

Stochastic Models for Capturing Image Variability

Publié dans IEEE Signal Processing Magazine sept 2002 par Anuj Srivastava

Contenu

Rapport TPE	Erreur ! Signet non défini.
Rapport TPE – Stochastic models for capturing image variability	2
I) Résumé de la contribution	2
II) Présentation du contenu de l'article et critiques	2
A) Introduction et justification du modèle	2
B) Validation et test de la modélisation	3
C) Modèle Bivarié	3
D) Définition d'une métrique et application.....	3
E) Exemple d'application avec la classification	4
III) Approche expérimentale.....	4
A) Modèle Monovarié	4
B) Modèle Bivarié	4
IV) Résultats obtenus	5
A) Modèle monovarié	5
B) Modèle bivarié.....	7
Conclusion	8

Rapport TPE – Stochastic models for capturing image variability

Publié dans *IEEE Signal Processing Magazine* sept 2002 par Anuj Srivastava

Cette contribution traite de l'estimation de densité de probabilité, de la modélisation d'image comme processus stochastique et de la classification.

Mots-clefs : Processus stochastique, densité de probabilité, fonctions de Bessel modifiées de 2eme espèce, classification.

I) Résumé de la contribution

Selon les objets qu'elle contient, les caractéristiques d'une image peuvent énormément varier. Trouver un modèle mathématique permettant de la décrire peut s'avérer être très compliqué. Pour les données vivant dans des espaces de grandes dimensions, il peut être intéressant de favoriser une approche statistique pour s'affranchir de l'extraction de variétés ou paramètres géométriques pertinents. Cet article tente de poser des bases d'approche probabiliste pour le traitement de l'image. En partant du constat que la plupart des images ne peuvent pas être approximées par des modèles gaussiens, il s'agit donc de décrire l'image comme un processus stochastique suivant une loi de probabilité convenant mieux. La densité de probabilité proposée comme alternative est une fonction de Bessel modifiée de deuxième espèce. Cet article décrit dans un premier temps les performances d'une approximation utilisant ces fonctions de Bessel. Il est ensuite présenté le modèle à deux variables. Après une étude théorique et expérimentale de l'estimation de densité, l'approximation en fonctions de Bessel modifiée de deuxième espèce est utilisée pour une tâche de classification. Les résultats de cette classification sont finalement confrontés à des algorithmes contemporains de l'article.

II) Présentation du contenu de l'article et critiques

A) Introduction et justification du modèle

Dans un premier temps, cet article présente un point très important : l'aspect non Gaussien des densités de probabilité représentative des images. Ce phénomène a pu être observé à travers toutes les de représentation classique (ondelettes, ACP,...). Cet aspect non-Gaussien est expliqué très brièvement. L'explication avancée est que les images sont avant tout composées d'objets. Ces objets ont entre eux des contours bien définis. Ainsi, dans une image, les régions homogènes vont contribuer à un pic central pointu et les contours marqués à des flancs plus ténus (donc décroissant moins fortement pour les valeurs extrêmes qu'une gaussienne). Le cas gaussien est retrouvé pour les images floues où les contours sont moins marqués. La démonstration mathématique permettant d'aboutir à une densité de probabilité suivant une loi de Bessel modifiée de 2eme espèce est détaillée dans un article du même auteur paru dans IEEE Pattern Analysis and Machine Intelligence.

La loi de Bessel suit cette forme :
$$f(x; p, c) = \frac{1}{Z(p, c)} |x|^{p-0.5} K_{(p-0.5)} \left(\sqrt{\frac{2}{c}} |x| \right),$$

Ou $Z(p, c) = \sqrt{\pi} \Gamma(p) (2c)^{0.5p+0.25}$ st une constante de normalisation et de paramètres p et c définis tels que
$$\hat{p} = \frac{3}{SK(I^{(j)}) - 3}, \quad \hat{c} = \frac{SV(I^{(j)})}{\hat{p}},$$
 avec $SK(I^{(j)})$ le Kurtosis empirique et $SV(I^{(j)})$ la variance empirique.

