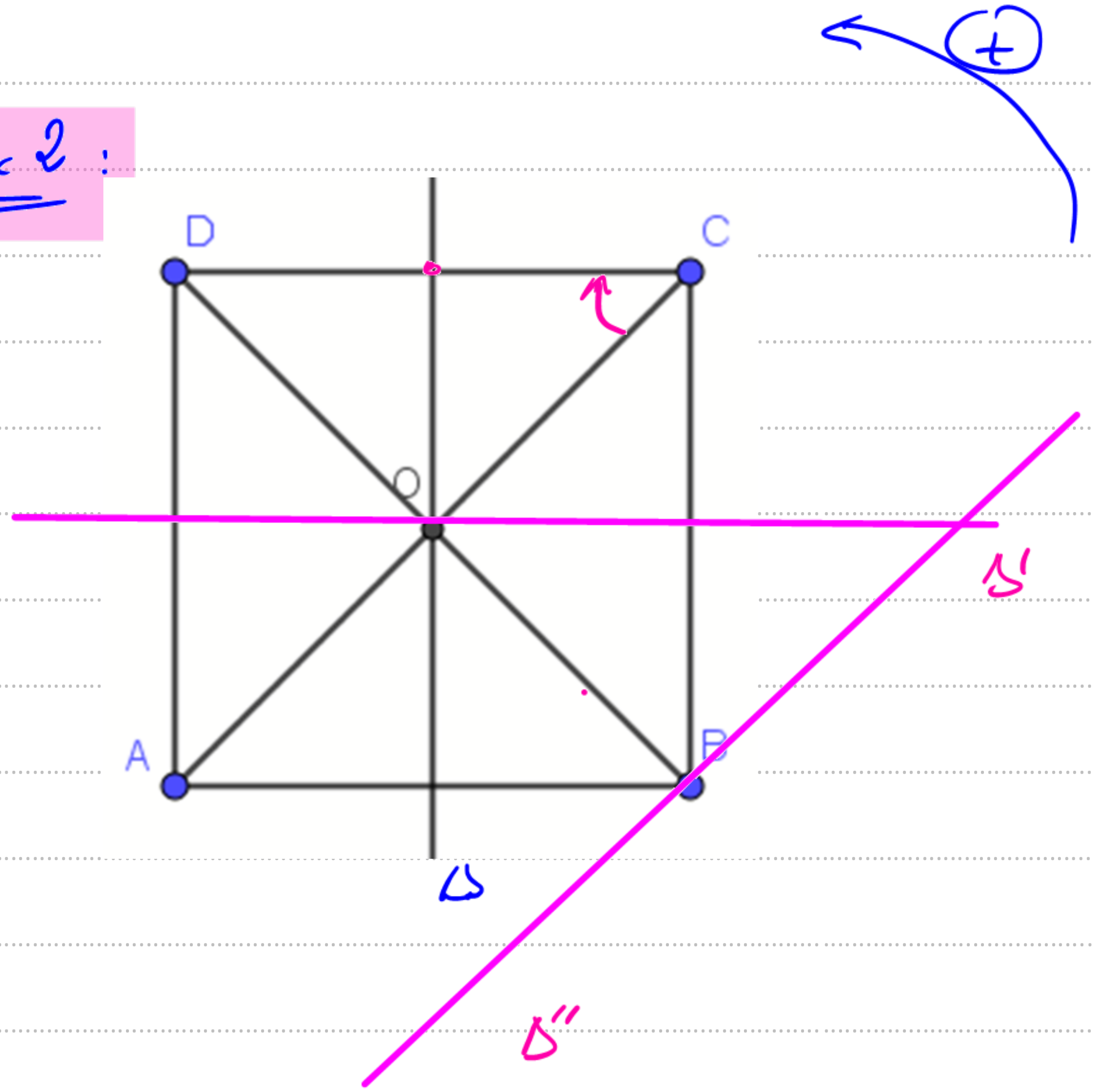
**★ Ex 2 :**




1/ a/ $f_1 = R_{(C,\,-\pi/2)} \circ S_{(AC)}$

$S_{\Delta_1}$ $\quad$ $S_{(AC)}$

$\Delta_1 = R_{(C,\,-\pi/4)}(AC) = (DC)$

$$\boxed{f_1 = S_{(DC)}}$$

b) $$f_2 = \underbrace{R_{(B,\pi/2)}}_{S_{\Delta_1} \quad S_{(BC)}} \circ \underbrace{S_C}_{S_{(BC)} \quad S_{(DC)}}$$

