Taki Academy
www.takiacademy.com

Physique

Classe : 4ème Maths

Chapitre : Les Oscillations Electriques libres

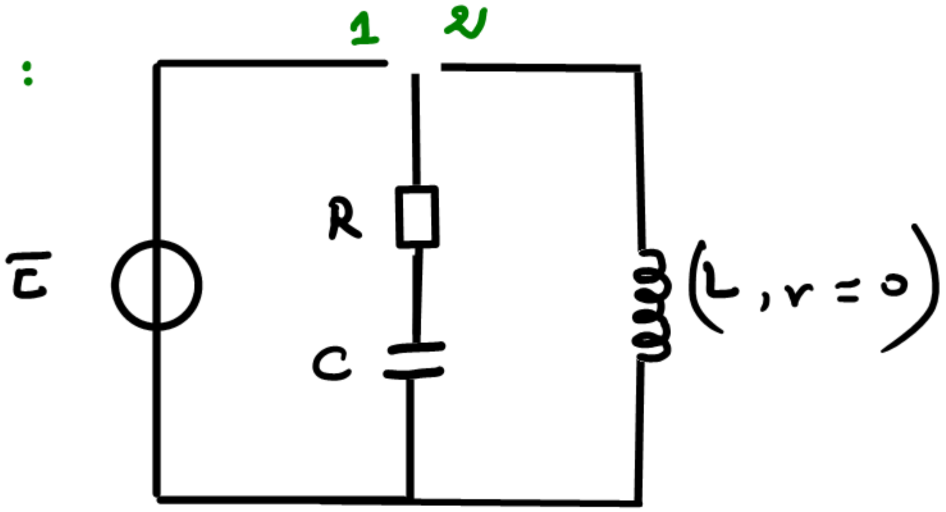
Plan du Chapitre

RLC

- libres (sans générateur)
  - amorties: $R \neq 0$
  - non amorties: $R = 0$
- forcées (avec générateur)

I- RLC Libres amorties

shêma :



* On met le commutateur K sur la position 1 pour charger le condensateur, puis on le décharge dans un circuit LC en basculant K sur la position 2

Qst 1 : Déterminer l'équation différentielle en fonction de (u_C, q, i)

* en fonction de q :

Loi des mailles :

$$u_R + u_C + u_L = 0$$

$$Ri + \frac{q}{C} + L\frac{di}{dt} + ri = 0$$

$$(R+r)i + \frac{q}{C} + L\frac{dq}{dt} = 0$$

$$i = \frac{dq}{dt}$$

$$(R+r)\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} + L\frac{d^2q}{dt^2} = 0$$

$$\boxed{\frac{d^2q}{dt} + \frac{(R+r)}{L}\frac{dq}{dt} + \frac{q}{LC} = 0.}$$

* en fonction de U_c.

$$U_c + U_L + U_R = 0.$$

$$U_c + L\frac{di}{dt} + ri + Ri = 0$$

or $i = C\dfrac{dU_c}{dt}$

$$U_c + LC\frac{d^2U_c}{dt^2} + (R+r)C\frac{dU_c}{dt} = 0$$

$$\boxed{\frac{d^2U_c}{dt} + \frac{(R+r)}{L}\frac{dU_c}{dt} + \frac{1}{LC}U_c = 0}$$

* en fonction de i

$$U_c + U_R + U_L = 0.$$

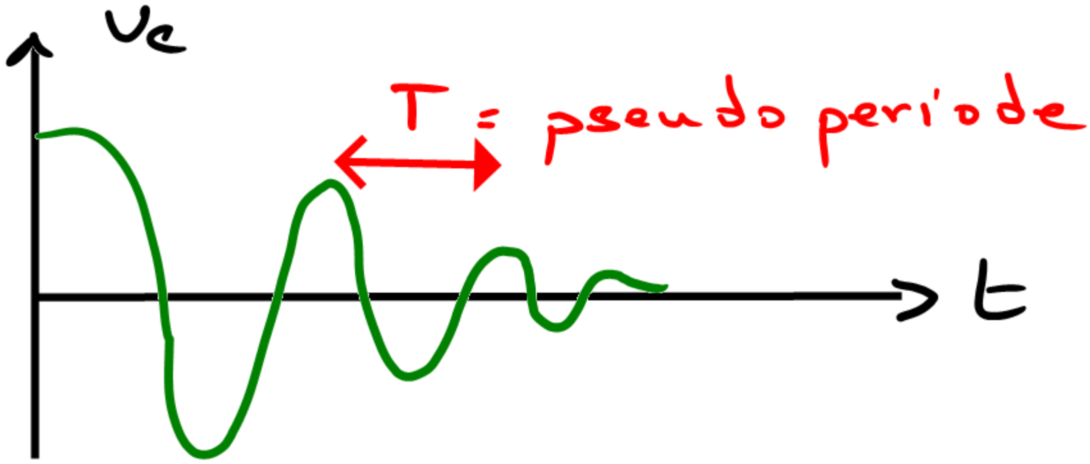
$$\frac{q}{C} + Ri + L\frac{di}{dt} + ri = 0$$

