Taki Academy
www.takiacademy.com

Classe : Bac Maths

Série : Similitudes et primitives

Nom du Prof : Mohamed Hedi Ghomriani

Sousse (Khezama - Sahloul) Nabeul / Sfax / Bardo / Menzah El Aouina / Ezzahra / CUN / Bizerte / Gafsa / Kairouan / Medenine / Kébili / Monastir / Gabes / Djerba / Jendouba / Sidi Bouzid / Siliana / Béja / Zaghouan

www.takiacademy.com 73.832.000

Exercice 1 | 35 min | 6 pts

Le plan est orienté dans la figure 1 de l'annexe jointe.

- $\mathbf{ABC}$ est un triangle équilatéral directe tel que $\left(\widehat{\overrightarrow{\mathbf{AB}},\overrightarrow{\mathbf{AC}}}\right) \equiv \frac{\pi}{3}[2\pi]$.
- C_1 est le cercle circonscrit au triangle $\mathbf{ABC}$ et O son centre.
- I est le milieu du segment $[BC]$.
- $AICD$ est un rectangle direct.

1) Soit $\mathbf{f}$ le déplacement tel que $\mathbf{f}(\mathbf{A}) = \mathbf{C}$ et $\mathbf{f}(\mathbf{B}) = \mathbf{A}$.

   Montrer que $\mathbf{f}$ est une rotation dont on précisera son centre et une mesure de son angle.

2) Soit g l'antidéplacement tel que $\mathbf{g}(\mathbf{A}) = \mathbf{C}$ et $\mathbf{g}(\mathbf{B}) = \mathbf{A}$.

   a) Justifier que g est une symétrique glissante.

   b) Montrer que $\mathbf{g} = \mathbf{t}_{\overrightarrow{\mathbf{BI}}} o \mathbf{S}_{\Delta}$, où Δ est la médiatrice du segment $[\mathbf{AI}]$.

3) Soit h l'homothétie de centre A et telle que $\mathbf{h}(\mathbf{O}) = \mathbf{I}$. On pose $\varphi = \mathbf{g\,o\,h\,o\,f}$.

   a) Montrer que φ est une similitude indirecte de rapport $\frac{3}{2}$.

   b) Montrer que $\varphi(\mathbf{B}) = \mathbf{C}$ et $\varphi(\mathbf{O}) = \mathbf{D}$.

4) Soit $\mathbf{E} = \varphi(\mathbf{C})$.

   a) Montrer que le triangle DCE est isocèle en D .

   b) Justifier que $\left(\widehat{\overrightarrow{\mathbf{DC}},\overrightarrow{\mathbf{DE}}}\right) \equiv \frac{2\pi}{3}[2\pi]$.

   c) Construire alors le point E .

   d) Soit Ω le centre de φ .

   Montrer que $\overrightarrow{\Omega\mathbf{B}} = \frac{4}{5}\overrightarrow{\mathbf{BE}}$. Construire le point Ω .

5) On pose $\mathbf{C}_2 = \varphi(\mathbf{C}_1)$.

   Le cercle C_2 coupe le cercle C_1 au point C et en un autre point M . On pose :

   $\mathbf{N} = \varphi(\mathbf{M})$.

   Montrer que les points $\Omega, \mathbf{B}$ **et** $\mathbf{M}$ sont alignés. Construire alors le point $\mathbf{N}$.

Exercice 2 — 15 min — 3 pts

Soit la fonction $\mathbf{h}$ définie sur $\left]-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right[$ par : $\mathbf{h}(\mathbf{x})=\frac{1}{1-\sin(\mathbf{x})}$.

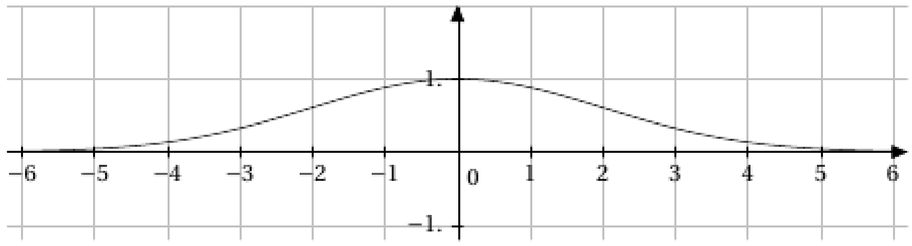
1) Montrer que : $\forall \mathbf{x} \in \left]-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right[\quad \mathbf{h}(\mathbf{x})=\frac{1+\sin(\mathbf{x})}{\cos^2(\mathbf{x})}$.

2)Déterminer la primitive de $\mathbf{h}$ sur $\left]-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right[$ qui s'annule en 0 .

Exercice 3 — 25 min — 5 pts

La courbe $\mathbf{C_f}$ ci-dessous est la représentation graphique, dans un repère orthonormé d'une fonction $\mathbf{f}$ définie et dérivable sur $[-5,5]$.

F est la primitive de f sur $[-5,5]$ qui s'annule en 5



1) Déterminer le sens de variation de F

2) Montrer que $\mathbf{F}(\mathbf{x}) \leq 0 \quad \forall \mathbf{x} \in [-5,5]$

3)Montrer que la tangente à $\mathbf{C_F}$ au point d'abscisse 0 est parallèle à $\Delta : \mathbf{y}=\mathbf{x}$

4) Montrer que : $0 \leq \mathbf{F}(2)-\mathbf{F}(-2) \leq 4$

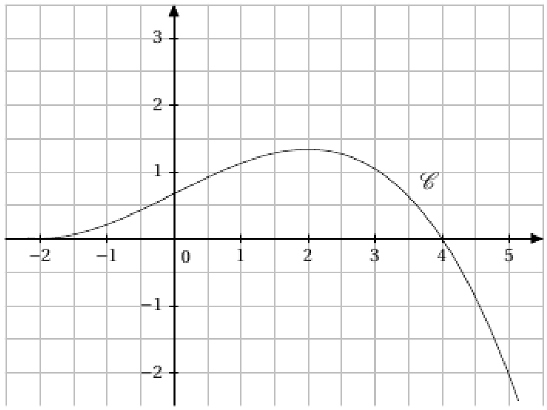
5) Montrer que le point A(0,F(0)) est un point d'inflexion pour $\mathbf{C_F}$

Exercice 4 | 25 min | 5 pts

La courbe (C) tracée ci-dessous représente une fonction f dérivable sur $[-2,+\infty[$.

$\mathbf{y}=\sqrt{2}$ est la tangente à C au point d'abscisse2

1) Justifier qu'il existe une **unique** primitive F de f sur $[-2,+\infty[$ dont la représentation graphique C_F admet au point d'abscisse 3 une tangente d'équation : $\mathbf{y}=\mathbf{x}+1$



2) Déterminer le sens de variation de F

3) C_F admet au point d'abscisse 2 une tangente d'équation : $\mathbf{y}=\sqrt{2}\ \mathbf{x}+2-2\sqrt{2}$

Montrer que le point $\mathbf{A}(2,2)$ est un point d'inflexion à C_F

4)

Soit la fonction g définie sur $\left]\frac{1}{9},+\infty\right[$ par $\mathbf{g}(\mathbf{x})=\mathbf{F}\left(\frac{1}{\sqrt{\mathbf{x}}}-1\right)$

a) Montrer que g est dérivable sur $\left]\frac{1}{9},+\infty\right[$

b) Déterminer le sens de variation de g sur $\left]\frac{1}{9},+\infty\right[$