



Taki Academy
www.takiacademy.com

Physique

Classe : 4^{ème} Maths

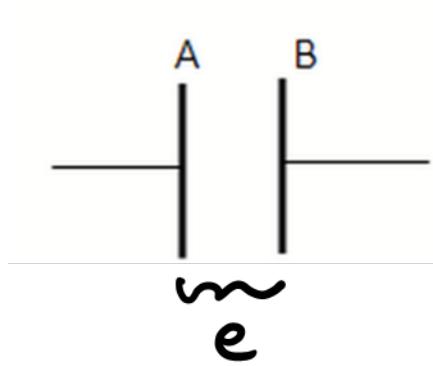
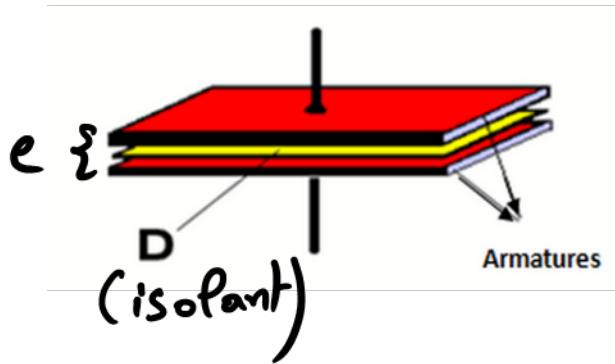
Chapitre : Le Dipôle RC

📍 Sousse (Khezama - Sahloul) Nabeul / Sfax / Bardo / Menzah El Aouina / Ezzahra / CUN / Bizerte / Gafsa / Kairouan / Medenine / Kébili / Monastir / Gabes / Djerba



Le Condensateur

Qst 1 : Déterminer la capacité C du condensateur



$$C = \epsilon \frac{S}{e} = \epsilon_r \epsilon_0 \frac{S}{e}$$



S: Surface de la plus petite des armatures en m^2

e : épaisseur de l'isolant en m.

ϵ_0 : permittivité dans le vide en $F \cdot m^{-1}$

ϵ_r : permittivité relative.

ϵ : permittivité absolue $\epsilon = \epsilon_r \cdot \epsilon_0$



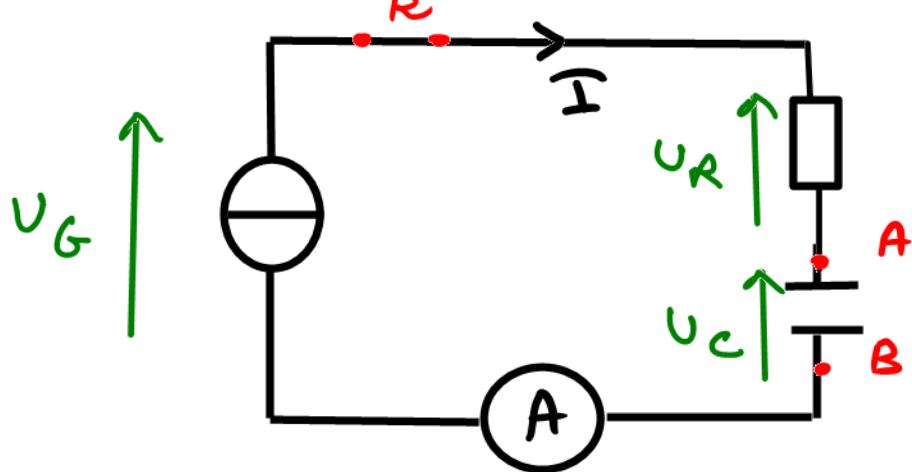
C : la capacité du condensateur en Farad (F)





Charge du condensateur a l'aide d'un generateur de courant

Qst 2 : Faire le schéma
du montage :



Rq : Dans ce cas on utilise
un générateur de courant
tel que :

$$I = \text{constante}$$

$$I = \frac{q}{t}$$





Qst 3 : Tracer la courbe
de $U_C = f(t)$ en justifiant
cette allure :

$$U_C = \frac{q}{C}$$

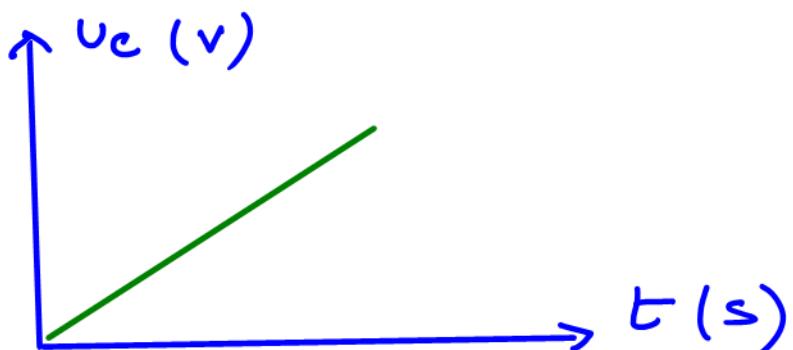


$$\Rightarrow U_C = \frac{I \times t}{C}$$

$$\Rightarrow U_C = \left(\frac{I}{C}\right) \times t$$

de la forme $y = a \times x$

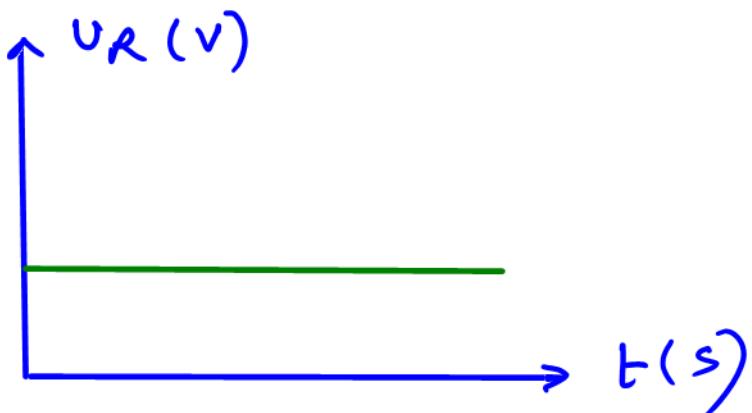
Donc $U_C = f(t)$ est
une droite linéaire





Rq : $U_R = R I = cte$

car R et I ont deux valeurs constantes.



