公式

用透镜把 F-P 板的干涉条纹成像在焦平面上，条纹的入射角 $\theta$ 与直径 $D$ 有如下关系：

$$\theta \approx \frac{f}{\sqrt{f^2 - \left(\frac{D}{2}\right)^2}} \approx 1 - \frac{D^2}{8f^2}, \quad (16)$$

其中 $f$ 为透镜焦距。将(16)式代入到(11)式中，得

$$2d\left(1 - \frac{D^2}{8f^2}\right) = N\lambda. \quad (17)$$

由上式可见，干涉序 $N$ 与条纹的直径平方 $D^2$ 成线性关系，随着条纹直径的增大，条纹越来越密，如图4所示。(17)式左边第二项的负号表明，直径 $D$ 越大的干涉环对应的干涉序 $N$ 越小。同理，对于同序的干涉环，直径 $D$ 大的，波长 $\lambda$ 小。

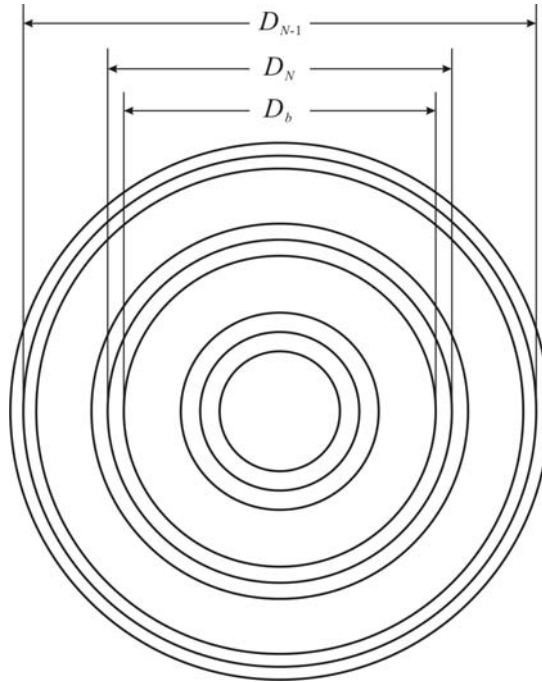


图4 塞曼分裂干涉环

对同一波长，相邻两序 $N$ 和 $(N-1)$ 条纹的直径用平方差为

$$\Delta D^2 = D_{N-1}^2 - D_N^2 = \frac{4f^2\lambda}{d} \quad (18)$$

可见， $\Delta D^2$  是与干涉序  $N$  无关的常数。

对同一干涉序的不同波长， $\lambda_a$  和  $\lambda_b$  的波长差关系为

$$\lambda_a - \lambda_b = 4df^2N(D_b^2 - D_a^2) = \frac{\lambda(D_b^2 - D_a^2)}{N(D_{N-1}^2 - D_N^2)} \quad (19)$$

测量时所用的干涉条纹只是在中心条纹附近的几个干涉序，而且中心条纹的干涉序  $N$  是很大的，因此用中心条纹的干涉序代替被测条纹的干涉序，可得

$$\Delta\lambda = \lambda_a - \lambda_b = \frac{\lambda^2(D_b^2 - D_a^2)}{2d(D_{N-1}^2 - D_N^2)} \quad (20)$$

其中  $D_a = D_N$  或  $D_b = D_N$ 。

电子荷质比的值，可由下式表示：

$$\frac{e}{m} = \frac{4\pi c}{dB} \frac{(D_b^2 - D_a^2)}{(D_{N-1}^2 - D_N^2)} \quad (21)$$

