



Taki Academy
www.takiacademy.com

Physique

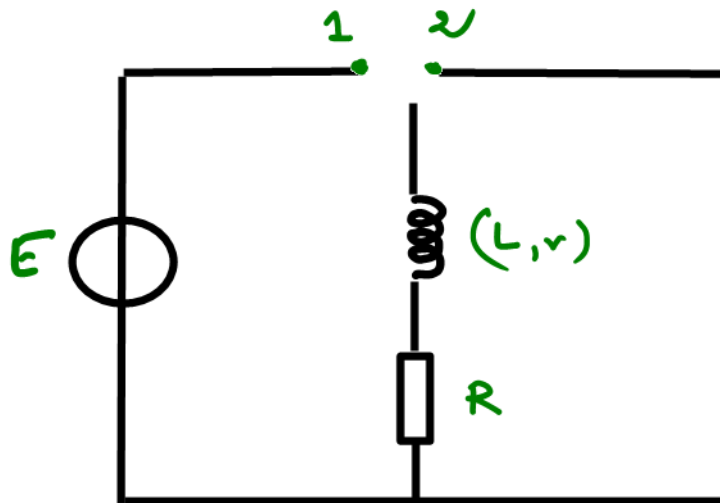
Classe : 4^{ème} Maths

Chapitre : Le Dipôle RL

📍 Sousse (Khezama - Sahloul) Nabeul / Sfax / Bardo / Menzah El Aouina /
Ezzahra / CUN / Bizerte / Gafsa / Kairouan / Medenine / Kébili / Monastir /
Gabes / Djerba



Le Shéma du circuit



position 1 : établissement du courant
position 2 : répture du courant.

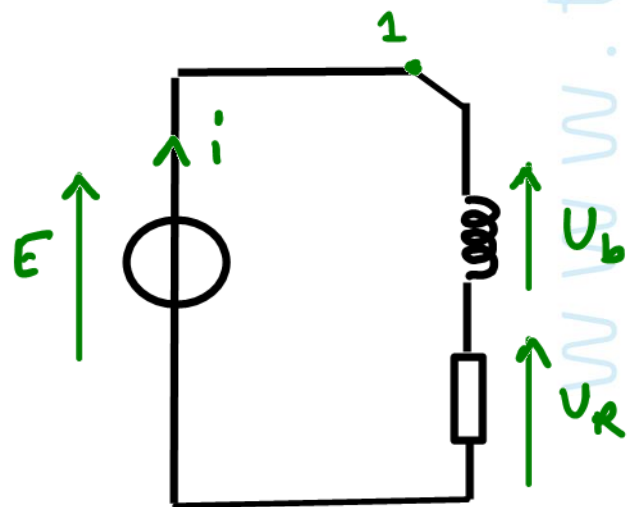
Qst 1 : Etablir l'équation différentielle relative à $i(t)$:

* position 1 :

D'après la loi des mailles :

$$U_L + U_R - E = 0$$

$$U_L + U_R = E$$



$$\Rightarrow L \frac{di}{dt} + r i + R i = \bar{E}$$

$$\Rightarrow L \frac{di}{dt} + (r + R) i = \bar{E}$$

$$\Rightarrow \frac{di}{dt} + \frac{(r+R)}{L} i = \frac{\bar{E}}{L}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{di}{dt} + \frac{1}{Z} i = \frac{E}{L}}$$

avec $Z = \frac{L}{(r+R)}$

position 2 :
loi des mailles :

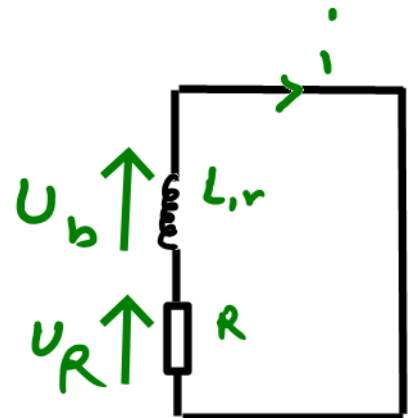
$$U_b + U_R = 0$$

$$\Rightarrow L \frac{di}{dt} + r i + R i = 0$$

$$\Rightarrow L \frac{di}{dt} + (r + R) i = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{di}{dt} + \frac{1}{Z} i = 0}$$

avec $Z = \frac{L}{R+r}$



Qst 2 : vérifier la solution
de l'équation différentielle

* position 1 :

$$i(t) = I_0 (1 - e^{-t/2}) \quad \text{avec}$$

$$I_0 = \frac{E}{R+r}$$

$$* \quad \frac{d}{dt} i + \frac{1}{2} i = \frac{E}{L}$$

$$\Rightarrow \frac{d}{dt} I_0 (1 - e^{-t/2}) + \frac{1}{2} I_0 (1 - e^{-t/2}) = \frac{E}{L}$$