Qst 4 En déduire l'allure de $U_G (t)$

D'après la loi des mailles :

$$U_C + U_R - U_G = 0$$

$$U_G = U_C + U_R$$

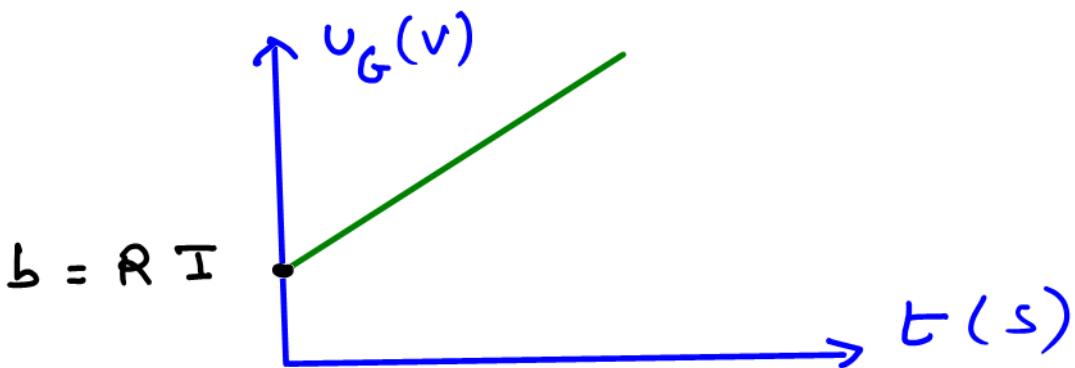
$$U_G = \frac{I}{C} \cdot t + RI$$

de la forme $y = ax + b$

donc $U_G (t)$ est une droite affine



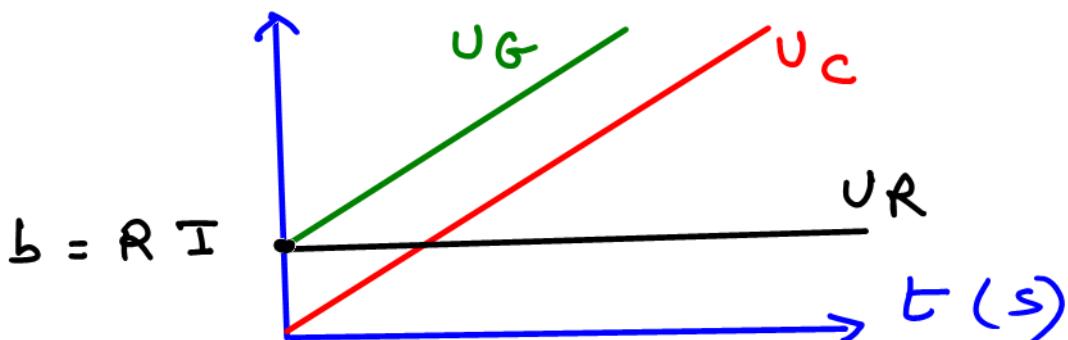
tel que : $\left\{ \begin{array}{l} a = \frac{I}{C} \text{ (la pente)} \\ b = RI \text{ (ordonnée à l'origine)} \end{array} \right.$



Rq : on remarque que $U_C(t)$ et $U_G(t)$ ont la même pente

$$a = \frac{I}{C}$$

Donc $U_C(t)$ et $U_G(t)$ sont deux droites parallèles.





Qst 5: Déterminer l'expression de l'énergie emmagasinée par le condensateur ?

* $E_C = \frac{1}{2} C U_C^2$ 

on a $U_C = \frac{q}{C}$

$$\Rightarrow E_C = \frac{1}{2} C \left(\frac{q}{C} \right)^2$$

* $E_C = \frac{1}{2C} q^2$ 

on a aussi $C = \frac{q}{U_C}$

$$\Rightarrow E_C = \frac{U_C}{2q} \cdot q^2$$

$$E_C = \frac{1}{2} q U_C$$
 





Qst 6 Définir la tension de claquage et donner son expression :

- la tension de claquage est la plus petite tension qui provoque une décharge entre les deux armatures du condensateur et peut provoquer sa déterioration

$$U_c(\text{claquage}) = V_{c\max}$$



$$\Rightarrow U_c(\text{claquage}) = \frac{Q_{\max}}{C}$$

$$\Rightarrow U_c(\text{claquage}) = \frac{I \times t_{\max}}{C}$$





Charge et décharge du condensateur a l'aide d'un générateur de Tension

* Le générateur de tension

délivre un courant électrique
variable et a une tension

constante : $I = \frac{dq}{dt}$

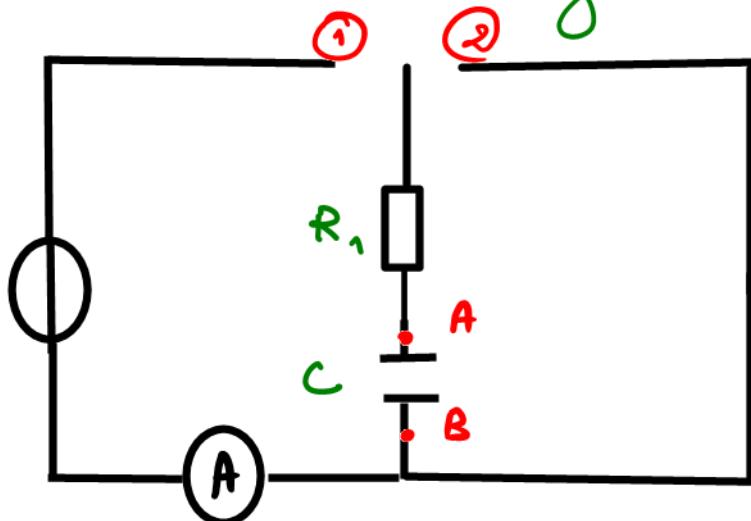
$$U_G(t) = E = \text{constante}$$

* E est la f.e.m (force électro-motrice)
du générateur

* Dans ce cas on parle
de la réponse d'un dipôle RC
à un échelon de tension qui
est la charge progressive
du condensateur (n'est pas instantanée)



* schéma du montage :



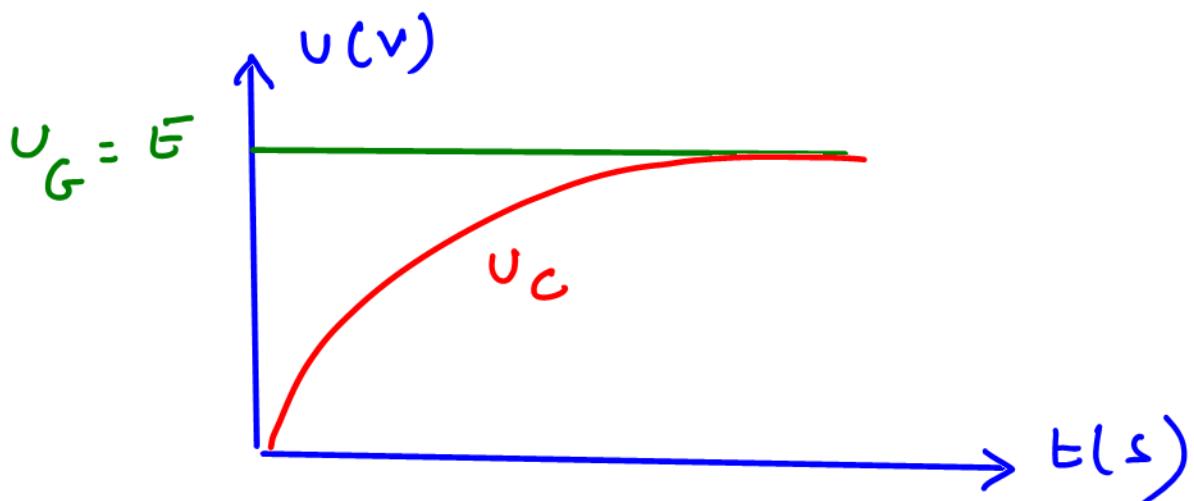
- position 1 : charge du condensateur
- position 2 : décharge du condensateur
 - * à $t = 0$, le condensateur est déchargé ($U_C(0) = 0$), on met le commutateur K sur la position 1. $U_C(t)$ augmente exponentiellement jusqu'à atteindre sa valeur maximale ($U_C = E$) puis on décharge le condensateur lorsque K est sur la position 2.





