Taki Academy
www.takiacademy.com

Mathématiques

Classe : BAC

Chapitre : Fonctions Exponentielles

Sousse (Khezama - Sahloul) Nabeul / Sfax / Bardo / Menzah El Aouina / Ezzahra / CUN / Bizerte / Gafsa / Kairouan / Medenine / Kébili / Monastir / Gabes / Djerba

Exercice 1 — 40 min — 6 pt

Soit f la fonction définie sur IR par: $f(x)=\dfrac{x}{x+e^{-x}}$.

On désigne par $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1°) Soit g la fonction définie sur IR par $g(x)=e^{-x}+x-1$.

a) Dresser le tableau de variation de g.

b) Montrer que pour tout réel x, $g(x)\geq 0$.

2°) a) Montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0$. Interpréter graphiquement les résultats.

b) Montrer que pour tout réel x, $f'(x)=\dfrac{(x+1)e^{-x}}{\left(x+e^{-x}\right)^2}$.

c) Dresser le tableau de variation de f.

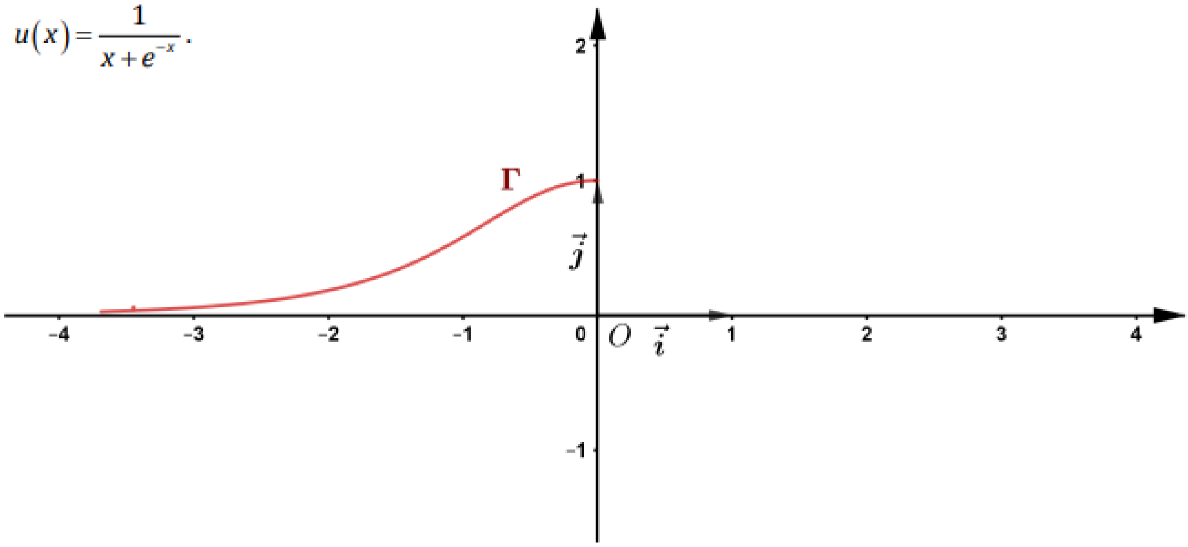
3°) a) Montrer que la droite $T: y=x$ est la tangente à $\mathscr{C}$ au point O.

b) Vérifier que $x-f(x)=\dfrac{x\,g(x)}{g(x)+1}$.

c) En déduire la position relative de $\mathscr{C}$ et T.

4°) Dans l'annexe ci-jointe on a tracé la courbe Γ représentative de la fonction u définie sur $]-\infty,0]$ par :

$u(x)=\dfrac{1}{x+e^{-x}}$.



a) Construire le point $A\left(-1,\dfrac{1}{1-e}\right)$, ainsi que la tangente à $\mathscr{C}$ au point A.

b) Tracer $\mathscr{C}$ et T.

5°) Soit h la restriction de f à l'intervalle $[-1,+\infty[$.

a) Montrer que h admet une fonction réciproque h^{-1} définie sur $\left[\dfrac{1}{1-e},1\right[$.

