Taki Academy
www.takiacademy.com

Mathématiques

Classe : BAC MATHS

Chapitre : Isométrie du plan

Exercice 1 — 20 min — 5 pt

Le plan orienté dans le sens direct.

ABCD est un losange tel que $(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}}) \equiv \frac{\pi}{3}[2\pi]$. On désigne par E le symétrique de B

par rapport à C et par I , J et K les milieux respectifs de [AC] , [BC] et [CE].

1) a) Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de chacune des applications :

   $f = S_{(BD)} \circ S_{(AB)}$ et $T = S_{(DA)} \circ S_{(CB)}$

   b) Soit $F = f(D)$. Montrer que F est le symétrique de D par rapport à (BC).

2) Soit $R = T \circ f$

   a) Déterminer $R(D)$.

   b) Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de R.

Exercice 2 — 30 min — 7 pt

Le plan est orienté dans le sens direct.

OBC est un triangle équilatéral direct inscrit dans un cercle (Γ),

A est le symétrique de C par rapport à O.

Jet K sont les points de (Γ) diamétralement opposés respectivement à B et C.

I. 1) Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de $R = S_{(OJ)} \circ S_{(OK)}$

2) Soit T la translation de vecteur $\overrightarrow{OB}$.
Déterminer la droite Δ tel que : $T = S_{\Delta} \circ S_{(OJ)}$

3) Montrer que : $T \circ R$ est la rotation de centre K et d'angle $\left(\frac{-2\pi}{3}\right)$.

II. Soit E le point tel que $\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{BO}$.

1) Montrer que le triangle ABE est équilatéral de centre O.
2) Soit f une isométrie du plan qui transforme A en C et O en B .
On pose $g = t_{\overrightarrow{BO}} \circ f$
   a) Déterminer $g(O)$ et $g(A)$.
   b) Montrer que g est soit la symétrie orthogonale d'axe (OB), soit la rotation de centre O et d'angle $\left(\frac{-2\pi}{3}\right)$.
3) Caractériser alors les isométries f du plan qui transforment A en C et O en B.
4) On pose $h = t_{\overrightarrow{OB}} \circ S_{(OB)}$ et $r = R_{\left(K;\frac{-2\pi}{3}\right)}$.
   a) Déterminer $r^{-1} \circ h(O)$ et $r^{-1} \circ h(A)$.
   b) En déduire l'ensemble des points M du plan tel que $h(M) = r(M)$.

Exercice 3 — 25 min — 5 pt

ABCD est un losange de centre O de sens direct tel que $\left(\widehat{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}}\right) \equiv \frac{\pi}{3}[2\pi]$.

I , J et K sont les milieux respectifs de [BC] , [DC] et [ID].

Δ est la médiatrice de [AB] et Δ' est la médiatrice de [DC].

Soit f l'isométrie du plan qui envoie A sur B , B sur D et D sur C .

1) a) Montrer que f n'admet aucun point fixe .

   b) En déduire la nature de f .

2) Soit R la rotation de centre B et d'angle $\frac{-\pi}{3}$.

   Montrer que : $f = R \circ S_{\Delta}$.

3) En déduire les éléments caractéristiques de f .

Taki Academy
www.takiacademy.com

Sousse (Khezama - Sahloul) Nabeul / Sfax / Bardo / Menzah El Aouina / Ezzahra / CUN / Bizerte / Gafsa / Kairouan / Medenine / Kébili / Monastir / Gabes / Djerba

www.takiacademy.com 73.832.000