Taki Academy
www.takiacademy.com

Sciences physiques

Classe : 4èmeMath (Gr Standard)

Série 24 Oscillations mécaniques libre (I)

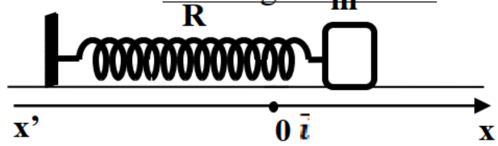
Prof : Karmous Med

Sousse (Khezama - Sahloul) Nabeul / Sfax / Bardo / Menzah El Aouina / Ezzahra / CUN / Bizerte / Gafsa / Kairouan / Medenine / Kébili / Monastir / Gabes / Djerba / Jendouba / Sidi Bouzid / Siliana / Béja / Zaghouan

www.takiacademy.com 73.832.000

Exercice 1

Un ressort de masse négligeable et de constante de raideur **K =10 Nm^{-1}** est placé sur un plan horizontal parfaitement lisse. A l'extrémité du ressort est fixé un solide (S) de masse **m** qui peut se déplacer sans frottement sur le plan horizontal. La position d'équilibre du solide est choisie comme origine du repère. On écarte le solide (S) d'une distance **$d = X_m$** à partir de sa position d'équilibre dans le sens négatif de l'axe (X'X) et on le lâche sans vitesse initiale à l'origine des dates.



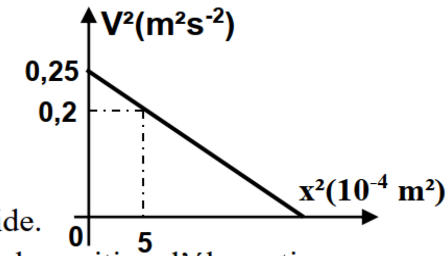
1) ***a-*** Etablir l'équation différentielle qui régit le mouvement de cet oscillateur en fonction de x(t)

b- Vérifier que **$x(t) = X_m \sin(\omega_0 t + \varphi_x)$** est une solution de l'équation différentielle où **ω_0** est la pulsation propre du pendule que l'on exprimera en fonction de **K** et **m**.

c- Déterminer la phase initiale **φx** de l'elongation **x**.

2) Montrer que l'énergie mécanique du système {solide+ ressort} **E** se conserve au cours du temps. Donner alors son expression en fonction de **K** et **X_m**.

3) La courbe de la figure suivante représente la variation de **V^2** en fonction de **x^2**.



a- Justifier théoriquement l'allure de la courbe en établissant la relation entre **V^2** en fonction de **x^2**.

b-Déterminer graphiquement la valeur de la pulsation propre **ω_0** et de l'amplitude des oscillations **X_m**. En déduire la masse **m** du solide.

4°)Déterminer les valeurs des vitesses du solide (**S**) lors de son passage par la position d'élongation **x = 2 cm**.

Exercice 2

Dans cet exercice on prendra **π^2 =10**

On peut modéliser un oscillateur mécanique horizontal par un système **(solide + ressort)** constitué d'un solide **(S)** de masse **m** , fixé à l'extrémité d'un ressort à spires non jointives, de masse négligeable et de raideur **k**. **(figure 1)**. Dans cette étude tous les frottements sont négligés.

La position du centre d'inertie **G** du solide est étudiée dans un référentiel terrestre considéré comme galiléen et repérée par son abscisse **x(t)** sur un axe horizontal **x'Ox**. L'origine des abscisses correspond à l'abscisse de **G** lorsque le solide est à l'équilibre.

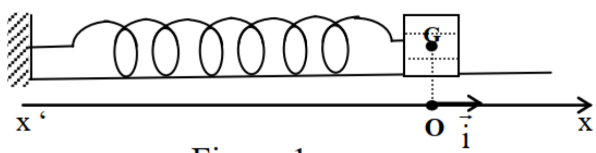


Figure 1

1) Établir l'équation différentielle vérifiée par l'élongation **x(t)**.

2) a- Vérifier que la solution de l'équation différentielle est de la forme :

$$x(t) = X_m.\sin(\omega_0.t + \varphi_x).$$

où ω_0 est une constante

b- Déduire l'expression de la période propre T_0 des oscillations libres du pendule en fonction de la masse **m** du solide et de la raideur **k** du ressort.

