Cours

Oscillations électriques forcées.

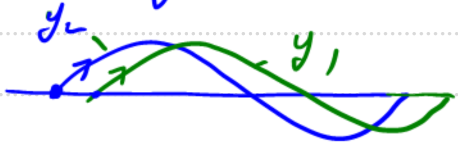
Déphasage

$y_1(t) = a_1 \sin(\omega t + \varphi_1)$, $y_2 = a_2 \sin(\omega t + \varphi_2)$

• Déphasage de y_2 sur y_1 : $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \Delta\varphi_0 + 2k\pi$

$-\pi < \Delta\varphi_0 < \pi$

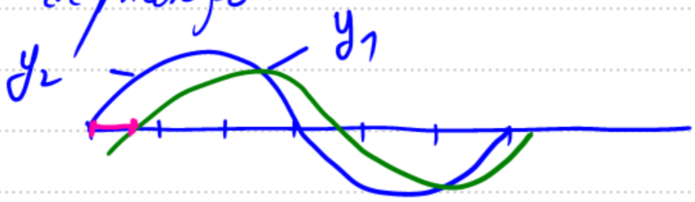
. $\Delta\varphi_0 > 0 \Rightarrow$ y_2 en avance de phase sur y_1



$\Delta\varphi_0 < 0$: y_2 en retard de phase sur y_1

. Calcul de déphasage.

Exp :



$\Delta\varphi \longrightarrow$ décalage horaire Δt

$\Delta\varphi = \pm\, \omega \cdot \Delta t$ $\quad (\Delta t < T/2)$

y_2 en avance de phase sur $y_1 \Rightarrow \varphi_2 - \varphi_1 > 0$.

$\varphi_2 - \varphi_1 = + \omega \cdot \Delta t = \frac{2\pi}{T} \times \frac{0{,}5\,T}{6} = \frac{\pi}{6}$ rad

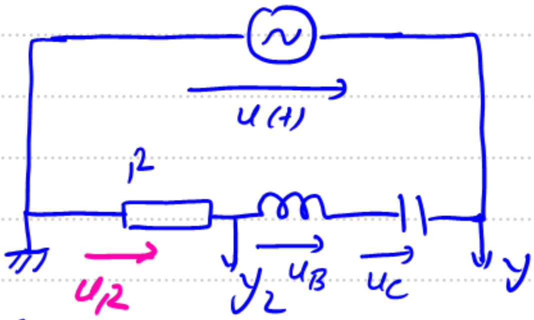
• Vecteur de Fresnel

A chaque fonction sinusoïdale on associe un vecteur dit vecteur de Fresnel

$y = a \sin(\omega t + \varphi) \longrightarrow \vec{OA}\,(a, \varphi)$

oscillations électriques forcées

I/ Étude expérimentale

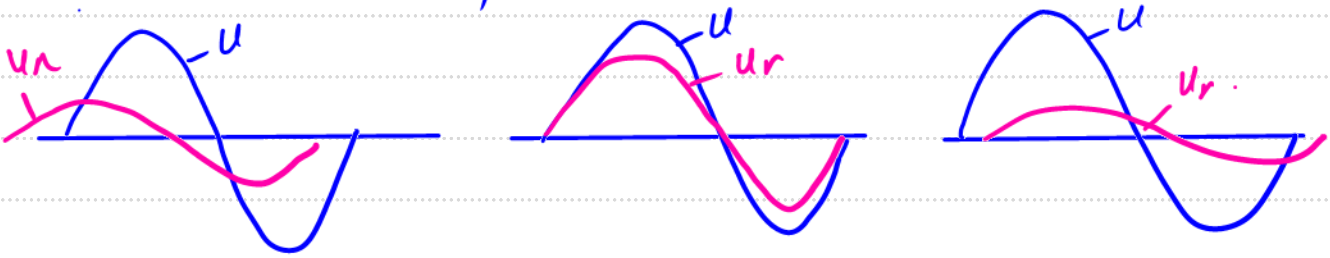


Visualisation : $u_R(t)$ et $u(t)$: de même période (de même fréquence)

⇒ GBF impose sa fréquence au circuit RLC ⇒ oscillations forcées

{ GBF : excitateur → u(t) : tension excitatrice
{ Circuit RLC : Résonateur

On augmente N à partir d'une valeur faible



$N < N_0$ ⇒ $\varphi_i - \varphi_u > 0$

$N = N_0$: $\varphi_i - \varphi_u = 0$

$N > N_0$: $\varphi_i - \varphi_u < 0$

U_{Rm} prend sa valeur max pour $\boxed{N = N_0}$

$U_{Rm} = R I_m \Rightarrow I_m = \frac{U_{Rm}}{R}$: max pour $N = N_0$

⇒ $N = N_0$ ⇒ i et u en phase et I_m maximal

⇒ C'est la résonance d'intensité

Etude théorique.

