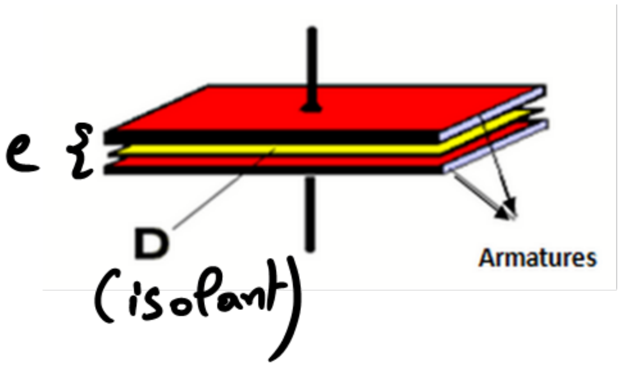
Physique

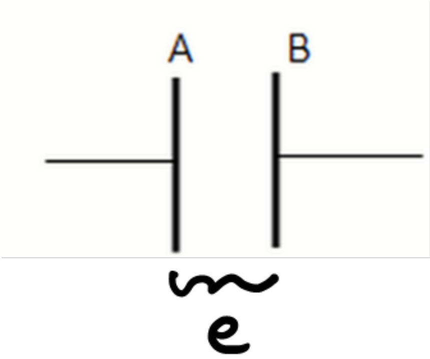
Classe : 4ème Maths

Chapitre : Le Dipôle RC

Le Condensateur

Qst 1 : Determiner la capacité C du condensateur





$$\boxed{C = \varepsilon \frac{S}{e} = \varepsilon_r \varepsilon_0 \frac{S}{e}}$$

S : Surface de la plus petite des armatures en m^2

e : epaisseur de l'isolant en m.

ε_0 : permittivité dans le vide en $F\,m^{-1}$

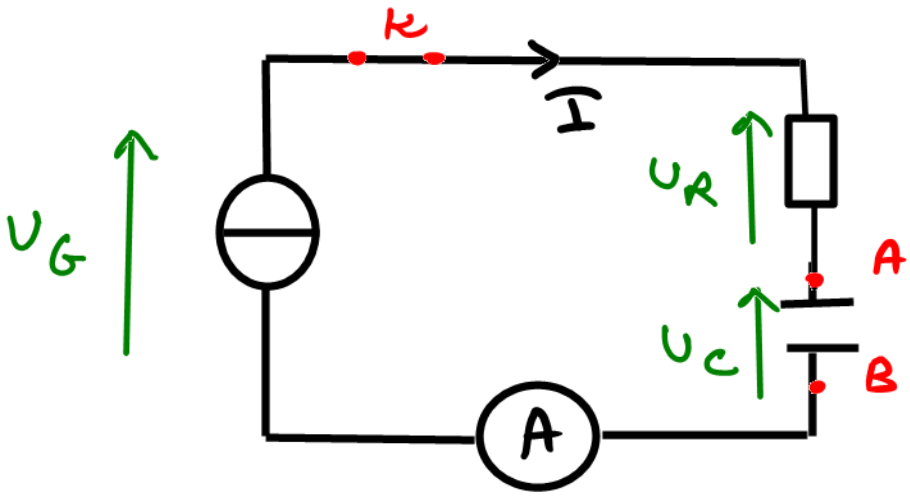
ε_r : permittivité rélative.

ε : permittivité absolue $\boxed{\varepsilon = \varepsilon_r \cdot \varepsilon_0}$

C : la capacité du condensateur en Farad (F)

Charge du condensateur
a l'aide d'un generateur de courant

Qst 2 : Faire le shéma du montage :



Rq : Dans ce cas on utilise un générateur de courant telque :

$$\boxed{I = \text{constante}}$$

$$\boxed{I = \frac{q}{t}}$$

Qst 3 : Tracer la courbe de $u_C = f(t)$ en justifiant cette allure :

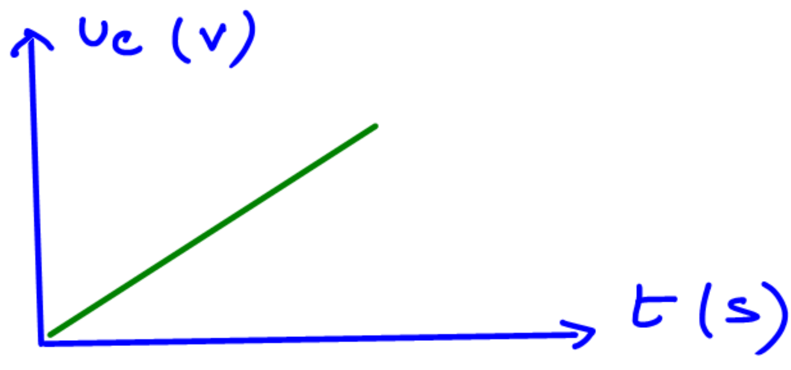
$$\boxed{u_C = \frac{q}{C}}$$

$$\Rightarrow u_C = \frac{I \times t}{C}$$

$$\Rightarrow u_C = \left(\frac{I}{C}\right) \times t$$

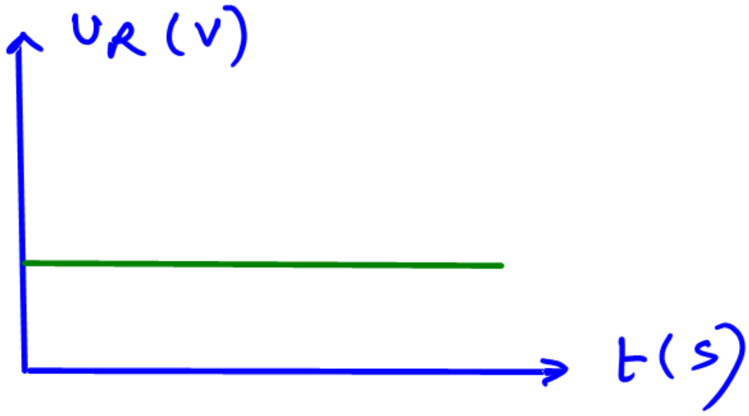
de la forme $y = a \quad x$

donc $u_C = f(t)$ est une droite linéaire



Rq : $U_R = R\,I = cte$

car R et I ont deux valeurs constantes.