$\dfrac{d}{dt}$

$$\frac{1}{C}\underbrace{\frac{dq}{dt}}_{i} + (R+r)\frac{di}{dt} + L\frac{d^2}{dt^2}i = 0$$

$$\boxed{\frac{d^2}{dt^2}i + \frac{(R+r)}{L}\frac{di}{dt} + \frac{1}{LC}i = 0}$$

Qst 2 : Tracer l'allure de $u_C(t)$

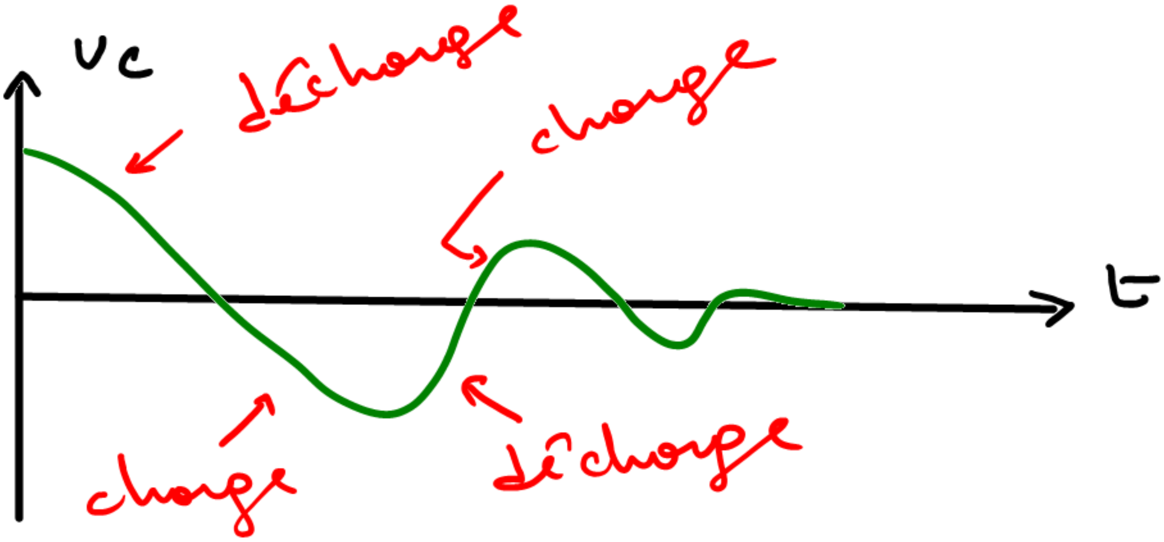


Qst 3 : Déterminer la nature de ce régime en le justifiant:

L'amplitude maximale de la courbe de u_C diminue au cours du temps, le régime est alors appelé régime pseudoperiodique de pseudoperiode T.

Les oscillations sont dites amorties

* Dans ce circuit on a un échange mutuelle d'energie entre le condensateur et la bobine