1) Eq. diff : loi des mailles donne $u_R + u_B + u_C = u(t)$

$$\boxed{L\frac{di}{dt} + (R+r)i + \frac{1}{C}\int i\,dt = u(t)}$$: Eq. diff de solution

$$i(t) = \boxed{I_m}\sin(\omega t + \boxed{\varphi_i})$$

$$\begin{cases} (R+r)i \longrightarrow \vec{V_1}\left((R+r)I_m, \varphi_i\right) \\ L\frac{di}{dt} \longrightarrow \vec{V_2}\left[L\omega I_m, \varphi_i + \frac{\pi}{2}\right) \\ \frac{1}{C}\int i\,dt \longrightarrow \vec{V_3}\left(\frac{I_m}{C\omega}, \varphi_i - \frac{\pi}{2}\right) \end{cases}$$

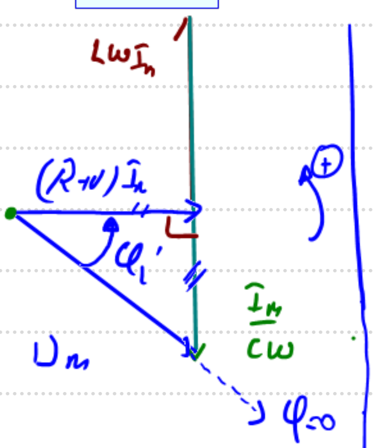
$\Rightarrow \vec{V_2}$ et $\vec{V_3}$ colinéaires et de sens contraires.

$$u(t) = U_m \sin(\omega t) \longrightarrow \vec{V}(U_m, 0)$$

3 cas : 1er cas : $L\omega \cancel{I_m} < \frac{\cancel{I_m}}{C\omega} \Rightarrow \omega^2 < \frac{1}{LC} = \omega_0^2$

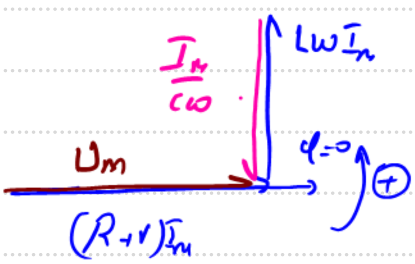
$\Rightarrow \omega < \omega_0 \Rightarrow N < N_0$.

$N < N_0$.



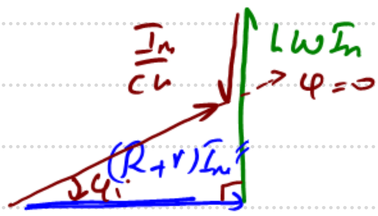
$0 < \varphi_i' = \varphi_i - \varphi_u < \frac{\pi}{2}$ rd

$N = N_0$.



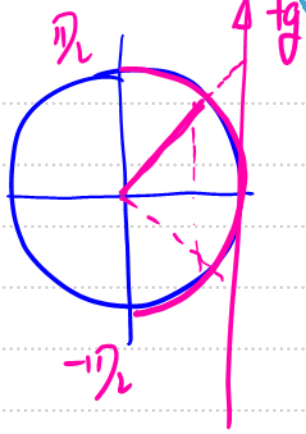
$\varphi_i' = \varphi_i - \varphi_u = 0$

$N > N_0$.