Qst 4 En déduire l'allure de $U_G(t)$

D'après la loi des mailles :

$$U_C + U_R - U_G = 0$$

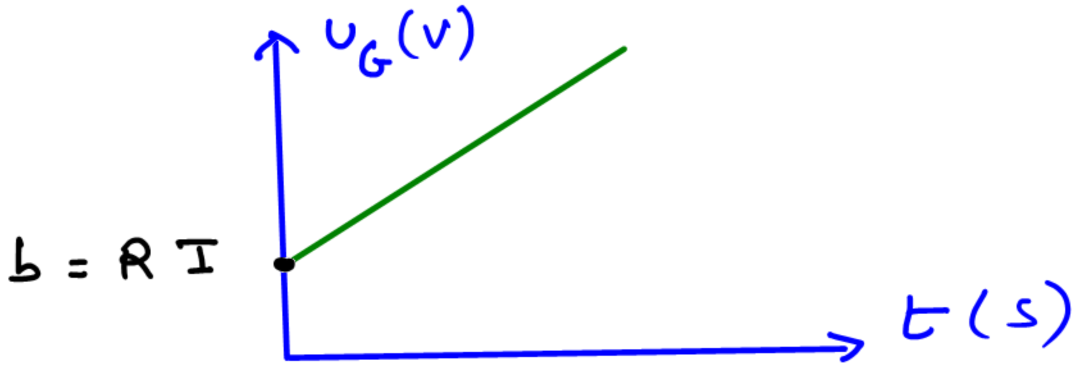
$$U_G = U_C + U_R$$

$$U_G = \frac{I}{C}.t + RI$$

de la forme $y = a\,x + b$

donc $U_G(t)$ est une droite affine

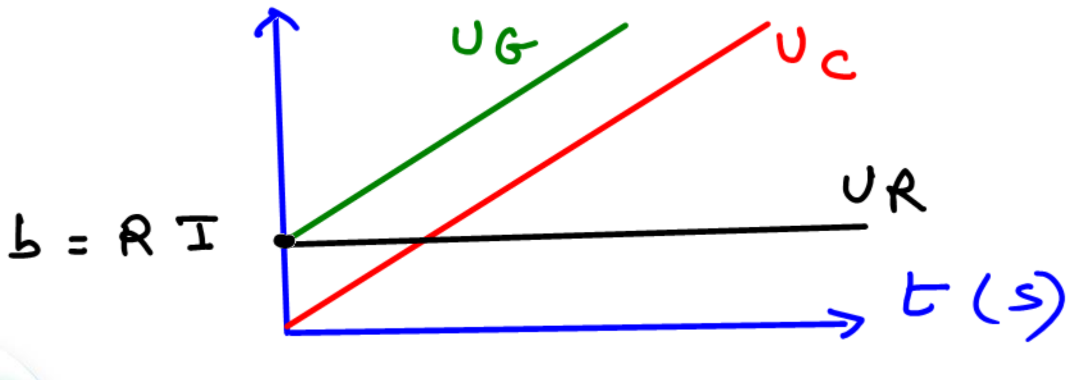
tel que : $\begin{cases} a = \dfrac{I}{C} \text{ (la pente)} \\ b = R\,I \text{ (ordonnée à l'origine)} \end{cases}$



Rq : on remarque que $u_C(t)$ et $u_G(t)$ ont la même pente

$$a = \frac{I}{C}$$

donc $u_C(t)$ et $u_G(t)$ sont deux droites parallèles.



Qst 5 : Determiner l'expression de l'énergie emmagazinée par le condensateur :

* $$\boxed{E_c = \frac{1}{2} C u_c^2}$$

on a $u_c = \frac{q}{C}$

$$\Rightarrow E_c = \frac{1}{2} C \left(\frac{q}{C}\right)^2$$

* $$\boxed{E_c = \frac{1}{2C} q^2}$$

on a aussi $C = \frac{q}{C}$

$$\Rightarrow E_c = \frac{u_c}{2q} \cdot q^2$$

$$\boxed{E_c = \frac{1}{2} q u_c}$$

Qst 6 Définir la tension de claquage et donner son expression :

- la tension de claquage est la plus petite tension qui provoque une étincelle entre les deux armatures du condensateur et peut provoquer sa détérioration

$$\boxed{U_C(\text{claquage}) = U_{C\max}}$$

$$\Rightarrow \quad U_C(\text{claquage}) = \frac{Q_{\max}}{C}$$

$$\Rightarrow \quad U_C(\text{claquage}) = \frac{I \times t_{\max}}{C}$$

Charge et décharge du condensateur a l'aide d'un generateur de Tension

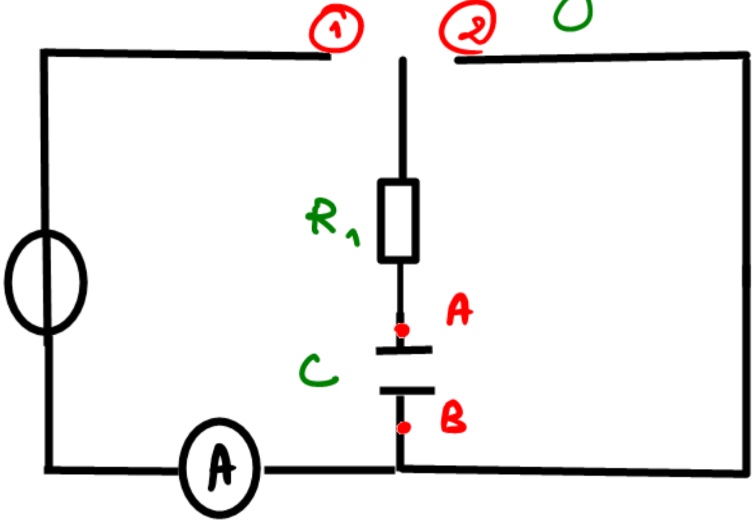
* Le générateur de tension délivre un courant électrique variable et a une tension constante :

$$\begin{cases} I = \dfrac{dq}{dt} \\ u_G(t) = E = \text{constante} \end{cases}$$

* E est la f.e.m (force électro-motrice) du générateur

* Dans ce cas on parle de la réponse d'un dipole RC à un échelon de tension qui est la charge progressive du condensateur (n'est pas instantanée)

* shêma du montage :



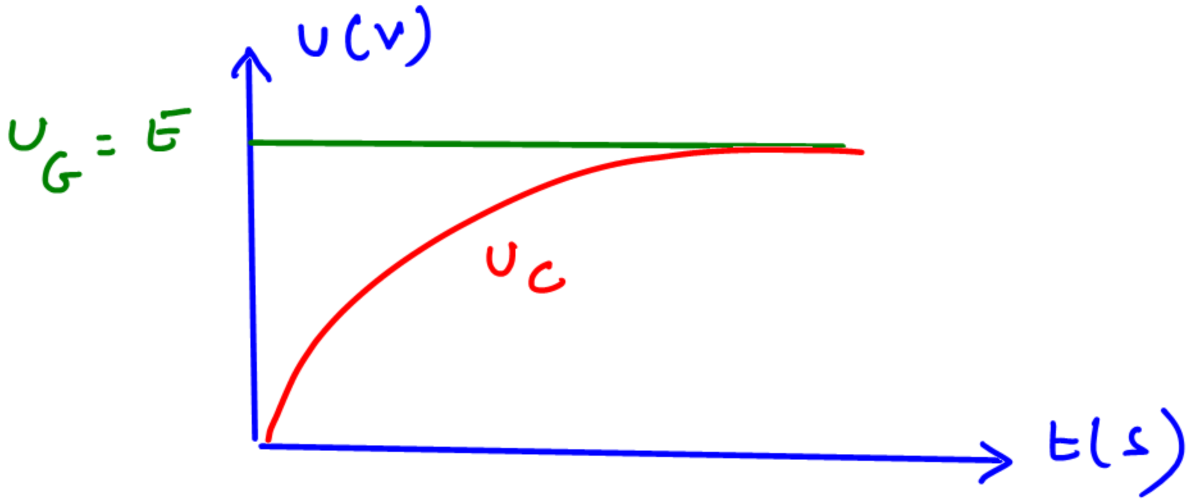
• position 1 : charge du condensateur

• position 2 : décharge du condensateur

* à $t=0$, le condensateur est déchargé ($u_C(0)=0$), on met le commutateur K sur la position 1 $u_C(t)$ augmente exponentiellement jusqu'à atteindre sa valeur maximale ($u_C = E$) puis on décharge le condensateur lorsque K est sur la position 2.