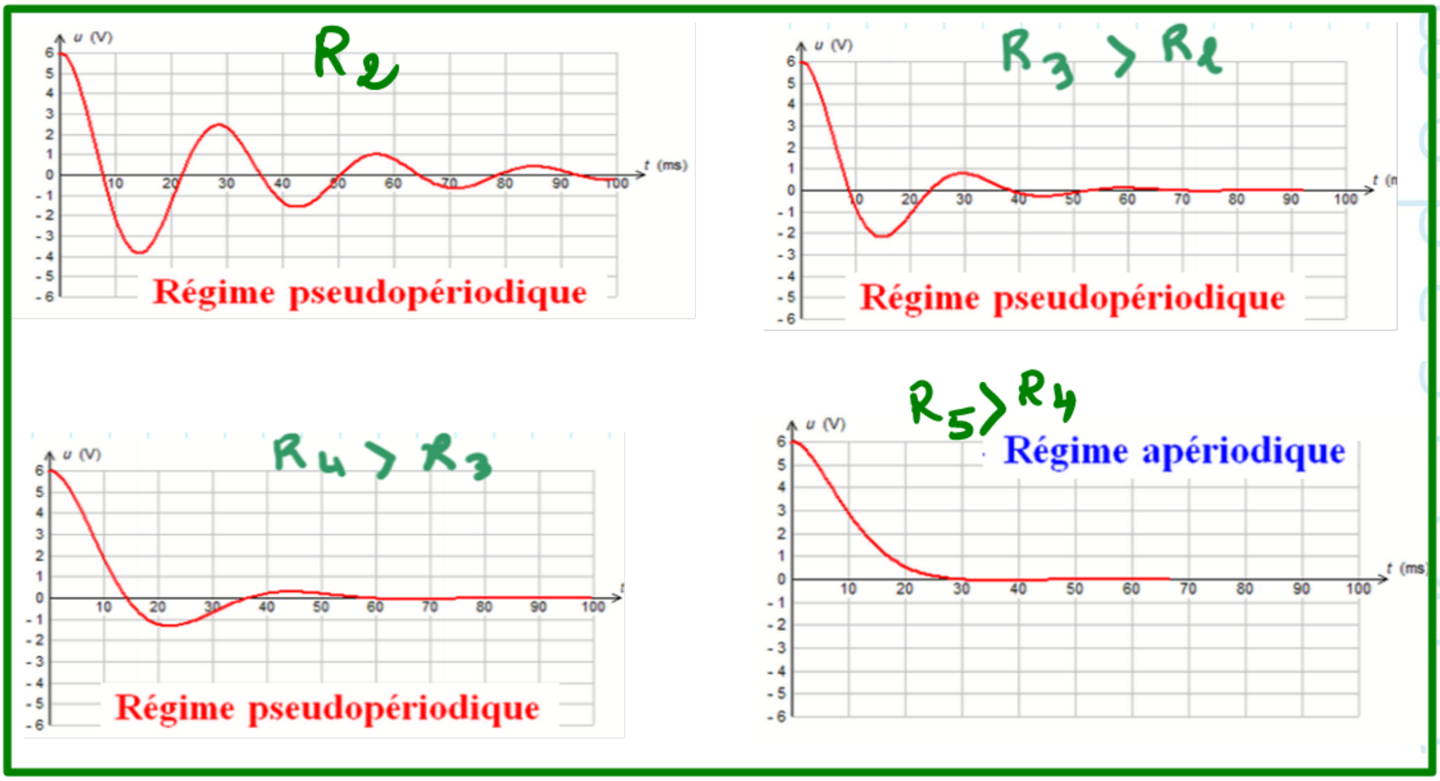
* lorsque u_c tend vers 0

⇒ c'est la décharge

* lorsque u_c s'enfuit de 0

⇒ c'est la charge.

Qst 4 : Comparer les résistances R_1, R_2, R_3 et R_4 et nommer le régime à chaque fois :



Lorsqu'on augmente la résistance le nombre des oscillations diminue

$$R_4 > R_3 > R_2 > R_1$$

Qst 5 : Déterminer l'expression et la nature de l'energie totale du circuit :

$$E_{em} = E_c + E_L.$$
$$= E_e + E_m$$

l'energie électrique dans le condensateur

énergie magnétique dans la bobine

$$\Rightarrow E_{em} = \frac{1}{2} C u_c^2 + \frac{1}{2} L i^2$$

$\Rightarrow$ L'energie totale est une énergie électromagnétique

Qst 6 : Montrer que cette energie diminue aucours du temps

* Si $\frac{dE}{dt} < 0$ alors E diminue

- $\frac{dE}{dt} = \frac{d}{dt}\frac{1}{2}Cv_c^2 + \frac{d}{dt}\frac{1}{2}Li^2$

$= \frac{1}{2}C\frac{d}{dt}v_c^2 + \frac{1}{2}L\frac{di^2}{dt}$

$$\boxed{\begin{array}{l}\frac{df^n}{dt} = n f^{n-1}\frac{df}{dt} \\ \frac{df^2}{dt} = 2f\frac{df}{dt}\end{array}}$$

$= \frac{1}{2}C\,2v_c\frac{dv_c}{dt} + \frac{1}{2}L\,2i\frac{di}{dt}$ $\quad i$

$= i\,v_c + L\,i\frac{di}{dt}$

$= i\left[v_c + L\frac{di}{dt}\right]$

or d'après la loi des mailles.

$$u_C + L\frac{di}{dt} + Ri = 0$$

$$\Rightarrow u_C + L\frac{di}{dt} = -Ri$$

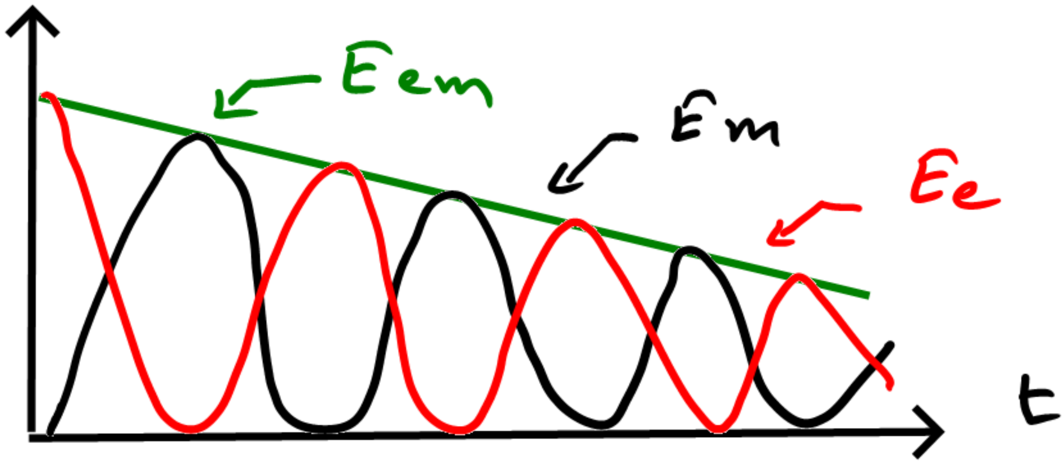
donc $\frac{dE}{dt} = i(-Ri) = -Ri^2 < 0$

on dit que : - L'energie diminue
- L'energie est dissipée
- Le système n'est pas conservatif.

