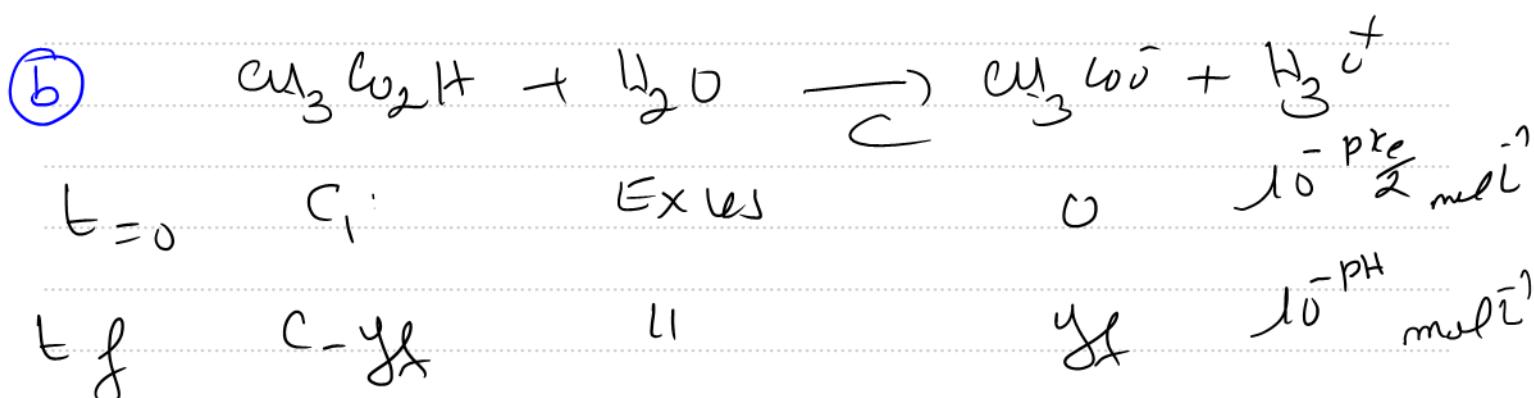


Classe : 4ème Math (Gr Standard)
Série 28 Devoir de contrôle 2(3)

 Exercice 1 

① a) $T_f = 9 \cdot 10^{-2} < 1 \Rightarrow$ ionisation partielle
 \Rightarrow Acide faible.



$$[\text{H}_3\text{O}^+] = [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{Ac}} + [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{eau}}$$

$$10^{-6} < C \leq 10^{-1} \Leftrightarrow \text{pH} < 6 \Rightarrow$$

$$[\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{eau}} \ll [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{Ac}} \Rightarrow$$

1ère approximation : $[\text{H}_3\text{O}^+]_T = [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{Ac}} = y_f$

$$[\text{CH}_3\text{COO}^-]$$

$$Y_f = \frac{y_f}{c_1} = \frac{[Cu_3(OH)_6]}{c_1} = \frac{(4I_3)^t}{c_1}$$

$$Y_f = \frac{\mu^{10^{-14}}}{c_1} \Leftrightarrow$$

$$K_a = \frac{[Cu_3(OH)_6](H^+)}{[Cu_3(OH)_6^+]} = \frac{y_f^2}{c_1 - y_f}$$

$$Y_f = \frac{y_f}{c_1} = 9 \mu^3 < 5\% \Leftrightarrow$$

Acide faiblement ionisé $\Rightarrow y_f \ll c_1$

\Rightarrow 1st approximation

$$[Cu_3(OH)_6^+] = c_1 - \cancel{y_f} \approx c_1$$

$$K_a = \frac{y_f^2}{c_1} = \frac{\mu^{2pH_1}}{c_1}$$

$$\mu^{10^{-pK_a1}} = \frac{\mu^{2pH_1}}{c_1}$$

$$\log \mu^{10^{-pK_a1}} = \log \left(\frac{\mu^{2pH_1}}{c_1} \right)$$

$$-\rho K_{a_1} = -2 \rho M_1 - \log c_1$$

$$\rho M_1 = \frac{1}{2} (\rho K_{a_1} - \log c_1)$$

$$Zf_1 = \frac{10^{\rho M_1}}{c_1} \quad (\Rightarrow \log Zf_1 = \log \left(\frac{10^{\rho M_1}}{c_1} \right))$$

$$\log Zf_1 = -\rho M_1 - \log c_1$$

$$\rho M_1 = -\log Zf_1 - \log c_1$$

$$\rho M_1 = -\log (Zf_1 c_1)$$

$$\rho K_{a_1} = \rho M_1 + \log c_1$$

$$\begin{aligned} \rho K_{a_1} &= -2 (\log (Zf_1 c_1) + \log c_1) \\ &= -2 \log Zf_1 - 2 \log c_1 + \log c_1 \end{aligned}$$

$$\rho K_{a_1} = -2 \log Zf_1 - \log c_1$$

(C) $\rho M_1 = -\log (9 \cdot 10^{-3} \times 0,2) = 2,74$

$$pK_{a_1} = -2 \log (g_i i^3) - \lg 0,2$$

$pK_{a_1} = 4,75$ du complexe $\text{Al}_3(\text{O}_2^-)/\text{Al}_3$

②

$$\therefore \tau_f = \tau_{f_1} \cdot \sqrt{\frac{c_1}{c}}$$

$$\left. \begin{array}{l} \lg_i = \frac{10^{-pH}}{c_0} \quad \text{avant dilution} \\ \tau_f = \frac{10^{-pH}}{c} \quad \text{après dilution} \end{array} \right\}$$

$$pK_{a_1} = -2 \log \tau_f - \log c, \quad \text{avant dilut}$$

$$pK_{a_1} = -2 \log \tau_f - \lg c \quad \text{après dilution}$$

$$-2 \log \tau_{f_1} - \lg c_1 = -2 \log \tau_f - \lg c$$

$$-2 \log \tau_{f_1} + 2 \log \tau_f = \lg c_1 - \lg c$$

$$2 \log \left(\frac{\tau_f}{\tau_{f_1}} \right) = \lg \left(\frac{c_1}{c} \right)$$

$$\lg\left(\frac{Z_f}{Z_1}\right) = \gamma_2 \lg\left(\frac{c_1}{c}\right)$$

$$\log n^n = n \log n$$

$$\lg\left(\frac{Z_f}{Z_{f_1}}\right) = \lg\left(\frac{c_1}{c}\right)^{\gamma_2} = \sqrt{\alpha_1} = n^{\gamma_2}$$

$$\frac{Z_f}{Z_{f_1}} = \left(\frac{c_1}{c}\right)^{\gamma_2}$$

$$\frac{Z_f}{Z_{f_1}} = \sqrt{\frac{c_1}{c}}$$

$$Z_f = Z_{f_1} \sqrt{\frac{c_1}{c}}$$

2 méth
 $K_a = \frac{y_{f_1}^2}{c_1}$ avec $y_{f_1} = \frac{y_f}{c_1}$,
 $y_f = c_1 Z_{f_1}$

$$\frac{y_{f_1}^2}{c_1} = \frac{y_f^2}{c} \quad (\Rightarrow \frac{c_1^2 Z_{f_1}^2}{c_1} = \frac{c^2 Z_f^2}{c})$$