$-\frac{\pi}{2} < \varphi_i' = \varphi_i - \varphi_u < 0$

$\boxed{-\pi/2 < \varphi_i - \varphi_u < \pi/2 \text{ rad}}$



* **Expression de I_m**

$$U_m^2 = (R+r)^2 I_m^2 + \left(\frac{I_m}{C\omega} - L\omega I_m\right)^2$$

$$U_m^2 = \left[(R+r)^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2\right] I_m^2$$

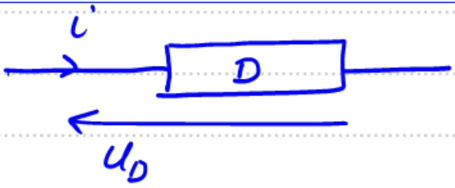
$$I_m = \frac{U_m}{\sqrt{(R+r)^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}} \Rightarrow \boxed{I_m = \frac{U_m}{Z}}$$

on pose $\boxed{Z = \sqrt{(R+r)^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}}$: impédance électrique du circuit (en Ω)

$$Z = \frac{U_m}{I_m} = \frac{U_{eff}\sqrt{2}}{I_{eff}\sqrt{2}} = \frac{U_{eff}}{I_{eff}} = \sqrt{(R+r)^2 + (L\omega - 1/C\omega)^2}$$

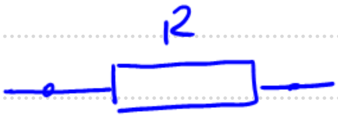
Rque : $\boxed{Z = \sqrt{(R+r)^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}}$: Circuit RLC

En general.



$(u_D \cancel{=} Z_D i)$

$\boxed{U_{Dm} = Z_D I_m \text{ ou } U_D = Z_D I}$ (U, I) : valeur efficace

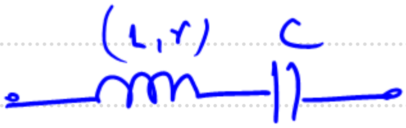


$Z_D = R$

$Z_C = \frac{1}{C\omega} \Rightarrow U_{Cm} = \frac{1}{C\omega} I_m$

$Z_L = L\omega$

: $Z_B = \sqrt{r^2 + (L\omega)^2}$



$Z_{BC} = \sqrt{r^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$

. $\boxed{\text{Phase initial}}$ $(\varphi_i = \varphi_i - \varphi_u)$

Construction . $\boxed{tg(\varphi_i) = tg(\varphi_i - \varphi_u) = \dfrac{\frac{1}{C\omega} - L\omega}{R + r}}$ générale

$$\boxed{\cos\varphi_i = \frac{(R+r)\,I_m}{U_m} = \frac{(R+r)}{Z}}$$

Rque : $tg(\varphi_i - \varphi_u) = \dfrac{\frac{1}{C\omega} - L\omega}{(R+r)}$

• $\frac{1}{C\omega} > L\omega \Rightarrow tg(\varphi_i - \varphi_u) > 0 \Rightarrow \varphi_i - \varphi_u > 0 \Rightarrow$

i en avance de phase sur u(t) : Circuit capacitif

• $L\omega > \frac{1}{C\omega} \Rightarrow \varphi_i - \varphi_u < 0 \Rightarrow$ Circuit inductif

• $L\omega = \frac{1}{C\omega} \Rightarrow \varphi_i - \varphi_u = 0 \Rightarrow$ Circuit résistif

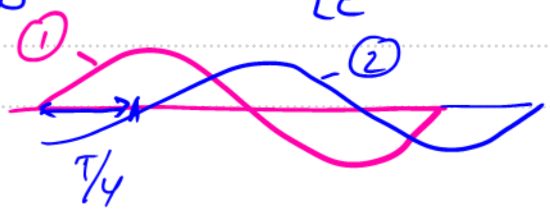
$\boxed{\text{Resonance d'intensité}}$ $\Rightarrow I_m$ prend la valeur max

$$I_m = \frac{U_m}{Z} = \frac{U_m}{\sqrt{(R+r)^2 + (L\omega - 1/C\omega)^2}}$$

I_m est max $\Rightarrow$ Z minimale $\Rightarrow L\omega - \frac{1}{C\omega} = 0$

$L\omega = \frac{1}{C\omega} \Rightarrow \omega^2 = \frac{1}{LC} \Rightarrow \omega = \omega_0 \Rightarrow \boxed{N = N_0}$

Exp :



$\begin{cases} u(t) \\ u_L(t) \end{cases}$

$-\pi/2 < \varphi_i - \varphi_u < \pi/2$ rad or $u_L = L\frac{di}{dt}$ $\begin{cases} U_{Lm} = L\omega I_m \\ \varphi_{u_L} = \varphi_i + \pi/2 \end{cases}$