Qst 7 : Interpréter la cause de cette diminution :

* L'energie est dissipée par effet Joule sous forme de chaleur dans le résistor.

Qst 8 : Donner l'allure de $E_c(t)$, $E_L(t)$ et $E_{em}(t)$



* à $t=0$; le condensateur est complètement chargé

donc $u_c = U_{cmax}$

$\Rightarrow E_c = E_{cmax} = \frac{1}{2} C U_{cm}^2$.

Qst 9 : Calculer la variation puis la perte d'energie entre t_1 et t_2 :

* la variation :

$$\boxed{\Delta E = E(t_2) - E(t_1) < 0}$$

dans ce cas la perte est négatif car l'energie diminue.

* la variation :

$$\boxed{W = |\Delta E| = |E(t_2) - E(t_1)|}$$

Remarque :

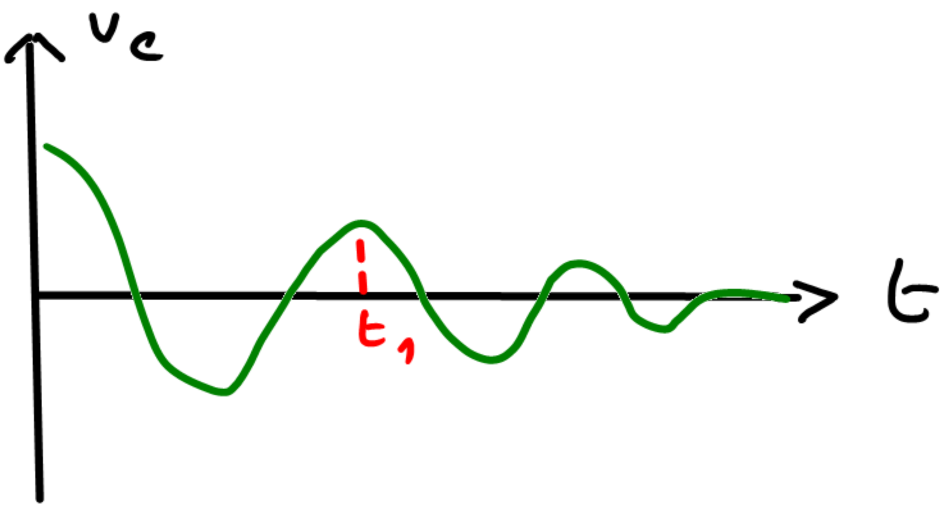
- Si $i = 0 \Rightarrow E_L = \frac{1}{2} L i^2 = 0$

$\Rightarrow$ L'energie est dite purement électrique : $E = E_c = \frac{1}{2} C u_c^2$

- Si $U_c = 0 \Rightarrow E_c = \frac{1}{2} C u_c^2 = 0$

$\Rightarrow$ L'energie est dite purement magnétique : $E = E_b = \frac{1}{2} L i^2$

Qst 10 : Montrer que l'energie est purement électrique à t_1 :



* à $t = t_1$; $u_c = U_{cm_1}$

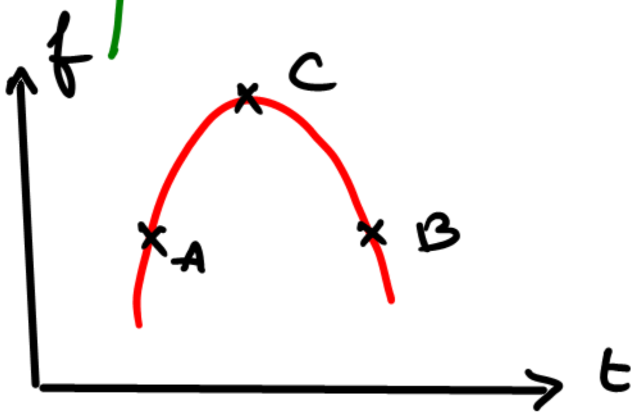
$\Rightarrow i = C \frac{du_c}{dt} = C\,\text{pente}/_{t_1} = 0$

$\Rightarrow E_L = \frac{1}{2} L i^2 = 0$

donc $E = E_c = \frac{1}{2} C V_c^2$

$\Rightarrow$ l'énergie à $t = t_1$ est purement électrique.

* Remarque :



- $\frac{df}{dt}$: c'est la pente de la tangente à la courbe à t_1 :

- $\frac{df}{dt}\Big/_A > 0 \Leftrightarrow f$ est croissante

- $\frac{df}{dt}\Big/_B < 0 \Leftrightarrow f$ est décroissante.

