Mathématiques

Classe : BAC MATHS

Chapitre : Isométrie du plan

Exercice 1 — 10 min — 3 pt

Dans le plan orienté on considère un carré direct ABCD de centre O et on désigne par I ;J et K les milieux respectifs des segments [AB] ; [AD] et [BC].

1. Soit $f = S_{(AC)} o S_{(OI)}$ Caractériser f
2. Déterminer la droite Δ telle que $t_{\overrightarrow{OA}} = S_{\Delta} \circ S_{(BD)}$

Exercice 2 — 10 min — 3 pt

Le plan P est muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j})$.

Soit f l'application du plan dans lui-même qui à tout point M d'affixe z on associe le point M' d'affixe z' tel que $z'=-iz+2i$

1. Montrer que f est une isométrie.
2. Montrer que f admet un unique point invariant et en déduire la nature de f.

Exercice 3 — 10 min — 3 pt

Le plan P est muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j})$.

On considère l'application: $f : P \longrightarrow P$

$$M(x,y) \longmapsto M'(x',y') \text{ tel que } \begin{cases} x'=\frac{1}{2}x+\frac{\sqrt{3}}{2}y \\ y'=\frac{\sqrt{3}}{2}x-\frac{1}{2}y \end{cases}$$

Montrer que f est une isométrie du plan.

1. Montrer que l'ensemble des points invariants par f est une droite que l'on précisera.
2. En déduire la nature de f.

Exercice 4 — 20 min — 5 pt

Répondre par vrai ou faux en justifiant :

1. Si Δ est l'axe d'une symétrie f alors pour tout point M $\in\ \Delta$ on a: $f(M)=M$
2. Si une isométrie f n'admet aucun point invariant alors f est une symétrie glissante.
3. Si f est une isométrie qui n'admet aucun point fixe alors $f \circ f$ est une translation.
4. $S_\Delta \circ S_{\Delta'} = S_{\Delta'} \circ S_\Delta \iff \Delta \perp \Delta'$
5. Toute rotation $R_{(I;\alpha)}$ se décompose d'une manière unique sous la forme $R=S_{(Iy)} \circ S_{(Ix)}$ avec $2\,\widehat{\left(\overrightarrow{Ix};\overrightarrow{Iy}\right)} \equiv \alpha\ [2\pi]$
6. Si une isométrie f fixe deux points distincts A et B alors $f=S_{(AB)}$

Exercice 5 — 20 min — 5 pt

Le plan est orienté dans le sens direct. On considère un carré direct ABCD de centre O.

Soit Δ la médiatrice de [AB].

Déterminer les isométries suivantes :

1. $f_1 = R_{(C;\frac{-\pi}{2})} o S_{(AC)}$
2. $f_2 = R_{(B;\frac{\pi}{2})} o S_C$
3. $f_3 = R_{(A;\frac{-\pi}{2})} o R_{(A;\frac{\pi}{2})}$
4. $f_4 = t_{\overrightarrow{CD}} o R_{(C;\frac{\pi}{2})}$
5. a) $f_5 = S_{(DA)} o t_{\overrightarrow{BA}}$
   b) En déduire $f_6 = S_{(DA)} o t_{\overrightarrow{BD}}$

Exercice 6 — 20 min — 5 pt

Le plan est orienté dans le sens direct. On considère un carré direct ABCD de centre O.

Soit Δ la médiatrice de [AB].

Soit $f = S_{\Delta} o t_{\overrightarrow{BC}}$

1. a) Déterminer f(A) ; f(B) et f(D)

b) Identifier alors f

2. Soit $g = t_{\overrightarrow{BC}} o S_{\Delta}$

a) Déterminer g(C) ; g(A) et g(D)

b) Identifier alors g

3. Soit $\varphi = S_{\Delta} o t_{\overrightarrow{BC}} o t_{\overrightarrow{BC}} o S_{\Delta}$

Identifier φ

Sousse (Khezama - Sahloul) Nabeul / Sfax / Bardo / Menzah El Aouina / Ezzahra / CUN / Bizerte / Gafsa / Kairouan / Medenine / Kébili / Monastir / Gabes / Djerba

www.takiacademy.com 73.832.000