Commentaire : Cette partie aurait nécessité quelques justifications qualitatives du modèle qui aboutit à cette loi de probabilité. L'idée de contrôler la variable de Kurtosis après l'explication de précédente (pic marqué et flancs larges) semble totalement justifié cependant, la loi de Bessel semble parachutée artificiellement et nous n'avons pas d'autre choix que de faire confiance à l'auteur.

Dans cette même section, l'article détaille les différents filtres à favoriser pour créer les histogrammes représentant la densité de probabilités. Ces filtres sont des filtres de Gabor, le filtre Laplacian of Gaussian, les filtres de Gradient. L'article détaille ensuite l'estimation des paramètres de cette loi.

B) Validation et test de la modélisation

Une étude des résultats est ensuite menée. La qualité de l'estimation est calculée en utilisant la divergence de Kullback-Liebler (KL). Pour valider la modélisation en Loi de Bessel modifiée de 2eme espèce, la densité de probabilité des images a été estimée pour deux bases deux données. La divergence KL entre l'histogramme généré et la densité estimée est ensuite calculée.

Commentaire : Les cas limites de l'estimation ne sont pas mentionnés explicitement dans l'article mais existe pourtant, ils ont constitué une part de recherche de ce TPE.

C) Modèle Bivarié

Dans la partie suivante de l'article décrit le modèle bivarié et l'estimation des paramètres nécessaires.

Commentaire : Ce modèles est encore moins bien détaillé que le monovarié. Un paramètre n'est même pas expliqué et arbitrairement mis à 1. Les fondements mathématiques de cette densité bivariée semblent moins solides. En effet, l'auteur admet que la validité de l'approximation de la loi bivariée comme une combinaison linéaire de lois de Bessel modifiées de 2eme espèce doit encore être évaluée. Finalement ce modèle n'est pas exploité et testé plus loin dans l'article et se pose déjà comme une ouverture.

D) Définition d'une métrique et application

Dans cette partie, l'auteur introduit une métrique permettant de comparé deux lois de Bessel modifiées de 2eme espèce. Comme une loi de Bessel modifiée de 2eme espèce est entièrement définie par deux paramètres, p et c , il est possible d'estimer le degré de similitude entre deux lois juste en comparant ses paramètres. Une pseudo-métrique est finalement définie. Elle sera utile lors de l'exemple de classification ultérieur.

Commentaire : La définition de la métrique a posé problème car la fonction de Bessel utilisée n'est pas L^2 pour $p < 0.25$. Les méthodes proposées pour palier à ce problème sont peu convaincante. En effet, les méthodes proposées sont : supposé $p = 0.25 + \epsilon$, ne pas prendre en compte l'image en question, effectuer numériquement l'intégration malgré l'impossibilité dans le domaine continu. Ces méthodes évitent de travailler avec le problème frontalement mais n'en viennent pas bout. L'utilisation d'une autre métrique ou la transposition du problème dans un autre espace pourrait être des solutions.

E) Exemple d'application avec la classification

Dans cette dernière partie, l'estimation des paramètres de la loi de Bessel est utilisée pour classer des images. 39 filtres sont appliqués sur ces images et permettent d'obtenir 39 densités de probabilité. Ces densités de probabilités sont supposées suivre une loi de Bessel dont on estime les paramètres. À l'aide de la pseudo-métrique définie précédemment, la pseudo-distance est estimée et sert ensuite à la décision (maximum de vraisemblance) d'attribution des classes. Les résultats obtenus étaient, d'après l'article, les meilleurs de l'époque.

