Classe : Bac Maths

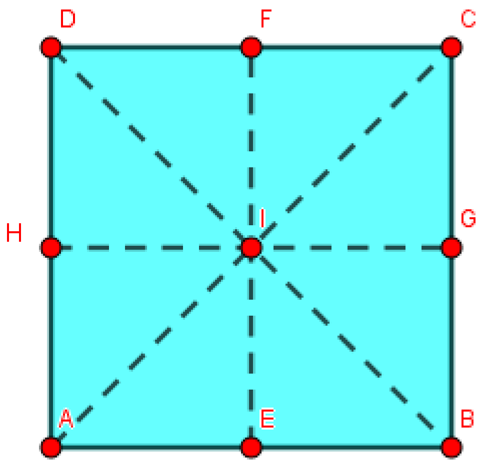
Série : 15 (Isometries)

Nom du Prof : Mohamed Hedi Ghomriani

Exercice 1 — 25 min — 5pts

ABCD est un carrée

Déterminer et caractériser l'isométrie g



a) $g = T_{\overrightarrow{AB}} o T_{\overrightarrow{CI}}$

b) $g = T_{\overrightarrow{AB}} o S_{(AD)}$

c) $g = T_{\overrightarrow{AB}} o S_{(EF)}$

d) $g = T_{\overrightarrow{EG}} o S_{(HE)}$

e) $g = S_O o S_{(BD)}$

f) $g = S_{(AD)} o S_{(IG)}$

g) $g = S_{(AC)} o S_{(EF)}$

h) $g = S_{(CD)} o R_{\left(C,\frac{\pi}{2}\right)}$

i) $g(A) = A\ ,\ \ g(I) = I \ \ et\ \ g(D) = B$

j) $g(A) = A\ ,\ \ g(D) = B\ \ et\ \ g(B) = D$

k) $g(A) = C\ ,\ \ g(B) = D$

Exercice 2 — 35 min — 6pts

ABC est un triangle isocèle rectangle en A tel que $\left(\widehat{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}}\right) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$. On pose $I = B*C$, $J = A*C$ et $K = A*B$.

Soit f une isométrie de P qui vérifie : $f(A) = B$ et $f(J) = K$.

1. Montrer que $f(C) = A$.
2. Déterminer la nature et les caractéristiques de l'isométrie g définie par : g(A)= B ; g(C)= A et g(I)= I ; Quel est le point g(J) ?
3. Soit l'application $h = t_{\overrightarrow{IB}} \circ S_{(KJ)}$.

a) Prouver que h est une isométrie vérifiant : h(A)= B et h(C)= A.

b) Déterminer le point I' = h(I).

4. a) Quelles sont les images possibles du triangle AIC par f ?

b) Déterminer alors les isométries f de P qui vérifient : $f(A) = B$ et $f(J) = K$.

Exercice 2 — 35 min — 7 pts

Le plan P est orienté dans le sens direct.

Soit ABCD un carré de centre O tel que : $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}\right) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$ .on désigne par I, J et K les milieux respectifs des segments $[BC],[CD] et [DA]$ et par E le symétrique de O par rapport à I .

1)

a) Montrer que $S_{(DA)} o S_{(DB)} = S_{(DB)} o S_{(DC)} = R_{\left(D,-\frac{\pi}{2}\right)}$.

b) Déterminer la droite Δ tel que : $T_{\overrightarrow{DC}} = S_{\Delta} o S_{(DA)}$.

c) En déduire que $T_{\overrightarrow{DC}} o R_{\left(D,-\frac{\pi}{2}\right)}$ est une rotation dont on précisera le centre et l'angle.

2) Soit $g = T_{\overrightarrow{DC}} o S_{(DB)}$.

Déterminer les points $g(I), g(C) et g(O)$. Les transformations g et $T_{\overrightarrow{OB}} o S_{(IJ)}$ sont-elles égales ?

3) Soit f une isométrie de P qui vérifie : $f(D) = C$ et $f(C) = B$.

a) Déterminer $f(J)$.

b) Montrer que : $f(O) = O$ où $f(O) = E$.

c) En déduire que : $f = R_{\left(O,-\frac{\pi}{2}\right)}$ ou $f = T_{\overrightarrow{OB}} o S_{(IJ)}$.

4)

a) Caractériser la transformation : $g^{-1} o R_{\left(O,-\frac{\pi}{2}\right)}$.

b) Soit $M \in (CD)$ et soit $N = g(M)$. Montrer que OMN est un triangle rectangle O.