$$C_1 \bar{Z}_f^2 = C \bar{Z}_f^2$$

$$\bar{Z}_f^2 = \frac{C_1}{C} \bar{Z}_{f_1}^2$$

$$\bar{Z}_f = \bar{Z}_{f_1} \sqrt{\frac{C_1}{C}}$$

⑥ $\mu_{M_1} = \mu_B (\mu_{\text{ca}} - \log C_1)$ avant

$$\mu_M = \mu_B (\mu_{\text{ca}} - \log C) \text{ après}$$

$$\mu_M - \mu_{M_1} = \mu_B (-\log C + \log C_1)$$

$$\mu_M - \mu_{M_1} = \mu_B \left(\log \frac{C_1}{C} \right)$$

$$\mu_M = \mu_{M_1} + \mu_B \log \frac{C_1}{C}$$

$\epsilon_{\text{met}} = \bar{Z}_f = \bar{Z}_{f_1} \sqrt{\frac{C_1}{C}}$

$$\log \bar{Z}_f = \log \bar{Z}_{f_1} + \mu_B \log \frac{C_1}{C}$$

$$\log \bar{Z}_f - \log \bar{Z}_{f_1} = \mu_B \log \frac{C_1}{C}$$

$$\log Z_f = - \mu_{\text{M}_1} - \log c,$$

$$\log Z_f = - \mu_{\text{M}} - \log c$$

$$\log Z_f - \log Z_{f_1} = - \mu_{\text{M}} + \mu_{\text{M}_1} - \log c + \log \frac{c_1}{c}$$

$$\log Z_f - \log Z_{f_1} = \mu_{\text{M}_1} - \mu_{\text{M}} \neq \log \frac{c_1}{c}$$

$$\log Z_f - \log Z_{f_1} = \mu_{\text{M}_1} - \mu_{\text{M}} + \log \frac{c_1}{c}$$

$$1_b \log \frac{c_1}{c} = \mu_{\text{M}_1} - \mu_{\text{M}} + \log \frac{c_1}{c}$$

$$\mu_{\text{M}} = \mu_{\text{M}_1} - 1_b \log \frac{c_1}{c} + \log \frac{c_1}{c}$$

$$\mu_{\text{M}} = \mu_{\text{M}_1} + 1_b \log \frac{c_1}{c}$$

$$\mu_{\text{M}_1} = 2,75$$

$$C_1 V_1 = C V \quad \text{avec} \quad V = V_e + V_i$$

$$V = U V_i$$

$$\frac{C_1}{C} = \frac{V}{V_i} = 4$$

$$\frac{V}{V_i} = 4$$

$$\rho_{MA_s} = \rho_{MA_1} + 12 \log 4$$

$$\rho_{MA_s} = 2,71 + 12 \log 4 = 3,04$$

$$T_f = T_{f_1} \sqrt{\frac{c_1}{c}} \quad \text{avec } \frac{c_1}{c} = 4$$

$$T_f = T_{f_1} \sqrt{4} = 2T_f$$

$$T_f = 910^3 \times 2 = 1810^3$$

c_{-1} : la constante d'acide Ka_1 du couple $\text{CH}_3\text{CO}_2\text{H} / \text{CH}_3\text{CO}_2^-$.

- Ka n'est pas constante. Dépend de la température
ne dépend pas de la dilution

$$\rho_{MA_1} = 2,71$$

$$\rho_{MA_s} = 3,04$$

$\rho_{MA_s} \nearrow \Rightarrow$ dilution \nearrow port

③

$$S_2 \left\{ \begin{array}{l} 1 + \text{H}_2\text{O} \\ c_2 = 10^{-1} \text{ mol L}^{-1} \end{array} \right.$$

faiblement ionisé $\approx 10^{-5} \text{ mol L}^{-1}$

$$\text{pK}_a = 2 \text{pM}_2 + \log c_2$$

$$\text{pK}_a = 2 \times 2,37 + \log 0,1$$

$$\text{pK}_{a_2} = 3,74$$

⑥ $\text{pK}_{a_2} < \text{pK}_a (\text{Ca}_3\text{C}_2\text{O}_4 / \text{Ca}_3(\text{C}_2\text{O}_4)_2) = 4,75$
 $(\text{H}_2\text{O}^+ / \text{H}_2\text{O})$
 3,74

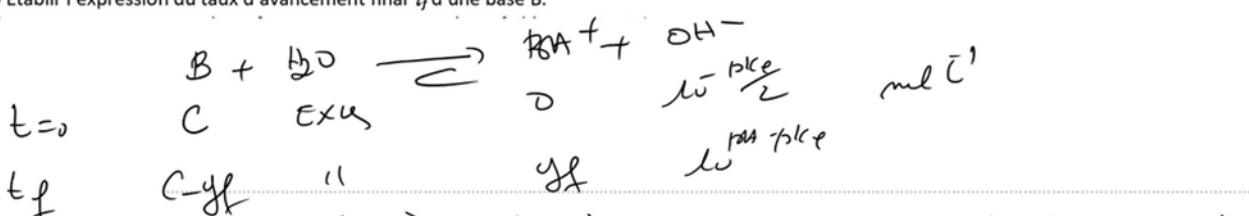
H₂O⁺ Aci de plus fort que Ca₃C₂O₄

Exercice 2 : 5pts

20min

On dispose de deux solutions aqueuses de deux bases B₁ et B₂ de même concentration molaire C=0,1mol.L⁻¹ et de pH respectifs pH₁=13 et pH₂=11,1.

1°) Etablir l'expression du taux d'avancement final γ_f d'une base B.



1^{er} approximation : $[\text{OH}^-]_f = [\text{OH}^-]_B - y_f = 10^{\text{pH} - \text{pK}_e} - [\text{BH}^+]$

$$\gamma_f = \frac{y_f}{C} = \frac{[\text{OH}^-]}{C} = \frac{10^{\text{pH} - \text{pK}_e}}{C}$$

2°) Montrer que B₁ est une base forte et que B₂ est une base faiblement ionisée.

$$\gamma_{f_1} = \frac{10^{13-14}}{C} = \frac{10^{-1}}{C} = \frac{10^{-1}}{10^{-2}} = 1 \Leftrightarrow \text{B}_1 \text{ est forte}$$

$$\gamma_{f_2} = \frac{10^{11,1-14}}{C} = \frac{10^{-2,9}}{C} = 1,2 \cdot 10^{-2} < 1 \Leftrightarrow \text{B}_2 \text{ est faible}$$



en plus $Zf_2 < 5 \text{ i}^2 \Rightarrow B_2 \text{ est faiblement ionisé}$

3°) a- Montrer que la constante d'acidité K_a du couple B_2H^+/B_2 s'écrit sous la forme $K_a = \frac{Ke}{c \cdot \gamma^2}$.

$$\left\{ \begin{array}{l} K_B = \frac{(B_2H^+)(OH^-)}{(B_2)} = \frac{(FA)}{(FB)} (OH^-) \\ K_a = \frac{(B_2)}{(B_2H^+)} (H_3O^+) = \frac{(FB)}{(FA)} (H_3O^+) \end{array} \right.$$

$$K_a = \frac{(B_2)(H_3O^+)}{(B_2H^+)} = \frac{(C - \gamma f)(H_3O^+)}{(OH^-)} \text{ or } (H_3O^+) = \frac{ke}{(OH^-)}$$

$$K_a = \frac{(C - \gamma f)ke}{(OH^-)^2} \text{ or } (OH^-) = \gamma f = (B_2H^+)$$

$$K_a = \frac{(C - \gamma f)ke}{\gamma f^2} \text{ or } Zf = \frac{\gamma f}{C} \Leftrightarrow \gamma f = C Zf$$

B_2 est faiblement ionisé $\Leftrightarrow \gamma f \ll C$

$$K_a = \frac{C ke}{\gamma f^2} = \frac{ke}{C Zf^2}$$

$$\Leftrightarrow C - \gamma f = C \quad \text{2 appr}$$

$$K_a = \frac{ke}{C Zf^2}$$

$$\log x^n = n \log x$$

b-Déduire l'expression du pH de B_2 en fonction de C , pKe et pKa .