$$\Rightarrow \left\{ \frac{d}{dt} I_0 - \frac{d}{dt} I_0 e^{-t/2} + \frac{I_0}{2} - \frac{I_0}{2} e^{-t/2} \right\} = \frac{E}{L}$$

$$\Rightarrow \cancel{\frac{I_0}{2} e^{-t/2}} + \frac{I_0}{2} - \cancel{\frac{I_0}{2} e^{-t/2}} = \frac{E}{L}$$

$$\Rightarrow \frac{I_0}{2} = \frac{E}{L}$$

$$\Rightarrow I_0 = \frac{2E}{L} = \frac{\cancel{L}}{R+r} \frac{E}{\cancel{L}}$$



$$\Rightarrow I_0 = \frac{E}{R+r}$$

\Rightarrow donc $i(t) = I_0(1 - e^{-t/2})$ est solution de l'équation différentielle.

position 2:

$$* \frac{d}{dt} i + \frac{1}{2} i = 0 ; \quad i(t) = I_0 e^{-t/2}$$

$$* \frac{d}{dt} i(t) = \frac{d}{dt} I_0 e^{-t/2} \\ = -\frac{I_0}{2} e^{-t/2}$$

$$\Rightarrow \frac{d}{dt} i + \frac{1}{2} i = -\frac{I_0}{2} e^{-t/2} + \frac{I_0}{2} e^{-t/2} \\ = 0.$$

$\Rightarrow i(t) = I_0 e^{-t/2}$ est une

solution de l'équation différentielle



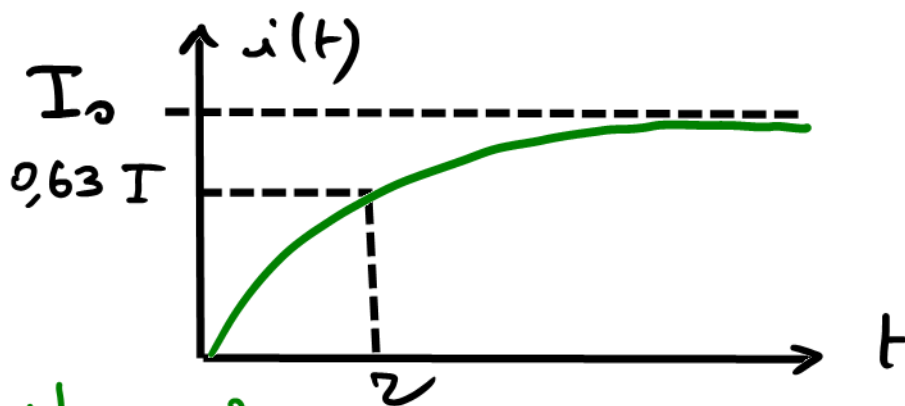
Qst 3 : tracer l'allure de $i(t)$:

position 1 :

$$i(t) = I_0 (1 - e^{-t/\tau})$$

* $t \rightarrow 0 \Rightarrow i(0) = 0$

* $t \rightarrow +\infty \Rightarrow i(+\infty) = I_0$

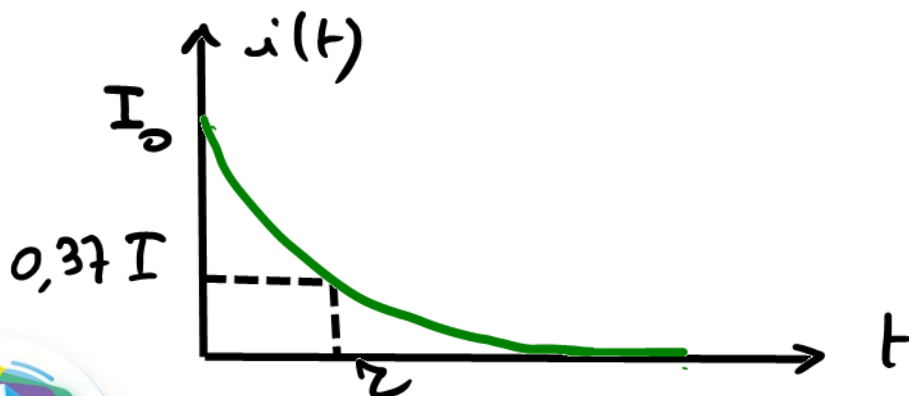


position 2 :

$$i(t) = I_0 e^{-t/\tau}$$

* $t \rightarrow 0 \Rightarrow i(0) = I_0$

* $t \rightarrow +\infty \Rightarrow i(+\infty) = 0$



Qst 4 : E tablivre L'équation différentielle relative à $v_R(t)$: position 1 :

