Taki Academy
www.takiacademy.com

Mathématiques

Classe : BAC

Chapitre : géométrie dans l'espace

Sousse (Khezama - Sahloul) Nabeul / Sfax / Bardo / Menzah El Aouina / Ezzahra / CUN / Bizerte / Gafsa / Kairouan / Medenine / Kébili / Monastir / Gabes / Djerba

Magazines

Exercice 1 — 25 min — 5 pt

L'espace $\mathscr{E}$ est rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right)$.

On donne les points **A(3,2,2); B(0,2,1); C(0,1,1)** et la droite $\mathscr{D} : \begin{cases} x = 3 - \alpha \\ y = 4 + \alpha \\ z = 2\alpha \end{cases}$; $\alpha \in \mathbb{R}$.

1. (a) Donner une représentation paramétrique de la droite **(AB).**
   (b) Montrer que les droites **(AB)** et **D** ne sont pas coplanaires.
2. (a) Justifier que les points **A , B** et **C** ne sont pas alignés.
   (b) Soit **M(x , y , z)** un point de l'espace, calculer dét$\left(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right)$.
   (c) En déduire une équation cartésienne du plan **(ABC).**
3. Déterminer une équation du plan $\mathscr{Q}$ perpendiculaire à la droite **(AB)** et passant par **A.**
4. (a) Déterminer une représentation paramétrique de la droite Δ passant par **C** et parallèle à **(AB).**
   (b) En déduire les cordonnées du point **H** projeté orthogonal de **C** sur le plan $\mathscr{Q}$.
   (c) Calculer la distance **CH.**

Exercice 2 — 25 min — 5 pt

L'espace $\mathscr{E}$ est rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right)$.
On donne les points **A(1,1,0)** ; **B(4,1,-1)** et **C(0,-1,-1)** .

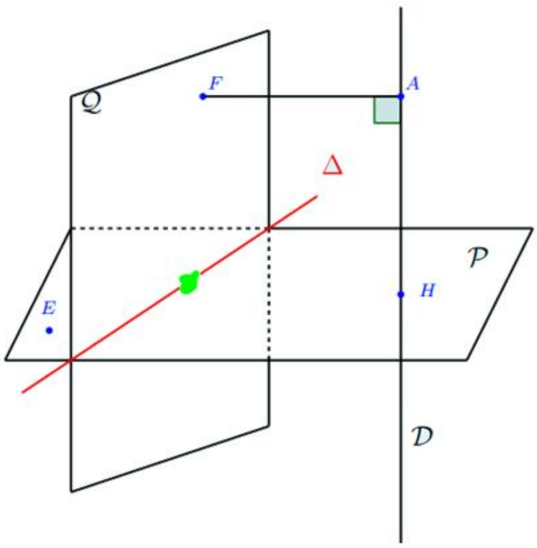
1. (a) Montrer que les points **A , B** et **C** déterminent un plan $\mathscr{P}$.
   (b) Déterminer une équation cartésienne du plan $\mathscr{P}$.
2. Soit la droite $\Delta : \begin{cases} x = 1 - 2\beta \\ y = 4\beta \\ z = 2 - 6\beta \end{cases}$; $\beta \in \mathbb{R}$.
   (a) Montrer que la droite Δ est perpendiculaire au plan $\mathscr{P}$.
   (b) Déterminer les coordonnées du point **K** intersection de la droite Δ et le plan $\mathscr{P}$.
3. (a) Vérifier que le point **L(1,-2,0)** n'appartient pas au plan $\mathscr{P}$.
   (b) Déterminer les coordonnées du point **H** projeté orthogonal de **L** sur le plan $\mathscr{P}$.

Exercice 3 | 30 min | 6 pt

L'espace $\mathscr{E}$ est rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$.

On donne la droite $\mathscr{D}$ définie par le système d'équations paramétriques : $\begin{cases} x=1+2\alpha \\ y=3-\alpha \\ z=\alpha \end{cases}$; $\alpha\in\mathrm{R}$.