Charge du condensateur

Qst 1 : Identifier les courbes de $u_C(t)$ et $u_G(t)$.



* A $t = 0$, le condensateur est déchargé donc $u_C(0) = 0$
* Il s'agit d'un générateur de tension donc $u_G = E = cte$

Qst 2 : Déterminer l'équation différentielle relative à $q(t)$ puis celle relative à $u_C(t)$.

D'après la loi des mailles :

$$u_R + u_C - E = 0$$

$$Ri + u_C = E$$

avec $i = \frac{dq}{dt}$ et $u_C = \frac{q}{C}$

$$R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = E$$

$$\boxed{\frac{dq}{dt} + \frac{q}{RC} = \frac{E}{R}}$$

D'après la loi des mailles :

$$u_R + u_C - E = 0$$

$$Ri + u_C = E$$

avec $i = \frac{dq}{dt}$ et $q = C u_C$

$$\Rightarrow i = \frac{d}{dt} C u_C$$

$$\boxed{i = C \frac{du_C}{dt}}$$

$$RC \frac{du_C}{dt} + u_C = E$$

$$\boxed{\frac{du_C}{dt} + \frac{u_C}{RC} = \frac{E}{RC}}$$

Qst 3 : Verifier que $u_c(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$ est solution de l'équation differentielle rélative à $u_c(t)$:

$$* \quad \frac{du_c}{dt} = \frac{d}{dt} E(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$$

$$= \frac{d}{dt}E - \frac{d}{dt}E e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$= \frac{E}{RC} e^{-\frac{t}{RC}}$$

on remplace cette expression dans l'équation différentielle :

$$\frac{E}{RC} e^{-\frac{t}{RC}} + \frac{E(1 - e^{-\frac{t}{RC}})}{RC} = \frac{E}{RC}$$

$$\frac{E}{RC} e^{-\frac{t}{RC}} + \frac{E}{RC} - \frac{E e^{-\frac{t}{RC}}}{RC} = \frac{E}{RC}$$

$$\boxed{\frac{E}{RC}e^{-\frac{t}{RC}}} + \frac{E}{RC} - \boxed{\frac{E e^{-\frac{t}{RC}}}{RC}} = \frac{E}{RC}$$

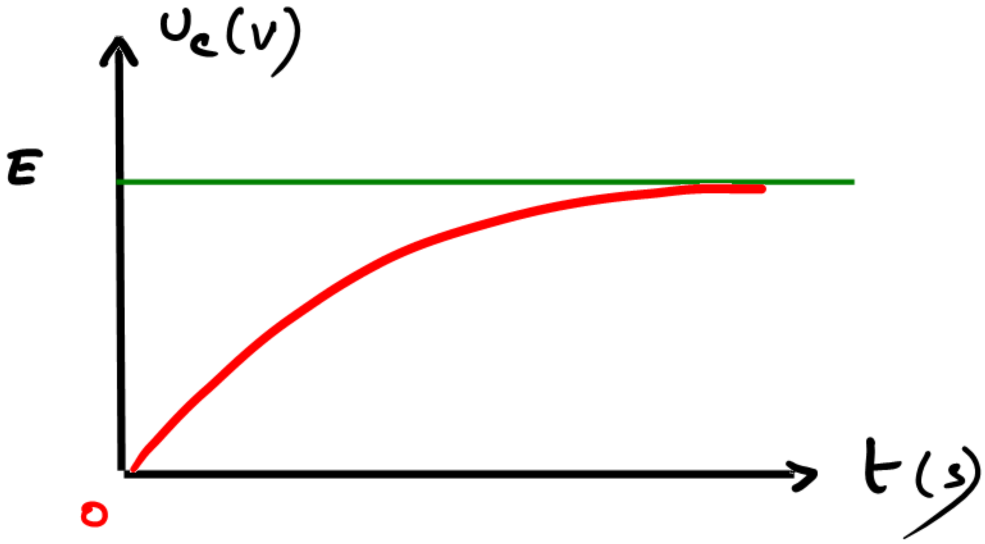
$$\Rightarrow \quad \frac{E}{RC} = \frac{E}{RC}$$

donc $u_c(t) = E\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$ est solution de l'équation différentielle relative à $u_c(t)$.

Qst 4 : Donner l'allure de $u_c(t)$ et en déduire celle relative à $q(t)$:

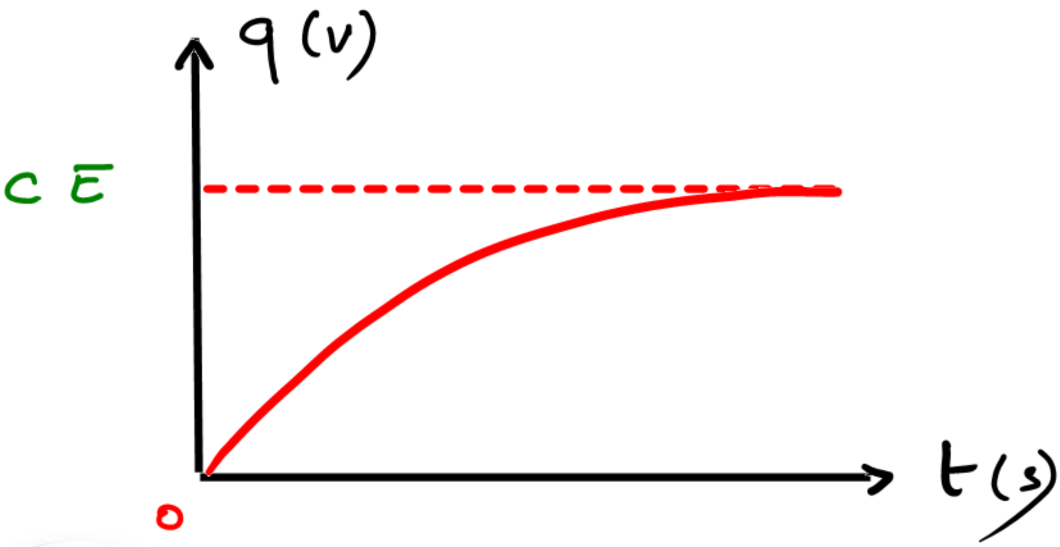
$$u_c(t) = E\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$