## (二) 实验仪器

研究塞曼效应的实验装置如图 5 所示，在本实验中，在电磁铁的两极之间放上一支笔型汞灯， $N-S$  为电磁铁的磁极，电磁铁用直流稳压电源供电，电流与磁场的关系可用特斯拉计进行测量。会聚透镜用于使通过标准具的光增强。偏振片在垂直磁场方向观察时用以鉴别  $\pi$  成分和  $\sigma$  成分，在沿磁场方向观察时用以鉴别左圆偏振光和右圆偏振光。干涉滤光片将所观察的波长选择为 546.1 nm。CCD 作为光探测器，采集 F-P 标准具的干涉花样，传送到计算机上，实验者可使用专用的图像处理软件读取实验数据。

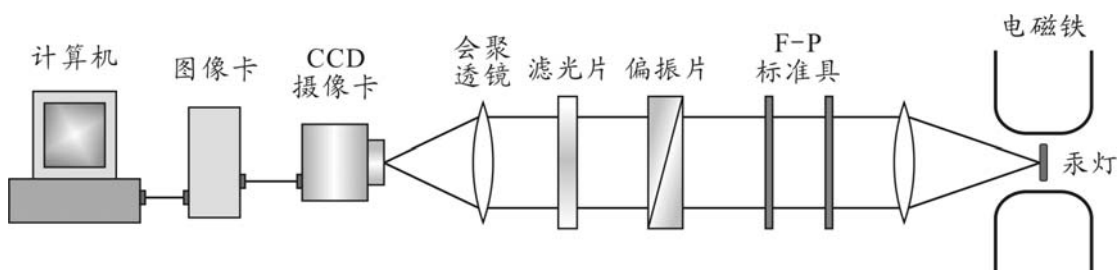


图 5 塞曼效应的实验装置

## 【实验内容】

1. 观察汞 546.1 nm ( $6s7s^3S_1 \rightarrow 6s6p^3P_2$ ) 谱线的塞曼效应。实验前，应把上述谱线的塞曼分裂能级图及符合选择定则的谱线用图表画出来，弄清应有的塞曼

分裂花样。

2. 调整各部件，使之与光源在同一轴线上。

3. 调节 F-P 标准具至最佳状态：

在标准具后面观察同心圆环，上下、左右移动眼睛，若圆环冒出（或吞进），表示该处厚度稍大（或稍小），则旋紧（或旋松）相应的调节螺栓；反复调整，直到圆环在眼睛移动时只是圆心随着移动，而不再出现冒出或吞进的情况为止。

4. 反复调节测量望远镜，直到从目镜中可以观察到细锐的干涉条纹。

5. 开启直流稳压电源，慢慢调至 3.0 ~ 4.0 A，观察磁场作用下的谱线分裂，并用偏振片检测分裂谱线的偏振成分。

6. 把测量望远镜拿开，将 CCD 镜头对准 F-P 标准具，推拉镜头直至多个细锐的干涉峰清晰地呈现在监视器上。

7. 任取 2 个磁场电流值，利用计算机采集软件，获取干涉圆环直径的数据，测量谱线分裂的波长差，重复测量 5 次。计算出电子的荷质比  $e/m$ ，并与基本物理常数 1986 年推荐值  $1.75881962 \times 10^{11} \text{ C/kg}$  进行比较，分析误差的来源。

