Taki Academy
www.takiacademy.com

Mathématiques

Classe : BAC

Chapitre : Primitive

Sousse (Khezama - Sahloul) Nabeul / Sfax / Bardo / Menzah El Aouina / Ezzahra / CUN / Bizerte / Gafsa / Kairouan / Medenine / Kébili / Monastir / Gabes / Djerba

Exercice 1 — 10 min — 2 pt

a) Déterminer l'ensemble de définition de *f* telle que $f(x)=\dfrac{x^2+2x}{(x^2+x+1)^2}$.

b) Déterminer *a* et *b* pour que *f* admette une primitive *F* telle que $F(x)=\dfrac{ax+b}{x^2+x+1}$.

Exercice 2 — 10 min — 2 pt

Soit $f(x)=\dfrac{4x-1}{(2x+1)^3}$.

a) Déterminer les réels *a* et *b* tels que : pour tout $x \in$ D*f*, $f(x)=\dfrac{a}{(2x+1)^2}+\dfrac{b}{(2x+1)^3}$

b) Déterminer toutes les primitives de *f* sur $\left]-\dfrac{1}{2};+\infty\right[$

Exercice 3 — 10 min — 3 pt

Soit la fonction $f(x)=(x-1)\sqrt{\dfrac{1}{2x+1}}$

1°) Déterminer D l'ensemble de définition de *f* , puis déterminer les réels *a* et *b* tels que : pour tout *x* $\in$D,

$$f(x)=a\sqrt{2x+1}+\frac{b}{\sqrt{2x+1}}.$$

2°) Déterminer les primitives de *f* sur $\left]-\dfrac{1}{2};+\infty\right[$.

Exercice 4 — 20 min — 4 pt

Soit $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x(1-x)}}$.

1°) Montrer que f admet des primitives sur $]0;1[$.

2°) Soit F la primitive de *f* sur $]0;1[$ qui s`annule pour $x=\dfrac{3}{4}$ et *g* la fonction définie sur $\left]0;\dfrac{\pi}{2}\right[$

par $g(x)=F(\cos^2 x)$.

a) Montrer *g* est dérivable sur $\left]0;\dfrac{\pi}{2}\right[$ puis calculer g'.

b) Montrer que pour tout *x* de $\left]0;\dfrac{\pi}{2}\right[$ on a : $g(x)=-2x+\dfrac{\pi}{3}$

Taki Academy
www.takiacademy.com

Exercice 5 — 25 min — 5 pt

Soit f la fonction définie sur $[0,+\infty[$ par : $f(x)=\dfrac{1}{1+x^2}$ et F la primitive de f sur $[0,+\infty[$ qui s'annule en zéro.

1°) Soit H la fonction définie sur $\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right[$ par $H(x)=F(\tan x)$.

a) Montrer que H est dérivable sur $\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right[$ et déterminer $H'(x)$.

b) En déduire que pour tout $x\in\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right[: H(x)=x$.

c) Calculer alors $F(1)$.

2°) Soit G la fonction définie sur $[0,+\infty[$ par : $G(x)=F\left(\dfrac{1}{1+x}\right)+F\left(\dfrac{x}{x+2}\right)$.

a) Montrer que G est dérivable sur $[0,+\infty[$, et déterminer $G'(x)$.

b) En déduire que : $F\left(\dfrac{1}{2}\right)+F\left(\dfrac{1}{3}\right)=\dfrac{\pi}{4}$.

Exercice 6 — 30 min — 6 pt

Soit f la fonction définie sur IR par : $f(x)=1+\dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}}$.

1°) a) Dresser le tableau de variation de f.

b) Tracer la courbe $\mathcal{C}$ de f dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

2°) Soit F la primitive de f sur IR qui s'annule en zéro.

a) Montrer que F est impaire.

b) Montrer que pour tout $x\in[0,+\infty[: x\le F(x)\le 2x$.

c) En déduire la limite de F en $+\infty$

d) Dresser le tableau de variation de F.

3°) Soit G la fonction définie sur $\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]$ par : $G(x)=F(\cos x)$.

a) Dresser le tableau de variation de G.

b) Donner l'allure de la courbe de G sur autre repère orthogonal $(O,\vec{i},\vec{j})$.(on prend $F(1)=1,9$.

Taki Academy
www.takiacademy.com

Sousse (Khezama - Sahloul) Nabeul / Sfax / Bardo / Menzah El Aouina / Ezzahra / CUN / Bizerte / Gafsa / Kairouan / Medenine / Kébili / Monastir / Gabes / Djerba