$$-\log K_a = -\log ke + \log(C Zf^2)$$

$$pKa = pKe + \log C + 2 \log(Zf)$$

$$pKa = pKe + \log C + 2 \log \frac{10^{pH-pKe}}{C} \quad \text{or} \quad Zf = \frac{10^{pH-pKe}}{C}$$

$$pKa = pKe + \log C + 2 \log \left(\frac{10^{pH-pKe}}{C} \right) \quad (pH - pKe)$$

$$pKa = pKe - \log C + 2(pH - pKe) - 2 \log C$$

$$pKa = pKe - \log C + 2(pH - pKe)$$

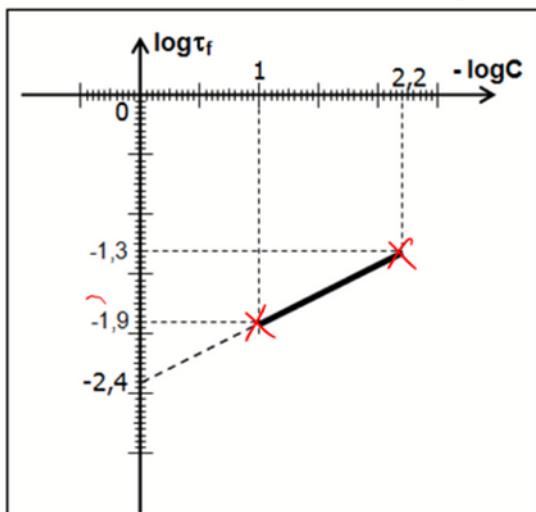
$$pK_a = pK_e - \log c + 2pM - \epsilon_{pK_e}$$

$$2pM = pK_a + pK_e + \log c$$

$$pM = \frac{1}{2}(pK_a + pK_e + \log c)$$

4)

$$pK_a = pK_e + \log c + \log(2f)^2$$



$$pK_a = pK_e + \log c + 2 \log 2f$$

$$2 \log 2f = pK_a - pK_e - \log c$$

$$2 \log 2f = -\log c + pK_a - pK_e$$

$$\log 2f = \frac{1}{2}(-\log c) + \frac{1}{2}(pK_a - pK_e)$$

$$\log 2f = a(-\log c) + b$$

$$\text{avec } a = \frac{1}{2} \text{ pente}$$

$$b = \frac{1}{2}(pK_a - pK_e) \text{ ordonnée à l'origine}$$

$\log 2f = f / (-\log c)$ une droite affine croissante ce qui justifie la courbe tracée

b- En exploitant cette courbe :

*Déterminer le pK_a du couple B_2H^+ / B_2 .

*Montrer que la dilution favorise l'ionisation d'une base faible.

$$\text{d'après la courbe } b = -2,4 = \frac{1}{2}(pK_a - pK_e)$$

$$2b = pK_a - pK_e \Leftrightarrow pK_a = 2b + pK_e$$

$$pK_a = -4,8 + 14 = 9,2 \text{ pour couple } B_2H^+ / B_2$$

$$T_f = \frac{y_f}{c}$$

pour } $-\log c_1 = 1 \Leftrightarrow$

$$c_1 = 10^{-1} \text{ mol/l} \rightarrow$$

$$T_f = 10^{-1} - 1,2 \text{ K}$$

pour } $-\log c_2 = 2,2 \Leftrightarrow$

$$c_2 = 10^{-2,2} = 6,3 \cdot 10^3 \text{ mol/l}$$

$$T_{f2} = 10^{-2,2} = 5 \text{ K}$$

$c_2 < c_1 \Rightarrow$ il s'agit d'une dilution

et $T_{f2} > T_{f1} \Rightarrow$ la dilution favorise l'absorption de la chaleur.

Physique

Exercice 3



$$(I) N = 250 \text{ Hz} \quad i(t) = 0,1\sqrt{2} \sin(2\pi N t) \quad u(t) = 15\sqrt{2} \sin(2\pi N t + \frac{\pi}{6})$$

1°) $\Phi_u - \Phi_i = \frac{\pi}{6} \text{ rad} \rightarrow$ circuit inductif

$$2^{\circ} (a) |\Phi_{D_1} - \Phi_{D_2}| = \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{3} = \frac{\pi}{3} \text{ rad} \text{ or } u_{D_1} \text{ en retard sur } u_{D_2} \Rightarrow \Phi_{u_{D_1}} - \Phi_{u_{D_2}} = -\frac{\pi}{3} \text{ rad}$$

$$(b) u_{D_1}(t) = U_{D_1 m} \sin(Nt + \Phi_{u_{D_1}}) = \sqrt{2} \cdot 4\sqrt{2} \sin(500\pi t - \frac{\pi}{3})$$

$$(c) u_{D_2}(t) = U_{D_2 m} \sin(Nt + \Phi_{u_{D_2}}) = 4\sqrt{2} \sin(500\pi t)$$

(c) u_{D_1} en retard sur $i(t)$

Possibilité pour D_1

réponse et justification

réaction

Non, car les courbes ne font pas emphase.

bobine ou

Non, car u_{D_1} n'est pas en avance sur $i(t)$

autourant résistor-bobine

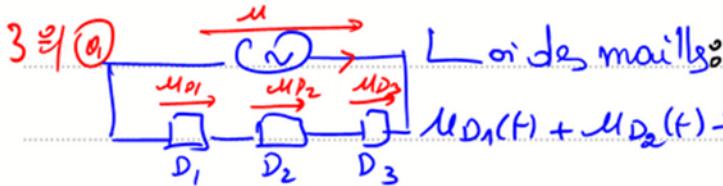
condensateur

Non, car $\Phi_{u_{D_1}} - \Phi_i \neq -\frac{\pi}{2}$

autourant bobine condensateur

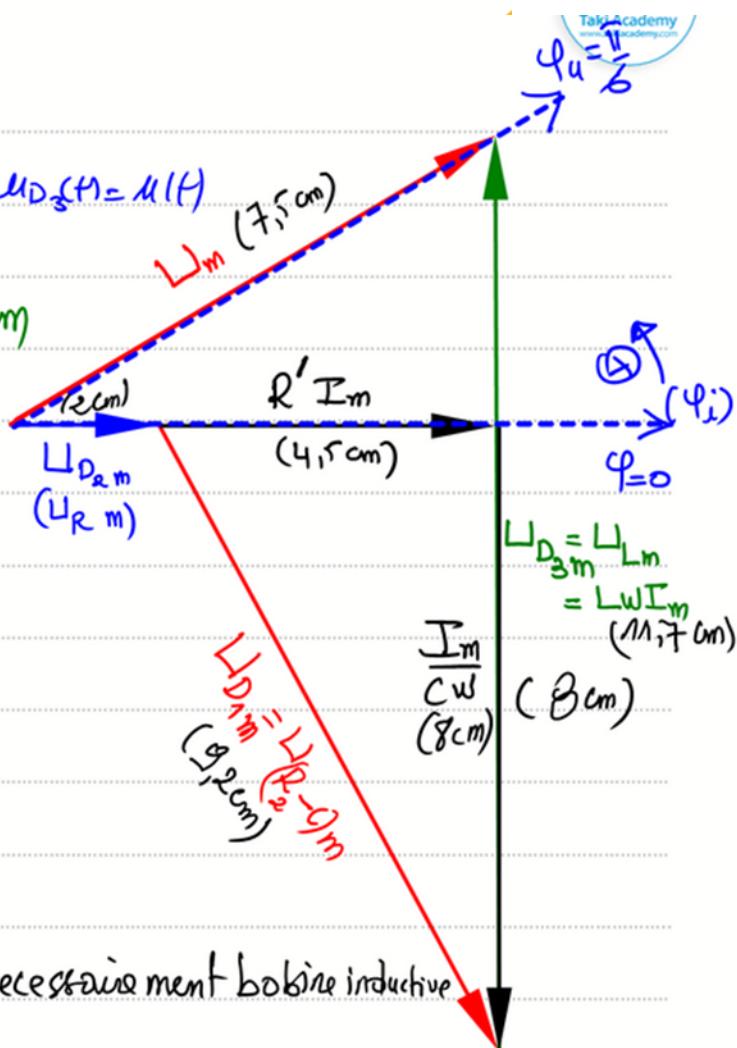
Non, car pour un circuit inductif $\Phi_{u_{D_1}} - \Phi_i > 0$

