Taki Academy
www.takiacademy.com

Mathématiques

Classe : BAC MATHS

Chapitre : Déplacement – Antidéplacement

Taki Academy
www.takiacademy.com

Exercice 1 — 15 min — 4 pt

Soit ABC un triangle isocèle en A tel que $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi]$. On note O le milieu du segment [BC] et $(\mathcal{C})$ le cercle circonscrit au triangle ABC. Les tangentes à $(\mathcal{C})$ en A et C se coupent en O'. On pose R_A la rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{2}$.

1. a) Prouver que $R_A(O)=O'$.
   a) Déterminer $R_A((BC))$.
2. Pour tout point M distinct de B, on pose $R_A(M)=M'$.
   a) Démontrer que : CM' = BM et $(BM)\perp(CM')$.
   b) Soit $\{H\}=(BM)\cap(CM')$. Quel est l'ensemble des points H lorsque M varie ?
3. a) Déterminer les applications $S_{(AO')}\circ S_{(AC)}$ et $S_{(AO')}\circ S_{(OC)}$.
   b) Soit $R_C=R\left(C,-\frac{\pi}{2}\right)$, déterminer les applications $f=R_A\circ R_C$ et $g=R_A\circ R_C^{-1}$.
   c) On pose pour tout point N du plan : $R_C^{-1}(N)=N_1$ et $R_A(N)=N_2$.
   Montrer que $\overrightarrow{N_1N_2}=2\overrightarrow{OA}$.

Exercice 2 — 20 min — 5 pt

ABC est un triangle isocèle en A tel que $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi]$. Soit I le point de concours des bissectrices intérieures du triangle ABC. On désigne par : R_A la rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{2}$ et par R_C la rotation de centre C et d'angle $\frac{\pi}{4}$.

1. Construire le point A' image de A par R_C.
2. a) Donner la nature et les caractéristiques de $R_C\circ R_A$ (on pourra écrire chaque rotation comme composée de symétries orthogonales convenablement choisies).
   b) Montrer que IA' = IA et que les droites (IA') et (AB) sont parallèles.

3. On considère les applications $f = R_B \circ R_C \circ R_A$ et $g = S_{(IB)} \circ R_C \circ R_A$.

   a) Construire le point A" image de A par f.
   b) On note J le milieu de [AA"], donner la nature et les éléments caractéristiques de f.
   c) Vérifier que g(A) = A". Montrer que g est un antidéplacement que l'on caractérisera.

Exercice 3 — 20 min — 5 pt

Soit un plan orienté, on considère un carré ABCD de centre O tel que $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}\right) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$. On désigne par E le milieu de [BC] et F le milieu de [CD]

1. Montrer qu'il existe un unique déplacement f qui envoie A sur B et E sur F. Caractériser f.
2. La droite (OF) coupe la droite (AE) en H.
   a) Montrer que H est l'orthocentre du triangle ABF.
   b) Montrer que $2\overrightarrow{OH} + \overrightarrow{OF} = \vec{0}$
3. Soit G le milieu du segment [AB], on désigne par g l'antidéplacement qui envoie O sur A et F sur G.
   a) Déterminer et construire H' = g(H). Déduire la construction du point G' = g(G).
   b) Montrer que A' = g(A) est le symétrique de O par rapport à A. Placer A' et B'.
   c) Déduire la forme réduite de g.

Taki Academy
www.takiacademy.com

Magazines