用特斯拉计测量磁铁中央的磁场强度。将霍尔探头平面平行磁极面移入待测磁场中，慢慢转动探头，待测磁场值为特斯拉计显示的最大值。

### 【测量数据和数据处理】

#### 1. 塞曼分裂能级图

汞 546.1 nm ( $6s7s^3S_1 \rightarrow 6s6p^3P_2$ ) 谱线的塞曼能级分裂情况如图 6 所示。

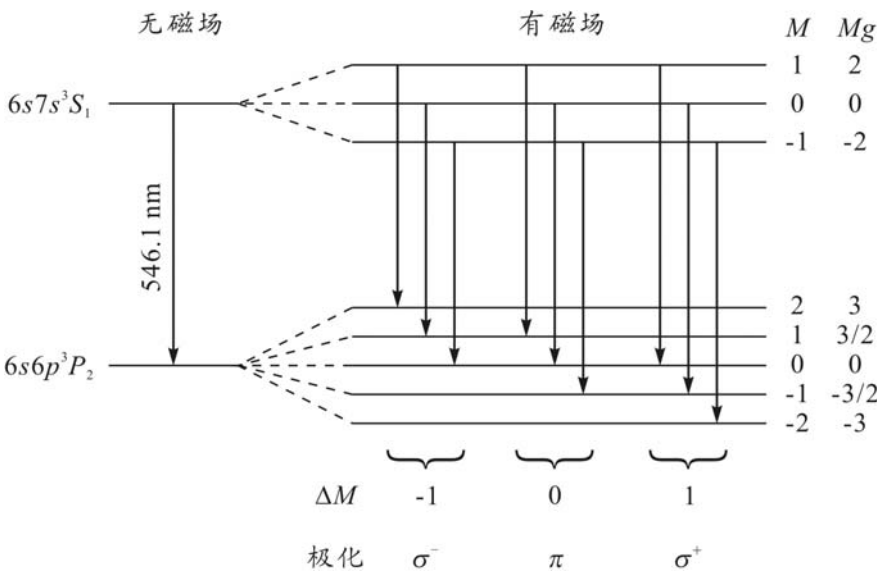


图 6 汞 546.1 nm 谱线的塞曼分裂能级图

由于  $S_1 = S_2 = 1$ ，这是反常塞曼效应。汞 546.1 nm 谱线在磁场中分裂为 9 条。垂直磁场观察时，中间 3 条线为  $\pi$  成分，其余 6 条线为  $\sigma$  成分。

## 2. 磁场强度与励磁电流的关系

改变励磁电流  $I$  的大小，用特斯拉计测量磁铁中央的磁场强度  $B$  随励磁电流  $I$  的变化关系，得到表 1。

表 1 磁场强度与励磁电流的关系

$I / \text{A}$	3.00	3.05	3.10	3.15	3.20	3.25	3.30	3.35	3.40	3.45
$B / \text{mT}$	949	957	965	972	981	987	996	1003	1012	1020
$I / \text{A}$	3.50	3.55	3.60	3.65	3.70	3.75	3.80	3.85	3.90	3.95
$B / \text{mT}$	1026	1034	1042	1052	1060	1068	1076	1081	1090	1099

描点，并作线性拟合，得到图 7。

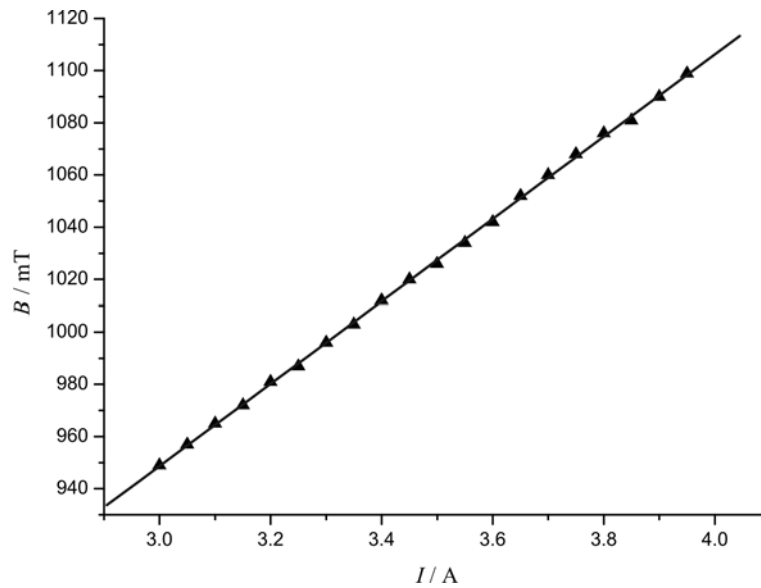


图 7 磁场强度  $B$  与励磁电流  $I$  的关系曲线

线性拟合的情况如下。

Linear Regression for Data1\_B:

