Taki Academy
www.takiacademy.com

Mathématiques

Classe : BAC MATHS

Chapitre : Isométrie du plan

Exercice 1 — 20 min — 6 pt

Dans le plan orienté dans le sens direct,

$ABCD$ est losange de centre O de sens direct tel que $AC = 2BD$

Δ est la droite qui porte la bissectrice intérieure du secteur $[OA, OB]$.

Soient A' , B', C' et D' les Images respectives des points A, B, C et D par S_Δ.

1) Caractériser chacune des applications suivantes :

   $S_\Delta \circ S_O$; $S_\Delta \circ S_{(AC)}$ et $S_\Delta \circ S_{(BD)}$

2) Déterminer l'ensemble δ des isométries du plan qui laissent globalement Invariant l'ensemble $\{A, B, C, D\}$.

3) Soit δ' l'ensemble des isométries du plan qui transforme $\{A, B, C, D\}$ en $\{A', B', C', D'\}$.

   On pose $g = S_\Delta \circ f$

   a) Montrer que : $g \in \delta' \Leftrightarrow f \in \delta$

   b) En déduire l'ensemble δ'

Exercice 2 — 20 min — 6 pt

Dans le plan orienté P , on considère un triangle équilatéral direct ABC.

On désigne par I, J et K les milieux respectifs des segments $[BC]$; $[AC]$ et $[AB]$

Et par O le centre du cercle circonscrit au triangle ABC.

Soit Δ la perpendiculaire à (AB) en B . On désigne par R_1 la rotation de centre C

et d'angle $\frac{\pi}{3}$ et par R_2 la rotation de centre O et d'angle $\frac{2\pi}{3}$.

1) Déterminer la droite D telle que : $R_1 = S_D \circ S_{(OC)}$

2) Déterminer la droite D' telle que : $R_2 = S_{(OC)} \circ S_{D'}$

3) En déduire la nature et les éléments caractéristiques de $R_1 \circ R_2$

4) Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de chacune des applications :
$R_3 = S_\Delta \circ S_{(BC)}$ et $R_3 \circ R_1$.

5) On pose $f = R_1^{-1} \circ R_3 \circ R_1$

a) Montrer que f est une rotation de centre A et d'angle $\frac{-\pi}{3}$.

b) En déduire que : $R_1 \circ R_{\left(A;\frac{-\pi}{3}\right)} = t_{\overrightarrow{AB}}$

c) Soit M un point de P . On pose $M' = R_{\left(A;\frac{\pi}{3}\right)}(M)$ et $M'' = R_1(M)$.

Montrer que : $\overrightarrow{M'M''} = \overrightarrow{AB}$

Exercice 3 — 25 min — 5 pt

Soit ABC un triangle équilatéral direct . On note Γ son cercle circonscrit .

La médiatrice de $[BC]$ coupe Γ en A et D . On note A' le point d'intersection des droites

(BD) et (AC).

1) Montrer que : A' est le symétrique de A par rapport à C.
2) a) Déterminer la nature et les éléments caractéristique des isométries suivantes :
$S_{(BD)} \circ S_{(DC)}$ et $S_{(AC)} \circ S_{(AB)}$

b) Soit Δ la parallèle à (DC) passant par A.

Montrer que : $S_{(BD)} \circ S_{(DC)} = S_{(DC)} \circ S_{(DA)}$ et
$S_{(AC)} \circ S_{(AB)} = S_{(AD)} \circ S_\Delta$.

c) Déterminer l'isométrie : $T = S_{(BD)} \circ S_{(DC)} \circ S_{(AC)} \circ S_{(AB)}$

d) Déterminer T(A) et retrouver que le symétrique de A par rapport à C est le point

d'intersection des droites (AC) et (BD).