Macroeconomía III

Práctica Dirigida #8*

Notas de Clase sobre Hansen (1985)

Jason Cruz
jj.cruza@up.edu.pe

Índice

1. Introducción

1.1. Hansen (1985) como una crítica a Kydland y Prescott (1982) [y a Lucas (1977)]

Kydland y Prescott (1982)

- No consideraban ciertos fenómenos en el mercado laboral: trabajadores desempleados, fluctuaciones en la tasa de desempleo y la observación empírica de que las fluctuaciones en las horas trabajadas son más grandes relativas a las fluctuaciones de la productividad.
- Dependían mucho de la elasticidad de sustitución ocio-trabajo en respuesta al salario real o a cambios en la tasa de interés real. Esta crítica está basada en el hecho de que, en aquellos años, estudios microeconómicos usando panel data sobre las horas trabajadas no detectaban la sustitución intertemporal necesaria para explicar las grandes fluctuaciones en las horas trabajadas.

1.2. Hansen (1985)

- Usando un modelo simple de crecimiento estocástico de un solo sector con choques a la productividad explica la alta variabilidad de las horas trabajadas incluso cuando los individuos están menos disponibles a sustituir ocio a lo largo del tiempo.
- Incluye trabajo indivisible que es modelado a través de individuos que pueden trabajar un número determinado de horas o no trabajar en absoluto (ellos no pueden trabajar un número intermedio de horas). Esta hipótesis está motivada en que la mayoría de la gente trabaja a tiempo completo o no trabaja en absoluto.
- Por lo tanto, en su modelo, las fluctuaciones en las horas agregadas son el resultado de individuos que entran y salen del mercado laboral, en lugar de trabajar de forma continua ajustando el número de horas trabajadas, como en modelos RBC anteriores, por ejemplo, Kydland y Prescott (1982). Esto concuerda con una característica importante de los datos de posguerra de USA.
- Construye dos economías artificiales.
  - La **primera economía** es un modelo de crecimiento estocástico estándar en el que el **trabajo es divisible**.
  - La **segunda economía** es una versión de crecimiento estocástico de un modelo de equilibrio general estático desarrollado por Rogerson (1984), el **trabajo es indivisible** en esta economía.
- Añade loterías al conjunto de consumo (siguiendo a Rogerson), lo que permite estudiar un equilibrio competitivo resolviendo un problema de agente representativo, como en Lucas y Prescott (1971). La adición de las loterías también implica que la empresa proporciona un **seguro de desempleo completo a los trabajadores**.

2. Motivación del paper

- Los modelos RBC existentes analizaban a los individuos que tenían libertad para ajustar continuamente el número de horas trabajadas (el **"margen intensivo"**). No había individuos que entraran o abandonaran el empleo (el **"margen extensivo"**). Sin embargo, el margen extensivo era importante para explicar algunos aspectos de la oferta de mano de obra tanto a nivel micro y macroeconómicos[2].

[2] Heckman y MaCurdy (1980), por ejemplo, analizan la importancia del margen extensivo para explicar la oferta de mano de obra femenina.

- A nivel agregado, más de la mitad de la variación en el total de horas trabajadas se debe a la variación en el número de personas empleadas, más que a la variación en el promedio de horas trabajadas por esos empleados.
- Considera la siguiente **descomposición de la varianza** de los datos trimestrales:

$$\operatorname{var}(\log H_t) = \operatorname{var}(\log h_t) + \operatorname{var}(\log N_t) + 2\operatorname{cov}(\log h_t, \log N_t)$$

  donde H_t, es el total de horas trabajadas, h_t, es la media de horas trabajadas, y N_t, es el número de individuos trabajando.
- Utilizando esta descomposición, el 55 % de la varianza de H_t, se debe a la variación de N_t, mientras que sólo el 20 % de esta varianza puede atribuirse directamente a h_t. El resto se debe al término de covarianza.

2.1. La mayoría de la gente trabaja a tiempo completo o no trabaja en absoluto

2.1.1. Esto podría atribuirse a la presencia de preferencias individuales por el ocio o a la tecnología.

Por ejemplo, la tecnología puede ser tal que la productividad marginal del esfuerzo laboral de un individuo aumenta durante la primera parte de la jornada laboral, y disminuye después. Es decir, el individuo se enfrenta a una función de producción que es convexa al principio y luego se vuelve cóncava.