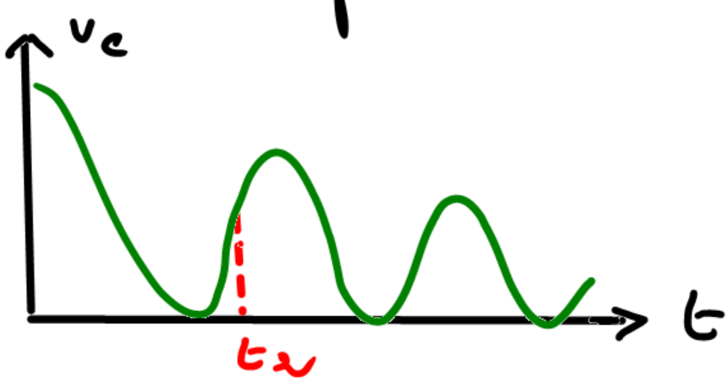
- $\frac{df}{dt}\Big/_C = 0 \Leftrightarrow f$ est constante (max ou min)

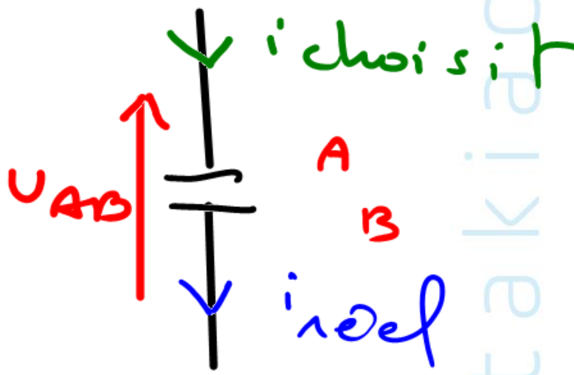
Qst 10 : Déterminer le sens réel du courant à t_2.

* Si $i > 0$: alors i réel a le même sens que i choisit

* Si $i < 0$: alors i réel a le sens contraire de i choisit

Exemple :

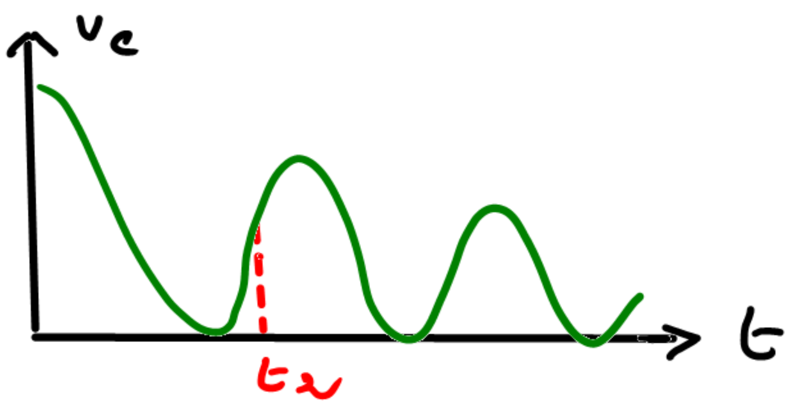


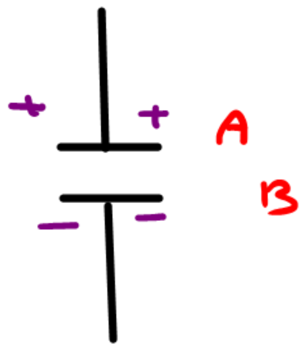


à $t = t_2$; la courbe est croissante donc :

$$i = c\,\frac{du_c}{dt} = c\,\text{pente} > 0$$

Qst 11 : Déterminer le signe de charge de chaque armature du condensateur :





$$* \quad U_c = U_{AB} = V_A - V_B$$

le potentiel en A

le potentiel en B

• à $t = t_2$; $U_c > 0$

$\Rightarrow \quad V_A - V_B > 0$

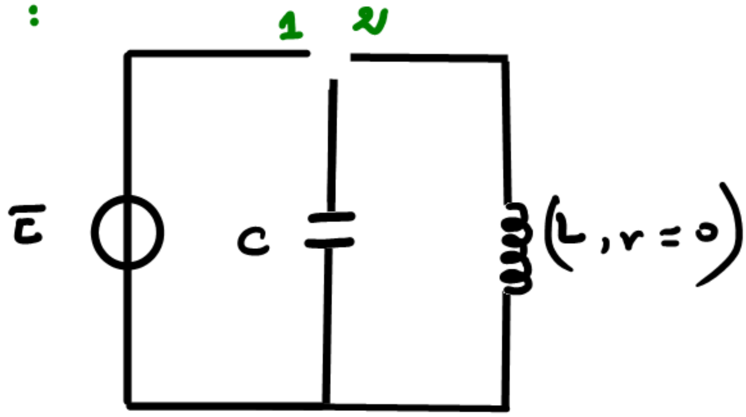
$\Rightarrow \quad V_A > V_B \quad \Rightarrow \begin{cases} q_A > 0 \\ q_B < 0 \end{cases}$

