Taki Academy
www.takiacademy.com

Physique

Classe : 4ème année

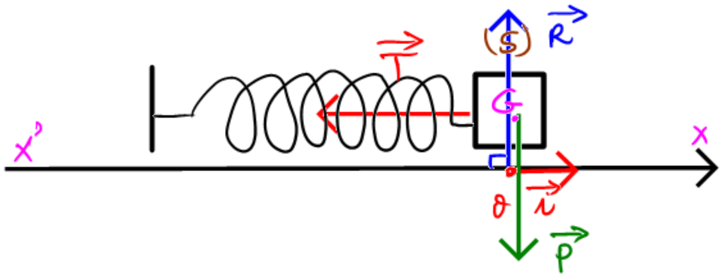
Chapitre : Oscillations mécaniques libres non amorties

Fiche de méthodes

Sousse (Khezama - Sahloul) Nabeul / Sfax / Bardo / Menzah El Aouina / Ezzahra / CUN / Bizerte / Gafsa / Kairouan / Medenine / Kébili / Monastir / Gabes / Djerba

Oscillation mécaniques libres non amorties

Schéma :



Q_1 : Etablir l'équation différentielle relative à $x(t)$:

- le système {le solide (S)}
- les forces appliquées :

  $\vec{P}$: poids du solide

  $\vec{R}$: réaction du plan

  $\vec{T}$: tension du ressort

Théorème du centre d'inertie : $\sum \vec{F}_{ext} = m\,\vec{a}_G$

$$\vec{R} + \vec{P} + \vec{T} = m\,\vec{a}_G$$

Projection sur $(x'x)$:

$$0 + 0 - kx = m.\frac{d^2x}{dt^2} \Rightarrow \boxed{\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}.x = 0}$$

(E) : $\boxed{\frac{d^2x(t)}{dt^2} + \frac{k}{m}x(t) = 0}$: C'est l'équation différentielle régissant $x(t)$.

Q_2 : Vérifier que $x(t) = X_m \sin(\omega_0 t + \varphi_x)$ est une solution de $\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m} x = 0$

$$x(t) = X_m \sin(\omega_0 t + \varphi_x)$$

- $\frac{dx}{dt} = X_m \omega_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_x)$
- $\frac{d^2x}{dt^2} = -X_m \omega_0^2 \sin(\omega_0 t + \varphi_x)$

$$\Rightarrow -\omega_0^2 \underbrace{X_m \sin(\omega_0 t + \varphi_x)}_{x(t)} + \frac{k}{m} \cdot \underbrace{X_m \sin(\omega_0 t + \varphi_x)}_{x(t)} \text{ avec } \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\underset{\neq 0}{x(t)} \underbrace{\left(-\omega_0^2 + \frac{k}{m}\right)}_{=0} = 0$$

d'où $x(t) = X_m \sin(\omega_0 t + \varphi_x)$ est une solution de (E)

Q_3 : Trouver l'expression de $v(t)$:

$$V(t) = \frac{dx(t)}{dt} = \frac{d}{dt}\left(X_m \sin(\omega_0 t + \varphi_x)\right)$$

$$= X_m \omega_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_x)$$

$$V(t) = \underbrace{X_m \omega_0}_{V_m} \sin(\omega_0 t + \underbrace{\varphi_x + \frac{\pi}{2}}_{\varphi_V})$$

$V(t) = V_m \sin(\omega_0 t + \varphi_v)$ avec $V_m = \omega_0 X_m$

et $\varphi_v = \varphi_x + \frac{\pi}{2}$

Q_4 : Donner l'expression de la période T_0 :

L'oscillateur harmonique a un mouvement sinusoïdal périodique de pulsation propre $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$.

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

Soit $\boxed{T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}}$

Q_5 : Montrer que l'énergie mécanique de l'oscillateur se conserve au cours du temps.

$$E = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} k x^2$$

$$\frac{dE}{dt} = \frac{1}{\cancel{2}} \cdot \cancel{2} \cdot m \cdot v \cdot \frac{dv}{dt} + \frac{1}{\cancel{2}} \cdot \cancel{2} \cdot k \cdot x \overbrace{\frac{dx}{dt}}^{V}$$

$$\frac{dE}{dt} = V\left(\underbrace{m\frac{d^2x}{dt^2} + k \cdot x}_{0}\right) = 0$$

D'après l'équation différentielle.

$\frac{dE}{dt} = 0 \Rightarrow$ L'énergie mécanique de l'oscillateur se conserve au cours du temps.

Taki Academy
www.takiacademy.com

Magazines