3) Dans une première expérience et à l'aide d'un système approprié, on enregistre pendant une durée $\Delta t = 0,8$ s le mouvement du centre d'inertie **G** d'un solide **(S₁)** de masse m_1.
On obtient le diagramme de la **figure 2**.

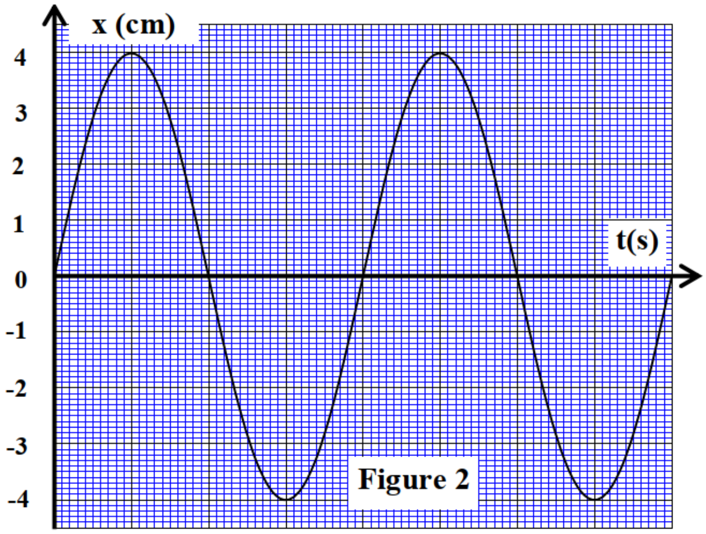


Figure 2

a- Déduire la période T_0 des oscillations.

b- Déterminer :

- la phase initiale φ_x du mouvement.
- la vitesse initiale V_0 à l'instant $t = 0$.

c- Préciser sous qu'elle forme se présente l'énergie mécanique **E** du système **(solide + ressort)** à l'instant **t = 0** ? Justifier la réponse.

4) Dans une deuxième expérience on étudie l'influence de la masse du solide sur la période T_0 des oscillations. Pour différentes valeurs de la masse **m** et avec le même ressort, on mesure la période T_0

Cette étude a permis de tracer la courbe de la **figure 3** représentant $T_0^2 = f(m)$.

a- Déduire , de la courbe de la **figure 3**, la masse m_1 du solide utilisé lors de la première expérience.

b- Calculer la raideur **k** du ressort.

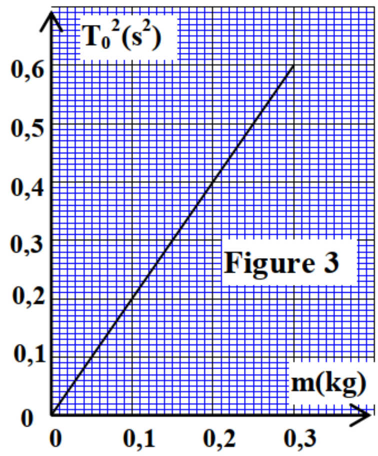


Figure 3

Exercice 3

Un ressort (R) à spires non jointives, de masse négligeable et de raideur K est fixé par l'une de ses extrémités sur un plan horizontal parfaitement lisse (frottement négligeable). A l'autre extrémité du ressort on fixe un solide (S) de masse **m= 100g** A l'équilibre le centre d'inertie G de (S) est situé au point O choisi comme origine d'un repère (O, $\vec{i}$).

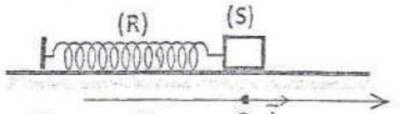


Figure -2-

On écarte le solide (S) de sa position d'équilibre à partir de O jusqu'au point M_0 d'abscisse x_0=2 cm et on l'abandonne, à l'instant de date **t=0** avec une vitesse initiale v_0 dans le sens des élongations décroissantes.(**Figure-2**)

1) **a-** Etablir l'équation différentielle du mouvement de (S).
   b- En déduire la nature du mouvement de (S).