Charge du condensateur

Qst 1 : Identifier les courbes de $U_C(t)$ et $U_G(t)$.



- * A $t = 0$, le condensateur est déchargé donc $U_C(0) = 0$
- * Il s'agit d'un générateur de tension donc $U_G = E = \text{cte}$





Qst 2: Déterminer l'équation différentielle relative à $q(t)$ puis celle relative à $U_C(t)$.

D'après la loi des mailles :

$$U_R + U_C - E = 0$$

$$Ri + U_C = E$$

avec $i = \frac{dq}{dt}$ et $U_C = \frac{q}{C}$

$$R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = E$$

$$\frac{dq}{dt} + \frac{q}{RC} = \frac{E}{R}$$





D'après la loi des mailles:

$$U_R + U_C - E = 0$$

$$R i + U_C = E$$

avec $i = \frac{dq}{dt}$ et $q = C U_C$

$$\Rightarrow i = \frac{d}{dt} C U_C$$

$$i = C \frac{dU_C}{dt}$$



$$R C \frac{dU_C}{dt} + U_C = E$$

$$\frac{dU_C}{dt} + \frac{U_C}{RC} = \frac{E}{RC}$$



Qst 3 : Vérifier que $U_C(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$ est solution de l'équation différentielle relative à $U_C(t)$:

$$* \frac{dU_C}{dt} = \frac{d}{dt} E(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$$

$$= \frac{d}{dt} E - \frac{d}{dt} E e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$= \frac{E}{RC} e^{-\frac{t}{RC}}$$

on remplace cette expression dans l'équation différentielle

$$\frac{E}{RC} e^{-\frac{t}{RC}} + \frac{E(1 - e^{-\frac{t}{RC}})}{RC} = \frac{E}{RC}$$

$$\frac{E}{RC} e^{-\frac{t}{RC}} + \frac{E}{RC} - \frac{E e^{-\frac{t}{RC}}}{RC} = \frac{E}{RC}$$





$$\frac{E}{RC} e^{-\frac{t}{RC}} + \frac{E}{RC} - \frac{E e^{-\frac{t}{RC}}}{RC} = \frac{E}{RC}$$

$$\Rightarrow \frac{E}{RC} = \frac{E}{RC}$$

donc $v_c(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$

solution de l'équation différentielle
relative à $v_c(t)$.

Qst 4: Donner l'allure de $v_c(t)$

et en déduire celle relative

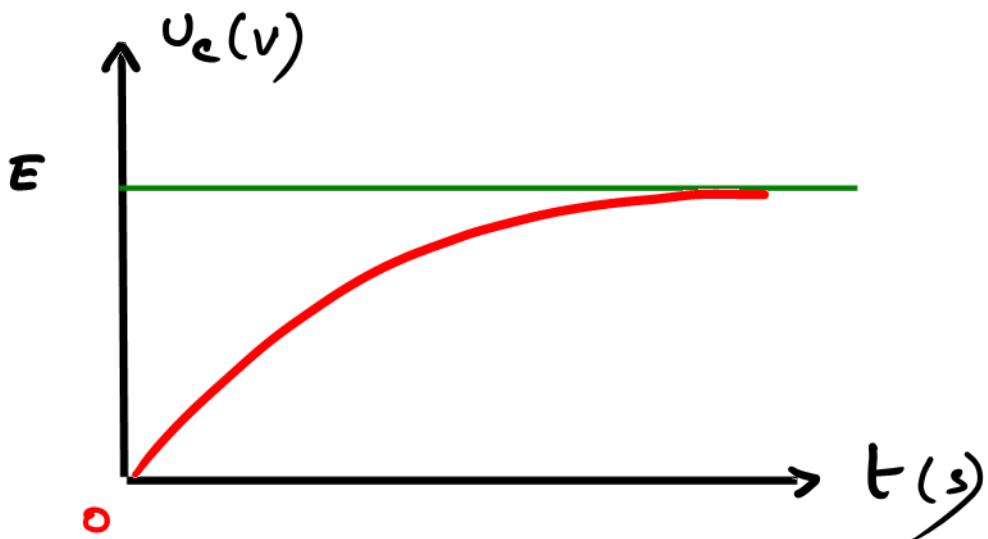
à $q(t)$:

$$v_c(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$$

* à $t = 0 \Rightarrow v_c(0) = 0$

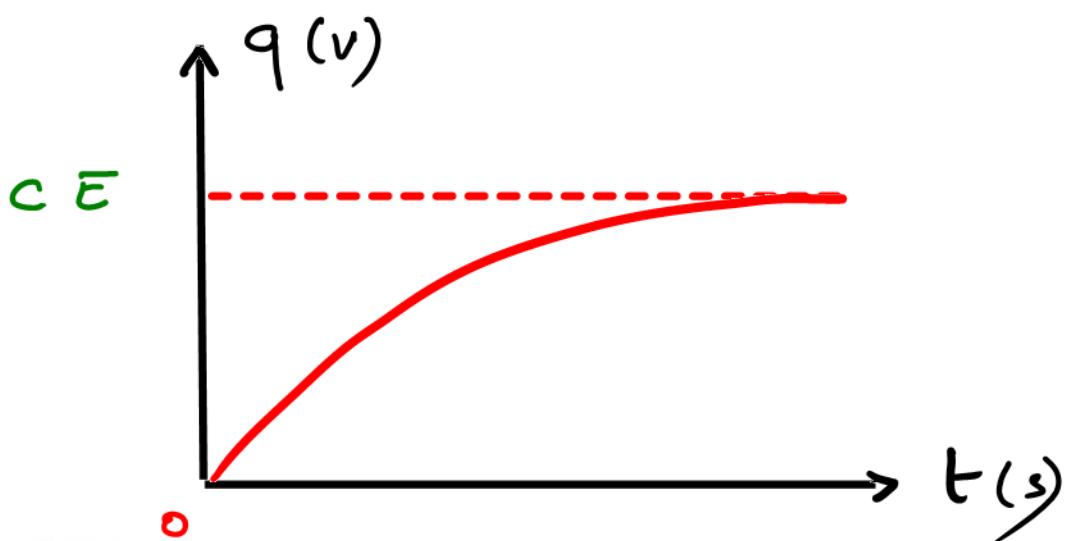
* à $t \rightarrow +\infty \Rightarrow v_c = E$





* $q = C U_c$: q et U_c sont proportionnelles et par suite ils ont la même allure

$$q = C E \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$





Qst 5 : Déterminer l'équation différentielle relative à $i(t)$ puis celle relative à $v_R(t)$:

D'après la loi des mailles:

$$v_R + v_C - E = 0$$

$$R i + v_C = E$$

on dérive à gauche et à droite

$$R \frac{di}{dt} + \frac{dv_C}{dt} = \frac{dE}{dt}$$

or $i = C \frac{dv_C}{dt} \Rightarrow \frac{dv_C}{dt} = \frac{i}{C}$

$$R \frac{di}{dt} + \frac{i}{C} = 0$$

$$\frac{di}{dt} + \frac{i}{RC} = 0$$





* on multiplie à gauche et à droite par R :

$$R \frac{di}{dt} + \frac{Ri}{RC} = 0$$

$$\frac{dUR}{dt} + \frac{UR}{RC} = 0$$

Qst 6 : D'écrire les expressions de $UR(t)$ et $i(t)$ à partir de celle de $Uc(t)$ puis donner leurs allures.