* à $t = 0 \Rightarrow u_c(0) = 0$
* à $t \to +\infty \Rightarrow u_c = E$



$*$ $q = C\,u_c$: q et u_c sont proportionnelles et par suite ils ont la même allure

$$\boxed{q = C\,E\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)}$$



Qst 5 : Determiner l'équation différentielle rélative à $i(t)$ puis celle relative à $u_R(t)$:

D'après la loi des mailles :

$$u_R + u_C - E = 0$$

$$Ri + u_C = E$$

on dérive à gauche et à droite

$$R\frac{di}{dt} + \frac{du_C}{dt} = \frac{dE}{dt}$$

or $i = C\dfrac{du_C}{dt} \Rightarrow \dfrac{du_C}{dt} = \dfrac{i}{C}$

$$R\frac{di}{dt} + \frac{i}{C} = 0$$

$$\boxed{\frac{di}{dt} + \frac{i}{RC} = 0}$$

* on multiplie à gauche et à droite par R :

$$R\frac{di}{dt} + \frac{Ri}{RC} = 0$$

$$\boxed{\frac{du_R}{dt} + \frac{u_R}{RC} = 0}$$

Qst 6 : Déduire les expressions de $u_R(t)$ et $i(t)$ à partir de celle de $u_C(t)$ puis donner leurs allures.

D'après la loi des mailles

$$u_R + u_C - E = 0$$

$$\Rightarrow u_R = E - u_C$$

$$= E - E\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$

$$= E - E + E\, e^{-\frac{t}{RC}}$$

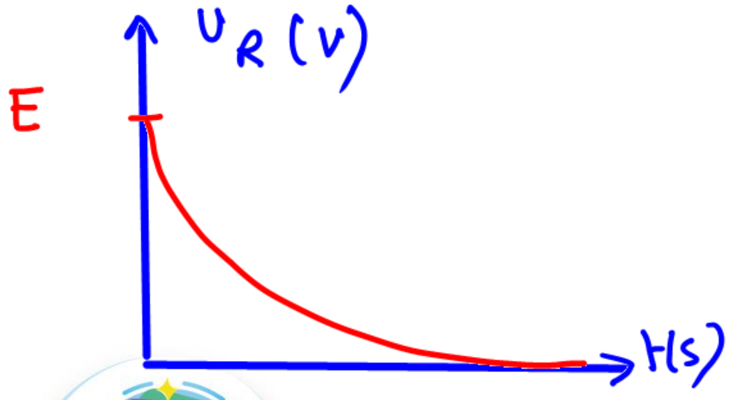
$$\boxed{u_R = E\, e^{-\frac{t}{RC}}}$$

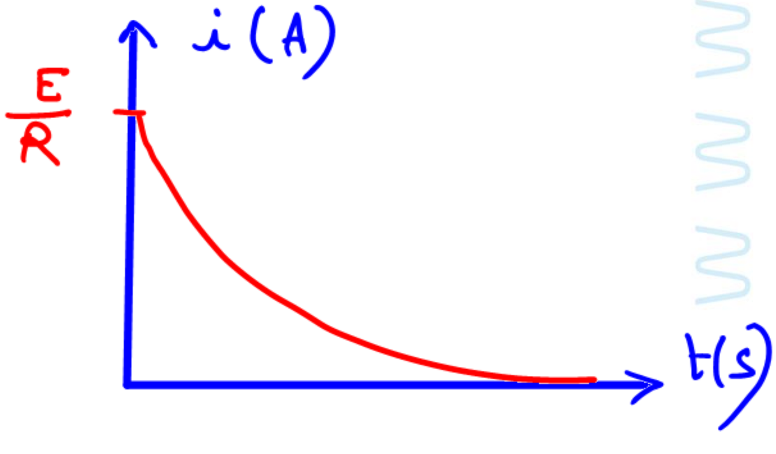
or $u_R = R\, i$

$$\Rightarrow i = \frac{u_R}{R} = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$\boxed{i = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{RC}}}$$

Rq : $u_R = R i$ donc u_R et i sont proportionnelles et par suite ils ont la même allure.





Qst 7 : Donner le nom, la définition et la signification physique de la constante τ (taux) :

• nom : c'est la constante du temps

• Définition : c'est une grandeur physique qui nous renseigne sur la rapidité de la charge et de la décharge du condensateur

• signification physique :
c'est le temps nécessaire pour que le condensateur atteint 63% de sa charge maximale.

$$(u_C = 63\% \cdot E)$$

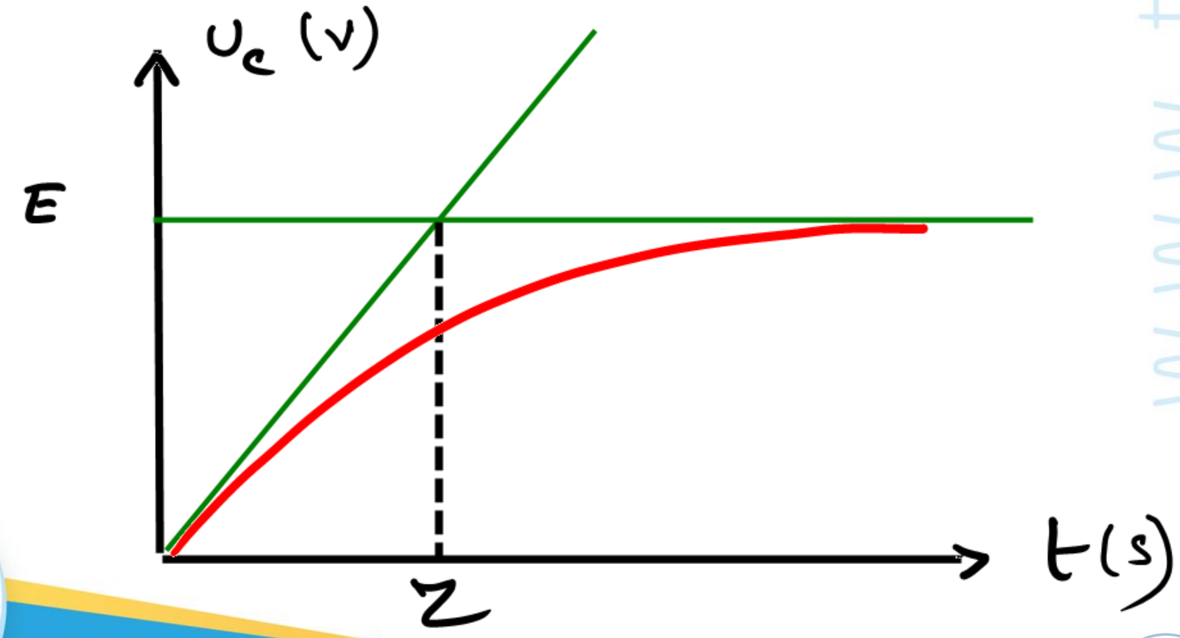
Qst 8 : Déterminer la valeur de τ par trois méthodes :

1) par le calcul :

$$\boxed{\tau = RC}$$

2) la méthode de la tangente :

τ est l'abscisse de l'intersection de la tangente à l'origine à la courbe avec la tangente horizontale