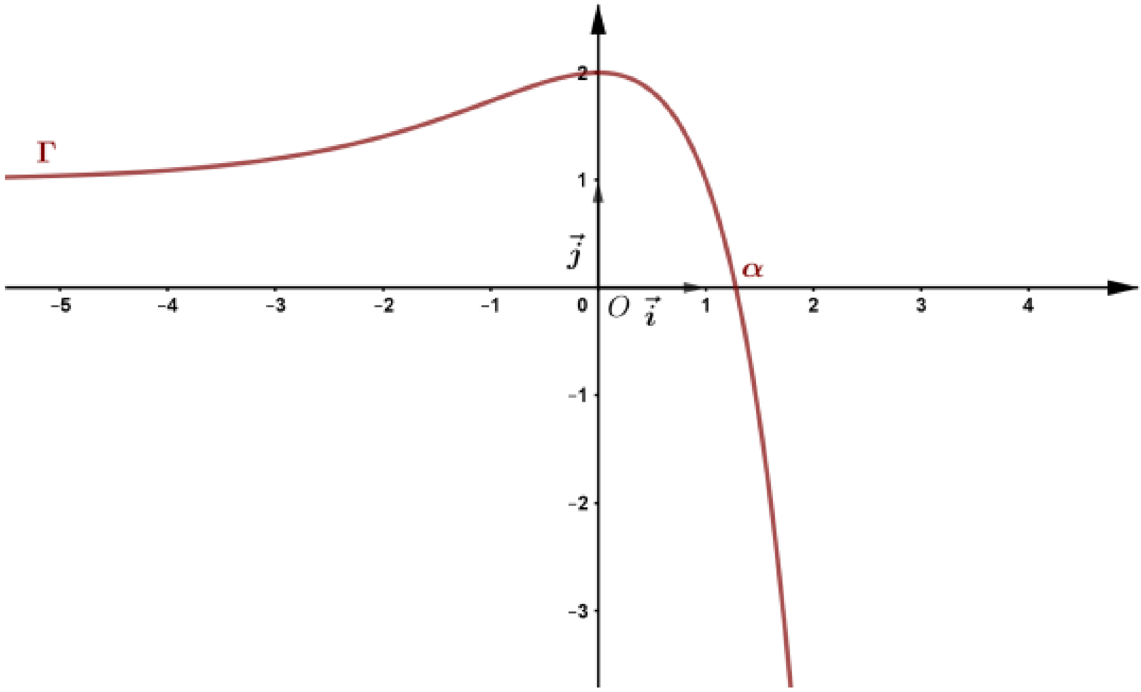
b) Tracer dans le même repère la courbe $\mathscr{C}'$ de h^{-1}.

Exercice 2 | 30 min | 6 pt

Soit f une fonction définie sur IR par $f(x)=\dfrac{x}{e^x+1}$. On désigne par $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

On a représenté la courbe Γ, ci-joint, d'une fonction g définie sur IR par $g(x)=(1-x)e^x+1$.

• La courbe Γ coupe l'axe des abscisses en un seule point d'abscisses α.



1°) Par lecture graphique déterminer le signe de $g(x)$.

2°) a) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$. Interpréter graphiquement le résultat.

b) Montrer que la droite $\Delta : y=x$ est une asymptote à $\mathscr{C}$ au voisinage de $-\infty$.

c) Étudier la position de $\mathscr{C}$ par rapport à Δ.

3°) a) Montrer que pour tout réel x, $f(-x)=f(x)-x$.

b) Vérifier que $f(\alpha)=\alpha-1$ et que $f(-\alpha)=-1$.

4°) a) Montrer que pour tout réel x, on a : $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(e^x+1)^2}$, puis dresser le tableau de variation de f.

b) Vérifier que $f'(-\alpha)=1$, et écrire une équation de la tangente T à $\mathscr{C}$ au point $B(-\alpha;-1)$.

5°) a) Calculer $f'(0)$.

b) Pour tout réel x non nul, soient les points M et M' de $\mathscr{C}$ d'abscisses respectives x et $-x$.

Montrer que pour tout réel x non nul la droite (MM') est parallèle à une tangente à $\mathscr{C}$ que l'on précisera.

6°) Sur le même repère :

a) Construire les points $A(\alpha,\alpha-1)$ et $B(-\alpha,-1)$.

b) Construire la tangente T.

c) Tracer la courbe $\mathscr{C}$ et la droite Δ.

Taki Academy
www.takiacademy.com

Magazines

Sousse (Khezama - Sahloul) Nabeul / Sfax / Bardo / Menzah El Aouina / Ezzahra / CUN / Bizerte / Gafsa / Kairouan / Medenine / Kébili / Monastir / Gabes / Djerba