D'après la loi des mailles

$$UR + Uc - E = 0$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow UR &= E - Uc \\ &= E - E \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right) \\ &= E - E + E e^{-\frac{t}{RC}} \end{aligned}$$



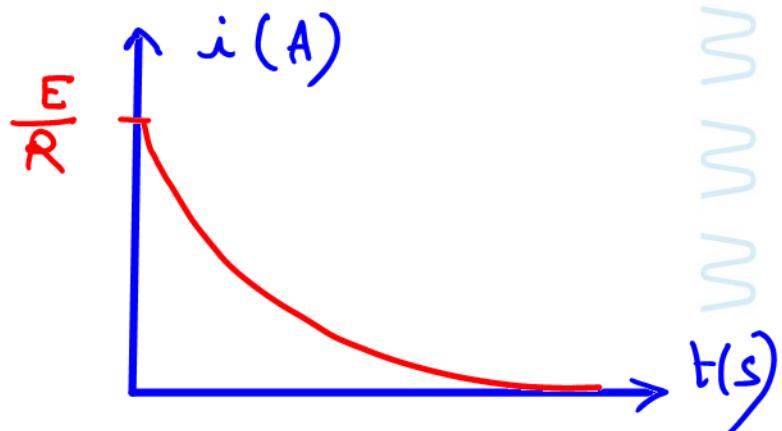
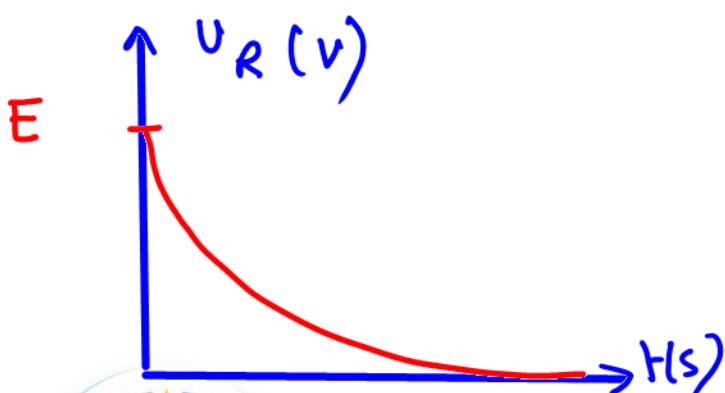
$$U_R = E e^{-\frac{t}{RC}}$$

or $U_R = R i$

$$\Rightarrow i = \frac{U_R}{R} = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$i = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$$

Rq: $U_R = R i$ donc U_R et i sont proportionnelles et par suite ils ont la même allure.





Qst 7: Donner le nom, la définition et la signification physique de la constante τ (temp) :

- **nom :** c'est la constante du temps
- **Définition :** c'est une grandeur physique qui nous renseigne sur la rapidité de la charge et de la décharge du condensateur
- **signification physique :**
c'est le temps nécessaire pour que le condensateur atteint 63% de sa charge maximale.

$$(V_C = 63\% E)$$



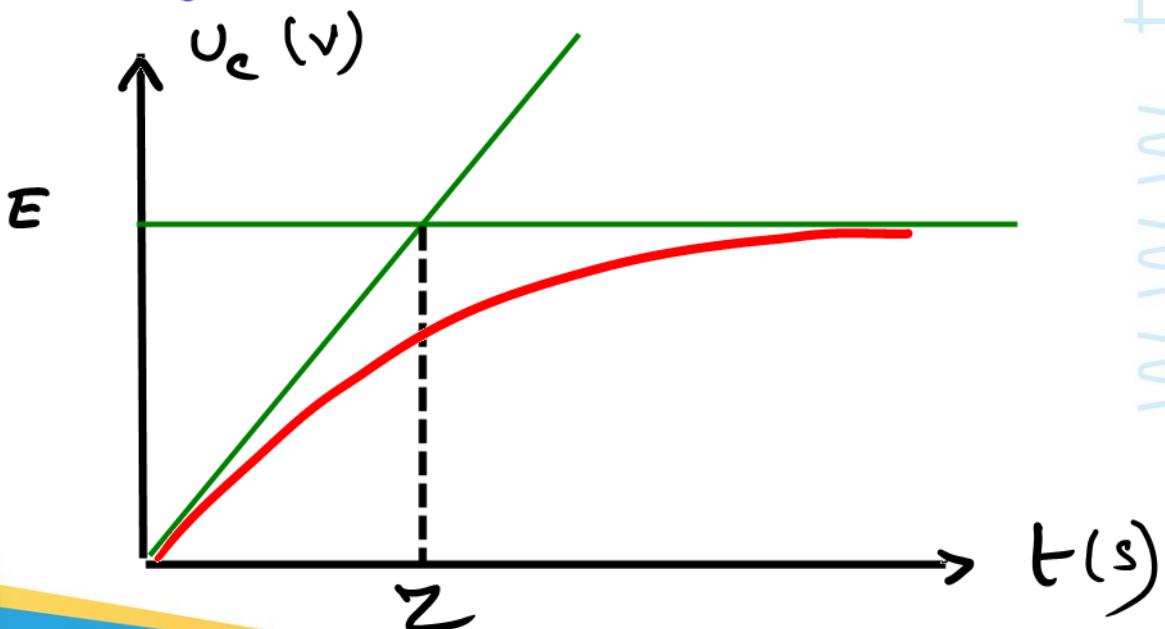
Qst 8 : Déterminer la valeur de Σ par trois méthodes :

1) par le calcul :

$$\Sigma = RC \quad \heartsuit$$

2) la méthode de la tangente :

Σ est l'abscisse de l'intersection de la tangente à l'origine à la courbe avec la tangente horizontale