Donc $D_1 \rightarrow$ Assemblage résistor-condensateur



b) $L_{D_1}(t) \rightarrow \begin{cases} L_{D_1m} = 18,4\sqrt{2}V \\ \varphi_{uD_1} = -\frac{\pi}{3} \end{cases} \rightarrow 9,2cm$

$L_{D_2}(t) \rightarrow \begin{cases} L_{D_2m} = 4\sqrt{2}V \\ \varphi_{uD_2} = 0 \end{cases} \rightarrow 2cm$



$L(t) \rightarrow \begin{cases} L_m = 15\sqrt{2} \rightarrow 7,5cm \\ \varphi_u = \frac{\pi}{6} \end{cases}$

$L_{D_3}(t) \rightarrow \begin{cases} L_{D_3m} ? \\ \varphi_{uD_3} ? \end{cases}$

c) D'après b), construction D_3 est nécessairement bobine inductive

d) $D_1 \rightarrow R'$ et C

• $R' I_m \rightarrow 4,5cm \Rightarrow R' I_m = 9\sqrt{2}V \Rightarrow R' = \frac{9\sqrt{2}}{0,1\sqrt{2}} = 90\Omega$

• $\frac{I_m}{Cw} \rightarrow 8cm \Rightarrow \frac{I_m}{Cw} = 16\sqrt{2}V \Rightarrow C = 3,98 \cdot 10^{-6}F$

$D_3 \rightarrow L: LwI_m \rightarrow 11,7cm \Rightarrow LwI_m = 23,4\sqrt{2}V \Rightarrow L = 0,148H$

e) $L_{D_3}(t) = 23,4\sqrt{2}Vm (500\pi t + \frac{\pi}{2})$

f) $P_m = (R + R')I^2 = 130 \times (0,1)^2 \Rightarrow P_m = 1,3W$

II) 1) I atteint sa valeur la plus élevée \rightarrow Etat de résonance d'intensité

2) $\varphi_u - \varphi_{u_E} = \frac{\pi}{2}$ rad or à la résonance d'intensité $\varphi_u - \varphi_i = 0 \Rightarrow \varphi_u - \varphi_i = \frac{\pi}{2} \Rightarrow U_E + U_C(t)$

3) $N_e = N_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \Rightarrow N_2 = 205,46Hz$

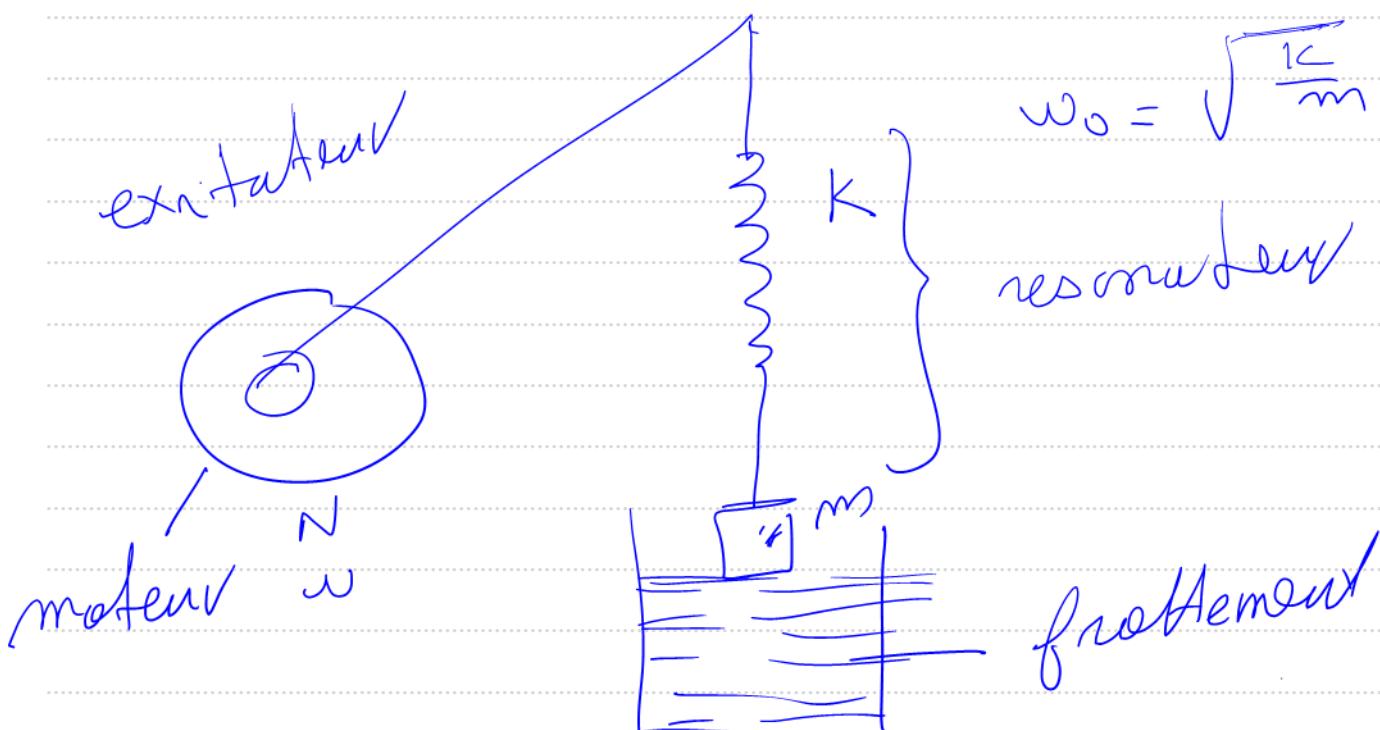
4) $I_2 = \frac{U}{Z_2} = \frac{U}{R_T} \Rightarrow I_2 = \frac{15}{130} = 0,115A$

5) $\frac{Ucm}{Um} = \frac{19,112}{15\sqrt{2}} = 1,3 = Q > 1 \rightarrow$ apparition d'une surtension aux bornes du condensateur (et la bobine)

Cours

oscillations forcées

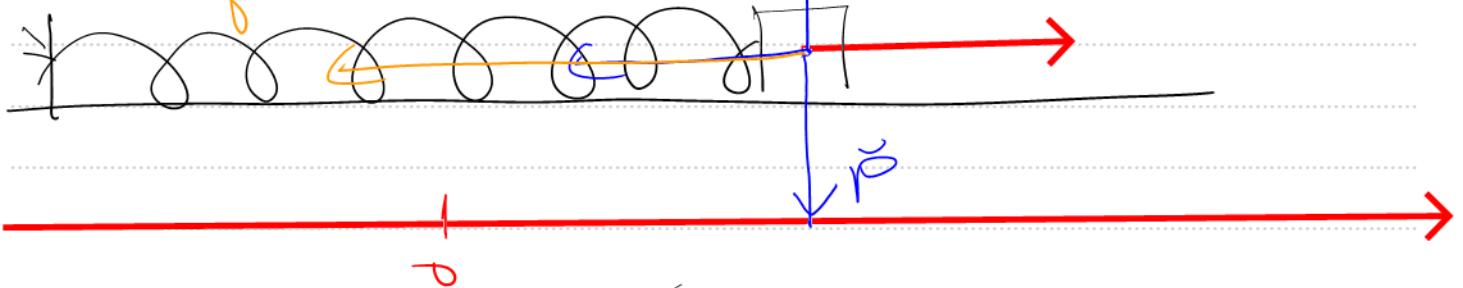
- un moteur (exciteur) a pour rôle de restituer l'énergie perdue par la force de frottement dans l'oscillateur (ressort, solide) donc le moteur impose une fréquence $\omega \Leftarrow$ puissance de oscillation unique forces



