Kounouz Education

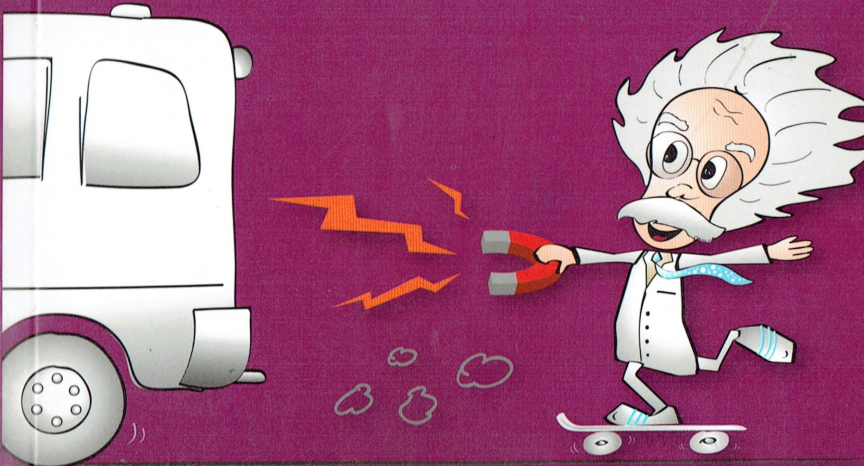
ATOMIX

3è année secondaire

Physique

Section Mathématiques

- Résumé de cours
- Exercices et problèmes
- Solutions détaillées



Kounouz Editions

Mhamed Chaabani
Professeur principal hors classe

Mohamed Chaouch
Professeur principal

Ezzeddine Jebali
Professeur principal

Adresse : 123, Avenue Habib Thameur

Nabeul – 8000 Tunisie

Tél : (+216) 72 223 822

Fax : (+216) 72 223 922

E-mail : Kounouz.Edition@gnet.tn

Site Web : www.Kounouz-Edition.com

Avant Propos

Cet ouvrage s'adresse à tous les élèves de la $3^{ème}$ année secondaire, section Maths.

Les exercices et les problèmes proposés sont classés en respectant la chronologie du nouveau programme de la $3^{ème}$ année secondaire.

En effet, le présent manuel s'inscrit dans la continuité de celui de l'enseignement de base, quant au principe fondamental qui le réagit à savoir l'approche par compétence qui met l'accent sur le rôle de l'élève dans l'activité d'apprentissage.

Ce livre est un outil de travail :

- *Les résumés de cours rappellent les résultats essentiels.*
- *Des exercices groupés par thème et par ordre de difficultés croissantes.*
- *Tous les exercices sont corrigés intégralement dans un langage simple et rigoureux.*

Les différentes étapes de raisonnement de calcul sont exposées avec précision.

✪ ***Une règle d'or :***

Attachez vous à résoudre les exercices sans regarder le corrigé (éviter même le "petit coup d'œil"). Si au bout de 10 minutes vous n'y parvenez pas, lisez la solution puis refaites l'exercice quelques jours après, pour voir si vous avez vraiment compris.

Nous souhaitons que cet ouvrage vous permettrait d'acquérir les bons réflexes, ceux qui vous donnerez l'aisance nécessaire pour aborder, avec confiance et sérénité, les devoirs de sciences physiques.

SOMMAIRE

L'INTERACTION ELECTRIQUE

1- Loi de Coulomb :

❖ Entre deux objets ponctuels (A) et (B), immobiles, portant respectivement les charges électriques q_A et q_B et placés respectivement en A et B, s'établit une interaction électrique attractive si les deux charges sont de signes contraires et répulsives si les deux charges sont de même signes.

❖ La valeur commune aux deux forces qui constituent l'interaction est donnée par la formule de Coulomb :

$$\left\|\vec{F}_{A/B}\right\| = \left\|\vec{F}_{B/A}\right\| = K\frac{|q_A|\cdot|q_B|}{AB^2} \text{ avec } K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9.10^9 \text{SI}$$

2- Champ Electrique :

❖ Si, dans une région de l'espace, un corps électrisé subit une force électrique alors dans cette région règne un champ électrique.

❖ Une charge q placée dans un champ électrique subit une force électrique $\vec{F} = q.\vec{E}$

❖ Le champ électrique créé par une charge Q placée en un point A est donné par la formule $\vec{E}(M) = K.\frac{Q}{AM^2}.\vec{u}$

❖ La valeur du vecteur champ électrique est donnée par la formule : $\left\|\vec{E}(M)\right\| = K.\frac{|Q|}{AM^2}$

❖ Lorsque la charge Q est positive le champ électrique est dit centrifuge.

A $\vec{u}$ M $\vec{E}(M)$

Q> 0

❖ Lorsque la charge Q est négative le champ électrique est dit centripète.

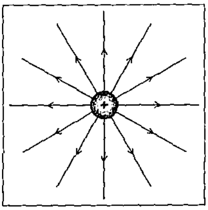
A $\vec{u}$ $\vec{E}(M)$ M

Q< 0

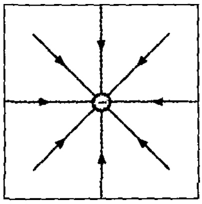
❖ Une ligne de champ est une ligne en tout point de laquelle, le vecteur champ électrique lui est tangent.