$$Y = A + B * X$$

Parameter	Value	Error
A	476.06992	2.61954
B	157.53383	0.75124

---

R	SD	N	P
0.9998	0.96864	20	<0.0001

---

亦即，得到磁场强度  $B$  与励磁电流  $I$  的关系为

$$B = (476.1 \pm 2.6) + (157.53 \pm 0.75)I, \quad (22)$$

其中磁场强度  $B$  的单位为 mT，励磁电流  $I$  的单位为 A。



### 3. 测量电子的荷质比

打开汞灯，加磁场，调节 F-P 标准具至最佳状态，调节测量望远镜至干涉条纹细锐清晰，用偏振片将分裂谱线的偏振成分限制为 $\pi$ 成分。

取励磁电流  $I = 3.45 \text{ A}$ ，用 (22) 式计算得到磁场强度  $B = 1019 \text{ mT}$ ，用计算机采集和处理软件（塞曼效应实验分析 VCH 5.0）获取干涉圆环直径的数据，计算机软件界面如图 8 所示。

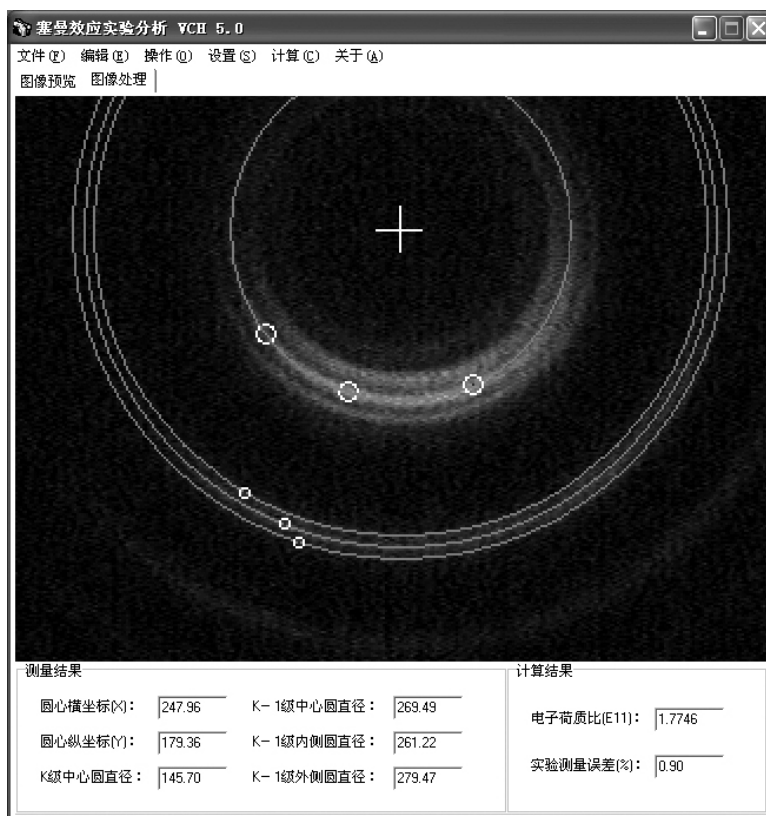


图 8 VCH 5.0 进行图像处理的界面

向计算机软件输入磁场强度  $B$ ，求出 5 组电子的荷质比  $e/m$ ，测量数据和误差见表 2。

表 2 磁场强度  $B = 1019 \text{ mT}$  时测得的电子荷质比  $e/m$

$e/m \text{ (C/kg)}$	1.7223	1.7118	1.7222	1.7356	1.7746
实验测量误差 (%)	2.08	2.67	2.08	1.32	0.90

取励磁电流  $I = 3.86 \text{ A}$ ，用 (22) 式计算得到磁场强度  $B = 1084 \text{ mT}$ ，向计算机软件输入磁场强度  $B$ ，求出 5 组电子的荷质比  $e/m$ ，测量数据和误差见表 3。