Commentaire : Cette classification est intéressante car elle est assez facile à mettre en place et ne nécessite pas de prouesses algorithmiques. Cependant, la méthode tranche beaucoup avec les méthodes utilisées aujourd'hui. En effet, elle part de considérations physiques par rapport à la construction de l'image et la partie la plus complexe de l'algorithme consiste dans l'établissement du modèle. Une fois le modèle réalisé, la classification est effectuée par un simple maximum de vraisemblance. En d'autres termes, la recherche de l'espace optimal est effectuée en amont. Pour les algorithmes récents, cette recherche d'espace optimal fait partie de l'algorithme. C'est l'algorithme. Dans l'apprentissage profond en particulier car les paramètres sont recherchés de manière autonome.

III) Approche expérimentale

A) Modèle Monovarié

Pour évaluer les résultats de l'article par moi-même, j'ai codé par moi-même un script Matlab permettant de comparer l'estimation en lois de Bessel et en lois Normales.

- Dans un premier temps, j'ai travaillé avec une image, j'ai effectué quelques prétraitements puis filtré cette image avec un filtre Laplacien of Gaussian (LoG)
- J'ai ensuite créé l'histogramme de cette image filtrée (à la fois avec une échelle logarithmique et une échelle linéaire)
- J'ai ensuite calculé les différents moments de mon image (aplatie comme un vecteur 1D)
- Grâce à la variance, j'ai estimé la loi normale estimant le mieux mon image. J'ai ensuite superposé cette densité à l'histogramme précédent.
- À l'aide de la variance et du Kurtosis, j'ai estimé la loi de Bessel correspondant le mieux à mon image. J'ai cependant eu un problème avec la normalisation de celle-ci.
- Pour pallier à cette mauvaise normalisation, j'ai estimé numériquement la valeur de celle-ci en intégrant mon expression.
- J'ai finalement superposé la densité calculée à l'histogramme.
- Pour tester si cette modélisation fonctionnait sur plusieurs images, j'ai créé une base de données d'une dizaine d'images.
- J'ai bouclé un test qui permet de calculer la divergence KL à chaque itération pour voir la qualité de l'estimation.

B) Modèle Bivarié

J'ai décidé de tenter l'implémentation de l'estimation bivariée. Cette dernière est bien avancée mais n'a malheureusement pas abouti, faute de temps et de précision dans l'article. J'ai tout de même réalisé l'histogramme des probabilités conjointes et estimé la densité de probabilité Gaussienne.

IV) Résultats obtenus

A) Modèle monovarié

J'ai comme expliqué précédemment, pris une image, filtré cette dernière avec un filtre LoG, établi l'histogramme de l'image filtrée, déterminé les différents paramètres et lois correspondants.



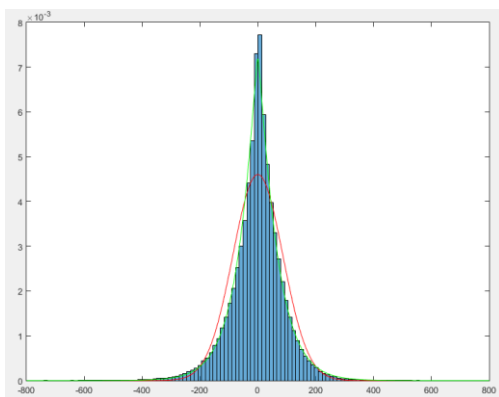
Image originale



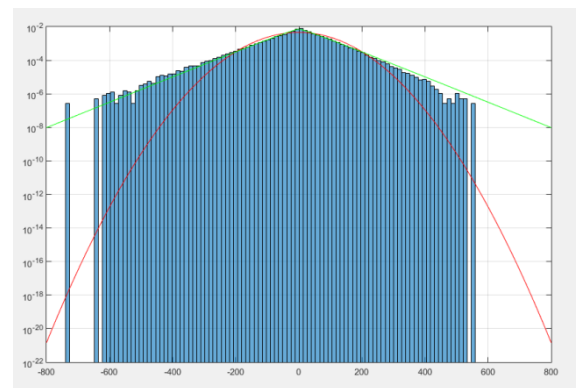
Image filtrée LoG

Figure 1 Filtrage de l'image

Après avoir filtré l'image, voici une représentation des différents histogrammes (densité de probabilité réelle) et les estimations Gaussiennes et Bessel.



