Mathématiques

Classe : BAC

Chapitre : Primitive

Sousse (Khezama - Sahloul) Nabeul / Sfax / Bardo / Menzah El Aouina / Ezzahra / CUN / Bizerte / Gafsa / Kairouan / Medenine / Kébili / Monastir / Gabes / Djerba

Exercice 1 — 36 min — 6 pt

1) Soit u la fonction définie sur $]0,\pi[$ par : $u(x)=2\cos x-1$. Dresser le tableau de variation de u .

2) Soit f la fonction définie sur $]-3,1[$ par : $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{-x^2-2x+3}}$ et soit C_f sa courbe représentative.

   a) Dresser le tableau de variation de f .

   b) Tracer C_f (unité graphique 2cm).

3) Soit g la restriction de f à l'intervalle $[-1,1[$.

   a) Montrer que g réalise une bijection de $[-1,1[$ sur un intervalle J que l'on précisera.

   b) Calculer $g^{-1}(x)$ pour tout $x\in J$.

4) Soit F la primitive de f sur $]-3,1[$ qui s'annule en 0 et G la fonction définie sur $]0,\pi[$ par : $G(x)=(f\ o\ u)(x)$.

   a) Montrer que G est dérivable sur $]0,\pi[$ et calculer $G'(x)$ pour tout $x\in]0,\pi[$.

   b) Calculer $G\left(\dfrac{\pi}{3}\right)$, en déduire que pour tout $x\in]0,\pi[$, on a : $G(x)=\dfrac{\pi}{3}-x$.

   c) Calculer $F(-1)$ et $F\left(\sqrt{2}-1\right)$.

Exercice 2 — 36 min — 4 pt

Soit f la fonction définie par $f(x)=\dfrac{1}{x^2-4x+5}$ et soit C_f sa courbe représentative.

1)

   a) Déterminer le domaine de définition de f .

   b) Montrer que la droite d'équation $x=2$ est un axe de symétrie de C_f .

2) Soit F la primitive de f sur $\mathbb{R}$ qui s'annule en 2 et soit C sa courbe représentative.
Pour tout $x\in\mathbb{R}$, on pose : $G(x)=F(4-x)+F(x)$.

   a) Montrer que G est dérivable sur $\mathbb{R}$ et calculer $G'(x)$ pour tout $x\in\mathbb{R}$.

   b) Montrer que le point $I(2,0)$ est un centre de symétrie de C .

3) Soit la fonction H définie sur $\left]\dfrac{-\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right[$ par $H(x)=F(2+\tan x)$.

   a) Montrer que H est dérivable sur $\left]\dfrac{-\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right[$ par $H'(x)$ pour tout $x\in\left]\dfrac{-\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right[$.

   b) En déduire que $H(x)=x$ puis calculer $F(1)$.

Exercice 3 60 min 6 pt

Soit la fonction h définie sur $\left]-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right[$ par $h(x)=\tan x$.

1)

a) Montrer que la fonction h admet une fonction réciproque h^{-1} définie sur un intervalle J que l'on déterminera.

b) Montrer que h^{-1}est dérivable sur $\mathbb{R}$ et calculer $\left(h^{-1}\right)'(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.

2) Soit g la restriction h^{-1} à l'intervalle $]0,+\infty[$ et soit u la fonction définie sur $]0,+\infty[$ par $u(x)=g(x)+g\left(\frac{1}{x}\right)$.

a) Montrer que u est dérivable sur $]0,+\infty[$ et calculer, $u'(x)$ pour tout $x\in]0,+\infty[$.

b) En déduire que pour tout $x\in]0,+\infty[$ on a : $g(x)+g\left(\frac{1}{x}\right)=\frac{\pi}{2}$

3) Soit la fonction v définie sur $[0,+\infty[$ par $v(x)=x-g(x)$.

a) Calculer $v'(x)$ pour tout $x\in [0,+\infty[$.

b) Calculer $v(0)$ et $v'(0)$.

4) Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $\begin{cases} f(x)=2x+1-\sqrt{1+x^2} & si\ \ x\le 0 \\ f(x)=x-\frac{\pi}{2}+g\left(\frac{1}{x}\right) & si\ \ x>0 \end{cases}$ et soit $\left(C_f\right)$ sa courbe.

a) Montrer que f est continue en 0.

b) Etudier la dérivabilité de f en 0.

c) Interpréter le résultat graphiquement.

5)

a) Etudier les branches infinies de $\left(C_f\right)$.

b) Dresser le tableau de variation de f .

Taki Academy
www.takiacademy.com

Sousse (Khezama - Sahloul) Nabeul / Sfax / Bardo / Menzah El Aouina / Ezzahra / CUN / Bizerte / Gafsa / Kairouan / Medenine / Kébili / Monastir / Gabes / Djerba

www.takiacademy.com 73.832.000