数学与计算科学学院

本科毕业论文开题报告



深圳大学数学与计算科学学院

二零零七年一月印制

深圳大学本科毕业论文(设计)开题报告

题 目	实数的建构概述					
学生姓名	张尧	学号	2010199001		专业	信息与计算科学
学 院	数学学院	指导		邓娟		

本选题的意义及国内外发展状况:

实数是我们数学专业学生最熟悉的陌生人,当然实数的一些性质被其他人员认为是理 所当然的一件事,可是实数没有我们想的那么简单。

实数理论是微积分第一第二基本定理的理论根基,如果根基都不牢靠,那建立在根基上的高楼大厦就有一下子倒塌的危险。

2500 年前,相传毕氏的门徒在做正五边形,发现了对角线之不可公度的事情,即发现了不是有理数的数。到 1872 年,经历了大概 2000 多年的时间,伟大的数学家们才真正明白实数是什么,1670 年代,牛顿和莱布尼茨先后发表微积分论文,数学进入了另一个纪元,繁荣的背后,尽是心酸,微积分基础没有打牢,经过 200 年左右的时间,才建立严格的微积分理论体系,即实数理论的完备化,可见实数理论的重要性。

实数的定义形式有很多,但是各种定义是不是合理的,定义出来的实数具有的性质有没有继承有理数所具有的性质,抽象代数中的完备有序域的唯一性可以给一个肯定的回答。

如果没有实数理论,怎么证明长方形的面积等于长乘以宽,长方形的面积公式出现在小 学课本里,他欺骗了我们,我们浑然不知,居然信以为真,并让我们使用时感到理所当然, 无可厚非。

实数理论在国内的课本里,通常以实数的完备性定理,即确界原理或者单调有界数列存在极限开始,接着展开闭区间套,聚点定理,致密性定理,紧致定理,以等价命题的形式证明实数的完备性,但是,实数是什么,鲜有提及,就连一向严谨的俄国人,讲的也不甚透彻,卢丁的数学放在第一章附录里,目前实数理论是一个不活跃的讨论对象,但是实数理论的价值相当重要。

就像欧式几何建立在五条公设之上那样,实数理论也建立在实数与数轴上的点——对应 这条公设上。

研究内容:

- 一 实数理论的重要性
- 二 实数的建构
 - 1 戴德金对实数的建构
 - 2 康托,梅莱对实数的建构
 - 3 十进制, 连分数的表示
- 4 完备有序域,即阿基米德有序域的唯一性,即各种建构出来的实数系统具有同构的性质
 - 5 实数具有的性质 稠密性 两相异实数之间有有理数 两相异实数之间有无理数等等
 - 6 实数的完备性等价定理
 - 三 实数理论建构的启示

研究方法、手段及步骤:

论文采取理论研究,查找文献,网络搜索,请教老师等多种手法,坚持独立思考,自觉 完成论文。

- 1 熟悉掌握实数理论
- 2 查找相关文献,搜索相关知识
- 3 请教老师
- 4 分析问题 解决问题
- 5 向老师及时汇报论文进展,完成既定目标

参考文献:

- [1] George Berkeley. The Analyst A Discourse Addressed To An Infidel Mathematician [M]. Montana: Kessinger Publishing, LLC, 2004.
- [2] 卓里奇. 数学分析(第1卷) [M]. 北京: 高等教育出版社, 2006 (第四版).
- [3] H.-D.Ebbinghaus 等. Numbers[M]. New York:: Springer, 1996.
- [4] 阿黑波夫等. 数学分析讲义[M]. 北京: 高等教育出版社, 2006 (第三版).
- [5] 曹之江, 王刚. 微积分学简明教程(上册) [M]. 北京: 高等教育出版社, 2004 (第二版).
- [6] Richard Dedekind. ESSAYS ON THE THEORRY OF NUMBERS[M]. Maryland: Wildside Press LLC .2007.
- [7] Cantor.On The Extension Of A Result From The Theory Of Trigonometric Series[J]. Math.Ann:5.1871.
- [8] 任岩.实数[M].杭州: 浙江人民出版社, 1980.
- [9] Rudin. Principles Of Mathematical Analysis[M]. New York: McGraw-Hill, Inc, 1976.
- [10] 杨维哲.何谓实数[M]. 台北: 台湾商务印书馆, 民国 64年.
- [11] 王昆扬. 实数的十进表示[Z]. 北京:北京师范大学,2008.
- [12] 林琦琨. 实数系的建构[J]. 数学传播, 33(2).
- [13] 伯克霍夫, 麦克莱恩. A Survey of Modern Algebra [M]. 北京: 人民邮电出版社, 2007.
- [14] 郝兆宽. 数的定义戴德金与弗雷格[J]. 复旦学报, 2006, 5.
- [15] 蒙虎. 实数系统的历史反思——兼评中国古算与实数系统[J]. 自然辩证法通讯, 2007, 6.

学生签名:

年 月 日

指导教师意见:

签名:

年 月 日

院系领导意见:			
	kk ta		
	签名 : 年	月	日