D'après laides mailles :

$$U_b + U_R - E = 0$$

$$\Rightarrow L \frac{di}{dt} + (r+R) i = E$$

$$\frac{di}{dt} + \frac{(r+R)}{L} i = \frac{E}{L}$$

$$\times R \quad \left(\frac{dU_R}{dt} + \frac{(r+R)}{L} U_R = \frac{RE}{L} \right) \quad \times R$$

position 2 :

laides mailles :

$$U_b + U_R = 0$$

$$\Rightarrow L \frac{di}{dt} + (r+R) i = 0$$

$$\times R \quad \left(\frac{dU_R}{dt} + \frac{(r+R)}{L} U_R = 0 \right) \quad \times R$$



Qst 5: En déduire celle relative à $U_b(t)$:

$$\frac{dU_R}{dt} + \frac{(r+R)}{L} U_R = \frac{RE}{L}$$

D'après la loi des mailles :

$$U_R = E - U_b$$

$$\Rightarrow \frac{d}{dt}(E - U_b) + \frac{R+r}{L}(E - U_b) = \frac{RE}{L}$$

$$\Rightarrow \underbrace{\frac{dE}{dt}}_0 - \frac{dU_b}{dt} + \frac{R+r}{L}E - \frac{R+r}{L}U_b = \frac{RE}{L}$$

$$\Rightarrow -\frac{dU_b}{dt} - \frac{R+r}{L}U_b = \frac{RE}{L} - \frac{R+r}{L}E$$

$$-\frac{dU_b}{dt} - \frac{R+r}{L}U_b = \frac{\cancel{RE} - RE - rE}{L}$$

\Rightarrow

$$\frac{dU_b}{dt} + \frac{R+r}{L}U_b = \frac{rE}{L}$$



Qst 6 : Établir les expressions de chacune des tensions U_R et U_b

* position 1 :

$$U_R = R i$$

$$\Rightarrow U_R = R I_0 (1 - e^{-t/2})$$

$$\Rightarrow U_R = R \frac{E}{R+r} (1 - e^{-\frac{t}{2}})$$

* d'après la loi des mailles :

$$U_b = E - U_R$$

$$= E - \frac{R E}{R+r} (1 - e^{-\frac{t}{2}})$$

$$= \frac{(R+r) E - R E (1 - e^{-\frac{t}{2}})}{R+r}$$



$$\Rightarrow U_b = \frac{\cancel{R}E + rE - \cancel{R}E + RE e^{-\frac{r}{Z}t}}{R+r}$$

$$U_b = \frac{rE}{R+r} + R \frac{E}{R+r} e^{-\frac{r}{Z}t}$$

* position i :

$$U_R = R i$$

$$= R I_0 e^{-\frac{r}{Z}t}$$

$$= R \frac{E}{R+r} e^{-\frac{r}{Z}t}$$

• Loi des mailles :

$$U_b + U_R = 0$$

$$\Rightarrow U_b = -U_R$$

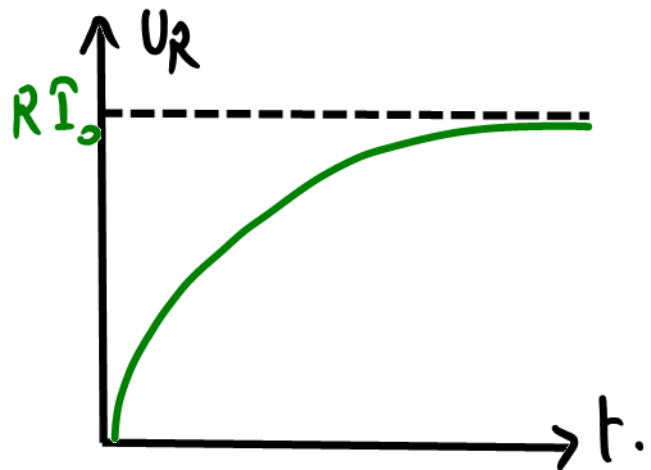
$$U_b = -R \frac{E}{R+r} e^{-\frac{r}{Z}t}$$