$\Rightarrow \varphi_i = \varphi_{u_L} - \pi/2$

$\rightarrow -\pi/2 < \varphi_{u_L} - \pi/2 - \varphi_u < \pi/2$

$0 < \varphi_{u_L} - \varphi_u < \pi$ rad (positive)

u_L est toujours en avance de phase sur $u(t)$

$\Rightarrow \begin{cases} (1) \rightarrow u_L \\ (2) \rightarrow u(t) \end{cases}$

Courbes. u_L en avance de phase sur $u(t)$

$\varphi_{u_L} - \varphi_u > 0 \Rightarrow \varphi_{u_L} - \varphi_u = + \frac{2\pi}{T} \times \Delta t$

$= \frac{2\pi}{\cancel{T}} \cdot \frac{\cancel{T}}{4} = \pi/2$ rad

or $\varphi_{u_L} = \varphi_i + \pi/2 \Rightarrow \varphi_i + \cancel{\pi/2} - \varphi_u = \cancel{\pi/2}$

$(\varphi_i - \varphi_u) = 0 \Rightarrow$ Résonance d'intensité

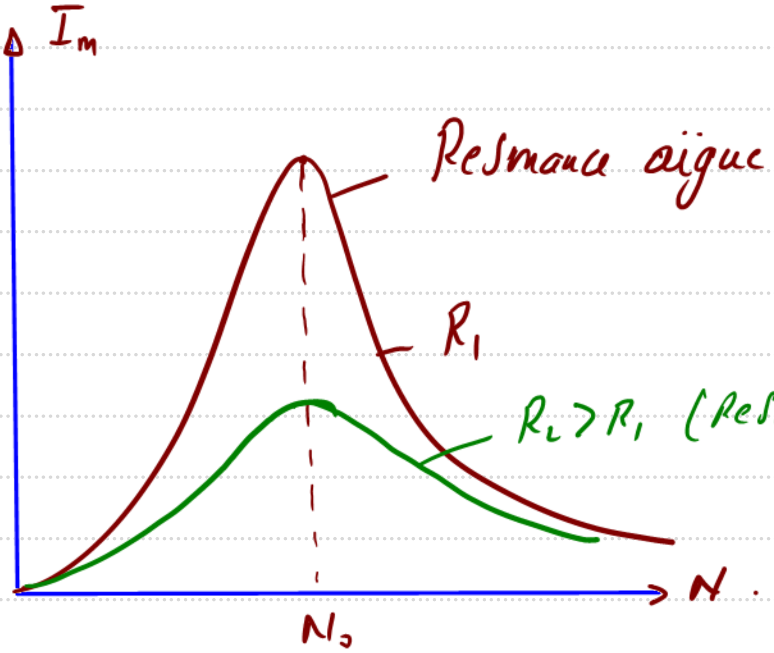
Résonance d'intensité (I_m : max)

$\begin{cases} \cdot\ N = N_0 \Rightarrow \omega = \omega_0 \\ \cdot\ \varphi_i - \varphi_u = 0 \\ \cdot\ Z = (R + r) \end{cases}$

· Courbe de résonance

$I_m = \frac{U_m}{\sqrt{(R+r)^2 + (L\omega - 1/C\omega)^2}}$

$\begin{cases} N \rightarrow 0 : & I_m \rightarrow 0 \\ N = N_0 : & I_{mr} = \frac{U_m}{(R+r)} \\ N \rightarrow \infty & I_m \rightarrow 0 \end{cases}$



Puissance moyenne

$$\mathcal{P} = UI\cos\varphi = \frac{1}{2}U_m I_m \cos\varphi \qquad (\varphi = \varphi_i - \varphi_u)$$

$\cos\varphi$: facteur de puissance

or $\cos\varphi = \dfrac{(R+r)}{Z} = \dfrac{(R+r)\,I}{U}$ $\qquad \left(Z = \dfrac{U}{I}\right)$

$$\Rightarrow \mathcal{P} = \cancel{U}I \cdot \frac{(R+r)\,I}{\cancel{U}} = (R+r)\,I^2.$$

$\Rightarrow$ C'est une puissance dissipée par effet Joule

Resonance d'intensité ($\varphi = 0 \Rightarrow \cos\varphi = 1$)

$\mathcal{P} = UI$ or $I = \dfrac{U}{Z} = \dfrac{U}{R+r}$.

$$\mathcal{P} = \frac{U^2}{(R+r)}.$$