II- RLC Libres non amorties

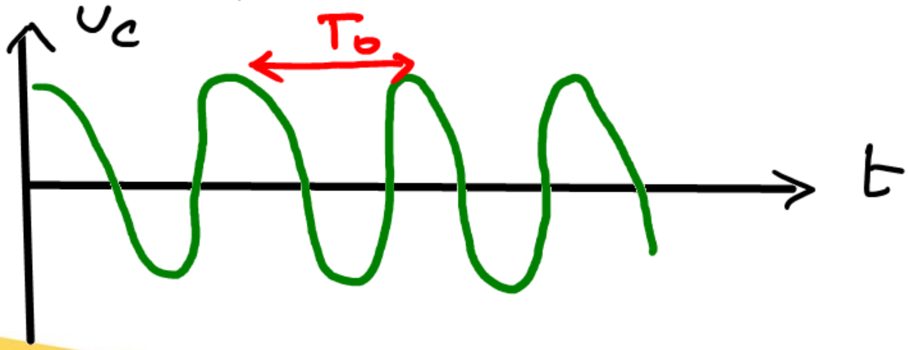
Interprétation :

Dans ce cas on va éliminer le résistor et on va décharger le condensateur à travers une bobine idéale, on l'appelle circuit LC.

:



* L'amplitude de la courbe de Uc ne diminue plus et devient :



Qst 12 : Déterminer l'équation différentielle relative à u_C :

D'après la loi des mailles

$$u_L + u_C = 0$$

$$L\frac{di}{dt} + u_C = 0$$

or $i = C\frac{du_C}{dt}$

$$\Rightarrow LC\frac{d^2u_C}{dt^2} + u_C = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{u_C}{LC} = 0}$$

avec $w_0^2 = \frac{1}{LC}$

w_0 : c'est la pulsation propre.

Qst 13 : Déterminer l'expression de la période T_0 puis celle de la fréquence N_0 :

* $T_0 = \frac{2\pi}{w_0} = \frac{2\pi}{\frac{1}{\sqrt{LC}}} = 2\pi\sqrt{LC}$

c'est la période propre.

* $N_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

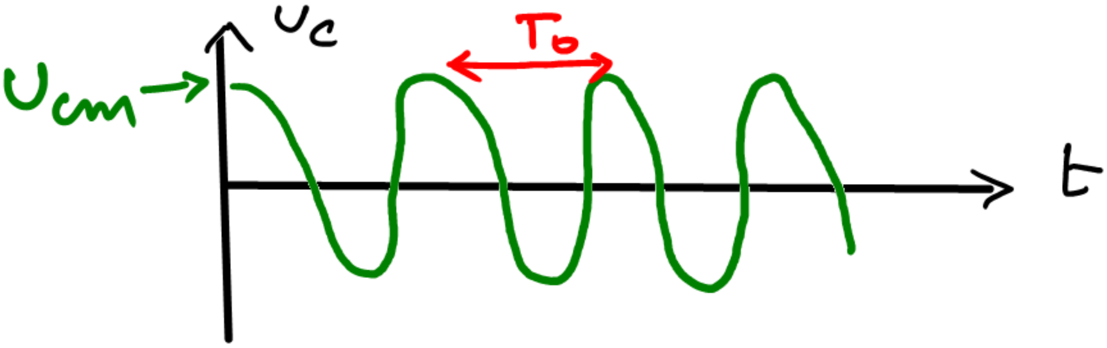
* $w_0 = 2\pi N_0$.

Qst 14 : Déterminer l'expression de $u_c(t)$:

- $u_c(t)$ est fonction sinusoïdale

donc : $u_c(t) = U_{cm} \sin(w_0 t + \phi_{u_c})$

* L'amplitude maximale U_{cm}



* la pulsation propre ω_0 :

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} \quad \text{ou} \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

* la phase initiale ϕ_{u_C} :

à $t = 0$, $\underbrace{u_C(0) = U_{cm}\sin(\phi_{u_C})}_{\text{expression de } u_C} = \underbrace{U_{cm}}_{\text{courbe}}$

$$\Rightarrow \sin(\phi_{u_C}) = \frac{U_{cm}}{U_{cm}} = 1$$

$$\Rightarrow \phi_{u_C} = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

on rappelle que :

θ	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin\theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos\theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Qst 15 : Montrer que

$u_c(t) = U_{cm} \sin(\omega_0 t + \phi_{u_c})$

est solution de l'équation différentielle précédente :

$$\boxed{\frac{d^2 u_c}{dt^2} + \frac{u_c}{LC} = 0}$$

- $\frac{du_c(t)}{dt} = \frac{d}{dt} U_{cm} \sin(\omega_0 t + \phi_{u_c})$

$= U_{cm}\, \omega_0 \cos(\omega_0 t + \phi_{u_c})$

$$\bullet\ \frac{d}{dt} U_{cm}\, w_0 \cos(w_0 t + \phi_{u_c})$$

$$= - U_{cm}\, w_0^2 \sin(w_0 t + \phi_{u_c})$$

donc $\boxed{\frac{d^2 u_c}{dt^2} = - U_{cm}\, w_0^2 \sin(w_0 t + \phi_{u_c})}$

on la remplace dans l'ep diff :

$$- U_{cm}\, w_0^2 \sin(w_0 t + \phi_{u_c}) + \frac{U_c}{LC} \sin(w_0 t + \phi_{u_c}) = 0$$

$$U_{cm} \sin(w_0 t + \phi_{u_c}) \left[- w_0^2 + \frac{1}{LC} \right] = 0$$

$$\underset{\neq 0}{u_c(t)} \left[- w_0^2 + \frac{1}{LC} \right] = 0$$

$$\Rightarrow \quad - w_0^2 + \frac{1}{LC} = 0$$

$\Rightarrow w_0^2 = \frac{1}{LC}$

$\Rightarrow w_0 = \frac{1}{LC}$

donc cette solution vérifie l'eq diff.