Esto podría deberse a que los individuos necesitan cierto tiempo de "calentamiento" antes de ser plenamente productivos. Una tecnología de este tipo podría inducir a los individuos a trabajar mucho o a no trabajar nada.

2.1.2. Otra posibilidad es que la no convexidad sea una propiedad de las preferencias de los individuos.

Si la función de utilidad presentara una utilidad marginal decreciente del ocio a niveles bajos de ocio y una utilidad marginal creciente a niveles más altos, los individuos tenderían a elegir un nivel bajo de ocio (trabajar mucho) o a utilizar toda su dotación de tiempo como ocio (no trabajar en absoluto). Estas preferencias pueden interpretarse como preferencias "indirectas" que reflejan los costes asociados a trabajar cada periodo, como conducir una larga distancia hasta el trabajo o soportar la molestia de ponerse traje y corbata. Estos costes hace que sea menos probable que un individuo decida trabajar sólo la mitad de su jornada laboral.

Hansen (1985) asume que la no convexidad (en una versión extrema) es una propiedad de las preferencias.

Supone que los individuos tienen preferencias que se definen sólo en dos niveles de ocio: un nivel corresponde a **trabajar a tiempo completo** y el otro a **no trabajar en absoluto**.

3. Dos economías artificiales

3.1. Una economía con mano de obra divisible

Puede revisar el paper de Hansen (1985) para ver más detalle sobre esta primera economía. Nuestro foco principal será la sección 3.2 (economía con trabajo indivisible), sobre la cual comentaremos los resultados de la capacidad del modelo de capturar la alta volatilidad de las horas trabajadas y sobre la cual interpretaremos[3].

[3] Por supuesto, será esta economía la que llevaremos a Dynare

3.2. Una economía con mano de obra indivisible

Se añade el supuesto de trabajo indivisible. Esto dará lugar a una economía en la que toda variación en el insumo de trabajo refleja el ajuste a lo largo del margen extensivo. Usted puede corroborar que en la primera economía artificial toda la variación de la mano de obra refleja el ajuste a lo largo del margen intensivo. Además, la función de utilidad del "agente representativo" de esta economía implicará una elasticidad de sustitución entre el ocio en diferentes periodos que es infinita e independiente de la elasticidad implícita en la función de utilidad de los hogares individuales. [Hansen (1985) hace una distinción entre la función de utilidad del agente representativo y la de los hogares individuales, como se menciona en el *pie de página 4* del paper[4]].

La indivisibilidad del trabajo se modela restringiendo el conjunto de posibilidades de consumo de modo que los individuos puedan trabajar a tiempo completo, denotado por h_0, o no trabajar en absoluto.

Con el fin de garantizar que la solución del problema del agente representativo puede sostenerse como un equilibrio competitivo, es necesario que el conjunto de posibilidades de consumo sea convexo. Para conseguirlo, Hansen (1985) exige a los individuos que elijan **loterías en lugar de horas trabajadas**, siguiendo a Rogerson (1984). Así, cada período, en lugar de elegir las horas trabajadas, **los hogares eligen una probabilidad de trabajar**. Una lotería determina si el hogar trabaja o no.

La nueva mercancía que se introduce es un contrato entre la empresa y un hogar que compromete al hogar a trabajar h_o horas con probabilidad α_t. El contrato en sí se negocia, por lo que el hogar cobra tanto si trabaja como si no. Por lo tanto, la empresa ofrece un seguro de desempleo completo a los trabajadores. Dado que todos los hogares son idénticos, todos elegirán el mismo contrato, es decir, el mismo α_t. Sin embargo, aunque los hogares son ex ante idénticos, diferirán a posteriori en función del resultado de la lotería: una fracción α_t de un continuo de hogares trabajará y el resto no.

4. El Modelo (descentralizado)

4.1. Hogares

- La economía a estudiar está poblada por un continuo de hogares idénticos de vida infinita.
- Los hogares de esta economía maximizan el valor esperado de $\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t, l_t)$, donde $0 < \beta < 1$ es el factor de descuento y c_t y l_t, son el consumo y el ocio en el periodo t, respectivamente. La dotación de tiempo se normaliza a uno, por lo que $l_t = 1 - h_t$. La utilidad en el período t viene dada por la función