❖ Une ligne de champ est orientée dans le même sens que le vecteur champ électrique.

❖ L'ensemble des lignes de champ forme le spectre électrique.

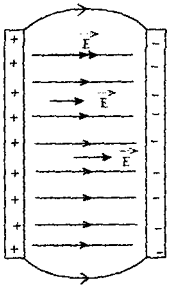


Spectre créé par une charge positive

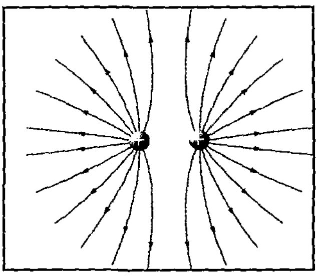


Spectre créé par une charge négative

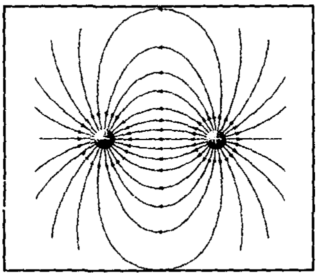
❖ Un champ électrique est dit uniforme si le vecteur champ électrique est constant (direction, sens et valeur) en tout point ou règne ce champ.



❖ La superposition de deux champs électriques $\overrightarrow{E_1}$ et $\overrightarrow{E_2}$ conduit à un champ résultant $\vec{E}$ tel que $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$.



Spectre créé par deux charges de mêmes signes



Spectre créé par deux charges de signes opposées

ÉNONCÉS

1 **1-** Définir les termes suivants : champ électrique ; ligne de champ ; spectre électrique.

2- Enoncer la loi de Coulomb.

3- Compléter les phrases suivantes :

a- Si, dans une région de l'espace, un corps .... subit une .... électrique alors dans cette région règne un .... électrique.

b- Une charge électrique q placée dans un .... subit une .... électrique $\vec{F}$ = ...

c- Une ligne de champ est .... dans .... le même sens que le vecteur champ électrique.

d- Une ligne de champ est une .... en tout point de laquelle, le vecteur champ électrique lui est ....

4- Répondre par vrai ou faux et corriger les propositions fausses :

a- Un champ électrique est dit uniforme si le vecteur champ électrique a une valeur constante en tout point ou règne ce champ.

b- Une ligne de champ est une ligne en tout point de laquelle, le vecteur champ électrique lui est perpendiculaire.

c- Le champ électrique créé par une charge Q positive est dit centripète.

d- Le champ électrique créé par une charge Q placée en un point A est donné par la formule $\vec{E}(M) = K.\frac{Q^2}{AM}.\vec{u}$

5- Q.C.M :

a- Une charge électrique q < 0 placée dans un champ électrique $\vec{E}$ est soumise à une force électrique $\vec{F}$ tel que $\vec{E}$ et $\vec{F}$:

a_1- Ont même sens.

a_2- Sont de sens contraires.

a_3- Sont perpendiculaires.

b- Deux charges électriques de même signes, placées à une distance d l'une de l'autre interagissent. Cette interaction est une

b_1- attraction

b_2- répulsion.

b_3- oxydation.

c- La valeur du vecteur champ électrique s'exprime en :

c_1- N.C

c_2- $V.m^{-1}$.

c_3- $kg.m^{-1}$

d- Deux charges électriques identiques sont placées en A et B symétriques par rapport à O. Le champ résultant en O :

d_1- est nul.

d_2- a une valeur double de celle du champ créé par l'une des charges.

d_3- a la direction de (AB) et se dirige de B vers A.

e- Une charge électrique $q = 1\mu C$ crée eu point M situé à 10 cm un champ électrique de valeur :

e_1- $\left\|\vec{E}(M)\right\| = 9.10^{-5}\ V.m^{-1}$.

e_2- $\left\|\vec{E}(M)\right\| = 9.10^{7}\ V.m^{-1}$.

e_3- $\left\|\vec{E}(M)\right\| = 9.10^{5}\ V.m^{-1}$.

2 Une charge électrique ponctuelle $q = 4,8.10^{-7}\ C$ est placée dans le vide en un point O. Donner les caractéristiques du champ électrostatique qu'elle produit en un point A situé à 10 cm de O.

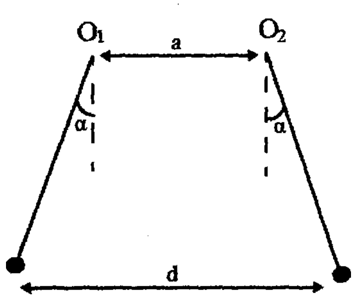
3 Une particule située en un point M d'un champ électrique où le vecteur champ a pour valeur $5.10^{5}\ V.m^{-1}$, est soumise à une force de sens opposé au vecteur champ électrostatique et d'intensité $8.10^{-14}N$. Calculer la charge de la particule.

4 On dispose de deux charges électriques $q_1 = 10^{-6}\ C$ et $q_2 < 0$.

1- Donner les caractéristiques de l'interaction entre les deux charges (faire un schéma) .

2 - Sachant que la distance qui sépare les deux charges est d = 10 cm ; et que la force qu'exerce chaque charge sur l'autre est $\left\|\vec{F}\right\| = 9.10^{-5}\ N$ donner l'expression de q_2 en fonction de $\left\|\vec{F}\right\|$, q_1 et k puis calculer sa valeur.