表 3 磁场强度  $B = 1084 \text{ mT}$  时测得的电子荷质比  $e/m$

$e/m \text{ (C/kg)}$	1.6906	1.7632	1.7941	1.6867	1.6940
实验测量误差 (%)	3.88	0.25	2.00	4.10	3.69

由表 2 和表 3 中的测量数据可以看到, 本实验测得的电子荷质比  $e/m$  与基本物理常数 1986 年推荐值  $1.75881962 \times 10^{11} \text{ C/kg}$  比较接近。

#### 4. 误差来源

本实验的误差主要来源于以下几个方面:

(1) 计算机软件 VCH 5.0 在进行图像处理时, 对干涉直径的测量是依靠实验者在图像上取点而得的, 受到干涉环的细锐程度和图像分辨率的限制, 容易造成误差;

(2) 由于测量磁场的特斯拉计是用霍尔器件制成的, 要保证磁感线垂直于探头平面才能得到较精确的数据, 实验时由实验者手动保证这一垂直情况, 容易造成偶然误差;

(3) 磁场的测量位置与汞灯所处位置不能完全重合, 也会造成一定的误差。

#### 【思考题】

1. 在观察横向 (纵向) 塞曼效应,  $B$  由零逐渐增大时, 谱线的条数、裂距会发生什么变化?

答: 当  $B$  由零逐渐增大时, 谱线裂距逐渐增大。由于横向塞曼效应能观察到线, 但纵向塞曼效应不能, 因此横向塞曼效应的谱线条数比较多。

2. 计算  $d = 2 \text{ mm}$ ,  $R = 95\%$  的 F-P 标准具在波长  $500 \text{ nm}$  的自由光谱范围、精细度和可分辨的最小波长差。

答: 由 (14) 式可求得自由光谱范围

$$\Delta\lambda_F = \frac{\lambda^2}{2d} = \frac{(500)^2}{2 \times 2 \times 10^6} \text{ nm} = 0.0625 \text{ nm},$$

由 (15) 式可求得精细度

$$F = \frac{\pi\sqrt{R}}{1-R} = \frac{\pi\sqrt{0.95}}{1-0.95} = 61.24,$$

再由 (15) 式可求得可分辨的最小波长差

$$\delta\lambda = \frac{\Delta\lambda_F}{F} = \frac{0.0625}{61.24} \text{ nm} = 1.02 \times 10^{-3} \text{ nm}。$$

3. 怎样用塞曼效应来确定原子能级的  $J$  量子数和  $g$  因子?

答: 在无磁场情况下的一个  $J$  量子数的原子能级, 加上磁场后, 由于塞曼效应, 会分裂为  $(2J + 1)$  条能级, 电子从它向另一个分裂的能级跃迁会发出若干条不同偏振态的谱线, 可以通过对这些谱线的分析确定能级的分裂情况, 进而确定能级的  $J$  量子数。

假如发生正常塞曼效应, 则发生跃迁的两个能级必定为原子单重态, 它们的

朗德因子  $g$  均为 1。假如发生反常塞曼效应，则情况比较复杂，谱线裂距是洛伦兹单位的简单分数倍，利用 (11) 式对这些简单分数进行分析，就可以求得原子能级的  $g$  因子。

4. 画出汞谱线 404.7 nm ( $6s7s^3S_1 \rightarrow 6s6p^3P_0$ ) 和 435.8 nm ( $6s7s^3S_1 \rightarrow 6s6p^3P_1$ ) 的塞曼分裂能级图及谱线的裂距、偏振态。