$$u(c_t, l_t) = \log c_t + A \log l_t, \quad A > 0 \tag{1}$$

- Usando (1), la utilidad esperada en el periodo t está dada por $\alpha_t(log c_t + Alog(1-h_0)) + (1-\alpha)(log c_t + Alog 1)$.[5] Esto simplifica la función de utilidad que queda como:

$$U(c_t, \alpha_t) = \log c_t + A\alpha_t \log(1 - h_0) \tag{2}$$

- Dado que una fracción α_t de los hogares trabajará h_0, y el resto trabajará cero, las horas per cápita trabajadas en el período t vienen dadas por:

$$h_t = \alpha_t h_0 \tag{3}$$

[4] ***Pie de página 4 del paper:*** *In this model there is a crucial distinction between the utility function of the 'representative agent' and the utility function of an individual or household.*

[5] Esto usa el hecho de que, desde que las preferencias son separables en consumo y ocio, el nivel de consumo escogido en equilibrio es independiente de si el individuo trabaja o no.

4.2. Firmas

- Existe una única empresa con acceso a una tecnología descrita por una función de producción estándar Cobb-Douglas de la forma:
$$f(\lambda_t, k_t, h_t) = \lambda_t k_t^{\theta} h_t^{1-\theta}, \tag{4}$$
donde el trabajo (h_t) y el capital acumulado (k_t) son los inputs y λ_t es un shock aleatorio que sigue un proceso estocástico que se describirá más adelante. Se supone que los agentes observan λ_t antes de tomar cualquier decisión en el periodo t. El supuesto de una sola empresa se hace por conveniencia. Dado que la tecnología muestra rendimientos constantes a escala, lo que implica que las empresas obtienen un beneficio nulo en equilibrio, la economía se comportaría igual si hubiera muchas empresas.

- El producto puede ser consumido (c_t) o invertido (i_t) (modelo con un solo sector), por lo que la siguiente restricción debe ser satisfecha:
$$c_t + i_t \leq f(\lambda_t, k_t, h_t) \tag{5}$$

- La ley de movimiento del stock de capital viene dada por:
$$k_{t+1} = (1-\delta)k_t + i_t, \quad 0 \leq \delta \leq 1, \tag{6}$$
donde δ es la tasa de depreciación del capital. El stock de capital es propiedad de los hogares que venden servicios de capital a la empresa.

4.3. Comportamiento del choque tecnológico

- Se supone que el choque tecnológico sigue un proceso de Markov de primer orden. En particular, λ_t obedece la siguiente ley de movimiento:
$$\lambda_{t+1} = \gamma \lambda_t + \varepsilon_{t+1}, \tag{7}$$
donde ε_t iid con función de distribución F. Se supone que esta distribución tiene un soporte positivo con un límite superior finito, lo que garantiza que el resutado siempre será positivo. Al exigir que F tenga una media de $1-\gamma$, la media incondicional de λ_t es igual a 1 .

- Este choque tecnológico está motivado por el hecho de que en las series temporales estadounidenses de la posguerra hay cambios en la producción (PNB) que no pueden explicarse por cambios en los insumos (capital y trabajo). Se sigue a Solow (1957) y Kydland (1957) y Kydland y Prescott (1982) al interpretar este residuo como un reflejo de las perturbaciones tecnológicas.

Ahora tenemos una especificación completa de las preferencias, la tecnología y la estructura estocástica de una economía simple en la que los individuos pueden ofrecer cualquier nivel de empleo en el intervalo $[0,1]$. En cada período se intercambian tres mercancías: la mercancía de producción compuesta, el trabajo y los servicios de capital.

5. Solución descentralizada

5.1. Mercados Competitivos

Consideremos un equilibrio competitivo. Las decisiones se toman de manera descentralizada por agentes económicos que toman los precios como dados: (i) los hogares que buscan maximizar su valor esperado descontado de la utilidad sujetos a su restricción presupuestaria y (ii) las firmas que buscan maximizar beneficios sujetas a su tecnología.