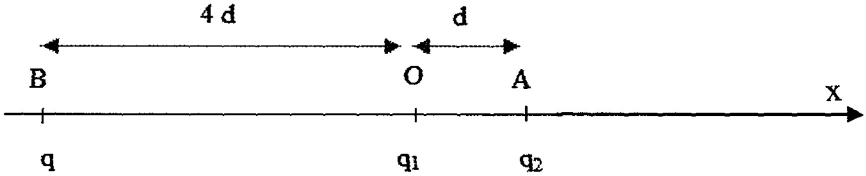
5 Deux pendules électrostatiques de même longueur L= 20cm portent 2 petites boules identiques de masse m = 1g chacune et de charges électrostatiques égales. Les points de suspension O_1 et O_2 des deux pendules sont distant de a=5cm



A l'équilibre chaque boule fait avec la verticale un angle de 6°.

1) a- Représenter les forces qui s'exercent sur chaque boule.
   b- déterminer la valeur de la force électrique.
2) En appliquant la loi de coulomb, déduire les valeurs possibles de la charge q.

6 On considère trois charges électriques q_1, $q_2 = 1\ \mu C$ et $q < 0$ placées respectivement en O, A(x = d) et B(x = - 4d) d'un axe (O, x) avec d=2cm



1) Déterminer les caractéristiques du vecteur champ électrique créé par q_2 au point B.
2) Sachant que la charge ponctuelle q subit, de la part de q_1 et q_2, des forces électrostatiques dont la résultante est nulle.
   a- quel est le signe de la charge q_1 ? Justifier.
   b- Calculer la valeur de la charge q_1

7 Une boule sphérique assimilable à un corps ponctuel est attachée au point O par un fil isolant de masse négligeable et de longueur l = 60 cm. La boule de masse m = 5 mg porte une charge électrique q = - 4 μC. Placé dans un champ électrique uniforme le pendule (boule + fil) dévie d'un angle α = 10° et reste en équilibre.

1) Représenter toutes les forces qui s'exercent sur la boule.
2) Déterminer le sens du vecteur champ électrique.
3) Ecrire la condition d'équilibre de la boule.
4) Calculer la valeur du vecteur champ électrique ainsi que celle de la tension du fil.

8 Soient 2 charges ponctuelles q_A et q_B placées respectivement au point A et B ; $q_A > 0$; $q_B = - q_A$. Déterminer le champ électrostatique crée par ces 2 charges en fonction de k ; q_A et d = AB dans chacun des cas suivant :

a- Au point M_1 = A* B

b- Au point M_2 tel que $\vec{AM}_2 = 2\ \vec{AB}$

c- Au point M_3 tel que $\vec{AM}_3 = 2/3\ \vec{AB}$

d- Au point M_4 tel que $M_4 \in$ médiatrice de AB (dans ce cas on se place dans un repère orthonormé de centre O = M_4 et on prend r = AM_4 = BM_4).

9 Soit le repère R (O , $\vec{i}$, $\vec{j}$) .

1) une charge électrique ponctuelle q_1 de valeur 5µ C est placée au point origine O du repère précédent :

a- Dessiner sur un schéma le spectre électrique de cette charge.

b- ▪ Préciser les caractéristiques du champ électrique $\vec{E}_1$ en un point M de coordonnées M (x = 3cm ; y = 0) .

▪ Représenter ce vecteur champ sur le schéma précédent.

2) La charge q_1 est remplacée par une autre charge ponctuelle q_2 = - 5µ C au point A de coordonnées (x_A = 3cm ; y_A = -5 cm) :

a- Dessiner sur un schéma quelques lignes du champ électrique due à cette charge.

b- ▪ Préciser les caractéristiques du champ électrique $\vec{E}_2$ au point M précédent.

▪ Représenter sur le deuxième schéma le vecteur $\vec{E}_2$.

3) Les deux charges sont placées simultanément q_1 en O et q_2 en A :

a- ▪Représenter sur un troisième schéma les vecteurs champs électriques $\vec{E}_1$ de q_1 et $\vec{E}_2$ de q_2.

▪ Représenter sur le même schéma le vecteur $\vec{E}$: la somme vectorielle des deux champs $\vec{E}_1$ et $\vec{E}_2$ d'après le principe de superposition.

b- Calculer la valeur de $\vec{E}$ par deux méthodes, l'une est la construction à l'échelle en prenant pour la valeur du champ électrique 1 cm représentant 10^7 V. m^{-1}.

10 Une charge q_o = -9 µc est placée au point O origine du repère orthonormé $R(o,\vec{i},\vec{j})$.

1) a – Définir les termes suivants :

✓ ligne de champs.

✓ spectre électrique.

b – Représenter le spectre électrique crée par la charge q_o.

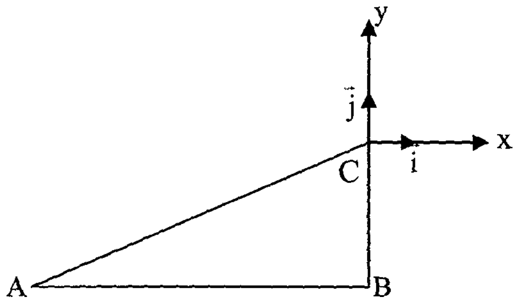
2) On place au point A de coordonnées (x_A = 5 cm ; y_A = O cm) une deuxième charge ponctuelle q_A= 4µc .

a – Déterminer les caractéristiques de la force $\vec{F}_1$ exercée par q_o sur q_A.

b – Déduire les caractéristiques du vecteur champ électrique $\vec{E}_1$ crée par q_o en A.