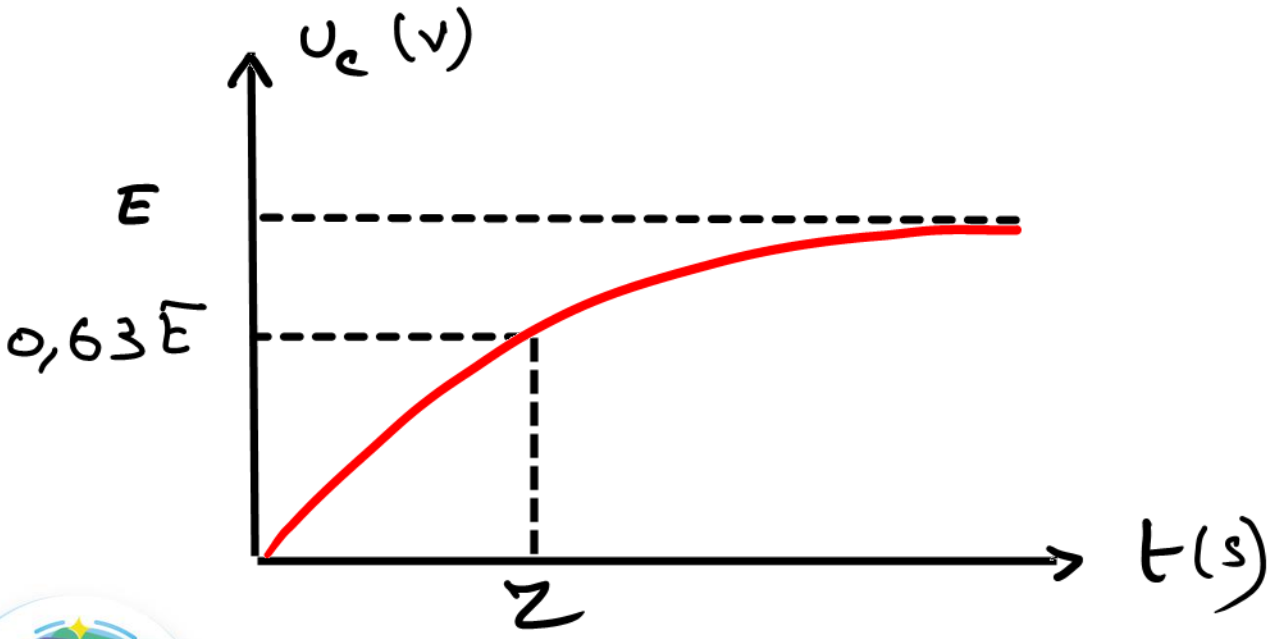
3) à $t = \tau$; $u_c(\tau) = E\left(1 - e^{-\frac{\tau}{\tau}}\right)$

$u_c(\tau) = E\left(1 - e^{-1}\right)$

avec $e^{-1} \simeq 0,37$

$u_c(\tau) = 0,63\,E$

* on projète sur la courbe et on dégage la valeur de τ



Décharge du condensateur

Qst 9 : Déterminer l'équation différentielle relative à $q(t)$ puis celle relative à $u_c(t)$.

D'après la loi des mailles :

$$u_R + u_c = 0$$

$$Ri + u_c = 0$$

avec $i = \frac{dq}{dt}$ et $u_c = \frac{q}{C}$

$$R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0$$

$$\boxed{\frac{dq}{dt} + \frac{q}{RC} = 0}$$

D'après la loi des mailles :

$$u_R + u_C = 0$$

$$R\,i + u_C = 0$$

avec $i = \frac{dq}{dt}$ et $q = C\,u_C$

$$\Rightarrow i = \frac{d}{dt} C u_C$$

$$\boxed{i = C\frac{du_C}{dt}}$$

$$RC\frac{du_C}{dt} + u_C = 0$$

$$\boxed{\frac{du_C}{dt} + \frac{u_C}{RC} = 0}$$

Qst 10 : Verifier que $u_c(t) = E e^{-\frac{t}{\tau}}$ est solution de l'équation différentielle rélative à $u_c(t)$:

* $\frac{du_c}{dt} = \frac{d}{dt} E e^{-\frac{t}{\tau}}$

$= -\frac{E}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}$

on remplace cette expression dans l'équation différentielle :

$$-\frac{E}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{E e^{-\frac{t}{\tau}}}{RC} = 0$$

$$-\frac{E}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} = -\frac{E e^{-\frac{t}{\tau}}}{RC}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\tau} = \frac{1}{RC}$$

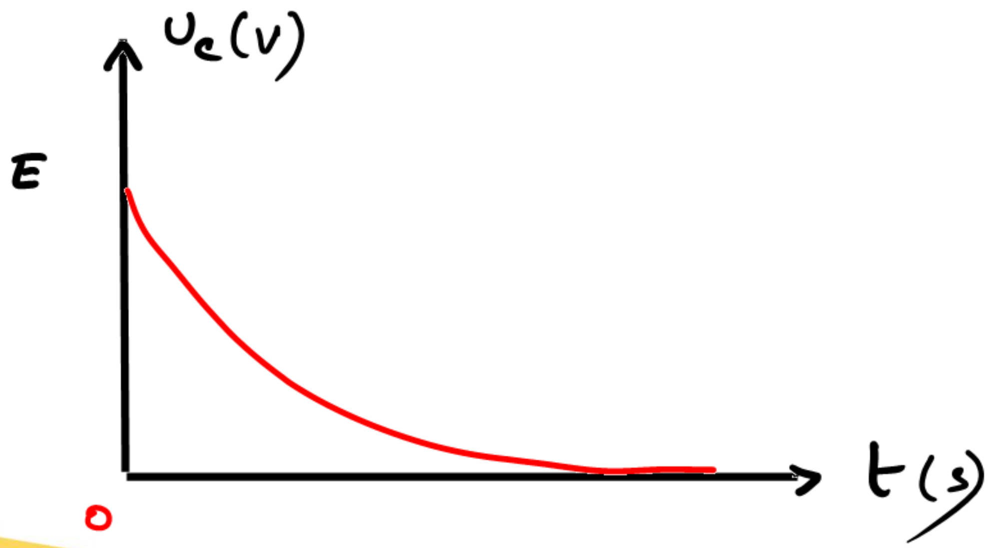
$$\Rightarrow \tau = RC$$

donc $u_C(t) = E e^{-\frac{t}{\tau}}$ est solution de l'équation différentielle relative à $u_C(t)$.