$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

resonance

Equation différentielle en $x(t)$



on applique RFD de Translation

$$\cancel{P} + \cancel{R} + \cancel{T} + \cancel{f} + \cancel{F} = m \ddot{x}$$

$\cancel{\quad}$
 $\cancel{\quad}$

$$\text{donc } \cancel{x''} : \quad \cancel{T} + \cancel{f} + \cancel{F} = m \ddot{x}$$

$$+ \cancel{x'} + \cancel{f'} + \cancel{F'} = m \ddot{x}$$

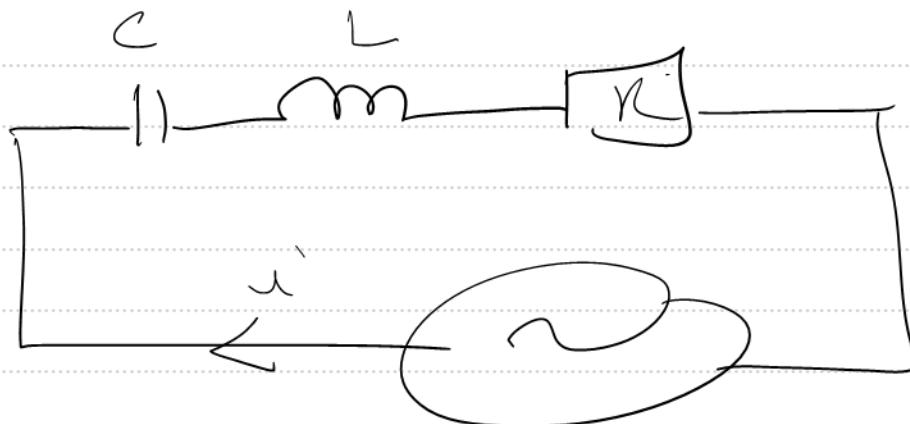
$$- Kx - h\nu + F = m \ddot{x}$$

$$m\ddot{x} + h\nu + Kx = F$$

$$\text{on } \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{h}{m} \frac{dx}{dt} + \frac{Kx}{m} = F \quad (*)$$

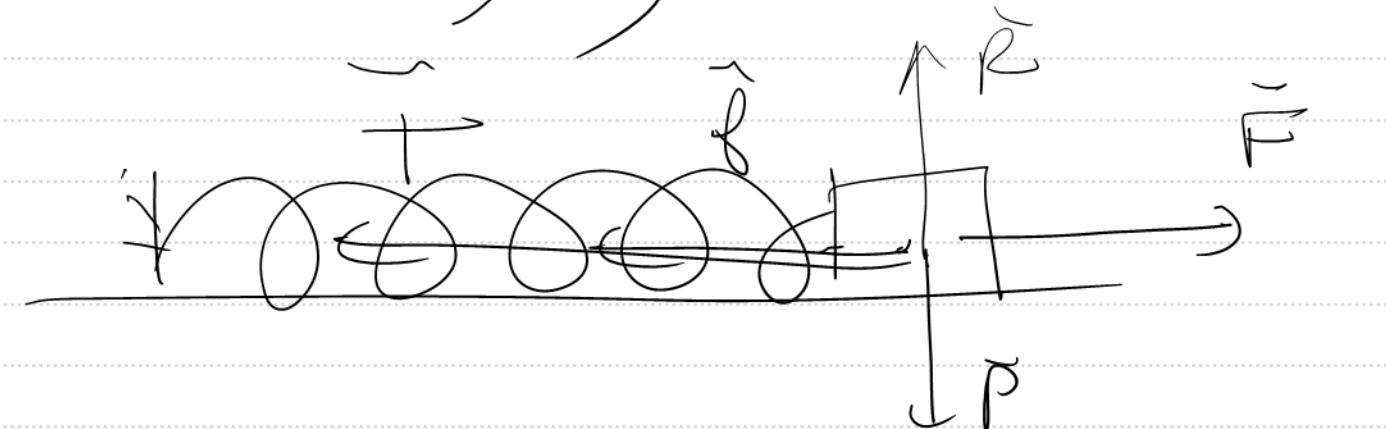
Solution : $x(t) = x_m \sin(\omega t + \varphi_m)$

avec $F(t) = F_m \sin(\omega t + \varphi_F)$



\leftarrow

μ_H)



$$T = -kx$$

$$f = -kx$$

$x \rightarrow q$

$$\nu = \frac{dq}{dt} \rightarrow \nu^o = \frac{\dot{q}}{t}$$

$h \rightarrow R$

$K_{nucleus} \rightarrow \frac{1}{c}$

mass (m) $\rightarrow L$ (bobs)
 moteur $F \rightarrow u$ GPF

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + h \frac{dx}{dt} + kx = F$$

• Construction de Fresnel :

$$x(t) = x_m \sin(\omega t + \phi_0)$$

$$\frac{dx}{dt} = \omega x_m \cos(\omega t + \phi_0 - \frac{\pi}{2})$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \omega^2 x_m \sin(\omega t + \phi_0 + \pi)$$

Les vecteurs de Fresnel sont

$$kx \rightarrow \vec{OA} = \vec{v}_1 = \begin{cases} kx_m \\ \phi_n \end{cases}$$

$$h \frac{dx}{dt} \rightarrow \vec{AB} = \vec{v}_2 = \begin{cases} h\omega x_m \\ \phi_n - \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

$$m \frac{d^2x}{dt^2} \rightarrow \vec{BC} = \vec{v}_3 = \begin{cases} m\omega^2 x_m \\ \phi_n + \pi \end{cases}$$

$$F(t) \rightarrow \vec{OC} = \begin{cases} F_m \\ \phi_F \end{cases}$$

$$\vec{OA} + \vec{AB} + \vec{BC} = \vec{OC}$$

1 cas

$$\omega < \omega_0 \Rightarrow 2\pi\omega < 2\pi\omega_0$$

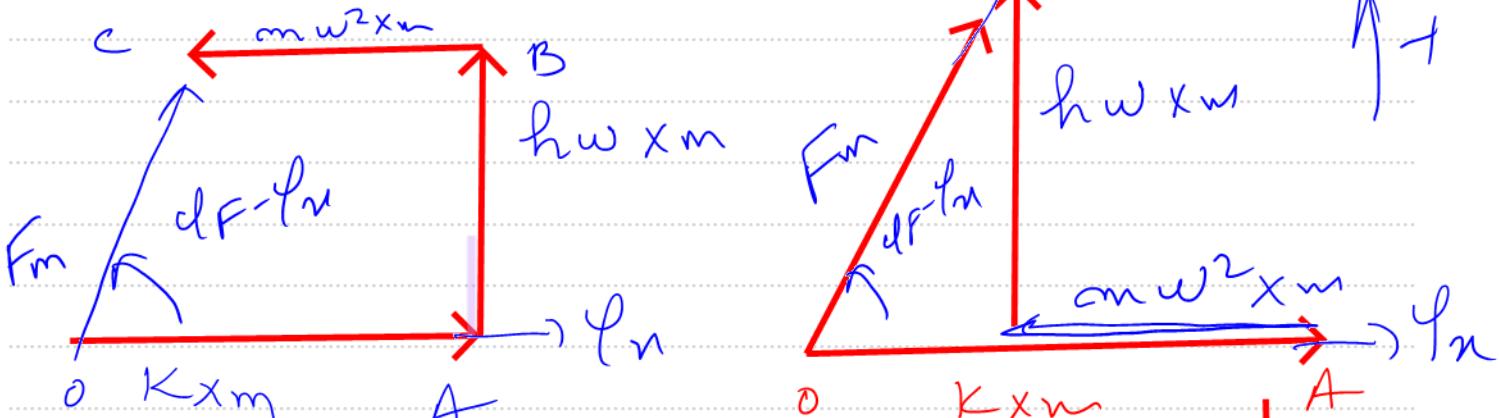
$$\omega < \omega_0 \Rightarrow \omega^2 < \omega_0^2 = \frac{k}{m}$$