11 Soit un triangle ABC rectangle en B tel que AB = 6cm ; BC = 4cm.

En place deux charges ponctuelles $q_1 = 2.10^{-9} C$ et $q_2 = 8.10^{-9} C$ respectivement aux points A et B. (voir figure ci-dessous).



1) Déterminer les caractéristiques du vecteur champ électrique $\overrightarrow{E_1}$ crée par les deux charges au point (I) milieu de AB.

2) Déterminer la position d'un point M situé sur la droite AB où le vecteur champs électrostatique $\overrightarrow{E_1}$ est nul.

3)

a) Calculer les valeurs des champs électriques $\overrightarrow{E'_1}$ et $\overrightarrow{E'_2}$. Crées respectivement par les charges q_1 et q_2 au point C.

b) Déterminer les composantes E_x et E_y dans le repère $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ du vecteur champ électrique résultant $\vec{E}$ au point C.

Calculer la valeur de $\overline{E}$

On donne : $K = 9.10^9.SI$

CORRIGÉS

1

1) - Champs électrique : Si, dans une région de l'espace, un corps électrisé subit une force électrique alors dans cette région règne un champ électrique.

- Une ligne de champ est une ligne en tout point de laquelle, le vecteur champ électrique lui est tangent.
- Spectre électrique : l'ensemble des lignes de champs

2) Entre deux objets ponctuels (A) et (B), immobiles, portant respectivement les charges électriques q_A et q_B et placés respectivement en A et B, s'établit une interaction électrique attractive si les deux charges sont de signes contraires et répulsives si les deux charges sont de même signes.

$$\left\|\vec{F}_{A/B}\right\| = \left\|\vec{F}_{B/A}\right\| = K\frac{|q_A|\cdot|q_B|}{\mathrm{AB}^2} \text{ avec } \mathrm{K} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9.10^9\,\mathrm{SI}$$

3) a- Si dans une région de l'espace, un corps **électrisé** subit une **force** électrique, alors dans cette région règne un champ électrique.

b- Un charge électrique q placée dans un **champ** électrique subit un force électrique $\vec{F} = q\vec{E}$

c- Une ligne de champ est **orientée** dans le même champ électrique.

d- Une ligne de champ est **une courbe** en tout point de laquelle, le vecteur champ électrique lui est **tangent**.

4) a- Faux : un champ électrique est dit uniforme si le vecteur champ électrique garde la même valeur ; le même sens et la même direction.

b- Faux : une ligne de champ est une ligne en tout point de laquelle ; le vecteur champ électrique lui est tangent.

c- Faux : le champ crée par une charge Q positive est dit centrifuge.

d- vrai

5) Q.C.M

a- a_2

b- b_2

c- c_2

d- d_1

e- c_3

2

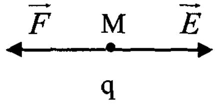
$q = 4,8.10^{-7}\,C$ $\quad OA = 10cm = 10^{-1}m$

$$\|\vec{E}\| = k\frac{|q|}{(\mathrm{OA})^2} = \frac{9.10^9 \times 4,8.10^{-7}}{10^{-2}}$$

$$\|\vec{E}\| = 4.32.10^5\,N.C^{-1}$$

$$\Rightarrow \quad \vec{E} = \|\vec{E}\|\vec{u}$$

3



$$\|\vec{E}\| = 5.10^5\,V.m^{-1}$$

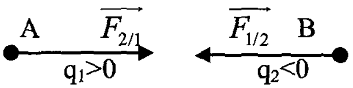
$$\|\vec{F}\| = 8.10^{-14}\,N$$

$\vec{F} = q.\vec{E}$

$$\|\vec{F}\| = |q|.\|\vec{E}\| \Rightarrow |q| = \frac{\|\vec{F}\|}{\|\vec{E}\|} = 1.6.10^{-19}\,C$$

Or $\vec{F}$ et $\vec{E}$ sont de sens contraire $\Rightarrow q = -1,6.10^{-19}\,C$

4 $q_1 = 10^{-6}\,C \quad ; \quad q_2 < 0.$

1- 

$\overrightarrow{F_{1/2}}$ et $\overrightarrow{F_{2/1}}$ constituent une attraction car les deux charges sont de signe opposées.

Donc $\overrightarrow{F_{1/2}}$ et $\overrightarrow{F_{2/1}}$ ont la même direction (droite AB) ; la même valeur et sont de sens opposés.