$(DC) \perp (BC)$
en $C$

$$\Delta_1 = R_{(B,\pi/4)}(BC) = (BD)$$

$$f_2 = S_{(BD)} \circ S_{(DC)}$$

$$= R_{(D,\theta)} \ (*)$$

$$\theta \equiv 2(\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{DB}) \ [2\pi] \equiv -\pi/2 \ [2\pi]$$

$$\boxed{f_2 = R_{(D,-\pi/2)}}$$

$2^{ème}$ méthode : $S_2$ est la composée

d'un déplacement d'angle $\frac{\pi}{2}$ ($R$) et

d'un déplacement d'angle $\pi$ donc

$S_2$ déplacement d'angle $\frac{\pi}{2}+\pi \equiv -\frac{\pi}{2}\,[2\pi]$
$\not\equiv 0\,[2\pi]$

$\Rightarrow$ $S_2$ rotation d'angle $-\frac{\pi}{2}$. (*)

* soit $\Omega$ le centre de $S_2$.

$$S_2(C) = A \Rightarrow \begin{cases} \Omega C = \Omega A \\ (\overrightarrow{\Omega C}, \overrightarrow{\Omega A}) \equiv -\frac{\pi}{2}\,[2\pi] \end{cases}$$

$$\text{or } \begin{cases} DC = DA \\ (\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{DA}) \equiv -\frac{\pi}{2}\,[2\pi] \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Omega = D \Rightarrow S_2 = R_{(D, -\frac{\pi}{2})}$$

c) $S_3 = \underbrace{R_{(A,-\pi/2)}}_{S_{\Delta_1} \quad S_{(AC)}} \circ \underbrace{R_{(C,\pi/2)}}_{S_{(AC)} \quad S_{\Delta_2}}$

$\Delta_1 = R_{(A,-\pi/4)}(AC) = (AB)$

$\Delta_2 = R_{(C,-\pi/4)}(AC) = (DC)$

$S_3 = S_{(AB)} \circ S_{(DC)}$

$= t_{2\vec{CB}}$

$\boxed{S_3 = t_{2\vec{CB}}}$

d) $S_4 = \underbrace{t_{\vec{CB}}}_{S_{\Delta_1} \quad S_{(BC)}} \circ \underbrace{R_{(C,\pi/2)}}_{S_{(BC)} \quad S_{\Delta_2}}$

$$\Delta_1 = t_{\frac{\vec{CD}}{2}}(BC) = \Delta$$

$$\Delta_2 = R_{(C, -\pi/4)}(BC) = (AC)$$

$$f_4 = S_\Delta \circ S_{(AC)}$$

$$= R_{(O, \theta)} \quad , \theta \equiv 2(\widehat{\vec{AC}, \vec{AD}}) [2\pi]$$

$$\equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$$

$$\boxed{f_4 = R_{(O, \pi/2)}}$$

2ème méthode : $f_4$ est la composée d'un déplacement d'angle $0$ $(t)$ et d'un déplacement d'angle $\pi/2$

donc $f_4$ rotation d'angle $0 + \pi/2 = \pi/2 + 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$

$$\Rightarrow f_4 = R_{(\overset{?}{\Omega}, \pi/2)}$$

$$S_4(C) = D \Rightarrow \begin{cases} \Omega C = \Omega D \\ (\overrightarrow{\Omega C}, \overrightarrow{\Omega D}) \equiv \frac{\pi}{2}\,[2\pi] \end{cases}$$

$$\text{or} \quad \begin{cases} OC = OD \\ (\overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OD}) \equiv \pi/2\,[2\pi] \end{cases}$$

$$\Rightarrow \boxed{\Omega = O}$$

$3^{\text{ème}}$ Méthode : Complexe.

soit $R = (A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$ R.ON

$A(0)$, $B(1)$, $C(1+i)$, $D(i)$, $O\left(\frac{1+i}{2}\right)$

$$\begin{tikzcd} M(z) \arrow[r, "R"] \arrow[rr, bend right, "S_4 = t_{\overrightarrow{CD}} \circ R_{(C, \pi/2)}"'] & M_1(z_1) \arrow[r, "t"] & M'(z') \end{tikzcd}$$

$$R : z_1 = e^{i\frac{\pi}{2}}(z - z_C) + z_C$$

$= i(z - \cancel{1} - i) + 1 + \cancel{i}$

$= iz + 2.$

$t : z' = z_1 + z_{\overrightarrow{CD}} = z_1 - 1$

$= iz + 2 - 1 = iz + 1.$

donc $S_4 : M(z) \mapsto M'(z' = iz + 1)$

$z'$ de la forme $az + b$ / $b = 1 \in \mathbb{C}$

et $a = i \in \mathbb{C}^* \setminus \{1\}$, $|a| = 1$

$\Rightarrow S_4 = R\left(\Omega\left(\frac{b}{1-a}\right), \theta \equiv \arg a\,[2\pi]\right)$