Qst 14 : Montrer que l'énergie se conserve :

* Si $\frac{dE}{dt} = 0$ alors E se conserve

$$\frac{dE}{dt} = \frac{d}{dt}\frac{1}{2}Cu_c^2 + \frac{d}{dt}\frac{1}{2}Li^2$$

$$= \frac{1}{2}C\frac{d}{dt}u_c^2 + \frac{1}{2}L\frac{di^2}{dt}$$

$$\boxed{\begin{gathered}\frac{df^n}{dt} = n f^{n-1}\frac{df}{dt} \\ \frac{df^2}{dt} = 2f\frac{df}{dt}\end{gathered}}$$

$$= \frac{1}{2} C\, 2\, U_C \frac{dU_C}{dt} + \frac{1}{2} L\, 2\, i \frac{di}{dt}$$

$$= i\, U_C + L\, i \frac{di}{dt}$$

$$= i \left[U_C + L \frac{di}{dt} \right]$$

or d'après la loi des mailles :

$$U_C + L \frac{di}{dt} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{dE}{dt} = 0$$

donc l'energie se conserve

(reste constante ; n'est pas dissipée)

Qst 15 : Déterminer les expressions de $E_c(t)$ et $E_L(t)$:

$$E_c = \frac{1}{2} C u_c^2$$

$$= \frac{1}{2} C U_{cm}^2 \sin^2(\omega_0 t + \phi_{u_c})$$

$$\boxed{\sin^2 x = \frac{1 - \cos(2x)}{2}}$$

$$= \frac{1}{2} C U_{cm}^2 \left(\frac{1 - \cos(2\omega_0 t + 2\phi_{u_c})}{2}\right)$$

$$= \frac{1}{4} C U_{cm}^2 \left(1 - \cos(2\omega_0 t + 2\phi_{u_c})\right)$$

$$= \frac{1}{4} C U_{cm}^2 \left(1 + \sin\left(2\omega_0 t + 2\phi_{u_c} - \frac{\pi}{2}\right)\right)$$

$$* \; E_L = \frac{1}{2} L i^2$$

$$= \frac{1}{2} L \left(C \frac{dv_c}{dt} \right)^2$$

$$= \frac{1}{2} L \left(C \, U_{cm} \, \omega_0 \cos(\omega_0 t + \phi_{v_c}) \right)^2$$

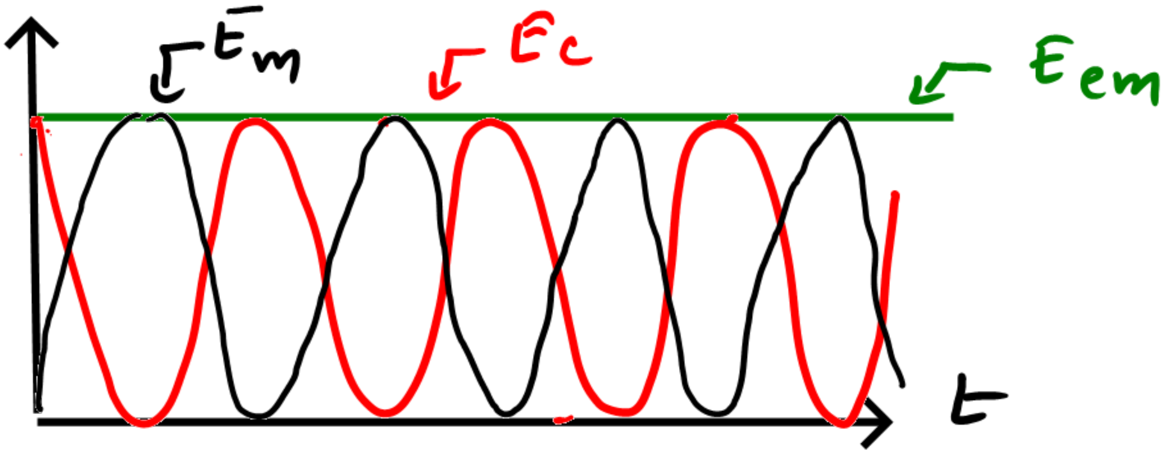
$$= \frac{1}{2} \cancel{L} C^2 U_{cm}^2 \cancel{\omega_0^2} \cos^2(\omega_0 t + \phi_{v_c})$$

$$\boxed{\cos^2(x) = \frac{1 + \cos(2x)}{2}}$$

$$= \frac{1}{2} C U_{cm}^2 \; \frac{1 + \cos(2\omega_0 t + 2\phi_{v_c})}{2}$$

$$= \frac{1}{4} C U_{cm}^2 \left(1 + \sin\left(2\omega_0 t + 2\phi_{v_c} + \frac{\pi}{2}\right)\right)$$

