



Taki Academy
www.takiacademy.com

Mathématiques

Classe : BAC

Chapitre : Primitive

📍 Sousse (Khezama - Sahloul) Nabeul / Sfax / Bardo / Menzah El Aouina /
Ezzahra / CUN / Bizerte / Gafsa / Kairouan / Medenine / Kébili / Monastir /
Gabes / Djerba



Exercice 1

⌚ 15 min

3 pt



Soit f la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par : $f(x) = \frac{3x^4 - 2x^2 + 4}{x^2}$.

- 1) Montrer que f admet au moins une primitive F sur $]0, +\infty[$.
- 2) Déterminer la fonction F tel que $F(1) = 0$.

Exercice 2

⌚ 20 min

4 pt



Soit les fonctions f et g définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = x \cos x$ et $g(x) = x \sin x$.

- 1)
 - a) Calculer $f'(x) + g(x)$.
 - b) En déduire une primitive G de g sur \mathbb{R} .
- 2)
 - a) Calculer $f(x) - g'(x)$.
 - b) En déduire une primitive F de f sur \mathbb{R} .

Exercice 3

⌚ 30 min

6 pt



Soit f la fonction définie sur $I =]-1, 1[$ par : $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$.

- 1) Montrer f admet une unique primitive F sur I tel que $F(0) = 0$.
- 2) On pose : $\forall x \in I ; h(x) = F(-x) + F(x)$.
 - a) Montrer que $\forall x \in I$, on a : $h'(x) = 0$.
 - b) En déduire $h(x)$.
 - c) Montrer alors que la fonction F est impaire.
- 3) Soit G la fonction définie sur $J = \left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$ par $G(x) = F(\sin(x))$.
 - a) Montrer que G est dérivable sur J et déterminer $G'(x)$.
 - b) En déduire que $\forall x \in J$, on a : $G(x) = x$.
 - c) Calculer : $F\left(\frac{1}{2}\right)$; $F\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ et $F\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.
 - d) Montrer que f^{-1} est continue et dérivable sur $[-1, +\infty[$.

Exercice 4

⌚ 30 min

6 pt



Soit f la fonction définie sur $[-2, 2]$ par : $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$.

1)

- Montrer que f admet au moins une primitive sur $[-2, 2]$.
- Soit F la primitive de f sur $[-2, 2]$ qui s'annule en 0. Etudier la partie de F .

2) Soit G_1 la fonction définie sur $[0, \pi]$ par $G_1(x) = F(2 \cos x)$ et C sa courbe représentative.

- Calculer $G_1\left(\frac{\pi}{2}\right)$.
- Montrer que le point $I\left(\frac{\pi}{2}, 0\right)$ est un centre de symétrie de (C) .
- Montrer que G_1 est dérivable sur $[0, \pi]$ et que $\forall x \in [0, \pi]$, on a : $G_1'(x) = -4 \sin^2 x$.

3)

- En déduire que $\forall x \in [0, \pi]$, on a : $G_1(x) = \pi - 2x + \sin 2x$.
- Etudier les variations de G_1 .
- Calculer $F(1)$; $F(2)$; $F(\sqrt{2})$ et $F(\sqrt{3})$.

4) Soit G_2 la fonction définie sur $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ par $G_2(x) = F(2 \sin x)$ et (C') sa courbe représentative.

- Etudier la parité de G_2 .
- En déduire que pour tout $x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$; $G_2(x) = 2x + \sin 2x$.
- Retrouver $F(1)$; $F(2)$; $F(\sqrt{2})$ et $F(\sqrt{3})$.



Taki Academy
www.takiacademy.com



Sousse (Khezama - Sahloul) Nabeul / Sfax / Bardo / Menzah El Aouina /
Ezzahra / CUN / Bizerte / Gafsa / Kairouan / Medenine / Kébili / Monastir /
Gabes / Djerba



www.takiacademy.com



73.832.000