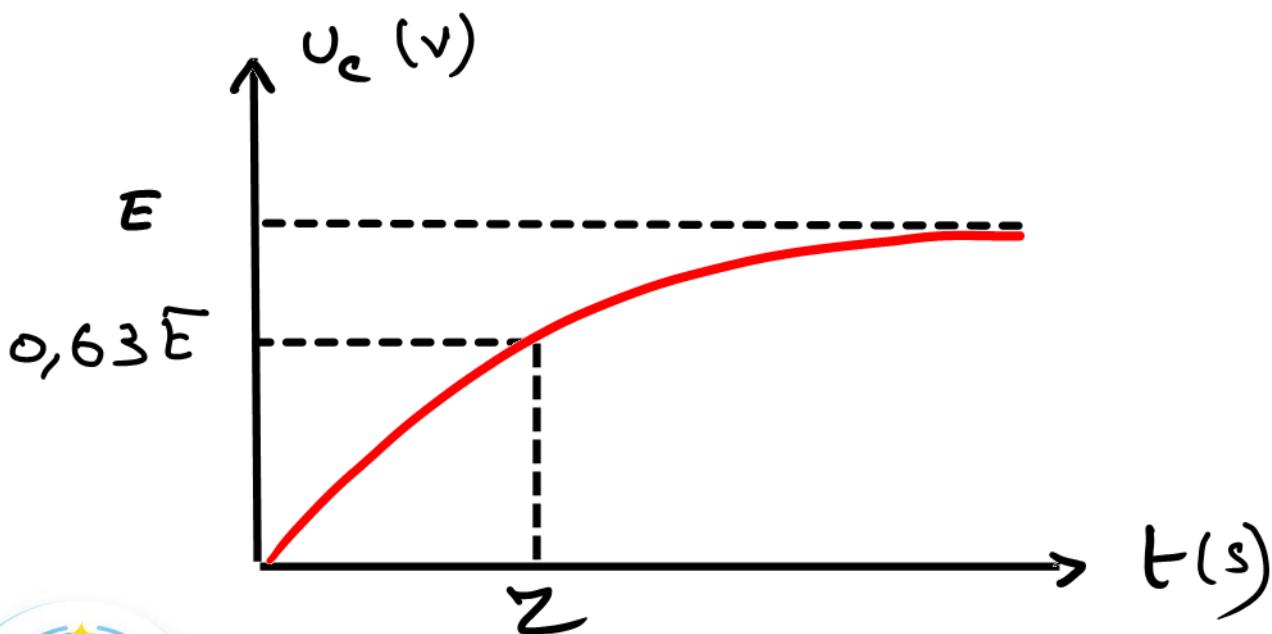
$$3) \text{ si } t = 2 ; \quad u_c(2) = E \left(1 - e^{-\frac{2}{\tau}} \right)$$

$$u_c(2) = E \left(1 - e^{-1} \right)$$

avec $e^{-1} \approx 0,37$

$$u_c(2) = 0,63 E$$

* on projète sur la courbe
et on dégage la valeur de τ



Décharge du condensateur

Qst 9 : Déterminer l'équation différentielle relative à $q(t)$ puis celle relative à $U_C(t)$.

D'après la loi des mailles :

$$U_R + U_C = 0$$

$$Ri + U_C = 0$$

avec $i = \frac{dq}{dt}$ et $U_C = \frac{q}{C}$

$$R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0$$

$$\frac{dq}{dt} + \frac{q}{RC} = 0$$





D'après la loi des mailles :

$$U_R + U_C = 0$$

$$R i + U_C = 0$$

avec $i = \frac{dq}{dt}$ et $q = C U_C$

$$\Rightarrow i = \frac{d}{dt} C U_C$$

$$i = C \frac{dU_C}{dt}$$



$$R C \frac{dU_C}{dt} + U_C = 0$$

$$\frac{dU_C}{dt} + \frac{U_C}{RC} = 0$$





Qst 10 : Vérifier que $U_C(t) = E e^{-\frac{t}{\tau}}$ est solution de l'équation différentielle relative à $U_C(t)$:

$$* \frac{dU_C}{dt} = \frac{d}{dt} E e^{-\frac{t}{\tau}} \\ = - \frac{E}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

on remplace cette expression dans l'équation différentielle :

$$- \frac{E}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{E e^{-\frac{t}{\tau}}}{RC} = 0$$

$$- \frac{E}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} = - \frac{E e^{-\frac{t}{\tau}}}{RC}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\tau} = \frac{1}{RC}$$

$$\Rightarrow \tau = RC$$



Donc $v_c(t) = E e^{-\frac{t}{2}}$ est solution de l'équation différentielle relative à $v_c(t)$.

Qst 11 : Donner l'allure de $v_c(t)$

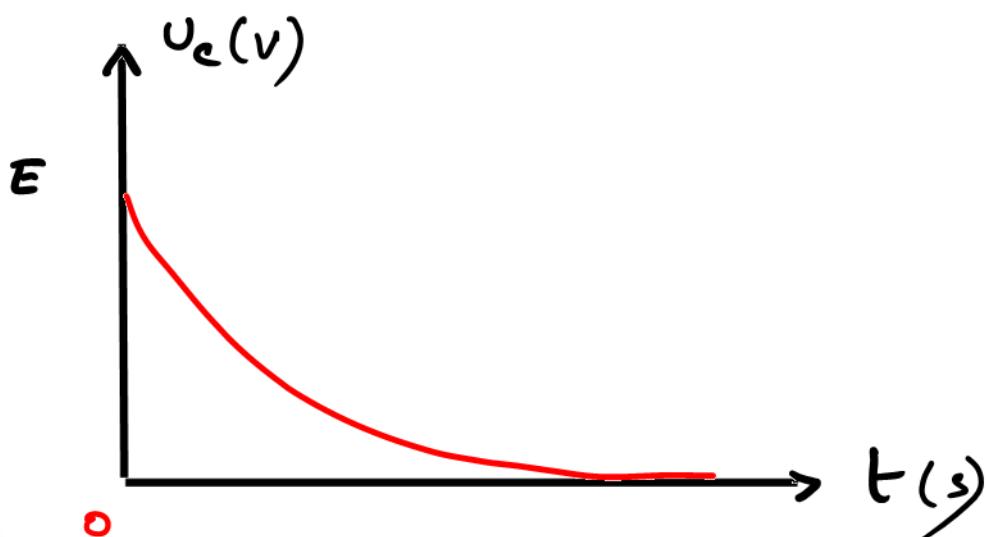
et en déduire celle relative

à $q(N)$:

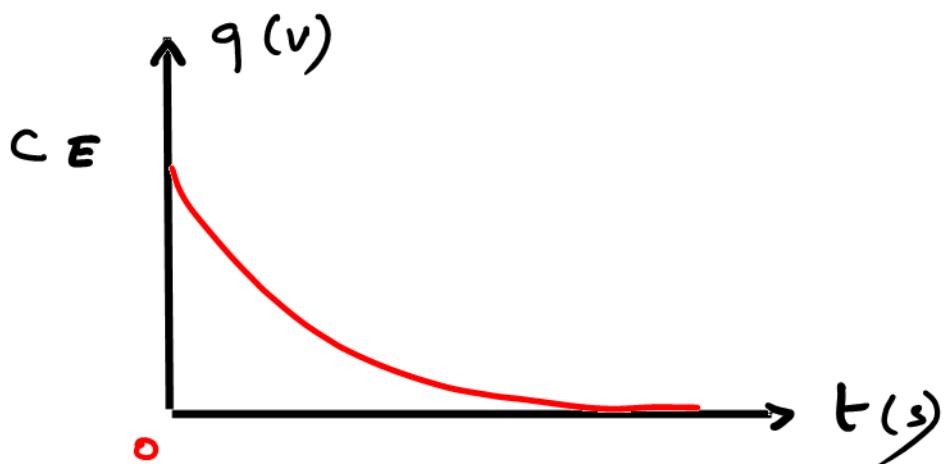
$$v_c(t) = E e^{-\frac{t}{2}}$$

* à $t = 0 \Rightarrow v_c(0) = E$

* à $t \rightarrow +\infty \Rightarrow v_c = 0$



$$* q = C v_C = C E e^{-\frac{t}{C}}$$



Qst 12 : Determiner l'équation différentielle relative à $i(t)$ puis celle relative à $v_R(t)$:

