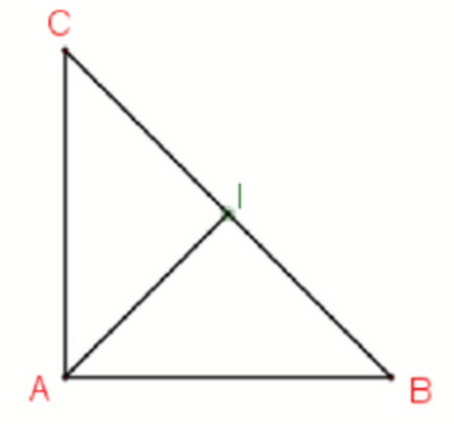
EXERCICE N°5 : 5 points 20 '

Soit ABC un triangle direct isocèle rectangle en A et I le milieu de $[BC]$.

On note S_1 , S_2 et S_3 les symétries axiales respectifs (AB) , (AC) et (AI).

a) Déterminer $S_1 \circ S_2$ et $S_2 \circ S_1$.



$$S_1 \circ S_2 = S_{(AB)} \circ S_{(AC)}$$
$$= R_{(A,\, 2(\widehat{\vec{AC},\vec{AB}}))}$$
$$= \boxed{R_{(A,\pi)} = S_A}$$

AUTREMENT

$S_1 \circ S_2 = S_{(AB)} \circ S_{(AC)}$

Comme $(AB) \perp (AC)$

donc $\boxed{S_1 \circ S_2 = S_A}$

puisque $(AB) \perp (AC)$

donc $\boxed{S_1 \circ S_2 = S_2 \circ S_1 = S_A}$

b) Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de $r_1 = S_1 \circ S_3$ et $r_2 = S_3 \circ S_2$.

$$r_1 = S_1 \circ S_3 = S_{(AB)} \circ S_{(AI)} = R_{(A, 2(\overrightarrow{AI}, \overrightarrow{AB}))}$$

$$= \boxed{R_{(A, -\frac{\pi}{2})}}$$

$$r_2 = S_3 \circ S_2 = S_{(AI)} \circ S_{(AC)}$$

Comme $(AI) \cap (AC) = \{I\}$ donc r est une rotation de Centre A et d'angle $2(\widehat{\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AI}}) \equiv 2 \times (-\frac{\pi}{4})\ [2\pi]$

$$\equiv -\frac{\pi}{2}\ [2\pi]$$

Ainsi $\boxed{r_2 = R_{(A, -\frac{\pi}{2})}}$

c) Déterminer $r_1 \circ r_2$.

$$r_1 \circ r_2 = R_{(A, -\frac{\pi}{2})} \circ R_{(A, -\frac{\pi}{2})}$$

$$= \boxed{R_{(A, \pi)} = S_A}$$

(Composée de deux rotation de même Centre)

AUTREMENT

$$r_1 \circ r_2 = S_1 \circ \underbrace{S_3 \circ S_3}_{Idp} \circ S_2 = S_1 \circ S_2 = \boxed{S_A}$$