Densité de probabilité échelle linéaire



Densité de probabilité échelle log

Figure 2 Estimations de la densité de probabilité (en bleu) par une Gaussienne (en rouge) et par une loi de Bessel (en vert)

On remarque en effet sur l'échelle logarithmique que la loi Normale approxime très mal la densité de probabilité. La loi de Bessel en revanche semble être une bonne approximation.

J'ai ensuite itéré sur une base de données afin de voir la divergence KL de plusieurs images et connaître plus précisément la qualité de l'estimation.

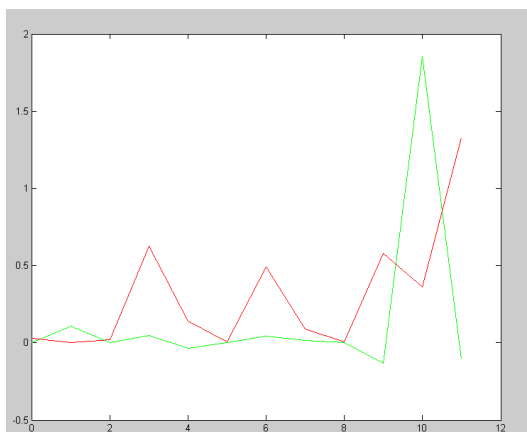


Figure 3 Mesure de la divergence KL pour 10 images. Pour une loi Normale (en rouge) et une loi de Bessel (en vert)

On repère deux points où l'estimation de Bessel ne fonctionne pas bien. Ces deux cas vont être expliqués maintenant.

En effet, l'algorithme présente plusieurs limites. Tout d'abord, lorsqu'on ajoute un bruit Gaussien, l'image filtrée se rapproche aussi d'une densité de probabilité Gaussienne. Or, la loi de Bessel ne peut pas se rapprocher d'une loi Normale. En effet, le paramètre p n'est pas défini pour un kurtosis inférieur ou égale à 3. Or le kurtosis d'une loi normal est 3. C'est en effet ce qui se passe pour l'image n°1, il s'agit d'une image bruitée. Asymptotiquement, la densité de l'image ne peut même plus être estimée.