D'après la loi des mailles :

$$v_R + v_C = 0$$

$$R i + v_C = 0$$

on dérive à gauche et à droite

$$R \frac{di}{dt} + \frac{dv_C}{dt} = 0$$





$$\text{or } i = C \frac{dV_C}{dt} \Rightarrow \frac{dV_C}{dt} = \frac{i}{C}$$

$$R \frac{di}{dt} + \frac{i}{C} = 0$$

$$\frac{di}{dt} + \frac{i}{RC} = 0$$

* on multiplie à gauche et à droite par R :

$$R \frac{di}{dt} + \frac{Ri}{RC} = 0$$

$$\frac{dU_R}{dt} + \frac{U_R}{RC} = 0$$

Qst 13 : D'éduire les expressions de $U_R(t)$ et $i(t)$ à partir de celle de $V_C(t)$ puis donner leurs allures.

D'après la loi des mailles

$$U_R + V_C = 0$$





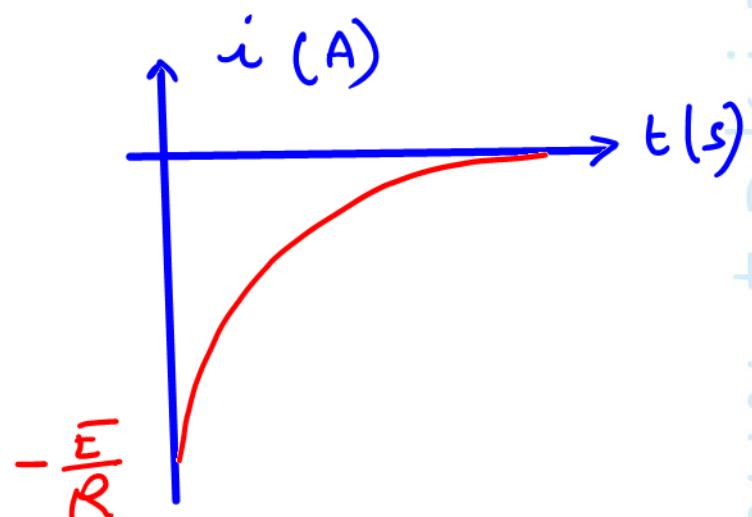
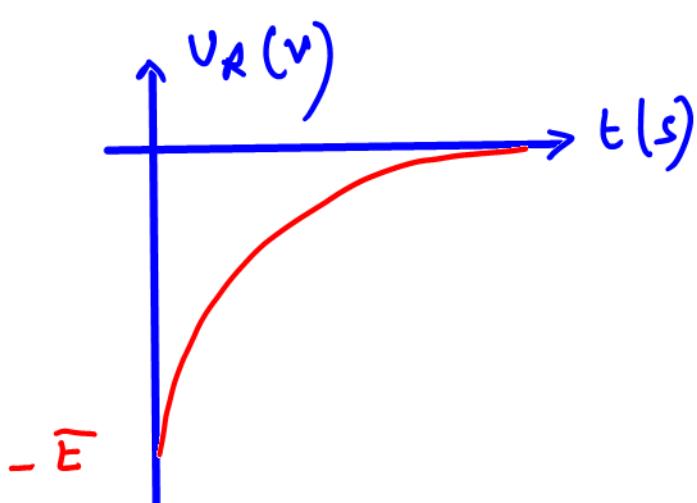
$$\Rightarrow U_R = - U_C$$

$$\Rightarrow U_R = - E e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$* U_R = R i$$

$$\Rightarrow i = \frac{U_R}{R}$$

$$i = - \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$$



Charge du condensateur dans un circuit contenant deux résistors

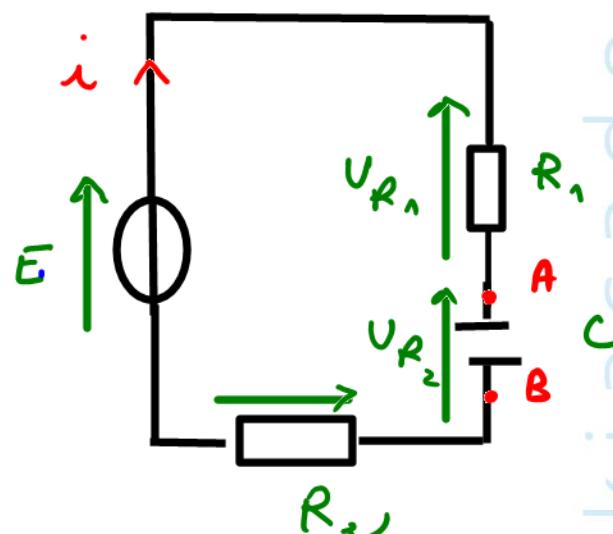
Qst 14 : Déterminer l'équation différentielle relative à $U_C(t)$

D'après la loi des mailles:

$$U_{R_2} + U_{R_1} + U_C = E$$

$$(R_2 + R_1)i + U_C = E$$

avec $i = C \frac{dU_C}{dt}$



$$(R_2 + R_1)C \frac{dU_C}{dt} + U_C = E$$

$$\frac{dU_C}{dt} + \frac{U_C}{(R_2 + R_1)C} = \frac{E}{(R_2 + R_1)C}$$





on note : $E = (R_2 + R_1)C$

on peut donc conclure que :

$$Z = R_T C \quad \boxed{\text{Heart}}$$

avec R_T : la Somme des résistance
dans le circuit.