2) Montrer que le système {solide S , ressort } est conservatif.

3) **a-**On donne la courbe représentant la variation de l'énergie cinétique **Ec** en fonction du carrée de l'élongation(x^2).(**Figure-3**) Déduire :
- La constante de raideur K du ressort.
- L'énergie mécanique **E**.
- La valeur v_0 de la vitesse du solide (S) a t=0.
- L'amplitude Xm.
- La valeur de la vitesse au passage par la position d'équilibre.

b-Déterminer l'équation horaire x(t) du mouvement de (S).

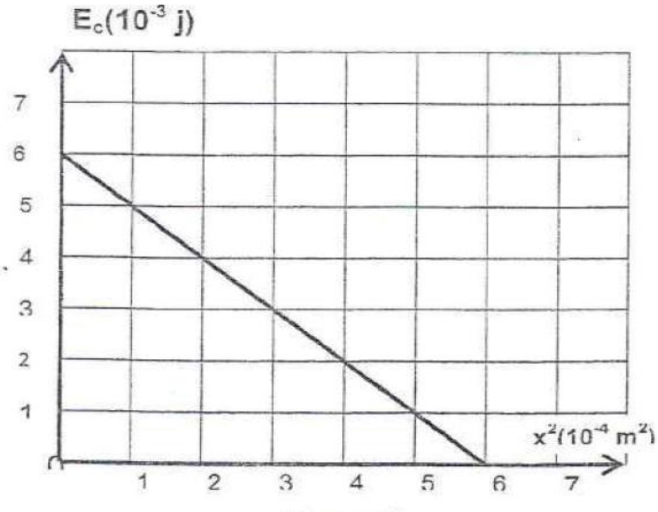


Figure-3

Exercice 4

Un solide (S) de masse m est attaché à l'extrémité libre d'un ressort à spires non jointives de masse négligeable et de raideur **K=20 N.m⁻¹**. L'autre extrémité du ressort est attachée à un point fixe. Le système **{(S) + ressort}** est placé sur un plan horizontal **(figure-2-)**.

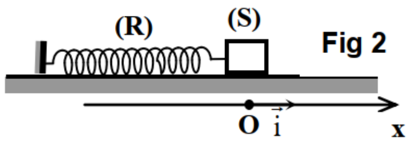


Fig 2

Au repos, le centre d'inertie G du solide est au point O, origine d'un repère (O, $\vec{i}$) horizontal. À partir de O, on écarte le solide (S) d'une certaine distance dans le sens positif et on le lâche avec vitesse initiale.

A- <u>Les frottements sont négligeables.</u>

1) a- Établir l'équation différentielle qui régit l'évolution de l'abscisse x(t) du centre d'inertie G du solide et déduire l'expression de la pulsation propre ω_0 de l'oscillateur.
b- On donne le graphe représentant les variations de l'accélération du solide **(S)** en fonction de l'élongation x **(figure-3-)**.
Déterminer graphiquement ω_0. Montrer que la masse du solide est **m = 200 g**.

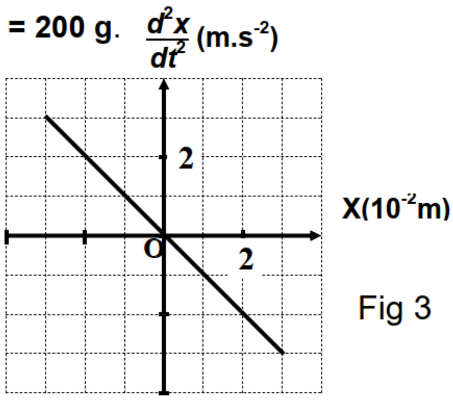


Fig 3

2) a- Au passage du solide (S) par une position d'abscisse x sa vitesse est v. Donner l'expression de l'énergie mécanique totale E du système en fonction de m, v, K et x.

b- Montrer que l'énergie **E** est constante.