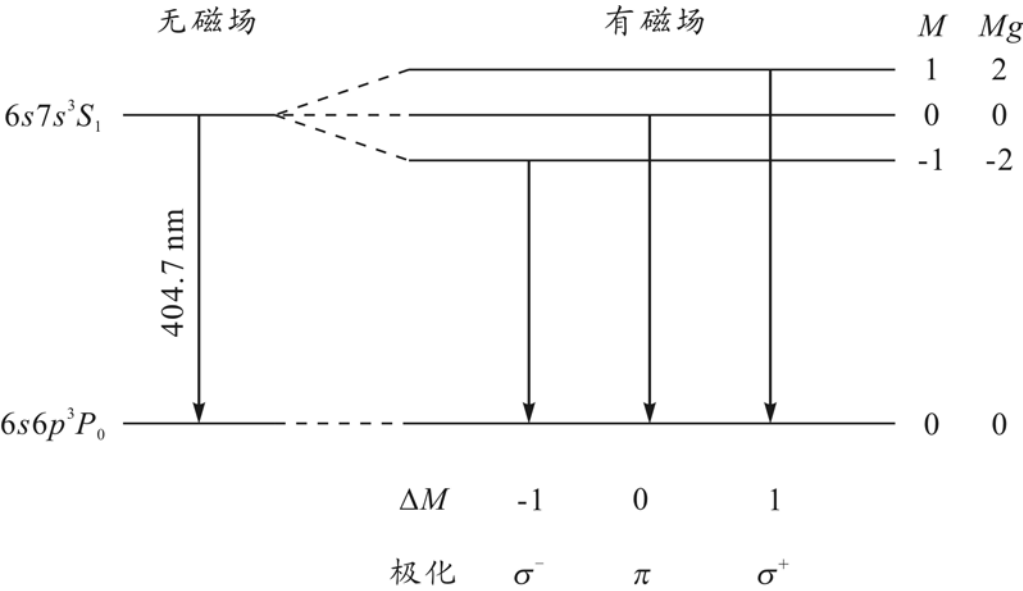


图 9 汞 404.7 nm 谱线的塞曼分裂能级图

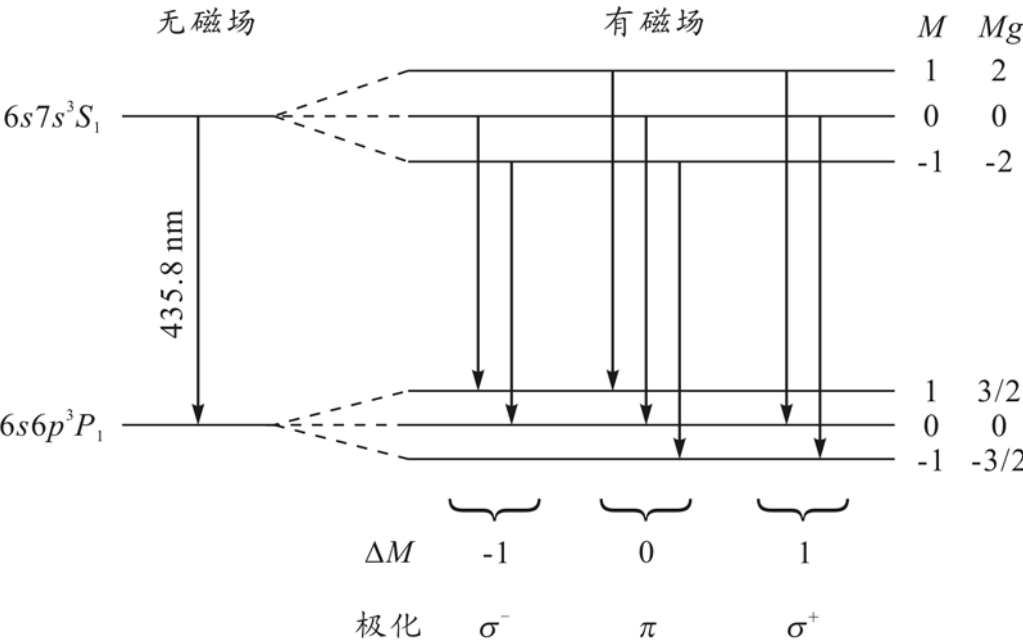


图 10 汞 435.8 nm 谱线的塞曼分裂能级图