Qst 15 : Déterminer l'équation
différentielle relative à $v_{R_2}(t)$:

D'après la loi des mailles :

$$v_{R_2} + v_{R_1} + v_C - E = 0$$

$$(R_2 + R_1)i + v_C = E$$

on dérive à gauche et à droite

$$(R_2 + R_1) \frac{di}{dt} + \frac{dv_C}{dt} = \frac{dE}{dt}$$





$$\text{or } i = C \frac{dV_C}{dt} \Rightarrow \frac{dV_C}{dt} = \frac{i}{C}$$

$$(R_2 + R_1) \frac{di}{dt} + \frac{i}{C} = 0$$

$$\frac{di}{dt} + \frac{i}{(R_2 + R_1)C} = 0$$

* on multiplie à gauche
et à droite par R_2 :

$$\frac{d R_2 i}{dt} + \frac{R_2 i}{(R_2 + R_1)C} = 0$$

$$\frac{d U_{R2}}{dt} + \frac{U_{R2}}{(R_2 + R_1)C} = 0$$





Qst 16 : Déterminer dans ce cas l'expression de $i(t)$ puis déduire les expressions de $U_{R_2}(t)$ et $U_{R_1}(t)$:

$$* i = C \frac{dV_C}{dt}$$

$$= C \frac{d}{dt} E \left(1 - e^{-\frac{t}{Z}} \right)$$

$$= \frac{C E}{Z} e^{-\frac{t}{Z}}$$

$$= \frac{C E}{(R_2 + R_1)C} e^{-\frac{t}{Z}}$$

$$\Rightarrow i = \frac{E}{(R_2 + R_1)C} e^{-\frac{t}{Z}}$$





* $U_{R_2} = R_2 i$

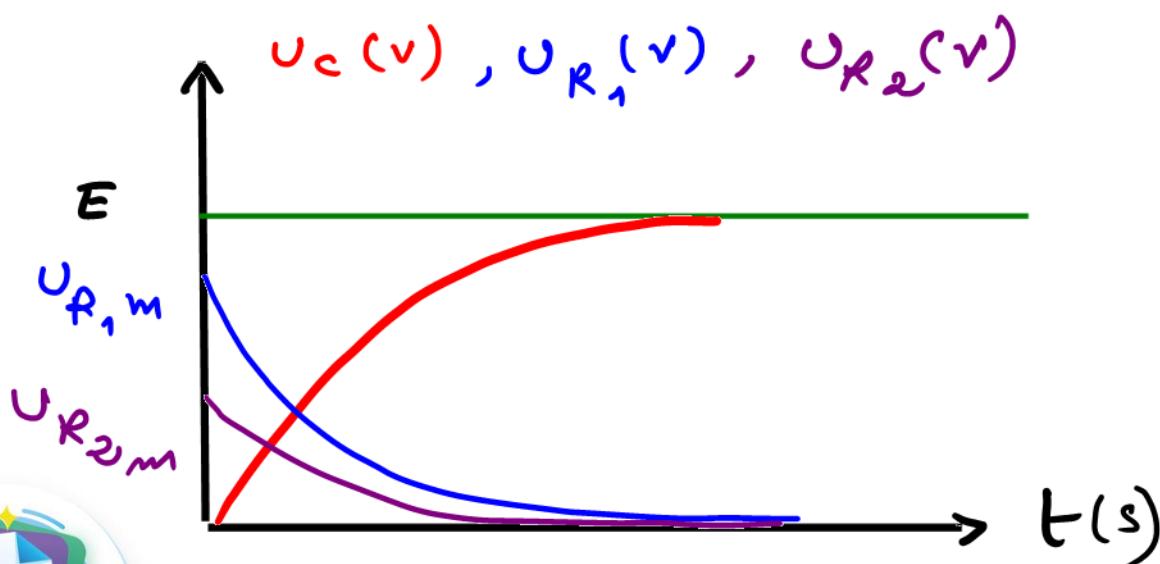
$$U_{R_2} = R_2 \frac{E}{(R_2 + R_1)C} e^{-\frac{t}{C}}$$

* $U_{R_1} = R_1 i$

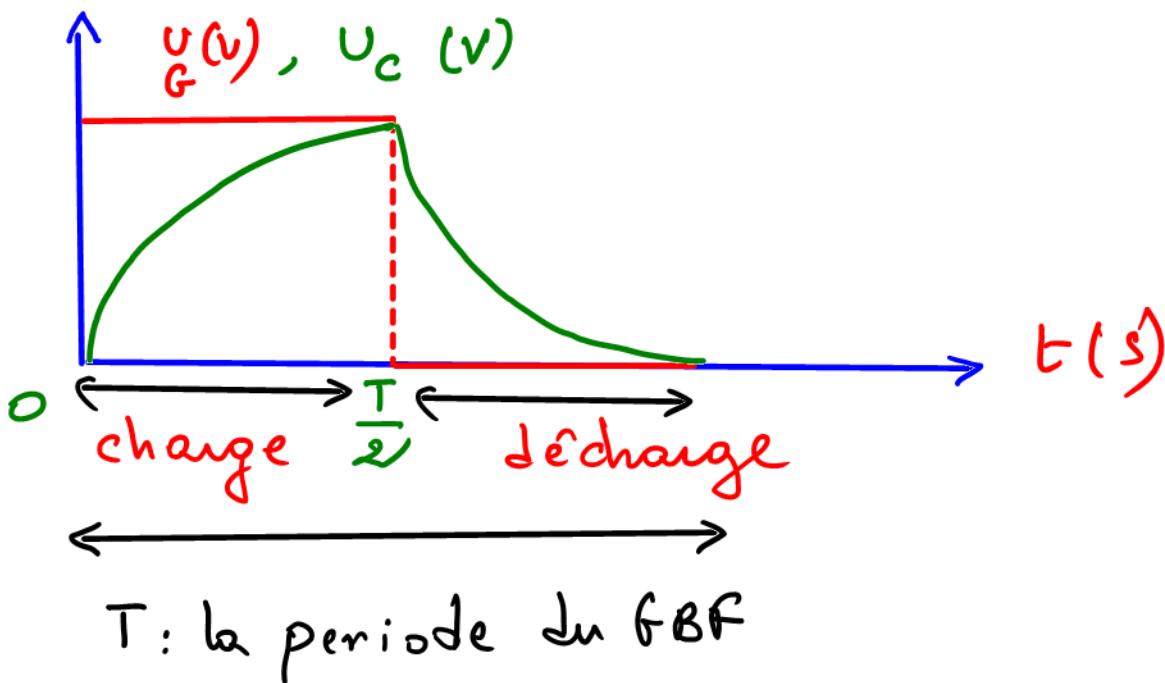
$$U_{R_1} = R_1 \frac{E}{(R_2 + R_1)C} e^{-\frac{t}{C}}$$

Qst 17 : Tracer dans ce cas

Les courbes de $U_C(t)$, $U_{R_1}(t)$ et $U_{R_2}(t)$



Charge et décharge du condensateur à l'aide d'un GBF (tension en creneaux)



Ost 18 Dire si le condensateur atteint sa charge maximale ou non .

on note :

* $\Delta t = 5 \tau =$ la durée pour que le condensateur se charge complètement .





- * $\frac{T}{2}$ = la durée au bout de laquelle la tension $U_G = E$ (non nulle)
- Si $5\tau \leq \frac{T}{2}$:
 \Rightarrow le condensateur sera complètement chargé.
- Si $5\tau > \frac{T}{2}$:
 \Rightarrow le condensateur ne sera pas complètement chargé.