3) On donne le graphe représentant les variations de l'énergie cinétique E_C du solide en fonction du temps **(figure-4-).** La loi horaire du mouvement est donnée par $x(t)=X_m \sin(\omega_0 t+\varphi)$

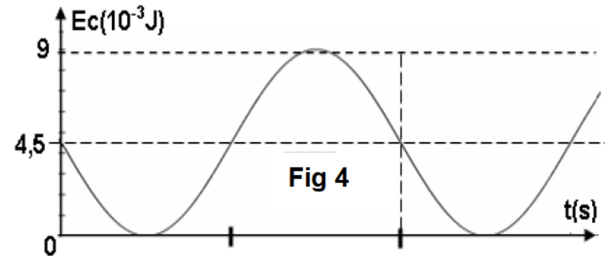


Fig 4

a- Montrer que l'énergie cinétique E_C s'écrit sous la forme $E_C = \frac{1}{4} K X_m^2 (1+\cos(2\omega_0 t + 2\varphi))$.

b- Déduire, à partir du graphe, les valeurs de X_m et φ .

4) Déterminer les valeurs de x pour lesquelles $\|\vec{V}\| = 0{,}2\sqrt{2}\ m.s^{-1}$.

B- **Les frottements ne sont plus négligeables.**

Le solide (S) est maintenant soumis à une force de frottement visqueux $\vec{f} = -h\,\vec{v}$ (h=constante>0), le graphe de **la figure-5-** représente les variations de son abscisse x en fonction du temps. (Les conditions initiales sont les mêmes que dans la partie A).

1) Établir l'équation différentielle du mouvement de (S) é.
2) Montrer que l'énergie totale du système diminue au cours du temps.
3) Calculer la variation de l'énergie totale du système entre les instants de dates t_1 et t_2.

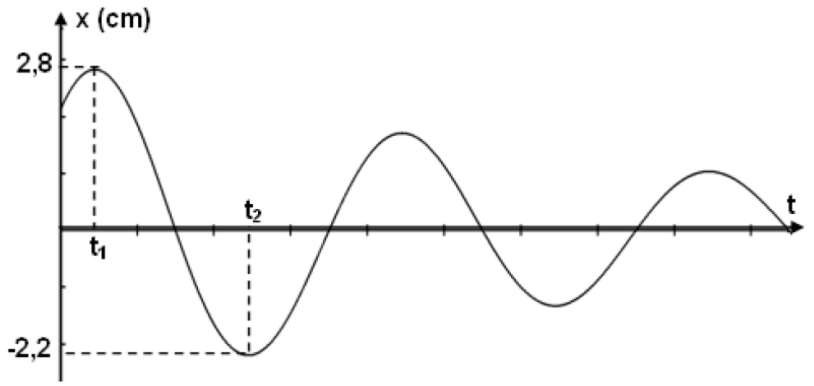
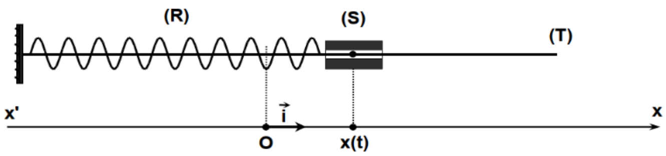


Fig 5

Exercice 5

*U*n pendule élastique est constitué d'un solide **(S)** de masse **m** pouvant coulisser, sans frottement, sur une tige horizontale **(T)**. Le solide **(S)** est attaché à un ressort, à spires non jointives, de masse négligeable et de raideur **k**. La position du centre d'inertie **G** de **(S)** est repérée par son abscisse **x(t)** sur un axe horizontal **x'Ox**. L'origine **O** des abscisses est confondue avec la position de **G** lorsque **(S)** est à l'équilibre.
Ecarté de sa position d'équilibre, puis abandonné à un instant de date **t = 0 s**, le solide **(S)** se met à osciller de part et d'autre du point **O**. A un instant de date **t**, le système est représenté comme l'indique la **figure 2**.

Figure 2



1°)*a*- Représenter sur la **figure 7** les forces extérieures exercées sur **(S)** à l'instant de date **t**.

b-. soit T la valeur algebrique de la tension $\dot{T}$ du ressort Etablir l'équation différentielle qui régit l'évolution de **T(t)** et montrer quelle peux s'écrire : $\frac{d^2T}{dt^2} + \frac{K}{m}T = 0$.

c-En déduire la nature de son mouvement. et la nature des oscillations libres du pendule élastique

2°) La variation de l'élongation x(t) du solide (S) au cours du temps est donnée par la figure-1-.Xm

a-Déterminer l'amplitude X_m ; la période propre T_0 et la pulsation propre ω_0 du mouvement.

b-Déterminer la phase initiale φ_x

c-Ecrire l'équation horaire x(t) du mouvement.

d- Déduire l'expression de la vitesse v(t) du solide (S) au cours du temps.