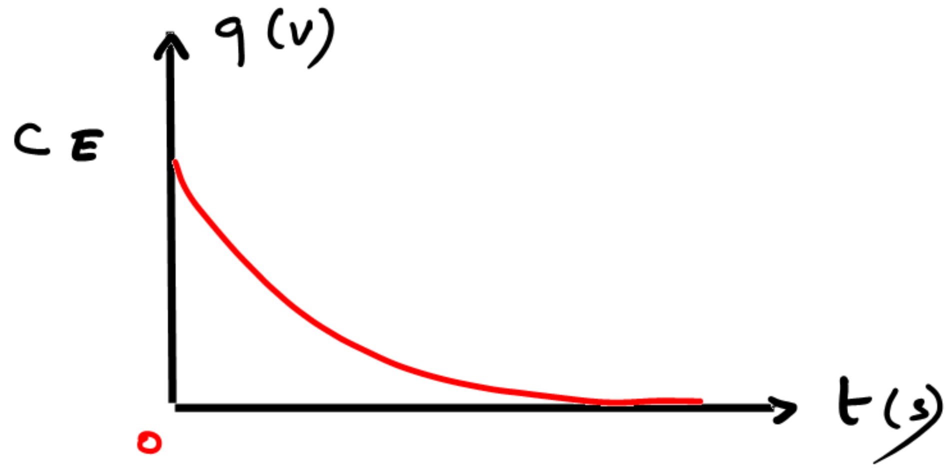
Qst 11 : Donner l'allure de $u_C(t)$ et en déduire celle relative à $q(t)$:

$$u_C(t) = E e^{-\frac{t}{\tau}}$$

* à $t = 0 \Rightarrow u_C(0) = E$
* à $t \to +\infty \Rightarrow u_C = 0$



* $q = C\,u_C = C\,E\,e^{-\frac{t}{\tau}}$



Qst 12 : Determiner l'équation différentielle rélative à $i(t)$ puis celle relative à $u_R(t)$:

D'après la loi des mailles :

$$u_R + u_C = 0$$

$$R\,i + u_C = 0$$

on dérive à gauche et à droite

$$R\frac{di}{dt} + \frac{du_C}{dt} = 0$$

or $i = C\frac{du_C}{dt} \Rightarrow \frac{du_C}{dt} = \frac{i}{C}$

$$R\frac{di}{dt} + \frac{i}{C} = 0$$

$$\boxed{\frac{di}{dt} + \frac{i}{RC} = 0}$$

* on multiplie à gauche et à droite par R :

$$R\frac{di}{dt} + \frac{Ri}{RC} = 0$$

$$\boxed{\frac{du_R}{dt} + \frac{u_R}{RC} = 0}$$

Qst 13 : Déduire les expressions de $u_R(t)$ et $i(t)$ à partir de celle de $u_C(t)$ puis donner leurs allures.

D'après la loi des mailles

$$u_R + u_C = 0$$

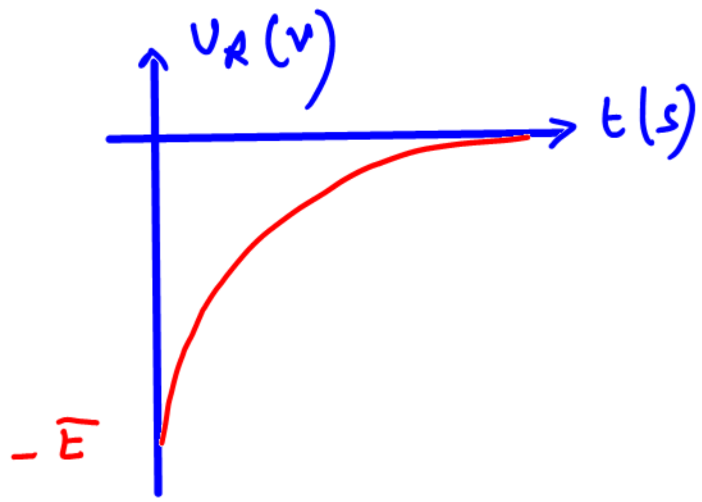
$$\Rightarrow U_R = -U_C$$

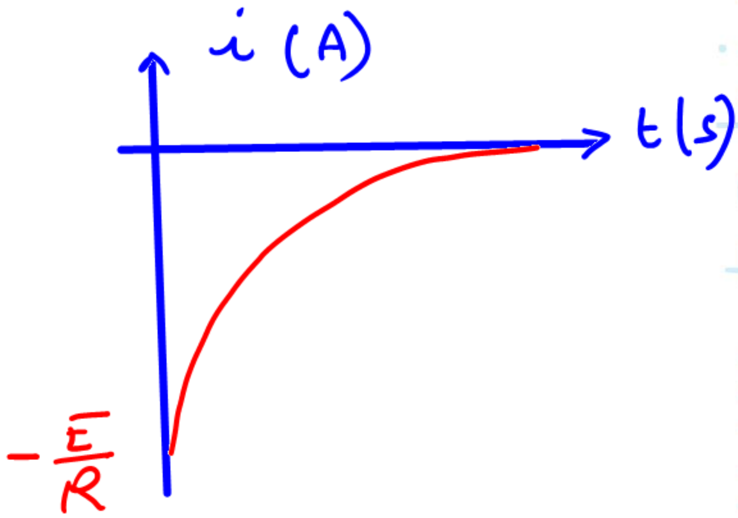
$$\Rightarrow \boxed{U_R = -E\, e^{-\frac{t}{\tau}}}$$

* $U_R = R\, i$

$$\Rightarrow i = \frac{U_R}{R}$$

$$\boxed{i = -\frac{E}{R}\, e^{-\frac{t}{\tau}}}$$

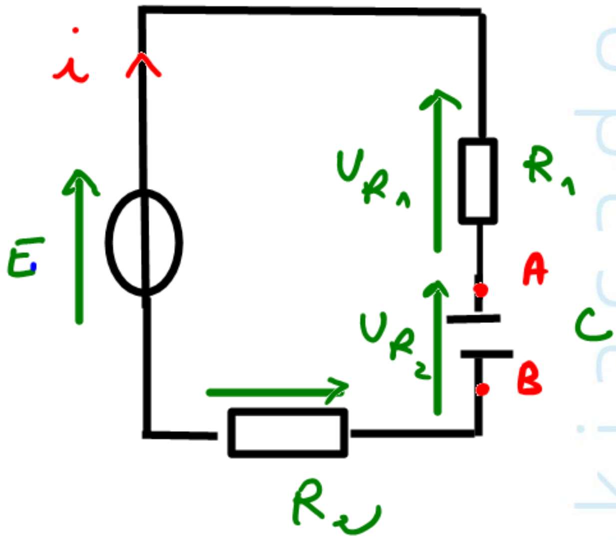




Charge du condensateur dans un circuit contenant deux resistors

Qst 14 : Déterminer l'équation différentielle relative à $u_c(t)$

D'après la loi des mailles:



$$u_{R_2} + u_{R_1} + u_C = E$$

$$(R_2 + R_1)i + u_C = E$$

avec $i = C\dfrac{du_C}{dt}$

$$(R_2 + R_1)C\dfrac{du_C}{dt} + u_C = E$$

$$\boxed{\dfrac{du_C}{dt} + \dfrac{u_C}{(R_2 + R_1)C} = \dfrac{E}{(R_2 + R_1)C}}$$

on note : $\tau = (R_2 + R_1)C$

on peut donc conclure que :

$$\boxed{\tau = R_T C}$$

avec R_T : la somme des résistance dans le circuit.