Qst 16 : Trace les courbes de $E_c(t)$ et $E_L(t)$:



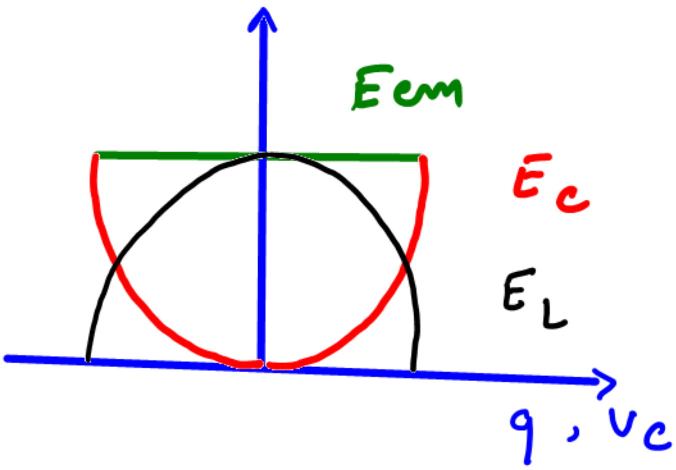
* $E_m(t)$ et $E_c(t)$ sont des courbes periodiques :

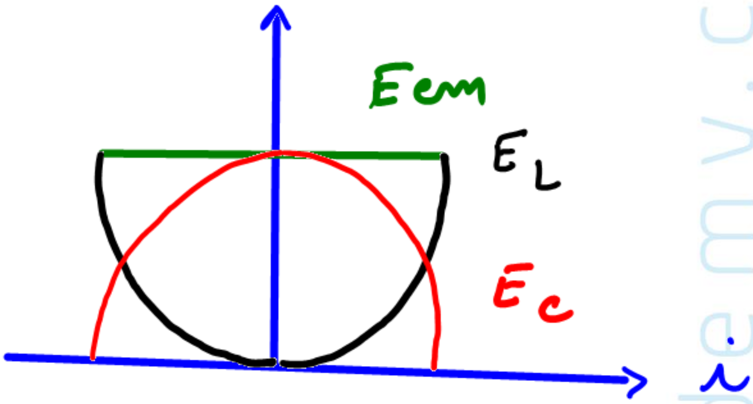
$$\omega_{ene} = 2\omega_0$$

$$\frac{2\pi}{T_{ene}} = 2\,\frac{2\pi}{T_0}$$

$$\boxed{T_{ene} = \frac{T_0}{2}}$$

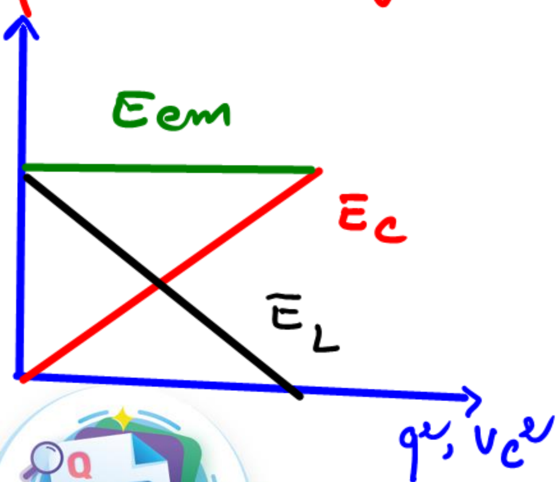
Qst 17 : Tracer les courbes de E_c et E_L en fct de u_c puis en fct de i :

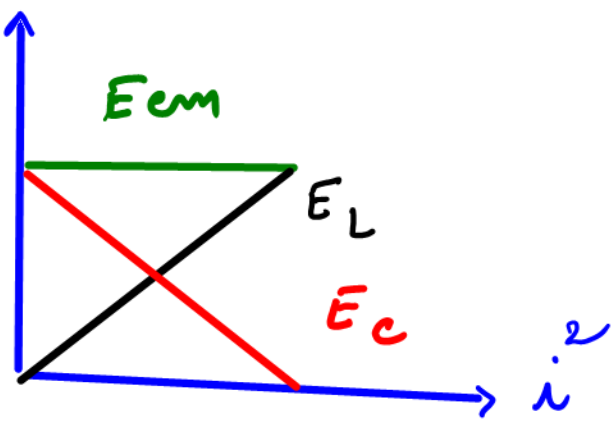




* E_L et E_c sont des branches paraboliques .

Qst 17 : Tracer les courbes de E_c et E_L en fct de u_c^2 puis en fct de i^2





Taki Academy
www.takiacademy.com

تهنى على قرايتك

Magazines

Sousse (Khezama - Sahloul) Nabeul / Sfax / Bardo / Menzah El Aouina / Ezzahra / CUN / Bizerte / Gafsa / Kairouan / Medenine / Kébili / Monastir / Gabes / Djerba

www.takiacademy.com 73.832.000