1. Vérifier que la droite $\mathscr{D}$ passe par le point $\mathbf{A(3,2,1)}$ et en donner un vecteur directeur $\vec{u}$.
2. Déterminer une équation cartésienne du plan $\mathbf{P}$ passant par le point $\mathbf{E(0,2,1)}$ et perpendiculaire à la
   droite $\mathscr{D}$.
3. (a) Déterminer les coordonnées du point $\mathbf{H}$ intersection de $\mathscr{D}$ et $\mathscr{P}$
   (b) En déduire la distance du point $\mathbf{A}$ au plan $\mathscr{P}$
4. Soit le plan $\mathscr{Q}$ d'équation cartésienne: $x+y-z+1=0$.
   (a) Vérifier que les plans $\mathscr{P}$ et $\mathscr{Q}$ sont perpendiculaires.
   (b) Déterminer une représentation paramétrique de leur droite d'intersection notée Δ.
5. Calculer la distance du point $\mathbf{A}$ au plan $\mathscr{Q}$
6. Soit $\mathbf{F}$ le projeté orthogonal de $\mathbf{A}$ sur le plan $\mathscr{Q}$ Le plan $\mathbf{(AFH)}$ coupe la droite Δ en un point $\mathbf{K}$. Calculer la distance $\mathbf{AK}$.



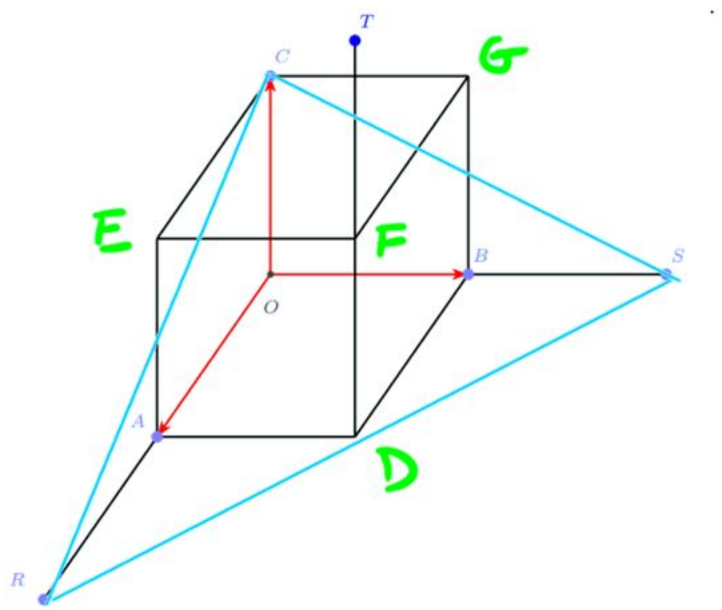
Exercice 4 | 30 min | 6 pt

L'espace $\mathscr{E}$ est rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O,\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB},\overrightarrow{OC}\right)$.
On considère le cube **OADBCEFG** . Soient **R, S** et **T** les points définis par: $\overrightarrow{OR}=2\,\overrightarrow{OA}$; $\overrightarrow{OS}=2\,\overrightarrow{OB}$ et $\overrightarrow{DT}=2\,\overrightarrow{DF}$.

1. Déterminer les coordonnées de chacun des points **R, S** et **T** .

2. (a) Montrer que le vecteur $\vec{n}\begin{pmatrix}1\\1\\2\end{pmatrix}$ est un vecteur normal au plan **(CRS)**.
   (b) En déduire qu'une équation cartésienne du plan **(CRS)** est: $x+y+2z-2=0$.
   (c) Prouver alors que les points **C, R, S** et $\mathscr{D}$ sont coplanaires.

3. (a) Montrer que la droite **(OT)** est orthogonale au plan **(CRS)** .
   (b) La droite **(OT)** coupe le plan **(CRS)** en un point **H**. Déterminer les coordonnées du point **H**.
   (c) En déduire la distance du point **T** au plan **(CRS)**.



Taki Academy
www.takiacademy.com

Sousse (Khezama - Sahloul) Nabeul / Sfax / Bardo / Menzah El Aouina / Ezzahra / CUN / Bizerte / Gafsa / Kairouan / Medenine / Kébili / Monastir / Gabes / Djerba