$$\omega^2 < \frac{k}{m}$$

$$m\omega^2 < k$$

$$m\omega^2 x_m < kx_m$$

$$\|\vec{\varphi}_B - \vec{\varphi}_A\| < \| \omega \vec{A} \|$$



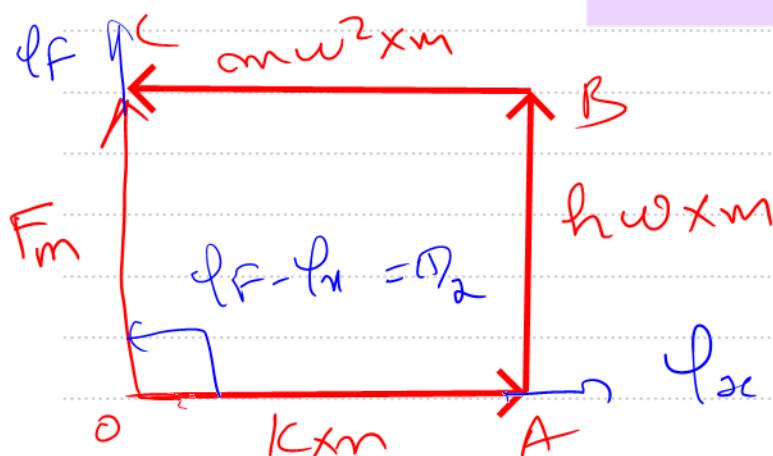
$$0 < \varphi_F - \varphi_n < \frac{\pi}{2}$$

$$kx_c + h \frac{dx}{dt} + m \frac{d^2x}{dt^2} = F$$

$$kx + m \frac{d^2x}{dt^2} + h \frac{dx}{dt} = F$$

$$\omega = \omega_0 \Leftrightarrow$$

$$kx_m = m\omega^2 x_m$$



$$\boxed{\omega = \omega_0} \Leftrightarrow$$

$$\varphi_F - \varphi_n = \frac{\pi}{2}$$

$$v = \frac{dx}{dt} \Rightarrow \varphi_v = \varphi_n + \frac{\pi}{2}$$

$$\varphi_F - (\varphi_v - \frac{\pi}{2}) = \frac{\pi}{2}$$

$$\varphi_F - \varphi_v + \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2}$$

$$\varphi_F - \varphi_v = 0 \text{ rad}$$

resonance de vitesse

$$\Delta \varphi \rightarrow q$$

$$\sqrt{\rightarrow} i$$

$$\varphi_F - \varphi_V = 0 \rightarrow \varphi_u - \varphi_i = 0$$

resonance

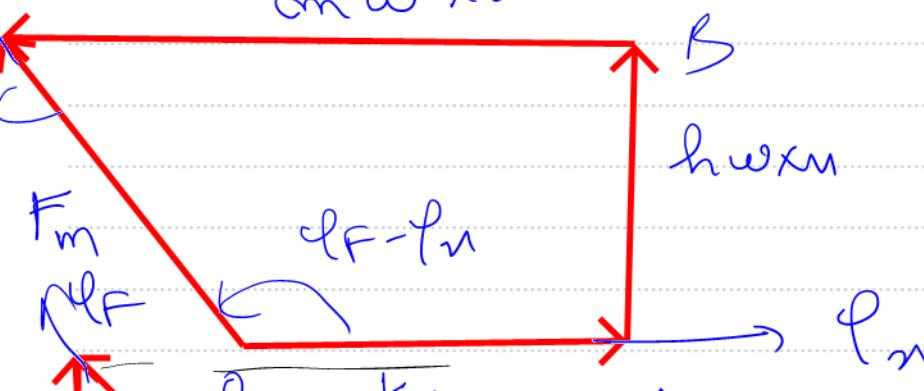
resonance d'interactions

Vitesse.

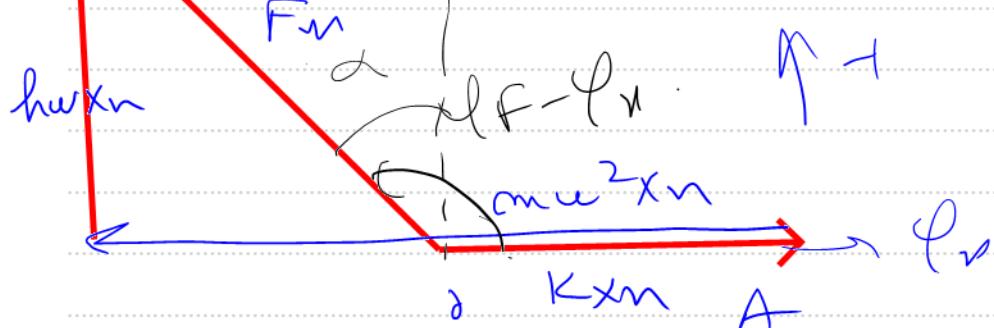
$$\varphi_F \geq \cos \omega t$$

$$\omega > \omega_0 \Leftrightarrow m\omega^2 x_m > kx_m$$

$$|B| > |A|$$



$$\frac{\pi}{2} < \varphi_F - \varphi_m < \pi$$



$$\omega \approx$$

$$\varphi_F - \varphi_u > 0$$

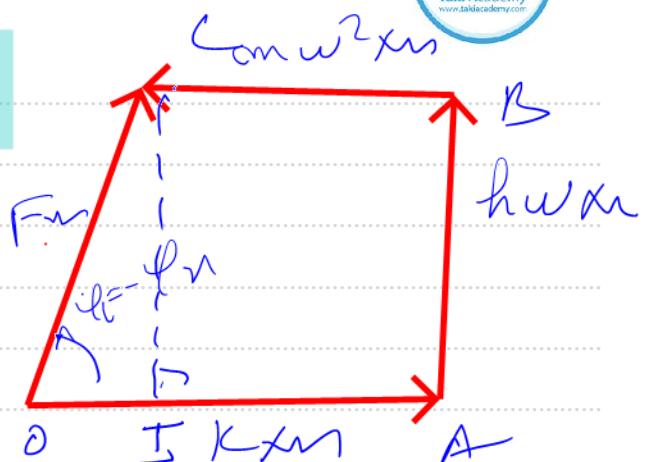
$\Rightarrow F(t)$ est en avance de phase par rapport à $x(t)$

$u(t)$ est en avance de phase par rapport à $q(t)$ (u_c)

