



Taki Academy  
www.takiacademy.com

Classe : Bac Maths

Série : proba et espace

Nom du Prof : Mohamed Hedi  
Ghomriani

📍 Sousse (Khezama - Sahloul) Nabeul / Sfax / Bardo / Menzah El Aouina /  
Ezzahra / CUN / Bizerte / Gafsa / Kairouan / Medenine / Kébili / Monastir /  
Gabes / Djerba / Jendouba / Sidi Bouzid / Siliana / Béja / Zaghouan



www.takiacademy.com



73.832.000



## Exercice 1

⌚ 25 min

5 pts



On considère deux urnes :

U1 contient trois boules rouges et deux boules blanches

et U2 contient deux boules rouges et trois boules blanches. Toutes les boules sont indiscernables au toucher.

Expérience :

On lance une pièce de monnaie truquée de façon que la probabilité de l'apparition du côté pile soit le double de celle de l'apparition du côté face.

Si on obtient pile on tire simultanément trois boules de l'urne U<sub>1</sub>.

Si non on tire successivement et avec remise trois boules de l'urne U<sub>2</sub>.

1) On considère les événements suivants :

A : « Les boules tirées sont rouges »

B : « Parmi les boules tirées il y a exactement deux boules rouges »

C : « Parmi les boules tirées il y a au plus une boule rouge »

a) Montrer que la probabilité de A est égale à  $\frac{11}{125}$

b) Calculer la probabilité des événements B, C et  $B \cup C$

2) On répète l'expérience précédente dix fois en remettant à chaque fois les boules tirées dans leurs urnes et on désigne par X l'aléa-numérique égale le nombre de fois de la réalisation de l'évènement A.

a) Déterminer la nature de la loi de probabilité de X

b) Calculer la probabilité de la réalisation d'au moins une fois l'évènement A

c) Calculer l'espérance et la variance de X.

## Exercice 2

⌚ 25 min

5pts

L'espace est muni d'un repère orthonormé  $(A, i, j, k)$ .

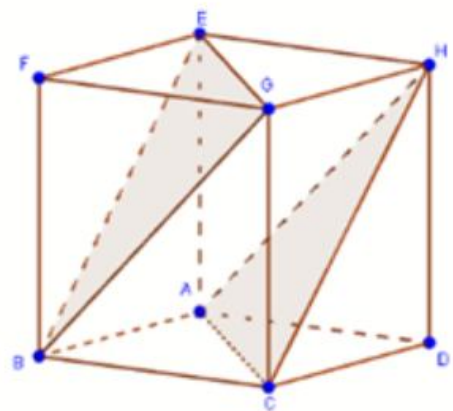
Soit ABCDEFGH un cube tel que  $\overrightarrow{AB} = 6\vec{i}$ ,  $\overrightarrow{AD} = 6\vec{j}$  et  $\overrightarrow{AE} = 6\vec{k}$

On désigne par P le plan (ACH) et par Q le plan (EGB)

1) a) Déterminer les composantes du vecteur  $\overrightarrow{AC} \wedge \overrightarrow{AH}$

b) En déduire une équation du plan P

c) Montrer que les plans P et Q sont parallèles et donner une équation cartésienne du plan Q



2) Soit  $S$  la sphère d'équation  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 2z = 0$

a) Déterminer le rayon de  $S$  et les coordonnées de son centre  $I$

b) Soit  $J$  le projeté orthogonal de  $A$  sur le plan  $Q$ . Montrer que  $[AJ]$  est un diamètre de  $S$

c) Montrer que la sphère  $S$  est tangente à chacun des deux plans  $P$  et  $Q$

3) Soit  $t$  la translation de vecteur  $\vec{u} = 2\vec{i} + 4\vec{j} + 2\vec{k}$

a) Soit  $A'$  et  $J'$  les images respectives de  $A$  et  $J$  par  $t$ . Déterminer les coordonnées de  $A'$  et  $J'$

b) Déterminer l'image  $S'$  de  $S$  par  $t$

c) Montrer que  $S'$  est tangente aux deux plans  $P$  et  $Q$  et déterminer leurs points de contact

### Exercice 3

⌚ 35 min

6 pts



Un joueur dispose d'un dé cubique bien équilibré dont les faces sont numérotées de 1 à 6 et de trois urnes,  $U_1, U_2$  et  $U_3$  contenant chacune  $k$  boules où  $k$  désigne un entier naturel supérieur ou égal à 3.

Il y a trois boules noires dans  $U_1$ , deux boules noires dans  $U_2$  et une boule noire dans  $U_3$ . Toutes les autres boules dans les urnes sont blanches. Les boules sont indiscernables au toucher.

Une partie se déroule de la manière suivante :

Le joueur lance le dé :

- S'il obtient le numéro 1, il prend au hasard une boule dans l'urne  $U_1$ , note sa couleur et la remet dans  $U_1$ .
- S'il obtient un multiple de 3, il prend au hasard une boule dans  $U_2$ , note sa couleur et la remet dans  $U_2$ .
- Si le numéro amené par le dé n'est ni 1 ni un multiple de 3, il prend au hasard une boule dans  $U_3$ , note sa couleur et la remet dans  $U_3$ .

On désigne par  $A, B, C$  et  $N$  les événements suivants :

$A$  : « Le dé amène le numéro 1 ».

$B$  : « Le dé amène un multiple de 3 ».

$C$  : « Le dé amène un numéro qui n'est ni 1 ni un multiple de 3 ».

$N$  : « La boule tirée est noire ».

1) Le joueur joue une partie.

- a) Montrer que la probabilité qu'il obtienne une boule noire est égale à  $\frac{5}{3k}$ .
- b) Calculer la probabilité que le dé ait amené le 1 sachant que la boule tirée est noire.
- c) Déterminer  $k$  pour que la probabilité d'obtenir une boule noire soit supérieur à  $\frac{1}{2}$ .
- d) Déterminer  $k$  pour que la probabilité d'obtenir une boule noire soit égale à  $\frac{1}{30}$ .
- 2) Dans cette question,  $k$  est choisi pour que la probabilité d'obtenir une boule noire en jouant une partie soit égale à  $\frac{1}{30}$ . Le joueur fait 20 parties indépendantes les urnes des autres. Calculer, sous forme exacte puis arrondie à  $10^{-3}$  près la probabilité qu'il obtienne au moins une fois une boule noire.

