Taki Academy
www.takiacademy.com

Mathématiques

Classe : BAC MATHS

Chapitre : Isométrie du plan

Exercice 1 — 15 min — 4 pt

On considère dans le plan orienté un triangle ABC rectangle en B tel que :

$(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}) \equiv \frac{\pi}{3}[2\pi]$. On désigne par C' et A' les points du plan tel que BCC' est un triangle rectangle direct et isocèle en B et BAA' est un triangle rectangle indirect isocèle en B.

But : Déterminer l'ensemble des isométrie f qui laissent invariant l'ensemble {B ;C ;C'}

1. Déterminer f lorsque : f(B)=B ; f(C)=C et f(C')=C'
2. Montrer que $f(B) \neq C$
3. a) Montrer que $f(B) \neq C'$

   b) Déterminer alors l'ensemble des isométries f qui laissent invariant l'ensemble {B ;C ;C'}

Exercice 2 — 20 min — 6 pt

On considère un carré ABCD indirect et les transformations *f* et *g* définies par:

$f=S_{(DA)} \circ S_{(CD)} \circ S_{(BC)} \circ S_{(AB)}$ et $g=S_{(AB)} \circ S_{(CD)} \circ S_{(BC)} \circ S_{(DA)}$

1. Montrer que *f* et *g* sont deux isométries.
2. Montrer que $g=f^{-1}$ puis caractériser *f* et *g*

Exercice 3 — 25 min — 6 pt

Dans le plan orienté, on considère un triangle équilatéral ABC de sens direct. On note I=B*C, J=A*C, K=A*B, O le centre du cercle C circonscrit au triangle ABC.

Δ est la perpendiculaire à (AB) en B ;

Soit R_1 la rotation de centre C et d'angle $\frac{\pi}{3}$ et R_2 la rotation de centre O et d'angle $\frac{2\pi}{3}$.

1. a) Déterminer la droite Δ_1 tel que $R_1 = S_{\Delta_1} \circ S_{(OC)}$

   b) Déterminer Δ_2 tel que $R_2 = S_{(OC)} \circ S_{\Delta_2}$.

c) En déduire les éléments caractéristiques de $R_1 \circ R_2$.

2. Caractériser les applications : $R_3 = S_\Delta \circ S_{(BC)}$ et $R_3 \circ R_1$.

3. On pose $f = (R_1)^{-1} \circ t_{\overrightarrow{AB}}$.

a) Montrer que : $f = R_{\left(A;\frac{-\pi}{3}\right)}$

b) En déduire que $R_1 \circ R_{\left(A;\frac{-\pi}{3}\right)} = t_{\overrightarrow{AB}}$

c) Soit M un point du plan, $M = R_{\left(A;\frac{-\pi}{3}\right)}(M')$ et $M'' = R_1(M)$

Montrer que le quadrilatère $ABM''M'$ est un parallélogramme.

Exercice 4 — 25 min — 6 pt

ABC est un triangle isocèle rectangle en A tel que $\left(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}}\right) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$. On pose $I = B*C$, $J = A*C$ et $K = A*B$.

Soit f une isométrie de P qui vérifie : $f(A) = B$ et $f(J) = K$.

1. Montrer que $f(C) = A$.
2. a) Déterminer la nature et les caractéristiques de l'isométrie g définie par : g(A)= B ; g(C)= A et g(I)= I

   b) Déterminer l'image de J par g.
3. Soit l'application $h = t_{\overrightarrow{IB}} \circ S_{(KJ)}$.

   a) Prouver que h est une isométrie vérifiant : h(A)= B et h(C)= A.

   b) Déterminer le point I' = h(I).
4. a) Quelles sont les images possibles du triangle AIC par f ?

   b) Déterminer alors les isométries f de P qui vérifient : $f(A) = B$ et $f(J) = K$.