

“张量运算”

祥水村东头@AI识堂

《Python 深度学习》读书笔记系列课程(对应2.3节 pp29-36)

本次胶片内容、及涉及相关代码均可移步至Github进行下载

我的代码 Github 地址:

<https://github.com/david-cal/Reading-Note-for-Chollet-of-Deep-Learning-with-Python>

目录

01

逐元素运算

03

广播运算

02

乘积与点积

04

实现神经网络运算

欢迎关注本站: 禄水村东头

1 逐元素运算 (element-wise)

该运算独立地应用于张量中的每个元素，即不同张量的元素之间的点对点运算，非常适合大规模并行实现。

$$\begin{bmatrix} 0, & 1 \\ 2, & 3 \end{bmatrix}_{(2,2)} + \begin{bmatrix} 4, & 5 \\ 6, & 7 \end{bmatrix}_{(2,2)} = \begin{bmatrix} 4, & 6 \\ 8, & 10 \end{bmatrix}_{(2,2)}$$

$$\begin{bmatrix} 0, & 1 \\ 2, & 3 \end{bmatrix}_{(2,2)} + \begin{bmatrix} 4, & 5 \end{bmatrix}_{(2,)} = ?$$

如果两个张量形状不一样，
如何计算？

2 张量的广播

当两个形状 (shape) 不同的张量运算时, 较小张量会沿着新增加的轴不断复制, 使其维度 (ndim) 与较大形状张量保持一致。

$$\begin{bmatrix} 0, 1 \\ 2, 3 \end{bmatrix}_{(2,2)} + \begin{bmatrix} 4, 5 \\ 4, 5 \end{bmatrix}_{(2,2)} = \begin{bmatrix} 4, 6 \\ 6, 8 \end{bmatrix}$$

- 新增轴
- 沿着新轴复制

$$\begin{bmatrix} 4, 5 \end{bmatrix}_{(2,)}$$

*特别注意: 多维不同形状的张量可运算的前提条件

一个张量的形状为 (a, b, c, d... k, l, m, n,)

另一个张量的形状为 (n,) 或 (m, n) 或 (l, m, n,)

较小形状张量会沿着从a到m轴进行复制、从a到l轴、从a到k轴

3 乘积与点积 (tensor product)

乘积

- 当两个张量shape一致时，两个张量**逐元素相乘**
- 当两个张量shape不一致时，按照广播的规则进行运算

点积/内积/数量积

- 前提：假如第一个张量包含 n 个数轴，且 $(n-1)$ 轴包含 x 个元素，则第二个张量的第 $(n-2)$ 轴上也应包含 x 个元素
- 形状 $(2,3)$ 的张量可以与 $(3,5)$ 的张量进行点积运算
- 形状 $(2,3,4)$ 的张量可以与 $(5,4,6)$ 的张量进行点积运算
- **元素先乘积后求和**

3 乘积与点积 (tensor product)

乘积

➤ 示例:

$$\begin{bmatrix} 0, 1 \\ 2, 3 \end{bmatrix}$$

(2,2)

*

$$\begin{bmatrix} 4, 5 \\ 6, 7 \end{bmatrix}$$

(2,2)

相乘

$$0 \times 4 =$$

$$\begin{bmatrix} 0, 5 \\ 12, 21 \end{bmatrix}$$

(2,2)

点积/内积/数量级

➤ 示例:

$$\begin{bmatrix} 0, 1 \\ 2, 3 \end{bmatrix}$$

(2,2)

dot

$$\begin{bmatrix} 4, 5 \\ 6, 7 \end{bmatrix}$$

(2,2)

先乘后和

$$0 \times 4 + 1 \times 6 =$$

$$\begin{bmatrix} 6, 7 \\ 26, 31 \end{bmatrix}$$

(2,2)

