Taki Academy
www.takiacademy.com

Mathématiques

Classe : 4ème année

Chapitre : Equations différentielles

Exercice 1 — 20 min — 4 pt

On se propose de résoudre l'équation différentielle : (E): $y'+3y=x^2-4x$

1°) Démontrer qu'il existe une fonction polynôme du second degré u solution de (E).

2°) Montrer que la fonction f est solution de (E) si et seulement si la fonction $g=f-u$ est solution de l'équation différentielle (E_1): $y'+3y=0$.

3°) Résoudre l'équation (E_1). En déduire l'ensemble des solutions de l'équation (E).

4°) Déterminer la fonction f solution de (E) dont la courbe représentative dans un repère $(O,\vec{i},\vec{j})$ passe par le point A de coordonnées $(-1,2)$.

Exercice 2 — 20 min — 4 pt

On se propose de résoudre l'équation différentielle : (E): $y'-2y=\dfrac{2}{(1+e^{-2x})^2}$

1°) Soit g une fonction dérivable sur IR et f la fonction définie par :

Montrer que f est solution de (E) si et seulement si $g'(x)=\dfrac{2e^{-2x}}{(1+e^{-2x})^2}$.

2°) En déduire l'ensemble des solutions de (E).

3°) Déterminer la fonction f solution de (E) qui prend la valeur 1 en 0.

Exercice 3 — 20 min — 4 pt

1°) Résoudre l'équation différentielle $y''+y=0$.

2°) Soit E l'ensemble des fonctions définies et deux fois dérivables sur IR telles que

Pour tout $x\in IR$, $f'(x)+f\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right)=0$, où f' désigne la fonction dérivée de f.

a) Soit g la fonction définie sur IR par $g(x)=\cos x$. Vérifier que g est un élément de E.

b) Soit f un élément de E. Vérifier que, pour tout réel x, $f''(x)=f'\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right)$.

c) En déduire que si f est un élément de E alors f est une solution de l'équation différentielle $y''+y=0$

d) Déterminer alors l'ensemble E.

Exercice 4 — 20 min — 4 pt

On considère les deux équations différentielles suivantes définies sur $\left]-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right[$ par :

$$\begin{cases}(E):\ y'+(1+\tan x)\,y=\cos x\\(E_0):\ y'+y=1\end{cases}$$

1°) Donner l'ensemble des solutions de l'équation (E_0).

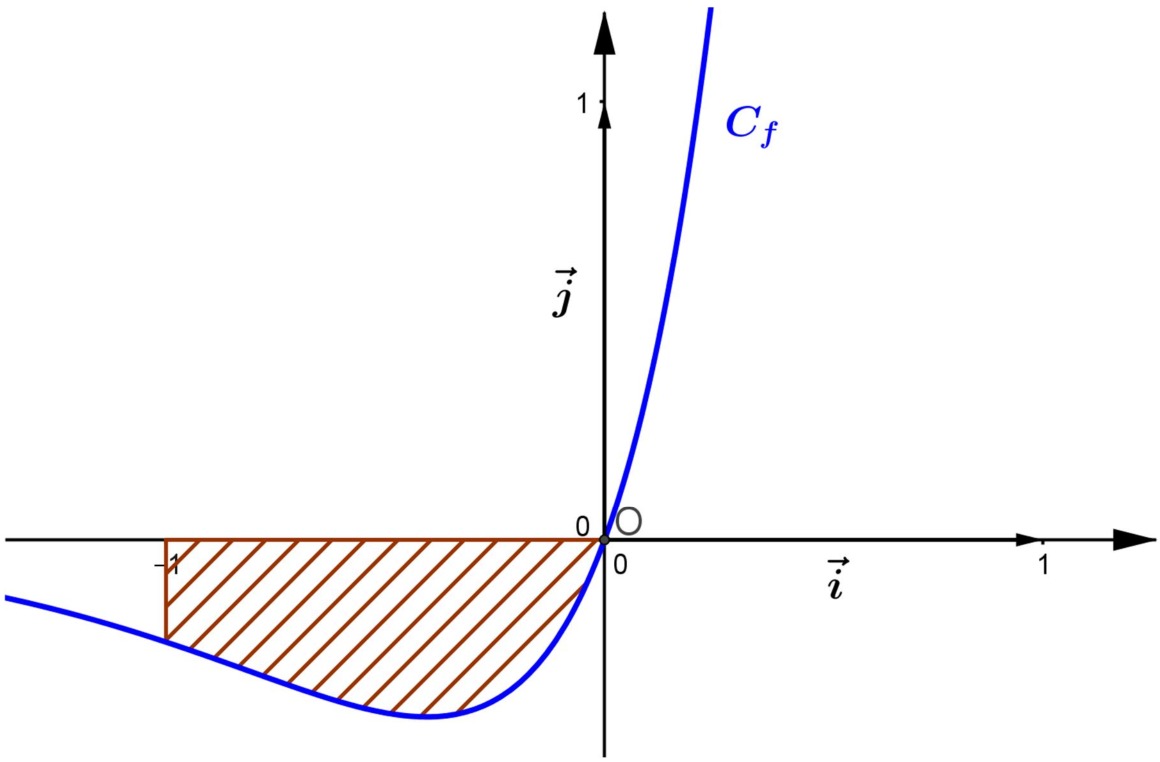
2°) Soient *f* et *g* deux fonctions dérivables sur $\left]-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right[$ et celle que $f(x)=g(x)\cos x$

Démontrer que la fonction *f* est solution de (E) si et seulement si la fonction *g* est solution de (E_0).

3°) Déterminer la solution *f* de (E) telle que $f(0)=0$.

Exercice 5 — 25 min — 5 pt

On considère les équations différentielles : $(E_0): y'-3y=0$ et (E) : $y'-3y=e^{2x+1}$, et la courbe C_f de la fonction ci-contre solution de (E) définie sur IR.



1°) Résoudre l'équation (E_0).

2°) Vérifier que la fonction *g* définie sur IR par :

$g(x) = -e^{2x+1}$ est une solution de l'équation (E).

3°) Montrer que *f* est une solution de (E) si et seulement si $(f - g)$ est une solution de (E_0).

4°) En déduire les solutions de (E).

5°) **a)** Expliciter alors $f(x)$.

b) Calculer l'aire $\boldsymbol{A}$ de la partie du plan hachurée sur la figure.

Taki Academy
www.takiacademy.com

Magazines

Sousse (Khezama - Sahloul) Nabeul / Sfax / Bardo / Menzah El Aouina / Ezzahra / CUN / Bizerte / Gafsa / Kairouan / Medenine / Kébili / Monastir / Gabes / Djerba