OPEN BOEK EXAMEN
DATASTRUCTUREN EN GRAAFALGORITMEN
22/6/2020

Oefeningen (4,3,3,4,3,3)

1. Graaf searching (4): De output van het DFS algoritme is afhankelijk van de volgorde van de knopen in de adjacency lists en de volgorde waarin de knopen worden overlopen in de main for loop. Geef aan of volgende uitspraken juist of fout zijn. Geef een duidelijk argument waarom een uitspraak juist is of geef een tegenvoorbeeld:

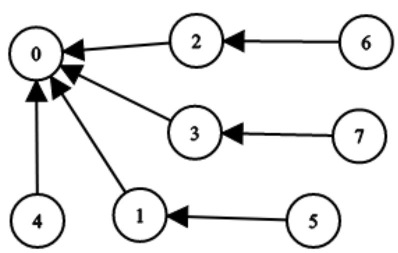
   (a) Indien er een *cross* edge aanwezig is in één output van het DFS algoritme, dan is er een *cross* edge aanwezig in alle mogelijke outputs.

   (b) Indien er een *back* edge aanwezig is in één output van het DFS algoritme, dan is er een *back* edge aanwezig in alle mogelijke outputs.

2. Flow netwerken (3): Gegeven een samenhangende ongerichte graaf $G = (V, E)$. Geef aan hoe we snel een verzameling $S \subset V$ kunnen vinden met $w(S) = \sum_{u \in S} |\Gamma(u)|$ minimaal zodat G onsamenhangend wordt wanneer we S verwijderen.

3. Flow netwerken (3): Gegeven een set knopen V en twee sets positieve gehele getallen $\{d_{in}(v)|v \in V\}$ en $\{d_{out}(v)|v \in V\}$. Geef aan hoe we snel een graaf $G = (V, E)$ kunnen vinden zodat $d_{in}(v) = |\{u|(u, v) \in E\}|$ en $d_{out}(v) = |\{u|(v, u) \in E\}|$ (indien dit mogelijk is). Met andere woorden we zoeken een graaf G zodat $d_{in}(v)$ gelijk is aan het aantal inkomende edges in de knoop v en $d_{out}(v)$ gelijk is aan het aantal edges dat vertrekt vanuit v.

4. Disjoint sets (4): Stel dat we gebruik maken van de *disjoint-sets forest* data structuur. Geef een reeks van operaties (startende van de 8 sets $0, 1, \ldots, 7$) zodat er een enkele set overblijft met onderstaande structuur en zodat knoop 0 rang 3 heeft. Kan je dit probleem eveneens oplossen zodat knoop 0 een hogere of lagere rang heeft? Leg uit.



5. Opspannende bomen (3): Laat $e = (u, v)$ een edge zijn met een gewicht strict kleiner dan het gewicht van alle overige edges die toekomen in u (merk op de graaf is ongericht, dus $(u, w) = (w, u)$). Bewijs dat de edge e deel moet uitmaken van een opspannende boom T met minimaal gewicht.

6. Fibonacci heaps (3): Leg uit wat het maximaal aantal knopen is waarmee de rootlist in een Fibonacci heap met n knopen kan groeien door de uitvoering van

   (a) een enkele Delete-min operatie,

   (b) een enkele Decrease-key operatie.

Veel succes.