Taki Academy
www.takiacademy.com

Mathématiques

Classe : BAC

Chapitre : géométrie dans l'espace

Sousse (Khezama - Sahloul) Nabeul / Sfax / Bardo / Menzah El Aouina / Ezzahra / CUN / Bizerte / Gafsa / Kairouan / Medenine / Kébili / Monastir / Gabes / Djerba

www.takiacademy.com 73.832.000

Magazines

Exercice 1 : 25 min 5 pts

L'espace est rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$

1°) Soit le plan Q d'équation : $x+y+\sqrt{2}\,z-2=0$.

Montrer que le plan Q coupe les axes $(O,\vec{i})$, $(O,\vec{j})$ et $(O,\vec{k})$ respectivement aux points $A(2,0,0)$, $B(0,2,0)$, $C(0,0,\sqrt{2})$.

2°) Soit la sphère (S) d'équation : $x^2+y^2+z^2=1$. Montrer que le plan Q et la sphère (S) sont tangents et déterminer leur point de contact.

3°) Soit a un réel strictement positif. On considère les points $M(a,0,0)$ et $N\left(0,\dfrac{4}{a},0\right)$.

Déterminer en fonction du réel a, les composantes du vecteur $\overrightarrow{CM}\wedge\overrightarrow{CN}$.

4°) a) Montrer qu'une équation du plan (CMN) est : $4x+a^2y+2a\sqrt{2}\,z-4a=0$.

b) Soit d la distance du point O au plan (CMN). Montrer que : $d=1-\dfrac{(a-2)^2}{a^2+4}$.

c) En déduire la valeur du réel a pour laquelle la distance d est maximale.

5°) a) Montrer que pour tout réel $a>0$, le volume du tétraèdre $OCMN$ est égal à $\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$.

b) En déduire que pour tout réel $a>0$, l'aire du triangle CMN est supérieure ou égale à $2\sqrt{2}$.

c) Identifier les points M et N pour lesquels l'aire du triangle CMN est égale *à* $2\sqrt{2}$.

Exercice 2 : 35 min 5 pts

L'espace est rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$

On considère les points $A(1,1,1)$, $B(0,4,0)$, $C(0,0,2)$ et $I(-1,1,-1)$.

1°) a) Déterminer les composantes du vecteur $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$.

b) Calculer le volume $\mathcal{V}$ du tétraèdre *ABCI.*

2°) On désigne par $\mathcal{P}$ le plan (ABC).

Montrer qu'une équation cartésienne du plan $\mathcal{P}$ est : $x+y+2z-4=0$.

3°) Soit (S) l'ensemble des points $M(x,y,z)$ de l'espace tel que :

$$x^2+y^2+z^2+2x-2y+2z-8=0.$$

a) Montrer que (S) est la sphère de centre I et de rayon $\sqrt{11}$.

b) Montrer que $P\cap(S)$ est un cercle $\mathcal{C}$ de rayon $\sqrt{5}$.

c) Vérifier que le segment $[BC]$ est un diamètre du cercle $\mathcal{C}$.

www.takiacademy.com
Magazines

4°) Soit a un réel et M le point défini par : $\overrightarrow{AM} = a\overrightarrow{AB}$.

a) Déterminer à l'aide du réel a, les coordonnées du point M.

b) Montrer que $\overrightarrow{BM} \cdot \overrightarrow{CM} = (a-1)(11a+3)$.

c) En déduire que la droite (AB) recoupe le cercle $\mathcal{C}$ au point E défini par $\overrightarrow{AE} = \frac{-3}{11}\overrightarrow{AB}$.

d) Montrer que le volume $\mathcal{V}'$ du tétraèdre $AECI$ est égal à $\frac{3}{11}\mathcal{V}$.

Exercice 3 : 35 min 5 pts

Dans L'espace est rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$,on considère les points $A(1,2,-1)$, $B(2,0,-2)$ et $C(-1,1,1)$.

1°) a) Déterminer $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$ et en déduire que les points A, B et C ne sont pas alignés.

b) Soit $\mathcal{P}$ le plan déterminé par les points A, B et C.

Montrer qu'une équation cartésienne du plan $\mathcal{P}$ est : $x+z=0$.

2°) Soit Δ la droite de système d'équations paramétriques **:** $\Delta : \begin{cases} x = \alpha + 1 \\ y = 2 \\ z = \alpha - 1 \end{cases}$; $\alpha \in IR$

a) Vérifier que A est un point de Δ.

b) Montrer que la droite Δ est perpendiculaire au plan $\mathcal{P}$.

3°) Soit α un réel et $I_\alpha(\alpha+1, 2, \alpha-1)$ un point de Δ.

a) Montrer que $d(I_\alpha, \mathcal{P}) = \sqrt{2}\,|\alpha|$.

b) Soit (S_α) la sphère de centre I_α et de rayon $2\sqrt{2}$.

Déterminer suivant les valeurs de α la position relative de la sphère (S_α) et du plan $\mathcal{P}$.

4°) a) Pour quelles valeurs de α, le point B appartient à la sphère (S_α).

b) Pour les valeurs de α trouvées dans la question **4°) a)**, Caractériser $S_\alpha \cap \mathcal{P}$.

Taki Academy
www.takiacademy.com

Sousse (Khezama - Sahloul) Nabeul / Sfax / Bardo / Menzah El Aouina / Ezzahra / CUN / Bizerte / Gafsa / Kairouan / Medenine / Kébili / Monastir / Gabes / Djerba

www.takiacademy.com 73.832.000