2- D'après la loi de Coulomb

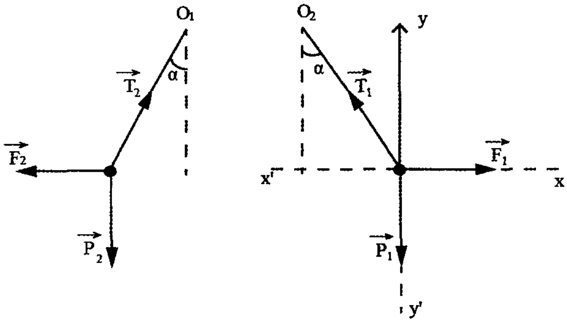
$$\|\vec{F}\| = K\frac{|q_1|.|q_2|}{d^2}$$

$$\rightarrow |q_2| = \frac{\|\vec{F}\|.d^2}{K.|q_1|} \quad \text{et puis que } q_2 < 0 \quad \Rightarrow q_2 = -|q_2|$$

$$\Rightarrow q_2 = \frac{-\|\vec{F}\|.d^2}{K.|q_1|} \qquad \text{A.N :} \quad q_2 = -10^{-10}\,C$$

5

1) a- chaque boule est soumise à son poids, à la force électrique et à la tension du fil.



b- La boule {B1} est en équilibre.
dans un repère terrestre

$$\Rightarrow \vec{P_1} + \vec{F_1} + \vec{T_1} = \vec{0}$$

Projection suivant XX' : $P_{1x} + F_{1x} + T_{1x} = 0 \quad \Rightarrow \|\vec{F_1}\| - \|\vec{T_1}\| \sin\alpha = 0$

Soit la relation : $\boxed{\Rightarrow \|\vec{F_1}\| = \|\vec{T_1}\| \sin\alpha}$ ①

Projection suivant YY' : $P_{1y} + F_{1y} + T_{1y} = 0$

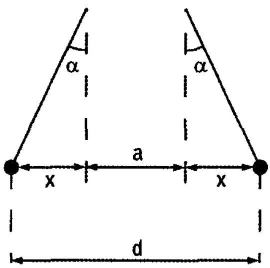
$$-\|\vec{P_1}\| + \|\vec{T_1}\| \cos\alpha = 0 \ \boxed{\Rightarrow \|\vec{P_1}\| = \|\vec{T_1}\| \cos\alpha} \text{ ②}$$

En divisant les deux relations : $\dfrac{①}{②}$

$$\Rightarrow \frac{\|\vec{F}\|}{\|\vec{P_1}\|} = \frac{\|\vec{T_1}\|.\sin\alpha}{\|\vec{T_1}\| \cos\alpha} = tg\alpha$$

$$\Rightarrow \|\vec{F_1}\| = m_1.\|\vec{g}\| tg\alpha \quad \text{A.N : } \|\vec{F_1}\| = 10^{-3} N$$

2) D'après la loi de Coulomb $\|\vec{F_1}\| = \dfrac{Kq^2}{d^2}$



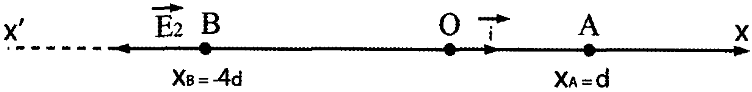
Avec d=a+2x

$$\boxed{d = a + 2\ell \sin\alpha}$$

$$\Rightarrow q^2 = \frac{\|\vec{F_1}\|.d^2}{K}$$

Soit $\boxed{q = \pm\sqrt{\dfrac{\|\vec{F_1}\|(a + 2\ell.\sin\alpha)^2}{K}}}$ A.N : $q = \pm 3.10^{-8} C$

6 1)

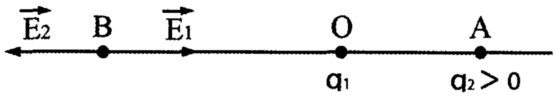


$$\left\|\overrightarrow{E_2}\right\| = \frac{k.|q_2|}{AB^2}$$ avec AB=5d=10cm.

$$\boxed{\left\|\overrightarrow{E_2}\right\| = \frac{k.|q_2|}{(5d)^2}}$$ AN : $\left\|\overrightarrow{E_2}\right\| = 9.10^5 V.m^{-1}$

Soit $\overrightarrow{E_2} = -9.10^5\vec{i}$ (porté par l'axe OX ;de sens opposé à celui de $\vec{i}$)

2)



a) Pour que les 2 vecteurs champs soient opposés il faut que $\overrightarrow{E_1}$ soit centripète par rapport à q_1 et par conséquent q_1 est négative.

b) $\vec{E} = \overrightarrow{E_1} + \overrightarrow{E_2} = \vec{0}$

$$\Rightarrow \left\|\overrightarrow{E_1}\right\| = \left\|\overrightarrow{E_2}\right\|$$

$$k.\frac{|q_2|}{(5d)^2} = k\frac{|q_1|}{(4d)^2} \Rightarrow \frac{|q_2|}{25d^2} = \frac{|q_1|}{16.d^2}$$

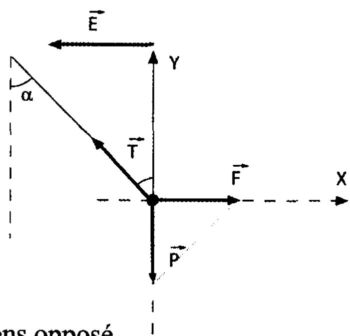
$$\Rightarrow |q_1| = \frac{16}{25}|q_2|$$

A.N :

$$\Rightarrow |q_1| = 0,64.10^{-6}C$$

et puisque $q_1 < 0 \Rightarrow q_1 = -0,64.10^{-6}C$

$= -\ 0,64\mu C$



7 1) La boule est soumise à 3 forces :

$\vec{P}$: poids

$\vec{T}$: tension du fil

$\vec{F}$: force électrique

2) $\vec{F} = q\vec{E}$ et puisque q<0 donc $\vec{F}$ et $\vec{E}$ de sens opposé