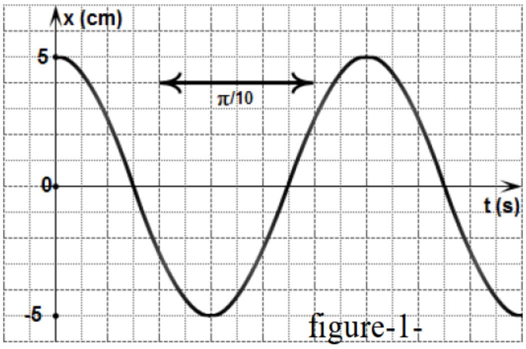


figure-1-

3°)a- Exprimer l'énergie mécanique E du système **{(S) ; (R)}**, a une date t en fonction de K.x ; m etv

b-montrer que $E = \frac{m}{2.K^2}\left\{\omega_0^2 T^2(t) + \left(\frac{dT}{dt}\right)^2\right\}$

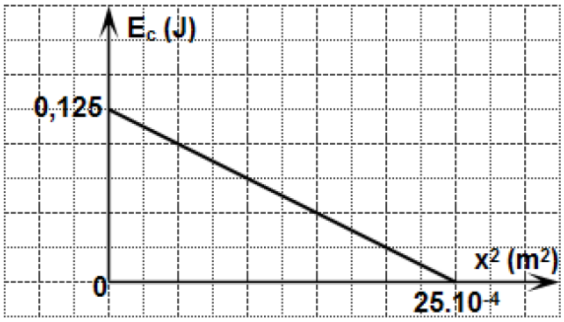
c-M ontrer que le système **{(S) ; (R)}**, est conservatif Donner l'expression de E en fonction de K et Xm

4°) a- Donner L'ex pression de l'énergie cinétique E_c en fonction de x^2

b-Une étude expérimentale permet de tracer la courbe $E_c=f(x^2)$

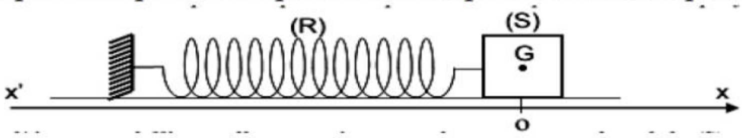
* Déduire la valeur de la constante de raideur K du ressort (R).

* Déduire la valeur de la masse m du solide (S).



Exercice 6

On considère un pendule élastique formé par un solide **(S)** de masse **m** et un ressort **(R)** à spires non jointives et de raideur **K**. Le pendule peut se déplacer sur un plan horizontal parfaitement lisse.

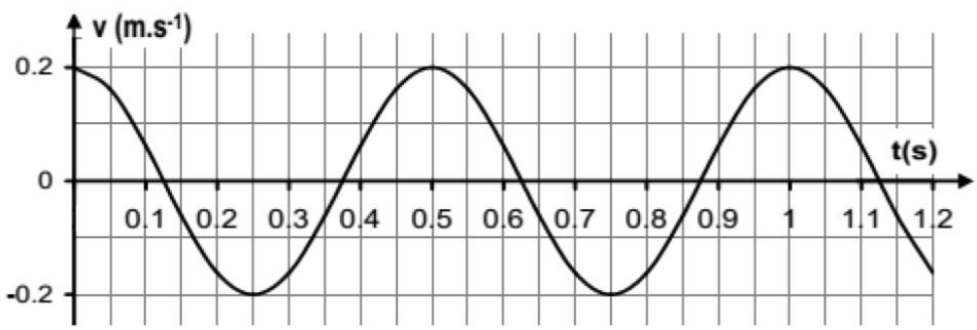


1) Etablir l'équation différentielle caractéristique du mouvement du solide **(S)**.