Qst 15 : Determiner l'équation differentielle rélative à $u_{R_2}(t)$:

D'après la loi des mailles:

$$u_{R_2} + u_{R_1} + u_C - E = 0$$

$$(R_2 + R_1)\, i + u_C = E$$

on dérive à gauche et à droite

$$(R_2 + R_1)\frac{di}{dt} + \frac{du_C}{dt} = \frac{dE}{dt}$$

or $i = C\dfrac{dV_C}{dt} \Rightarrow \dfrac{dV_C}{dt} = \dfrac{i}{C}$

$$(R_2 + R_1)\frac{di}{dt} + \frac{i}{C} = 0$$

$$\frac{di}{dt} + \frac{i}{(R_2 + R_1)C} = 0$$

* on multiplie à gauche et à droite par R_2 :

$$\frac{d\,R_2 i}{dt} + \frac{R_2 i}{(R_2 + R_1)C} = 0$$

$$\boxed{\frac{d\,U_{R_2}}{dt} + \frac{U_{R_2}}{(R_2 + R_1)C} = 0}$$

Qst 16 : Déterminer dans ce cas l'expression de $i(t)$ puis déduire les expressions de $U_{R_2}(t)$ et $U_{R_1}(t)$:

$$* \quad i = C \frac{dU_C}{dt}$$

$$= C \frac{d}{dt} E\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

$$= \frac{CE}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$= \frac{CE}{(R_2 + R_1)C} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\Rightarrow \boxed{i = \frac{E}{(R_2 + R_1)C} e^{-\frac{t}{\tau}}}$$

* $U_{R_2} = R_2\, i$

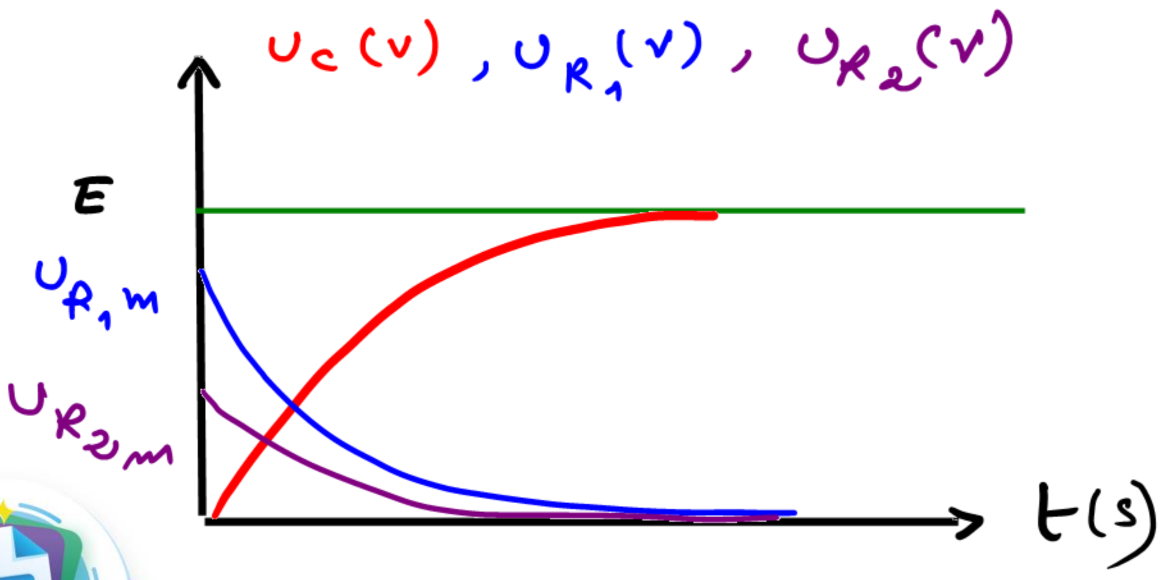
$$\boxed{U_{R_2} = R_2 \frac{E}{(R_2+R_1)C} e^{-\frac{t}{\tau}}}$$

* $U_{R_1} = R_1\, i$

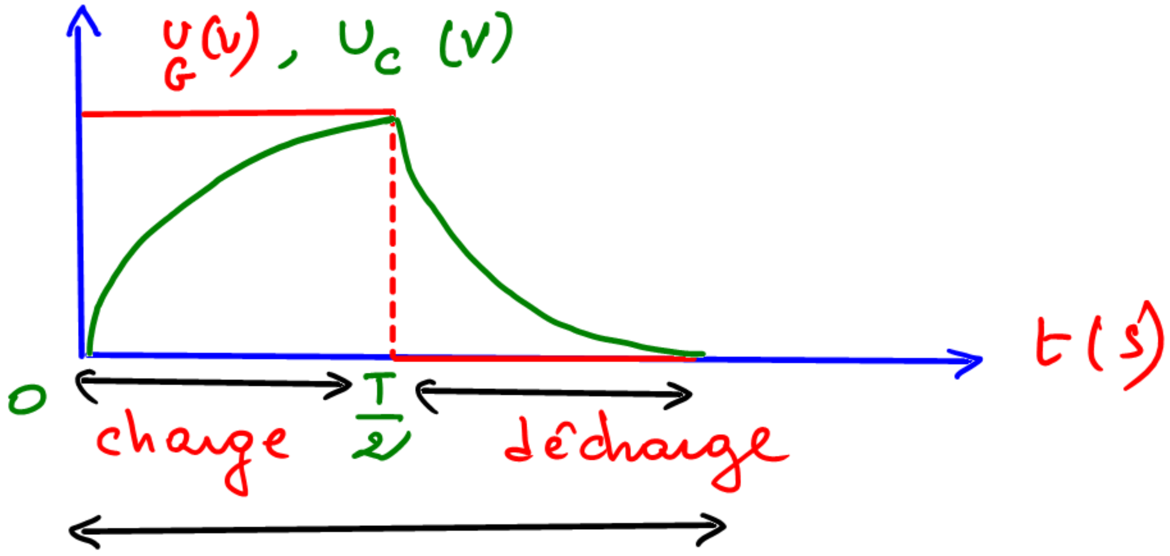
$$\boxed{U_{R_1} = R_1 \frac{E}{(R_2+R_1)C} e^{-\frac{t}{\tau}}}$$

Qst 17 : Tracer dans ce cas

Les courbes de $u_C(t)$, $U_{R_1}(t)$ et $U_{R_2}(t)$



Charge et décharge du condensateur a l'aide d'un GBF (tension en creneaux)



T : la periode du GBF

Qst 18 Dire si le condensateur atteint sa charge maximale ou non.

on note :

* $\Delta t = 5\tau$ = la durée pour que le condensateur se charge complètement.

* $\frac{T}{2}$ = la durée au bout de laquelle la tension $U_G = E$ (non nulle)

- Si $5\tau \leq \frac{T}{2}$:
$\Rightarrow$ le condensateur sera complètement chargé.

- Si $5\tau > \frac{T}{2}$:
$\Rightarrow$ le condensateur ne sera pas complètement chargé.