3) La boule est en équilibre $\vec{F} + \vec{P} + \vec{T} = \vec{0}$

4) Projection suivant X'X : $F_x + P_x + T_x = 0$

$$\left\|\vec{F}\right\| - \left\|\vec{T}\right\|\sin\alpha = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{|q|.\left\|\vec{E}\right\| = \left\|\vec{T}\right\|.\sin\alpha} \quad ①$$

Projection suivant y'y : $F_y + P_y + T_y = 0$

$$-\left\|\vec{P}\right\| + \left\|\vec{T}\right\|\cos\alpha = 0 \qquad \boxed{\Rightarrow m\left\|\vec{g}\right\| = \left\|\vec{T}\right\|\cos\alpha} \quad ②$$

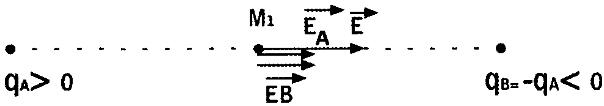
$$\frac{①}{②} \Rightarrow tg\alpha = \frac{|q|.\left\|\vec{E}\right\|}{m.\left\|\vec{g}\right\|} \Rightarrow \left\|\vec{E}\right\| = \frac{m.\left\|\vec{g}\right\|.tg\alpha}{|q|}$$

A.N : $\left\|\vec{E}\right\| = 22N.C^{-1}$

$$② \quad \boxed{\left\|\vec{T}\right\| = \frac{m.\left\|\vec{g}\right\|}{\cos\alpha}}$$

$$\left\|\vec{T}\right\| = 10^{-4}N$$

8 a-



- $\overrightarrow{E_A}$ Centrifuge par rapport à q_A

$$\left\|\overrightarrow{E_A}\right\| = k\frac{|qA|}{(\frac{d}{2})^2} = 4\frac{k.|q_A|}{d^2}$$

- $\overrightarrow{E_B}$ Centripète par rapport à q_B

$$\left\|\overrightarrow{E_B}\right\| = \frac{k|q_B|}{\left(\frac{d}{2}\right)^2} = \frac{4.k.|q_A|}{d^2}$$

$\vec{E}(M_1) = \overrightarrow{E_A} + \overrightarrow{E_B}$; puisque $\overrightarrow{E_A}$ et $\overrightarrow{E_B}$ sont colinéaires et de même sens donc

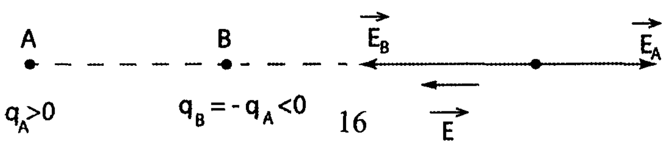
$$\left\|\vec{E}(M_1)\right\| = \left\|\overrightarrow{E_A}\right\| + \left\|\overrightarrow{E_B}\right\|$$

$$\left\|\vec{E}(M_1)\right\| = \frac{4k|q_A|}{d^2} + \frac{4k|q_B|}{d^2} \text{ avec } |q_A| = |q_B|$$

$$\boxed{\left\|\vec{E}(M_1)\right\| = \frac{8k|q_A|}{d^2}}$$

$\vec{E}(M_1)$ est portée par le droite (AB) orienté de M_1 vers B.

b-



- $\overrightarrow{E_A}$ centrifuge par rapport à q_A.

$$\left\|\overrightarrow{E_A}\right\| = K\frac{|q_A|}{(2d)^2} = \frac{k.|q_A|}{4d^2}$$

- $\overrightarrow{E_B}$ centripète par rapport à q_B.

$$\left\|\overrightarrow{E_B}\right\| = K\frac{|q_b|}{d^2} \text{ avec } |q_A| = |q_B|$$

$\vec{E}(M_2) = \overrightarrow{E_A} + \overrightarrow{E_B}$; $\overrightarrow{E_A}$ et $\overrightarrow{E_B}$ colinéaires de sens opposé et $\left\|\overrightarrow{E_B}\right\| > \left\|\overrightarrow{E_A}\right\|$

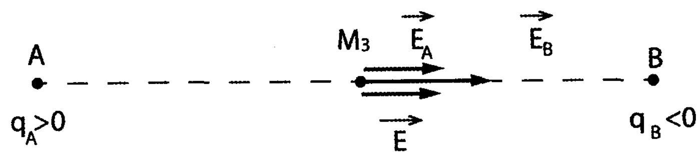
$$\left\|\vec{E}(M_2)\right\| = \left\|\overrightarrow{E_B}\right\| - \left\|\overrightarrow{E_A}\right\|$$

$$= \frac{K|q_A|}{d^2} - \frac{K|q_A|}{4d^2}$$

$$\left\|\vec{E}(M_2)\right\| = \frac{3}{4}\frac{k|q_A|}{d^2}$$

$\vec{E}(M_2)$ porté par la droite (AB), orienté de M_2 vers B.

c-



- $\overrightarrow{E_A}$: centrifuge par rapport à q_A

$$\left\|\overrightarrow{E_A}\right\| = \frac{k|q_A|}{(AM)^2} = \frac{k|q_A|}{(\frac{2}{3}d)^2} = \frac{9}{4}\frac{k|q_A|}{d^2}$$