2) Sachant que cette équation différentielle admet une solution de la forme $\mathbf{x(t) = X_m.sin(\omega_0 t + \varphi_x)}$.

a- Etablir la relation entre ($\mathbf{V_m}$ et $\mathbf{X_m}$) et (φ_v et φ_x).

b- On donne ci-dessous le chronogramme de la variation de la vitesse en fonction du temps : **v = f(t)** :

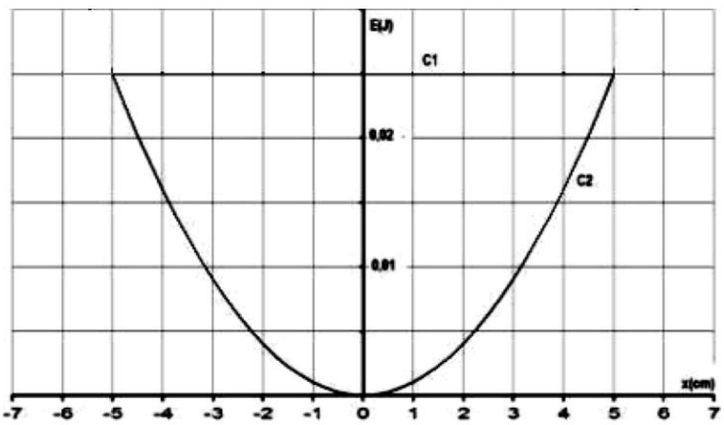


Déterminer les valeurs de : T_0, V_m, φ_v et ω_0.

c- Déduire les valeurs de X_m et φ_x, puis écrire l'expression numérique de $x = f(t)$.

3) Montrer que l'énergie mécanique **E** du système se conserve au cours du temps.

4) Le graphe suivant représente les courbes $E_{pe} = f(x)$ et $E = g(x)$, où E_{pe} et **E** représentent respectivement l'énergie potentielle élastique et l'énergie mécanique du pendule élastique.



a- Identifier chacune des deux courbes **(C_1)** et **(C_2)** en justifiant la réponse.

b- En exploitant le graphe, déterminer les valeurs de la raideur **K** du ressort et de la masse **m** du solide.

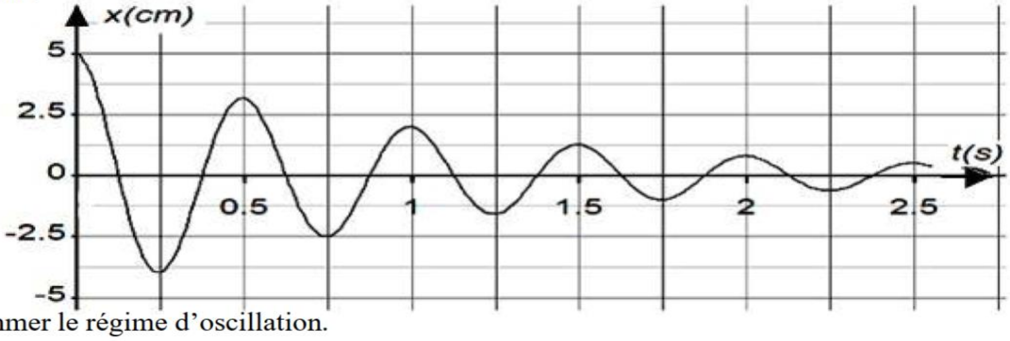
c- Déterminer l'énergie cinétique du solide lorsqu'il passe par le point d'abscisse **x = 4 cm**.

5) Le solide **(S)** est maintenant soumis à des forces de frottement de type visqueux $\vec{f} = -h.\vec{v}$.

a- L'équation différentielle du mouvement du solide **(S)** est : $\dfrac{d^2x(t)}{dt^2} + 4,96\dfrac{dx(t)}{dt} + 157,91x(t) = 0$.

Trouver la valeur du coefficient du frottement **h**.

b- La courbe relative à l'élongation du centre d'inertie en fonction du temps, **x(t)** est donnée par le graphe suivant :



i/ Nommer le régime d'oscillation.

ii/ Calculer la variation de l'énergie mécanique **ΔE** du pendule entre $t_1 = 0$ s et $t_2 = 1,5$ s.