Expression de x_m

pythagore

$$OC^2 = OA^2 + AC^2$$



$$F_m^2 = (OA - h c)^2 + AB^2$$

$$F_m^2 = (K x_m - m \omega^2 x_m)^2 + (h \omega x_m)^2$$

$$F_m^2 = x_m^2 \left([K - m \omega^2]^2 + h^2 \omega^2 \right)$$

$$x_m^2 = \frac{F_m^2}{(K - m \omega^2)^2 + h^2 \omega^2}$$

$$x_m = \frac{F_m}{\sqrt{h^2 \omega^2 + (K - m \omega^2)^2}}$$

analogue

$$\Omega_m = \sqrt{R_r^2 \omega^2 + \left(\frac{1}{c} - L \omega^2\right)^2}$$

Expression de V_{max}

$$\pm m = \omega g_m$$

$$V_m = \omega x_m$$

$$V_m = \omega, \frac{F_m}{\sqrt{h^2 + (m\omega^2 - k)^2}}$$

$$\sqrt{h^2 + (m\omega^2 - k)^2}$$

$$V_m = \omega, \frac{F_m}{\sqrt{\omega^2 h^2 + (\omega(m\omega - \frac{k}{\omega}))^2}}$$

$$\sqrt{\omega^2 h^2 + (\omega(m\omega - \frac{k}{\omega}))^2}$$

$$V_m = \frac{\omega}{\omega} \frac{F_m}{\sqrt{h^2 + (m\omega - \frac{k}{\omega})^2}}$$

$$V_m = \frac{F_m}{\sqrt{h^2 + (m\omega - \frac{k}{\omega})^2}}$$



en électrique

$$V_m \rightarrow I_m$$

$$R \rightarrow R_T$$

$$m \rightarrow L$$

$$1/C \rightarrow \frac{1}{C}$$

$$F_m \rightarrow U_m$$

$$I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R_T^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C}\right)^2}}$$

Déphasage $\downarrow F(t)$ par rapport à $x(t)$

$$\tan(\varphi_F - \varphi_n) = \frac{\omega}{\omega_0} = \frac{\hbar\omega/x}{|Kx - m\omega^2x|}$$

$$\tan(\varphi_F - \varphi_n) = \frac{\hbar\omega}{|K - m\omega^2|}$$

Résonance d'elongation (amplitude)

$$x_m = \frac{F_m}{\sqrt{\hbar^2 \omega^2 + (m\omega^2 - k)^2}}$$

Si x_m passe par un maximum
 (⇒ il s'agit de resonance)

de longueur \Leftrightarrow

$$f(\omega_r) = \hbar^2 \cdot \omega_r^2 + (m\omega_r^2 - k)^2 \text{ est minimal}$$

$$\Leftrightarrow f'(\omega_r) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2\hbar^2 \omega_r + 4m\omega_r (m\omega_r^2 - k) = 0$$

$$2\omega_r [\hbar^2 + 2m(m\omega_r^2 - k)] = 0$$

$$0 + \hbar^2 + 2m^2\omega_r^2 - 2mk = 0$$

$$\Leftrightarrow \hbar^2 + 2m^2\omega_r^2 - 2mk = \hbar^2$$

$$2m^2\omega_r^2 = 2mk - \hbar^2$$

$$\omega_r^2 = \frac{K/m}{2m\gamma} - \frac{\hbar^2}{2m^2}$$

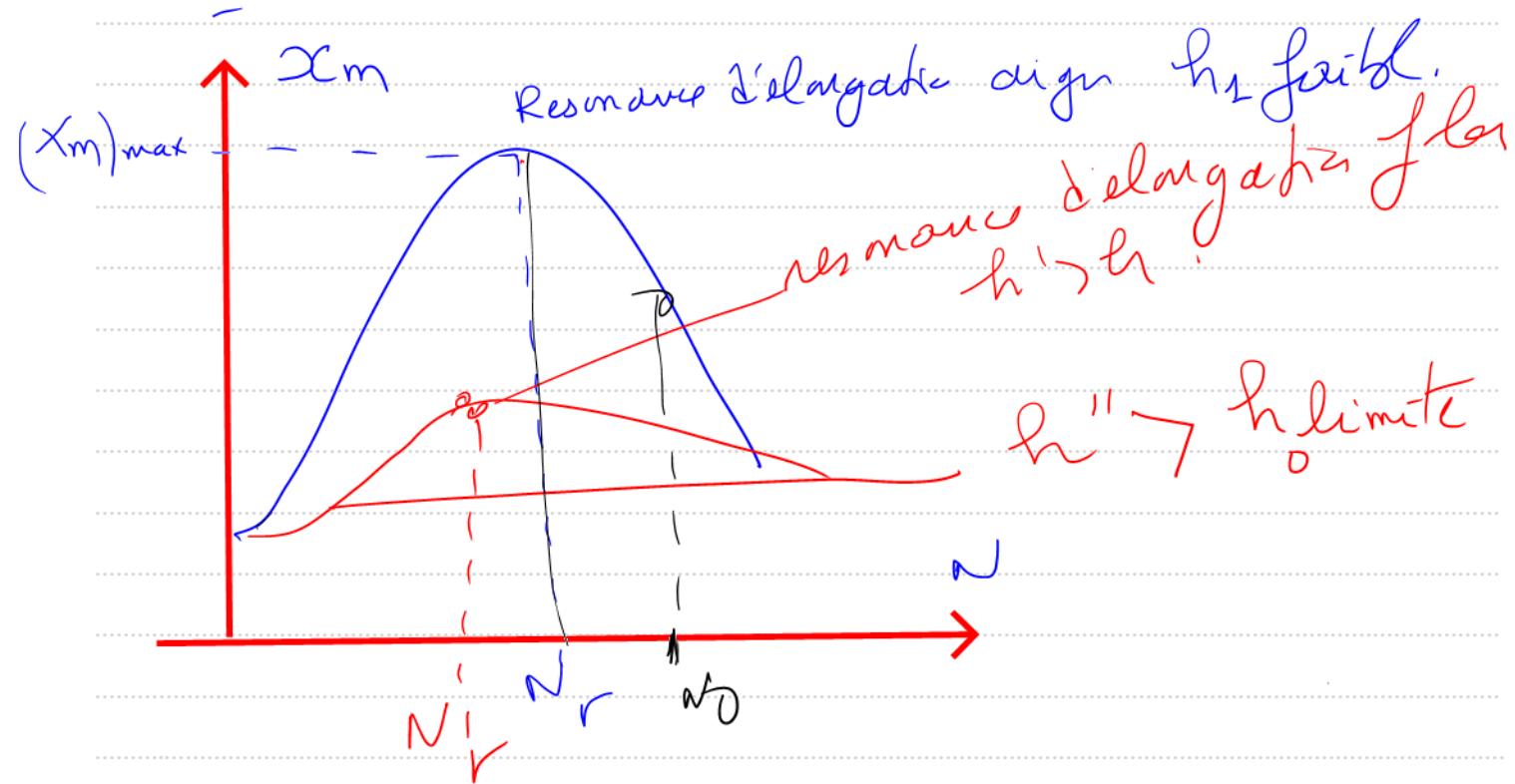
$$\omega_r^2 = \frac{K/m}{m} - \frac{\hbar^2}{2m^2}$$

$$\omega_r^2 = \omega_0^2 - \frac{\hbar^2}{2m^2}$$

$$\omega_r = \sqrt{\omega_0^2 - \frac{\hbar^2}{2m^2}}$$

resonance d'elongation

$$\omega_r < \omega_0 \quad N_r < N_0$$



$$\omega_r^2 = \omega_0^2 - \frac{\hbar^2}{2m^2}$$

$$(2\pi N_r)^2 = (\omega_0^2)^2 - \frac{\hbar^2}{2m^2}$$

$$4\pi^2 N_r^2 = 4\pi^2 \omega_0^2 - \frac{\hbar^2}{2m^2}$$

$$N_r^2 = \omega_0^2 - \frac{\hbar^2}{8\pi^2 m^2}$$

$$N_r = \sqrt{\omega_0^2 - \frac{\hbar^2}{8\pi^2 m^2}}$$

Valeurs limites de N_r

Pour obtenir la resonance d'elongation

$$\text{on a } N_r > 0$$

$$\omega_0^2 - \frac{\hbar^2}{8\pi^2 m^2} > 0$$

$$\omega_0^2 > \frac{\hbar^2}{8\pi^2 m^2}$$

$$h^2 \leq 8\pi^2 m^2 \omega_0^2$$

$$N_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$N_0^2 = \frac{1}{4\pi^2} \frac{k}{m}$$