Qst 7 : Tracer l'allure de U_R et U_b

* position 1:

$$U_R = R I_0 (1 - e^{-t/\tau})$$

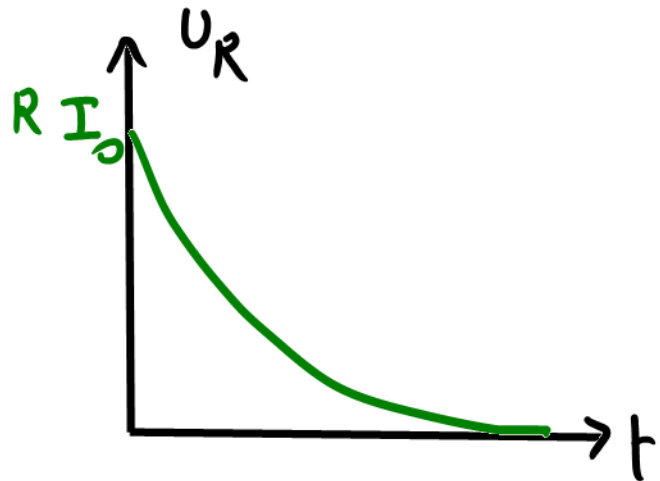


* $t \rightarrow 0 \Rightarrow U_R(0) = 0$

* $t \rightarrow +\infty \Rightarrow U_R(+\infty) = R I_0$

* position 2:

$$U_R = R I_0 e^{-t/\tau}$$



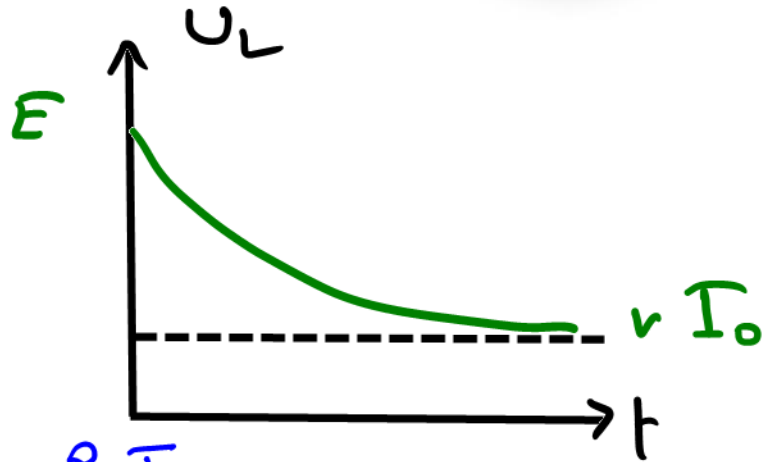
* $t \rightarrow 0 \Rightarrow U_R(0) = R I_0$

* $t \rightarrow +\infty \Rightarrow U_R(+\infty) = 0$



* L'allure de U_b :

$$U_b = E - R I (1 - e^{-t/\tau})$$



* $t \rightarrow 0 \Rightarrow U_b(0) = E$

* $t \rightarrow +\infty \Rightarrow U_b(+\infty) = E - R I_0$

Rp : En régime permanent ($t \rightarrow +\infty$) :
 $i = I_0 = \text{cte}$

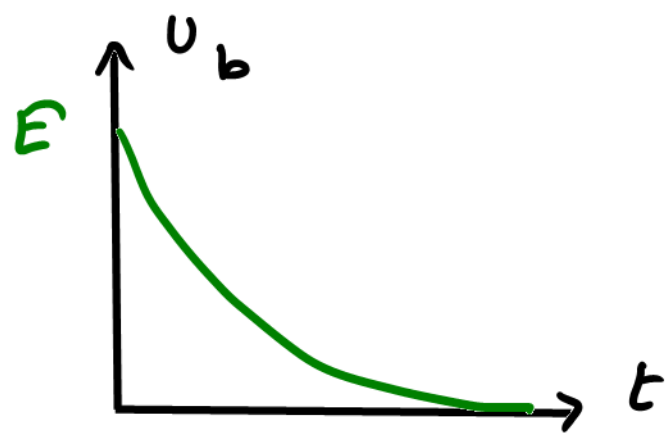
$$\begin{aligned} U_b &= E - R I \\ &= E - R \frac{E}{R+r} \\ &= \frac{(R+r)E - R E}{R+r} \\ &= \frac{r E}{R+r} \\ &= r I_0 \end{aligned}$$



R_g : Si la bobine est purement inductive
alors $r = 0$.

* En régime permanent :

$$U_b = 0$$



- * Dans ce cas la bobine est appelée :
- purement inductive
 - idéale
 - de résistance négligeable

on la note : $U_L = L \frac{di}{dt}$

Qst 8 : Donner le nom, la définition et la signification physique de la constante

τ (taux) :

- **nom :** c'est la constante du temps
- **Définition :** c'est une grandeur physique qui nous renseigne sur la rapidité de l'établissement et de l'annulation du courant.
- **signification physique :** c'est le temps nécessaire pour que l'intensité du courant atteigne 63% de sa valeur maximale.



Taki Academy
www.takiacademy.com



Sousse (Khezama - Sahloul) Nabeul / Sfax / Bardo / Menzah El Aouina /
Ezzahra / CUN / Bizerte / Gafsa / Kairouan / Medenine / Kébili / Monastir /
Gabes / Djerba



www.takiacademy.com



73.832.000