$\theta = \arg i\,[2\pi] \equiv \pi/2.$

$\frac{b}{1-a} = \frac{1}{1-i} = \frac{1+i}{2} = z_0$

$S_4 = R(O, \pi/2)$

e) $f_T = \underbrace{R_{(A,\pi/2)}}_{S_{\Delta_1} \quad S_{(AB)}} \circ \underbrace{t_{\vec{CB}}}_{S_{(AB)} \quad S_{\Delta_2}}$

$\Delta_1 = R_{(A,\frac{\pi}{4})}(AB) = (AC)$

$\Delta_2 = t_{-\frac{\vec{CB}}{2}}(AB) = t_{\frac{\vec{BC}}{2}}(AB) = \Delta'$

$= \text{med}[AB]$

$f_5 = S_{(AC)} \circ S_{\Delta'}$

$= R_{(O,\theta)}, \ \theta \equiv 2(\widehat{\vec{CB},\vec{CA}})[2\pi]$

$\equiv \pi/2 \ [2\pi]$

$$f_5 = R_{(O,\pi/2)}$$

f) $f'_6 = R_{(O,\pi/2)} \circ R_{(C,\pi/2)}$

déplacement d'angle $\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{2} = \pi + 2k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$

$\Rightarrow$ rotation d'angle $\pi$

$\Rightarrow$ symétrie centrale.

$$g'_6(D) = R_{(O,\pi/2)}(B) = C$$

$$\boxed{g_6 = S_{D*C}}$$

$$g'_6 = \underbrace{R_{(O,\pi/2)}}_{S_{\Delta_1}\ \ S_{(OC)}} \circ \underbrace{R_{(C,\pi/2)}}_{S_{(OC)}\ \ S_{\Delta_2}}$$

$$\Delta_1 = R_{(O,\pi/4)}(OC) = \Delta$$

$$\Delta_2 = R_{(C,-\frac{\pi}{4})}(OC) = (DC)$$

$$g'_6 = S_{\Delta} \circ S_{(DC)} = R_{(D*C,\pi)} = S_{D*C}$$

$$\theta \equiv 2(\overrightarrow{CD},\overrightarrow{CB})\,[2\pi] \equiv \pi\,[2\pi]$$

$$* \quad \rho_6 = R_{(O,-\frac{\pi}{2})} \circ R_{(C,\pi/2)}$$

$$S_{\Delta'} \quad S_{(OC)} \quad S_{(OC)} \quad S_{(DC)}$$

$$\rho_6 = S_{\Delta'} \circ S_{(DC)} = t_{2\overrightarrow{DD'}} = \boxed{t_{\overrightarrow{DA}}}$$

$$D' = p_{\Delta'}(D).$$

8) $$\rho_7 = S_{(DA)} \circ t_{\overrightarrow{BD}}.$$

$$= S_{(DA)} \circ t_{\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}}$$

$$= S_{(DA)} \circ t_{\overrightarrow{CD}} \circ t_{\overrightarrow{BC}}$$

$$S_{(DA)} \quad S_{\Delta_1}$$

$$\Delta_1 = t_{\frac{\overrightarrow{DC}}{2}}(DA)$$
$$= \Delta$$

$\boxed{f_7 = S_\Delta \circ t_{\vec{BC}}}$ $= t_{\vec{BC}} \circ S_\Delta.$

$\vec{BC}$ directeur de $\Delta$

$\Rightarrow$ $f_7$ symétrie glissant

d'axe $\Delta$ et de vecteur $\vec{BC}$

h) $f_8 = S_{(BC)} \circ S_{(OC)}$

$= \boxed{R_{(C, \frac{\pi}{2})}}$

i) $f_9 = S_{(BC)} \circ S_{(AC)} \circ \underbrace{t_{\vec{BD}}}_{S_{(AC)} \circ S_{\Delta''}}$

$\Delta''$ // à $(AC)$ passant par B

$$S_g = S_{(BC)} \circ S_{\Delta''}$$

$$= R_{(B,\theta)}$$

$$\theta \equiv 2(\widehat{\vec{CA}, \vec{CB}})\,[2\pi] \equiv \pi/2\,[2\pi]$$

$$S_g = R_{(B,\pi/2)}$$