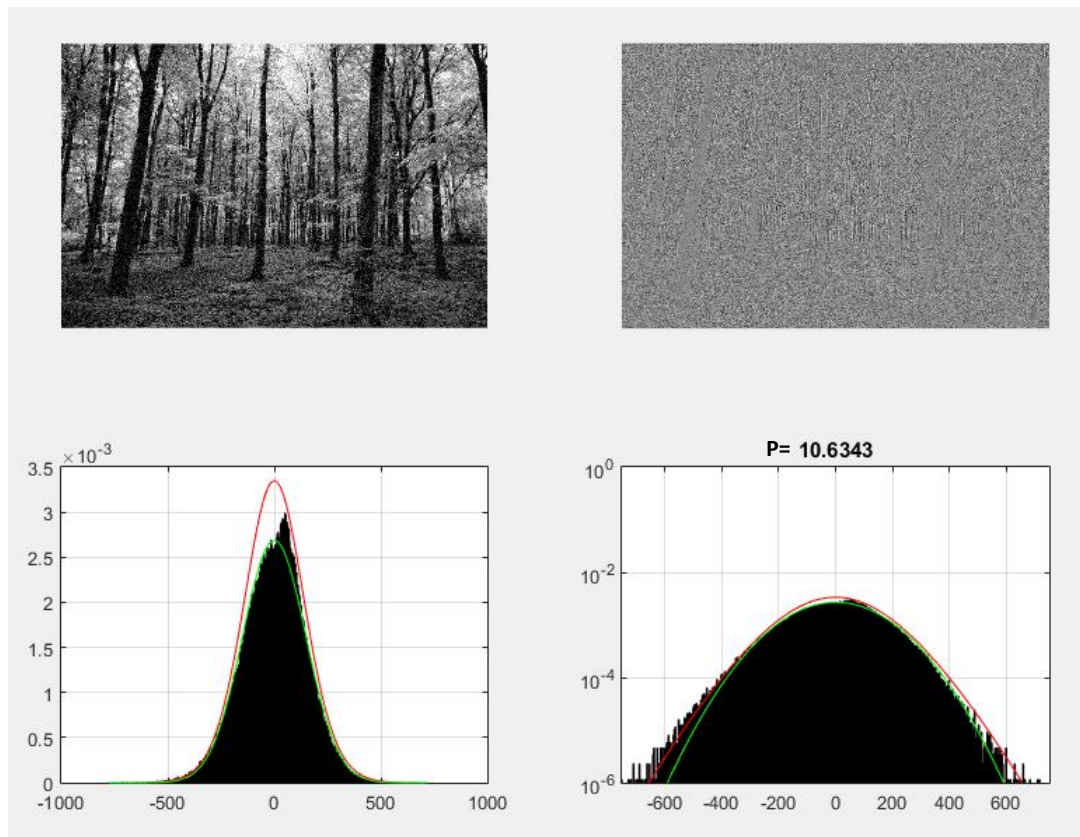


Figure 4 Estimation de la densité d'une image bruitée

Le deuxième cas symptomatique est lorsque les images ont un fond uni trop grand ou simplement que les images ne sont pas composées d'objets qui conviennent.

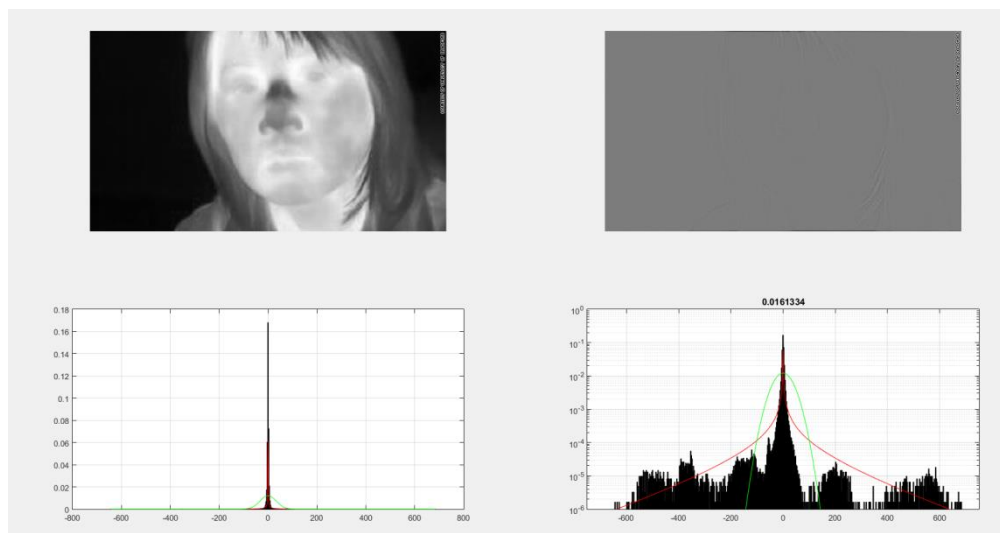


Figure 5 Estimation de la densité d'une image mal estimée

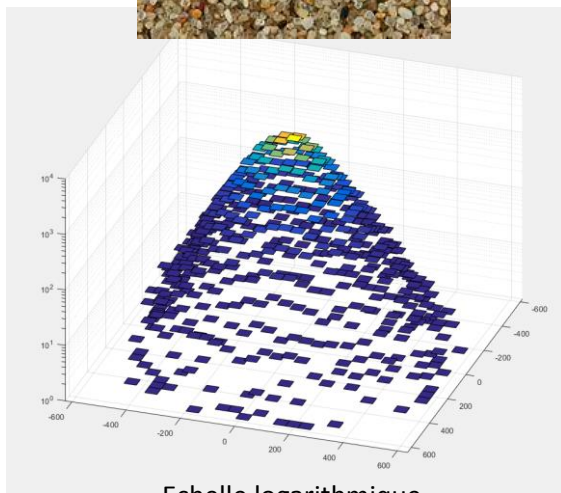
Dans ce cas, on voit en effet que la densité de probabilité est mal approximée par la loi de Bessel simplement par ce qu'une loi de probabilité simple ne peut pas estimer cet histogramme.