5.1.1. Hogares

- El problema que enfrentan los hogares es:

$$\max_{\{c_t,\alpha_t,k_{t+1}\}} E\sum_{t=0}^{\infty}\beta^t\left[\log c_t + A\alpha_t\log(1-h_0)\right] \tag{8}$$

s.a.

$$h_t = \alpha_t h_0 \tag{9}$$

$$c_t + i_t = w_t h_t + r_t k_t \tag{10}$$

$$k_{t+1} = (1-\delta)k_t + i_t \tag{11}$$

- El lagrangiano:

$$\mathscr{L} = E\left\{\sum_{t=0}^{\infty}\beta^t\left[\log c_t + A\alpha_t\log(1-h_0) + \mu_t\left(w_t\alpha_t h_0 + r_t k_t - c_t + (1-\delta)k_t - k_{t+1}\right)\right]\right\}$$

- $\boxed{FOC's}$

$\triangleright\ \{C_t\} : E\left\{\beta^t\left[\frac{1}{c_t} - \mu_t\right]\right\} = 0$

$\rightarrow \mu_t = \frac{1}{c_t}$

$\triangleright\ \{\alpha_t\} : E\left\{\beta^t\left[A\log(1-h_0) + \mu_t(w_t h_0)\right]\right\} = 0$

$\rightarrow \mu_t w_t = -\frac{A\log(1-h_0)}{h_0}$

$\triangleright\ \{k_{t+1}\} : E\left\{\beta^t[-\mu_t]\right\} + E\left\{\beta^{t+1}\left[\mu_{t+1}(r_{t+1} + (1-\delta))\right]\right\} = 0$

$\beta^t\mu_t = -\beta^t\beta E\left[\mu_{t+1}(r_{t+1} + 1 - \delta)\right]$

$\rightarrow \mu_t = \beta E\left[\mu_{t+1}(r_{t+1} + 1 - \delta)\right]$

- Condiciones de equilibrio de los hogares.
    - Oferta de trabajo:

$$w_t = \left[\frac{-A\log(1-h_0)}{h_0}\right]c_t \tag{12}$$

    - Ecuación de Euler:

$$\frac{1}{c_t} = \beta E\left[\frac{1}{c_{t+1}}(r_{t+1} + (1-\delta))\right] \tag{13}$$

5.1.2. Firmas

- El problema que enfrentan las firmas es:

$$\text{Max}\,\pi_t \equiv \text{Max}\left\{f(\lambda_t,k_t,h_t) - w_t h_t - r_t k_t\right\} \tag{14}$$

$$\text{s.a. } y_t = f(\lambda_t,k_t,h_t) = \lambda_t k_t^{\theta} h_t^{1-\theta}$$

- $\boxed{FOC's}$ (Estas serán las condiciones de equilibrio de las firmas)
    - Demanda de capital:
$$r_t = \frac{\theta\lambda_t k_t^{\theta} h_t^{1-\theta}}{k_t} = \theta\frac{y_t}{k_t} \tag{15}$$
    - Demanda de trabajo:
$$w_t = \frac{(1-\theta)\lambda_t k_t^{\theta} h_t^{1-\theta}}{h_t} = (1-\theta)\frac{y_t}{h_t} \tag{16}$$

5.1.3. Limpieza de mercados

En todo momento asumimos que los mercados soportan precios tal que las ofertas igualan a las demandas. El mercado de trabajo y el mercado de capital se limpian; entonces, por la ley de Walras[6], el mercado de bienes también se vacía:

$$y_t = f(\lambda_t, k_t, h_t) = c_t + i_t \tag{17}$$

5.1.4. Eficiencia y equilibrio

Usted puede corroborar resolviendo el problema desde el planificador central que, imponiendo las condiciones de limpieza de mercado en las condiciones que caracterizan el equilibrio y sustituyendo precios, las condiciones caracterizan una solución eficiente en el sentido de Pareto. Entonces el equilibrio competitivo es eficiente. Este resultado no sorprende a la luz de los teoremas del bienestar.

Las condiciones de quilibrio que caracterizan esta economía se resumen en:

	Ecuación
Ecuación de Euler	$\frac{1}{c_t} = \beta E\left[\frac{1}{c_{t+1}}(r_{t+1} + (1-\delta))\right]$
Condición de equilibrio del mercado laboral	$(1-\theta)\frac{y_t}{h_t} = \underbrace{\left[-\frac{A\log(1-h_0)}{h_0}\right]}_{B} c_t$
Tasa de interés real	$r_t = \theta\frac{y_t}{k_t}$
Salario real	$w_t = (1-\theta)\frac{y_t}{h_t}$
Restricción de recursos	$y_t = c_t + k_{t+1} - (1-\delta)k_t - k_{t+1}$
Ley de movimiento del capital	$k_{t+1} = (1-\delta)k_t + i_t$
Función de producción	$y_t = \lambda_t k_t^{\theta} h_t^{(1-\theta)}$
Comportamiento del choque	$log\lambda_{t+1} = \gamma log\lambda_t + \varepsilon_t$
Productividad	$productividad = \frac{y_t}{h_t}$

[6] Si $n-1$ mercados están en equilibrio, el n-ésimo mercado también lo estará.