- $\overrightarrow{E_B}$: centrifuge par rapport à q_b.

$$\left\|\overrightarrow{E_B}\right\| = \frac{k|q_B|}{(AM_3)^2} = \frac{k|q_B|}{(\frac{d}{3})^2} = \frac{9.k|q_A|}{d^2}$$

$$\vec{E}(M_3) = \overrightarrow{E_A} + \overrightarrow{E_B}$$

$\overrightarrow{E_A}$ et $\overrightarrow{E_B}$ colinéaire de même sens

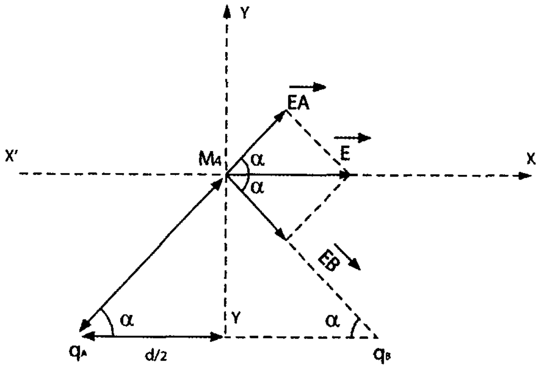
Donc $\vec{E}(M_3) = \left\|\overrightarrow{E_A}\right\| + \left\|\overrightarrow{E_B}\right\|$

$$= \frac{9}{4} \cdot \frac{k|q_A|}{d^2} + \frac{9.k.|q_A|}{d^2}$$

$$\boxed{\left\|\vec{E}(M_3)\right\| = \frac{45}{4} \frac{k|q_A|}{d^2}}$$

$\vec{E}(M_3)$ portée par la droite (AB) orienté de M_3 vers B.

d-



- $\overrightarrow{E_A}$ est centrifuge par rapport à q_A et il est porté par la droite AM_4.(voir figure)

  $$\left\|\overrightarrow{E_A}\right\| = \frac{k.|q_A|}{r^2}$$

- $\overrightarrow{E_B}$ est centripète par rapport à q_B et il est porté par la droite BM_4(voir figure).

  $$\left\|\overrightarrow{E_B}\right\| = \frac{k.|q_B|}{r^2} \text{ et comme } |q_A| = |q_B|$$

  $$\Rightarrow \left\|\overrightarrow{E_A}\right\| = \left\|\overrightarrow{E_B}\right\|$$

$\vec{E}(M_4) = \overrightarrow{E_A} + \overrightarrow{E_B}$.

On projette cette relation vectorielle dans le repère $(M_4, \vec{i}, \vec{j})$

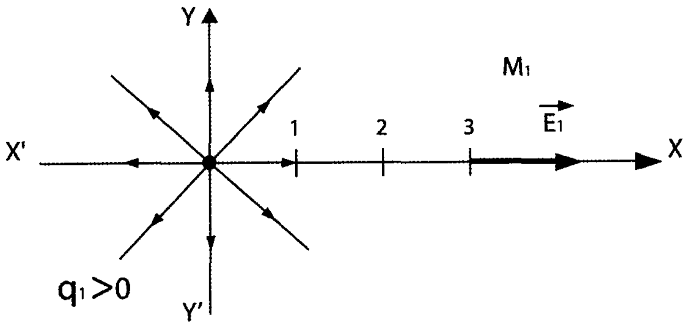
$$\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \left\|\overrightarrow{E_A}\right\| \cos\alpha \\ \left\|\overrightarrow{E_A}\right\| \sin\alpha \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \left\|\overrightarrow{E_B}\right\| \cos\alpha \\ -\left\|\overrightarrow{E_B}\right\| \sin\alpha \end{pmatrix}$$

$$\left\|\overrightarrow{E_A}\right\| = \left\|\overrightarrow{E_B}\right\| \quad \Rightarrow \vec{E}(M_4) \begin{pmatrix} E_x = 2\left\|\overrightarrow{E_A}\right\| \cos\alpha \\ E_y = 0 \end{pmatrix}$$

$$\left\|\vec{E}(M_4)\right\| = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} = 2\left\|\overrightarrow{E_A}\right\| \cos\alpha$$

Avec $\begin{cases} \left\|\overrightarrow{E_A}\right\| = \dfrac{k.|q_B|}{r^2} & \Rightarrow \left\|\overrightarrow{E_{M4}}\right\| = \dfrac{k.|q_A|.d}{r^3} \\ \cos\alpha = \dfrac{d}{2r} & \text{donc } \vec{E}(M_4) = \left\|\vec{E}(M_4)\right\|\vec{i} \end{cases}$