Qst 19 : Déterminer la condition sur la fréquence du GBF pour que le condensateur se charge complètement :

* Il faut que :

$$\frac{T}{2} \geq 5\tau$$

avec $T = \frac{1}{N}$

$$\frac{1}{2N} \geq 5\tau$$

$$2N \leq \frac{1}{5\tau}$$

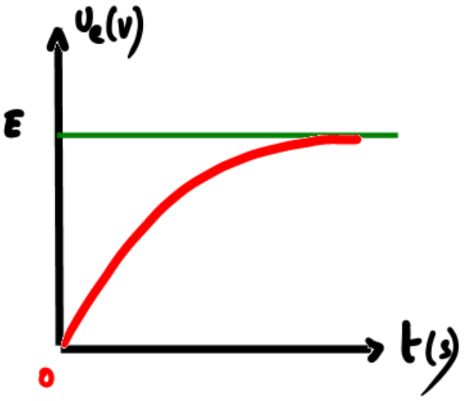
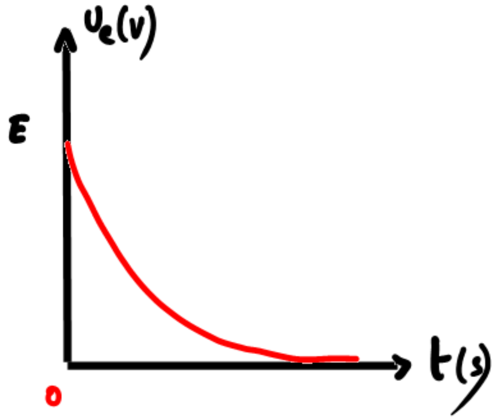
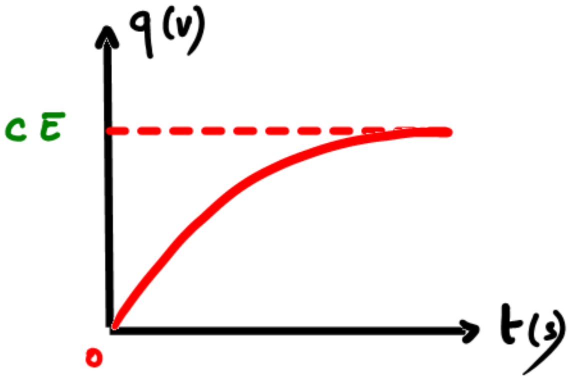
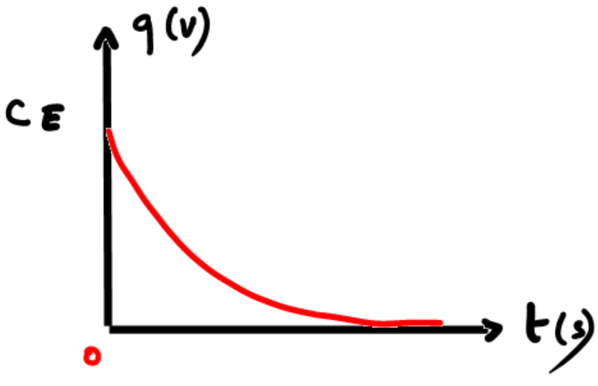
$$\boxed{N \leq \frac{1}{10\tau}}$$

Les unités dans ce chapitre

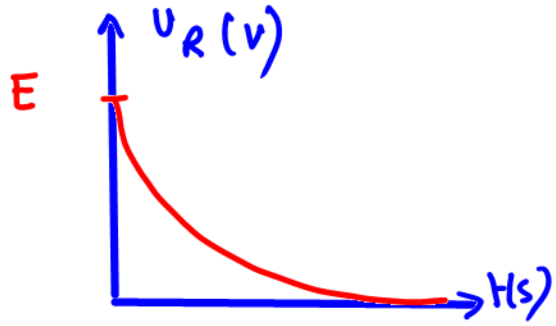
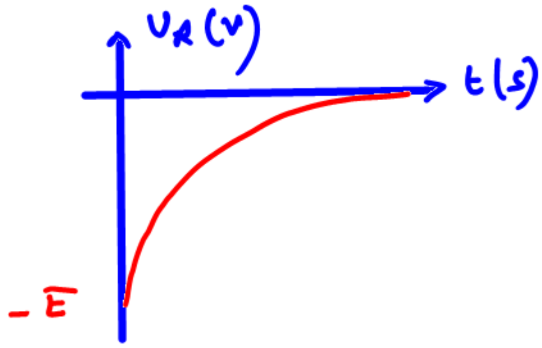
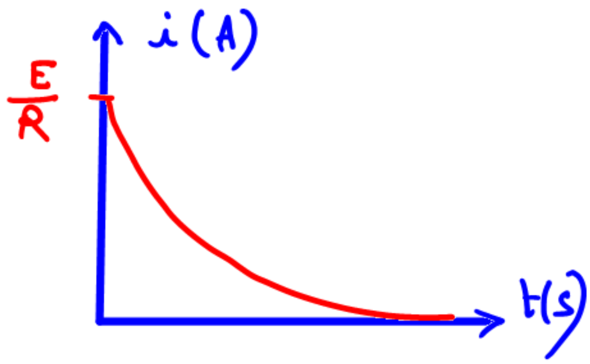
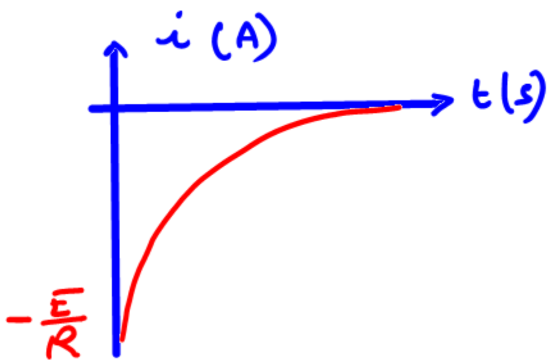
C	Farad (F)
R	ohm (Ω)
U_G, U_R, U_C, E	volt (V)
i	Ampère (A)
t	seconde (s)
τ	seconde (s)
q	Coulomb (C)
T	seconde (s)
N	Hertz (Hz)

- 1 mF (milli) $= 10^{-3}$ F
- 1 µF (micro) $= 10^{-6}$ F
- 1 nF (nano) $= 10^{-9}$ F

On résume : Uc(t) et q(t)

charge	décharge
$u_c(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ 	$u_c(t) = E\,e^{-\frac{t}{\tau}}$ 
$q(t) = CE(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ 	$q(t) = CE\,e^{-\frac{t}{\tau}}$ 

On résume : UR(t) et i(t)

charge	décharge
$u_R(t) = E e^{-\frac{t}{\tau}}$ 	$u_R(t) = -E e^{-\frac{t}{\tau}}$ 
$i(t) = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$ 	$i(t) = -\frac{E}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$ 

Taki Academy
www.takiacademy.com

تهنى على قرايتك

Sousse (Khezama - Sahloul) Nabeul / Sfax / Bardo / Menzah El Aouina / Ezzahra / CUN / Bizerte / Gafsa / Kairouan / Medenine / Kébili / Monastir / Gabes / Djerba

www.takiacademy.com 73.832.000