6. Estado Estacionario

NOTA: Quizá esté más familiarizado con A_t como choque productivo en lugar de λ_t y con $a_t = logA_t$. En ese contexto, note que cuando se trabajaba con a_t, para analizar el estado estacionario donde $\varepsilon_t = 0 \; \forall t$, se tenía:

$$a_t = \rho a_{t-1}$$

La solucón era que $a_t = 0$ dado que $0 < \rho < 1$.

Ahora, en nuestro caso (según el paper de Hansen (1985))[a] tendremos análogamente que:

$$a_t = log\lambda_t = 0$$
$$exp(a_t) = \lambda_t = exp(0) = 1$$

[a]Donde ρ es γ y $a_t = log\lambda_t$.

Así, en estado estacionario:

Estado Estacionario
$\lambda = 1$
$B = \frac{-Alog(1-h_0)}{h_0}$
$r = [\frac{1}{\beta} - (1+\delta)]$
$w = (1-\theta)\frac{y}{h}$
$c = y - \delta k$
$i = \delta k$
$y = \lambda k^{\theta} h^{(1-\theta)}$
$\text{productividad} = \frac{y}{h}$
$h = \frac{(1-\theta)[\frac{1}{\beta}-(1-\delta)]}{B[\frac{1}{\beta}-(1-\delta)-\theta\delta]}$
$k = h\frac{[\frac{1}{\beta}-(1-\delta)]}{(\theta\lambda)^{\frac{1}{(\theta-1)}}}$

7. Calibración

Vea la **p. 319** para la calibración a la que recurre Hansen (1985).

Parámetro	Valor
β	0,99
δ	0,025
θ	0,36
γ	0,95
A	2
σ_ε	0,00712
h_0	0,53

8. *Coding*

8.1. *Dynare*

hansen_1985.mod

```
%%-------------------------------------
%% Hansen (1985)
%%-------------------------------------


%**************************************************************************
% 1. Variables endógenas, exógenas y parámetros
%**************************************************************************

var c
     w
     r
     y
     h
     k
     i
     lambda
     productividad
     ;

varexo varepsilon_a;

parameters beta
             delta
             theta
             gamma
             A
             h_0
             h_0
             sigma_vareps
             B
             ;


%-------------------------------------
% Calibración
%-------------------------------------

beta = 0.99;
delta = 0.025;
theta = 0.36;
gamma = 0.95;
A = 2;
sigma_vareps = 0.00712;
h_0 = 0.53;


%**************************************************************************
% 2. El modelo
%**************************************************************************