4 实现神经网络运算

回顾一下2.1节中所搭建的神经网络模型，张量是如何运算的？

#初始化神经网络模型

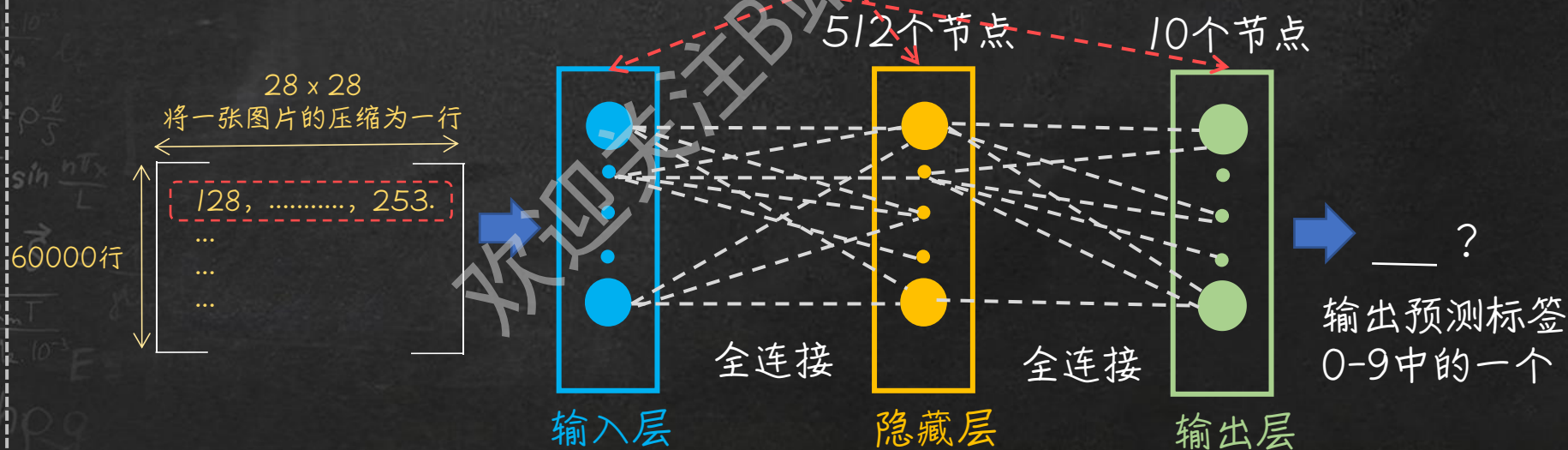
```
network = models.Sequential()
```

#叠加首层——全连接层,首层还需要指定input_shape

```
network.add(layers.Dense(512, activation = 'relu', input_shape = (28 * 28 , )))
```

#叠加第二层——全连接层, 注意是多分类问题, 所以激活函数应使用softmax

```
network.add(layers.Dense(10, activation = 'softmax'))
```



两次张量运算

512个节点

10个节点

28 x 28
将一张图片的压缩为一行

(784,)

60000行

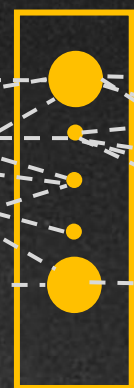
128,, 253.

input



输入层

全连接



隐藏层

全连接



输出层

w1

w2

$$\text{output1} = \text{relu}(\text{np.dot}(\text{input}, w1) + b1)$$

(512,)

(784,)(784,512)(512,)

由隐藏层节点数决定

$$\text{output2} = \text{softmax}(\text{np.dot}(\text{output1}, w2) + b2)$$

(10,)

(512,)(512,10)(10,)

(512,)

偏置形状: (本层节点数)

(784,512)

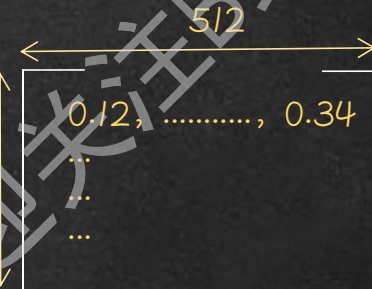
权重矩阵形状: (input_shape, 本层节点数)