B) Modèle bivarié

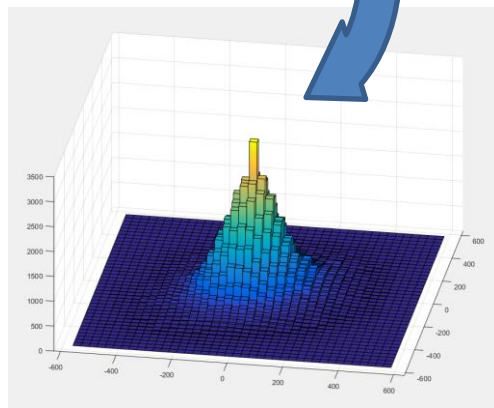
J'ai essayé de coder une estimation du modèle bivarié cependant, l'article seul n'était pas suffisant et il m'aurait fallu plus de temps pour aboutir. J'ai tout de même estimé la densité de probabilité pour une loi Normale bivariée.



Figure 5 Image Initiale



Echelle logarithmique



Echelle linéaire

Figure 6 Estimation de la densité de probabilité conjointe d'une image

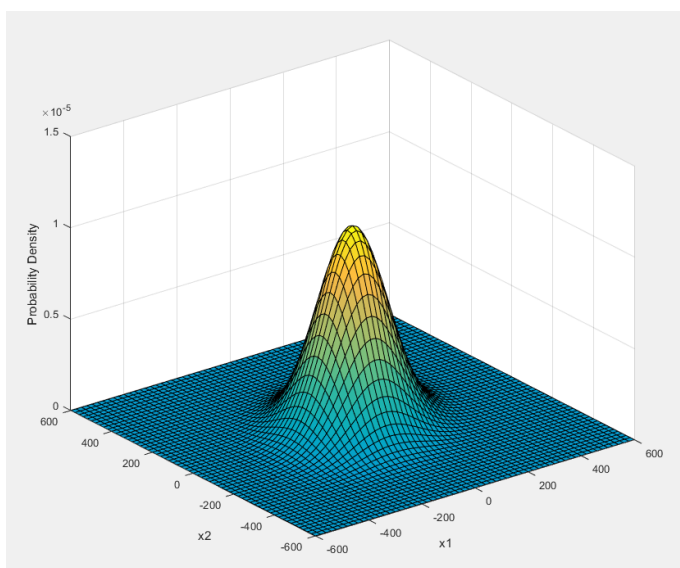


Figure 7 Estimation de la densité de probabilité conjointe d'une image par une loi Normale

Conclusion

Cet article, présentait l'intérêt d'utiliser des modèles non gaussien pour estimer des densités de probabilité et proposait une alternative, à savoir une loi reposant sur les fonctions de Bessel modifiées de 2eme espèce. Cette alternative a permis, comme cas pratique, la classification d'images. Au cours de ce TPE, j'ai pu valider l'intérêt d'utiliser cette loi plutôt qu'une loi Normale. J'ai également exploré certaines limites de cette modélisation. Finalement, il peut être intéressant de garder en tête la modélisation par de fonctions de Bessel modifiées de 2eme espèces mais cette méthode ne peut plus être appliqué tel quel pour des tâches de classification. En cadre général je pense que cet article est intéressant car l'estimation de densité de probabilité est un thème qui englobe beaucoup d'autre sujet et ainsi, avoir une idée de modélisation peut s'avérer intéressant.