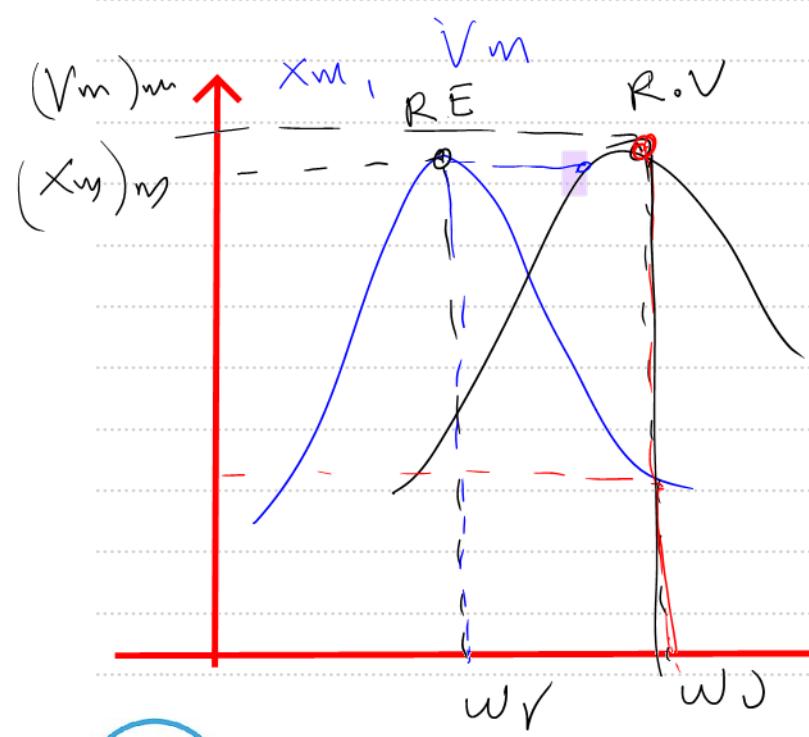
$$h^2 \leq 8\pi^2 m^2 \frac{1}{4\pi^2} \frac{k}{m}$$

$$h^2 \leq 2mk$$

$$h \leq \sqrt{2mk}$$

$$h_{\text{limite}} = h_0 = \sqrt{2mk}$$

Si $h > h_0 \Rightarrow$ il n'y a pas resonance d'elongation



$$\nu_m = \omega \times m$$

Si ν_m est max pour $\omega = \omega_0$

$$\omega = \omega_0$$

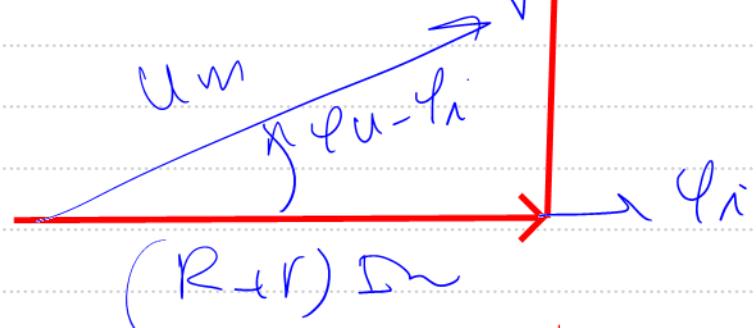
ν_m est max pour $\omega = \omega_r < \omega_0$

Donc

Si ν_m est max alors ν_m n'est pas maximal

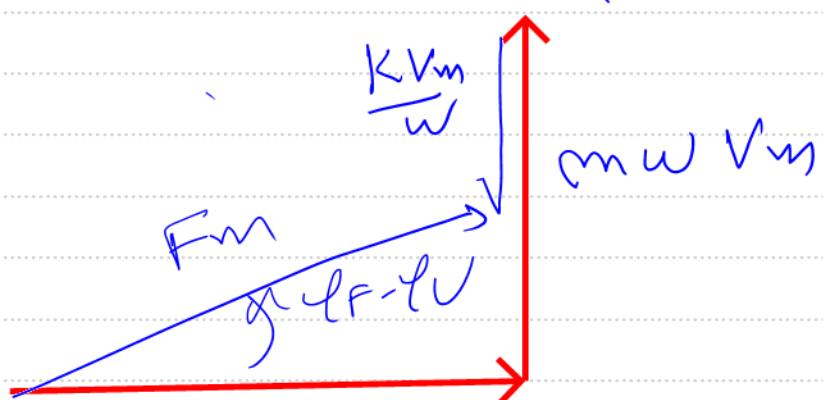
$$\frac{I_m}{\omega}$$

$$\omega > \omega_0$$



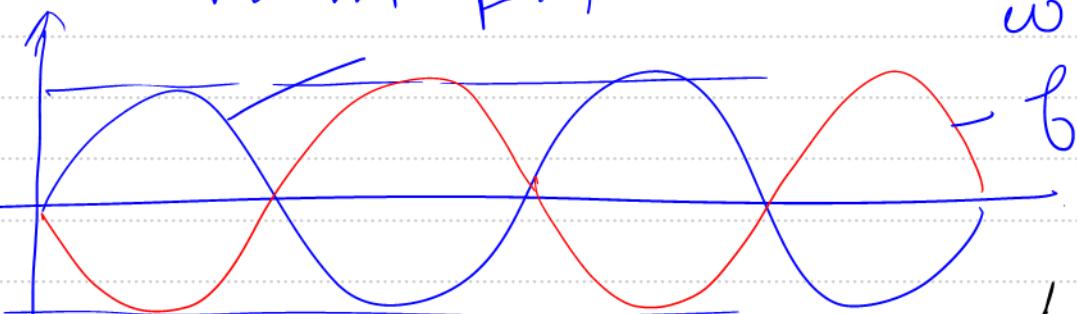
$$(R+L) i + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} i = 0$$

$$h v(t) + m \frac{dv}{dt} + K \int v dt = F$$



$$h V_m \quad F(t)$$

$$\omega = \omega_0$$



$$f = -h v \Leftrightarrow f \text{ et } v \text{ sont en rapport inverse}$$

$\omega = \omega_0 \Rightarrow F$ et V sont en phase

resonance de Viennet.

F et f sont en opposition.

$$P_e = I_b^2 (R + r) V_m^2$$

$$P_{\text{me}} = I_b h V_m^2$$

$$Z_e = \sqrt{(R + r)^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C}\omega\right)^2}$$

$$Z_{\text{mec}} = \sqrt{h^2 + \left(m\omega - \frac{k}{\omega}\right)^2}$$

$$\varphi_F - \varphi_V = \varphi_F - \varphi_V = \pi$$

$$\omega = \omega_0 \Rightarrow \varphi_F - \varphi_V = 0$$

$$\begin{aligned} \varphi_F - \varphi_F &= \varphi_F - (\pi + \varphi_V) \\ &= \varphi_F - \varphi_V - \pi \end{aligned}$$