512



b1(初始值)

28 x 28



w1(初始值)

备注: p30教材写的是
np.dot(w,input),值得商榷, 应为
-np.dot(input, w), 或
-np.dot(w的转置, input)

4 实现神经网络运算

先看输入层、
第1个Dense层

```
#叠加首层——全连接层,首层还需要指定input_shape
network.add(layers.Dense(512,activation = 'relu', input_shape = (28 * 28 , )))
```

```
# 第1个Dense层数学运算表达式 output_l = relu( np.dot(input * w_l) + b_l )
```

```
#初始化输入, 向量 (784, )
```

```
inp= np.random.random((28 * 28, ))
```

```
#初始化权重参数, 矩阵 (784, 512)
```

```
w_l = np.random.random((28*28 , 512))
```

```
#偏置参数, 向量(512, )
```

```
b_l = np.random.random((512, ))
```

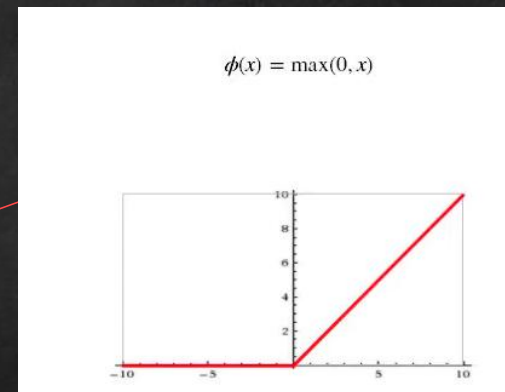
```
print('权重参数张量的shape: ' + str(b_l.shape))
```

```
#应用relu激活函数, 得到第1个Dense层输出
```

```
#输出为向量(512,)
```

```
outpl = naive_relu(np.dot(inp,w_l) + b_l)
```

DIY内部运
算实现



激活函数作用: 将所有数转换为非负数

4 实现神经网络运算

再第2个Dense层

#叠加第二个dense层

```
network.add(layers.Dense(10,activation = 'softmax'))
```

第2个Dense层数学运算表达式, 类同第1层, $\text{output_2} = \text{softmax}(\text{np.dot}(w2, \text{output_1}) + b2)$

#初始化权重参数,矩阵 (5/2,10)

```
w2 = np.random.random((5/2,10))
```

#偏置参数, 向量 (10,)

```
b2 = np.random.random((10, ))
```

DIY内部运
算实现

.....

#应用tf自带的激活函数softmax, 得到第2个Dense层输出

#输出为向量(10,)

```
outp2 = tf.nn.softmax(np.dot(outp1 , w2) + b2, axis=0)
```

$$\sigma(z)_j = \frac{e^{z_j}}{\sum_{k=1}^K e^{z_k}}$$

激活函数作用: 将所有数转换为概率值
且概率和为1

张量形状 (10,)

根据输出结果找到最大概率对应的标签类别

```
第2个dense层输出形状: Tensor("Softmax_2:0", shape=(10,), dtype=float64)  
第2个dense层输出结果: [0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 1.]
```



```
Tensor("ArgMax_3:0", shape=(), dtype=int64)  
预测数字为: 9
```

模型预测标签类别为9

#选择概率最大的标签类别作为训练结果
`outp_final = tf.argmax(outp3,axis = 0)`

“人生之旅路途甚长，所争决不在一年半月，
万不可因此着急失望，招精神上之萎靡”

——梁启超致梁思成家书
献给正在逐梦路上努力奔跑的你我他

感谢聆听

THANK YOU

本次胶片内容、及涉及相关代码均可移步至Github进行下载
感谢您的投币三连！

我的代码 Github 地址：

<https://github.com/david-cal/Reading-Note-for-Chollet-of-Deep-Learning-with-Python>