```

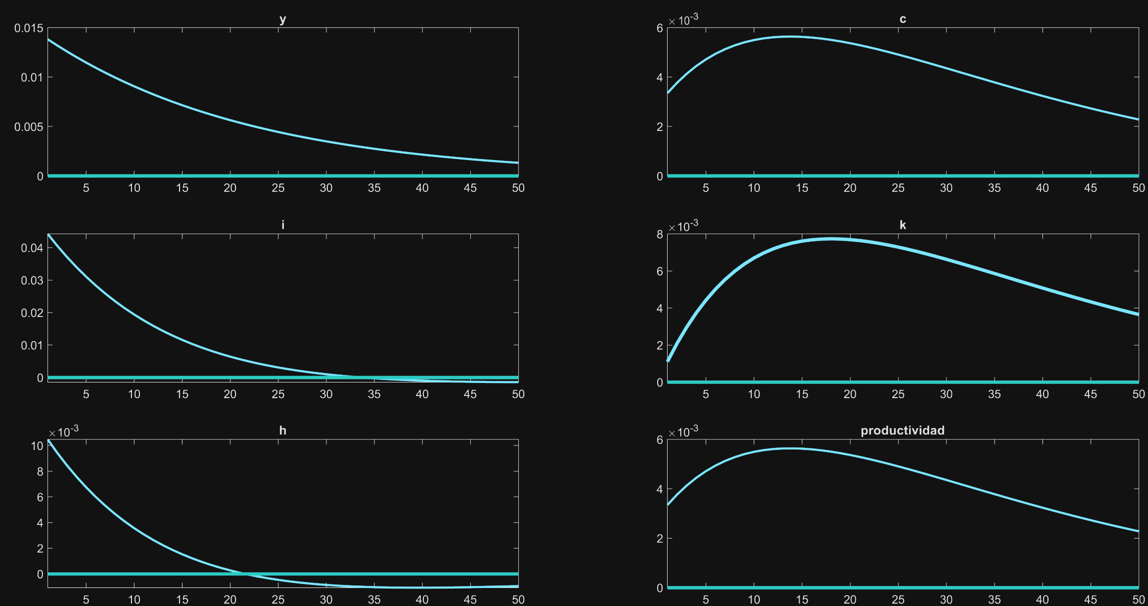
```
model(linear);

% 2.1. Ecuación de Euler
%..........................................................................
1/c = beta*((1/c(+1))*(r(+1) +(1-delta)));

% 2.2. FOC del trabajo
%..........................................................................
(1-theta)*(y/h) = B*c;

% 2.3. Restricción de recursos
%..........................................................................
c = y +(1-delta)*k(-1) - k;

% 2.4. Ley de movimiento del capital
%..........................................................................
k = (1-delta)*k(-1) + i;

% 2.5. Función de producción
%..........................................................................
y = lambda*k(-1)^(theta)*h^(1-theta);

% 2.6. Tasa de interés real
%..........................................................................
r = theta*(y/k(-1));

% 2.7. Salario real
%..........................................................................
w = (1-theta)*(y/h);

% 2.8. Ley de movimiento de la TFP
%..........................................................................
log(lambda) = gamma*log(lambda(-1))+varepsilon_a;

% 2.9. Productividad
%..........................................................................
productividad = y/h;


%**************************************************************************
% 3. Estado estacionario
%**************************************************************************

steady_state_model;

B = -A*(log(1-h_0))/h_0;
lambda = 1;
h = (1-theta)*(1/beta -(1-delta))/(B*(1/beta -(1-delta)-theta*delta));
k = h*((1/beta -(1-delta))/(theta*lambda))^(1/(theta-1));
i = delta*k;
y = lambda*k^(theta)*h^(1-theta);
c = y-delta*k;
r = 1/beta - (1-delta);
w = (1-theta)*(y/h);
productividad = y/h;

end;

steady;


%**************************************************************************
% 4. Estado estacionario
%**************************************************************************

steady;


%**************************************************************************
% 4. Shocks
%**************************************************************************

shocks;

var varepsilon_a; stderr sigma_vareps;

end;
```

```
%**********************************************************************
% 5. Simulación estocástica del modelo y IRF's
%**********************************************************************

check;

steady;

stoch_simul(order = 1, irf = 50, loglinear, hp_filter = 1600) y c i k h productividad;
```

9. Resultados

9.1. IRF's

Figura 1: IRFs



10. Conclusiones

- En esta economía se ven obligados a entrar y salir de la fuerza de trabajo en respuesta a un choque tecnológico, en lugar de limitarse a ajustar el número de horas trabajadas permaneciendo continuamente empleados.
- Se trata de un modelo de equilibrio que muestra fluctuaciones del desempleo (o del empleo) en respuesta a a los choques agregados.
- Las fluctuaciones del empleo parecen importantes para las fluctuaciones de las horas trabajadas a lo largo del ciclo económico, ya que la mayor parte de la variabilidad de las horas se debe inequívocamente a la variación del número de empleados y no a las horas por trabajador empleado.
- Un aspecto importante de esta economía es que la elasticidad de sustitución entre el ocio en diferentes periodos para la economía agregada es infinita e independiente de la elasticidad de sustitución implícita en la función de utilidad de los individuos.

- Esta característica permite que la economía laboral indivisible muestre grandes fluctuaciones en las horas trabajadas en relación con las fluctuaciones de la productividad.
- Este estudio demuestra que los factores no convexos, como la mano de obra indivisible, pueden ser importantes para explicar la volatilidad de las horas en relación con la productividad incluso cuando los individuos están relativamente poco dispuestos a sustituir el ocio a lo largo del tiempo.
- Para explicar las fluctuaciones del ciclo económico basta con una perturbación de menor tamaño que en modelos anteriores como el de Kydland y Prescott (1982).

Referencias

Hansen, Gary D (1985). “Indivisible labor and the business cycle”. En: *Journal of monetary Economics* 16.3, págs. 309-327.