Qst 19 : Déterminer la condition

sur la fréquence f_n GBF pour que le condensateur se charge complètement :

* Il faut que :

$$\frac{T}{2} \geq 5\tau$$

$$\text{avec } T = \frac{1}{N}$$

$$\frac{1}{2N} \geq 5\tau$$

$$2N \leq \frac{1}{5\tau}$$

$$N \leq \frac{1}{10\tau}$$





Les unités dans ce chapitre

C	Farad (F)
R	ohm (Ω)
U_G, U_R, U_C, E	volt (V)
i	Ampeère (A)
t	seconde (s)
τ	seconde (s)
q	Coulomb (C)
T	seconde (s)
N	Hertz (Hz)

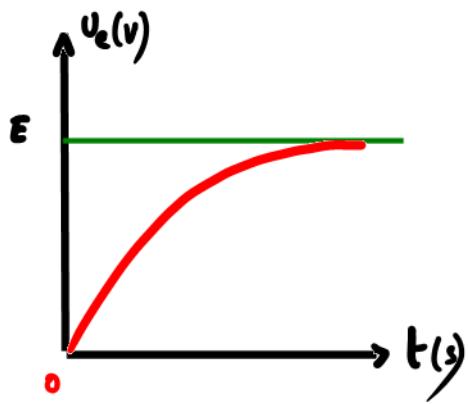
- 1 mF (milli) = 10^{-3} F
- $1 \mu\text{F}$ (micro) = 10^{-6} F
- 1nF (nano) = 10^{-9} F



On résume : $U_c(t)$ et $q(t)$

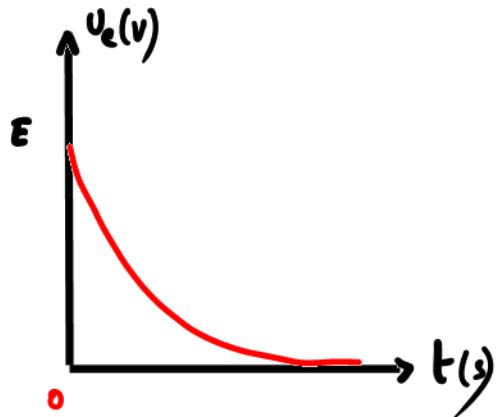
charge

$$U_c(t) = E \left(1 - e^{-\frac{t}{2}}\right)$$

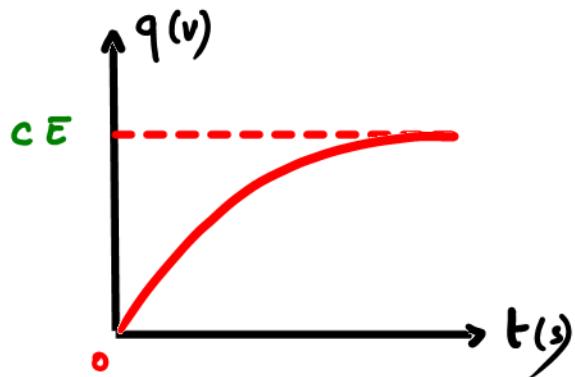


décharge

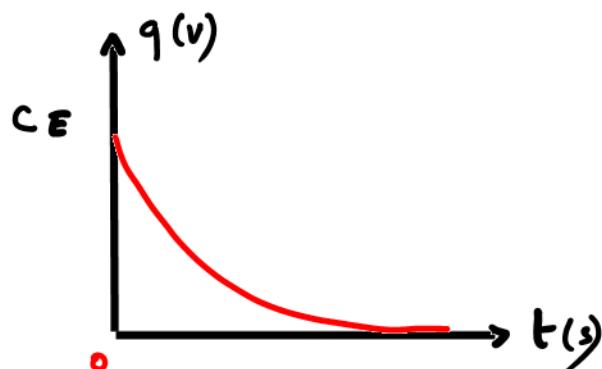
$$U_c(t) = E e^{-\frac{t}{2}}$$



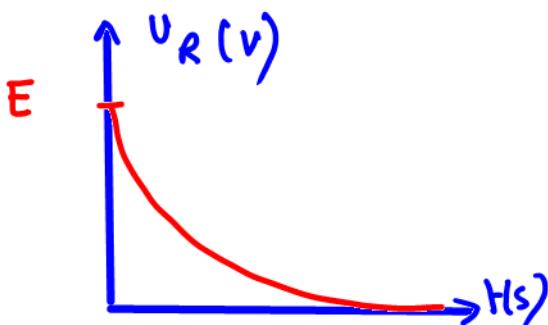
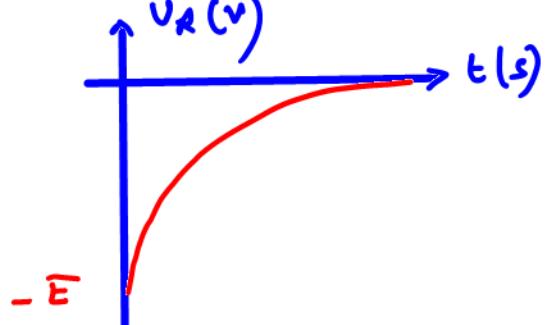
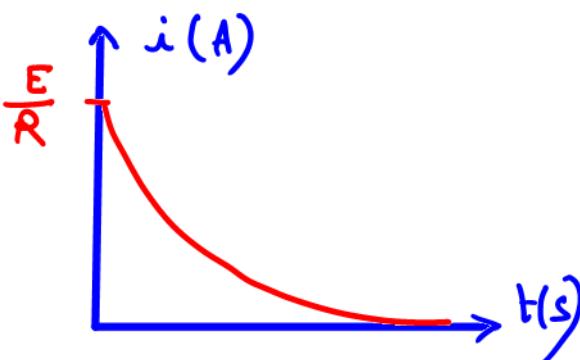
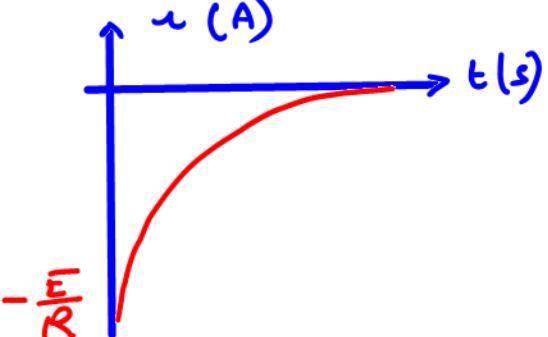
$$q(t) = C E \left(1 - e^{-\frac{t}{2}}\right)$$



$$q(t) = C E e^{-\frac{t}{2}}$$



On résume : UR(t) et i(t)

charge	décharge
$U_R(t) = E e^{-\frac{t}{2}}$	$U_R(t) = -E e^{-\frac{t}{2}}$
E 	$-E$ 
$i(t) = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{2}}$	$i(t) = -\frac{E}{R} e^{-\frac{t}{2}}$
$\frac{E}{R}$ 	$-\frac{E}{R}$ 



73.832.000



Taki Academy
www.takiacademy.com



Sousse (Khezama - Sahloul) Nabeul / Sfax / Bardo / Menzah El Aouina / Ezzahra / CUN / Bizerte / Gafsa / Kairouan / Medenine / Kébili / Monastir / Gabes / Djerba



www.takiacademy.com



73.832.000