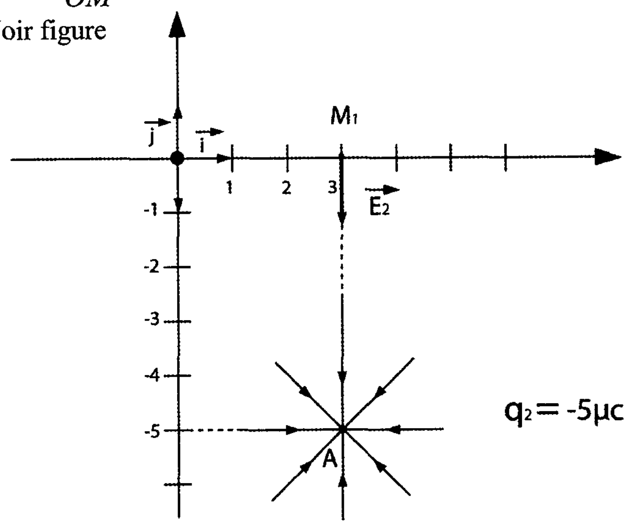
9 1)



a- Le spectre constitue l'ensemble des lignes de champ crée par la charge. Les lignes de champ sont radiales ; et centrifuges par rapport à la charge $q_A > 0$

b- $\left\|\overrightarrow{E_1}\right\| = \dfrac{k.|q_1|}{OM^2}$ A.N $\left\|\overrightarrow{E_1}\right\| = 5.10^7\,N.C^{-1}$

c- Voir figure



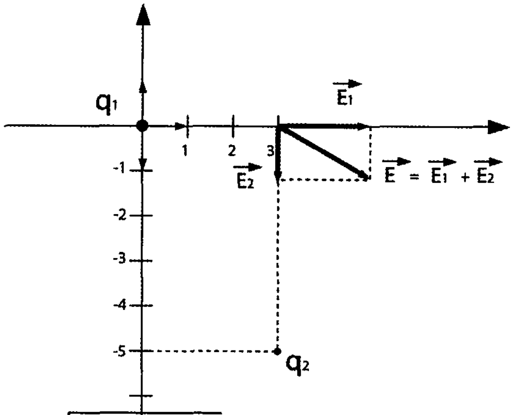
2) a/ les lignes de champ sont radiales et centripètes

b/ $\left\|\overrightarrow{E_2}\right\| = \dfrac{k.|q_2|}{(AM)^2}$

A.N $\left\|\overrightarrow{E_2}\right\| = 1{,}8.10^7\,N.C^{-1}$

$\overrightarrow{E_2}$ est porté par la droite(AM) dans le sens opposé à $\vec{j}$.

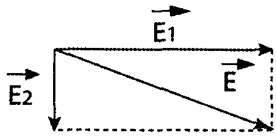
3) a-



b- $\left\|\vec{E}\right\| = \sqrt{\left\|\vec{E_1}\right\|^2 + \left\|\vec{E_2}\right\|^2} = 5{,}31.10^7 N.C^{-1}$

2éme méthode : représentation à l'échelle

$1\text{Cm} \leftrightarrow 10^7\ \text{V.m}^{-1}$



$\vec{E_1}$ est représenté par 5 cm

$\vec{E_2}$ est représenté par 1,8 cm et On déduit $\vec{E}$ est représenté par 5,3 cm environ.

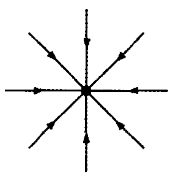
Donc $\left\|\vec{E}\right\| = 5{,}3.10^7.N.C^{-1}$.

10 1)

a- Une ligne de champ est une courbe en tout point de la quelle, le vecteur champ électrique lui est tangent.

- le spectre constitue l'ensemble des lignes de champ.

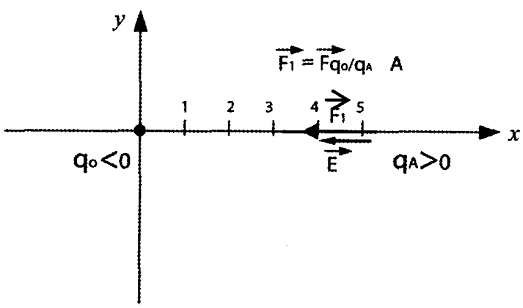
b-



q0

q<0 ;les lignes de champs sont radiales est centripètes.

2)



$\vec{F_1}$: exercée par q_0 sur q_1,

Elle est portée par l'axe X'X, de sens opposé à celui de $\vec{i}$.
D'après la loi de coulomb :

$$\|\vec{F}\| = k\frac{|q_0|.|q_1|}{(OA)^2}$$

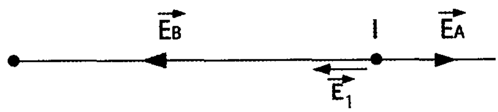
A.N : $\|\vec{F}\| = 12.96.10^{-5} N$

b/ $\|\vec{F}\| = |q_A|.\|\vec{E}\| \Rightarrow \|\vec{E}\| = \dfrac{\|\vec{F_1}\|}{|q_A|}$

$\|\vec{E}\| = 3.24.10^4 N.C^{-1}$

$\vec{F_1} = q_A.\vec{E}$; $q_A > 0$ $\Rightarrow \vec{F_1}$ et $\vec{E_1}$ sont de même sens.

11 1)



$q_A = 2.10^{-9} C$ $\qquad q_B = 8.10^{-9} C$

- $\vec{E_A}$ centrifuge par rapport à q_A

  $\|\vec{E_A}\| = \dfrac{k|q_A|}{(AI)^2}$

- $\vec{E_B}$: centrifuge par rapport à q_B.

$\|\vec{E_B}\| = \dfrac{k|q_B|}{(BI)^2}$

$\vec{E_1} = \vec{E_A} + \vec{E_B}$ avec $\vec{E_A}$ et $\vec{E_B}$ colinéaires de sens contraire et $\|\vec{E_B}\| > \|\vec{E_A}\|$

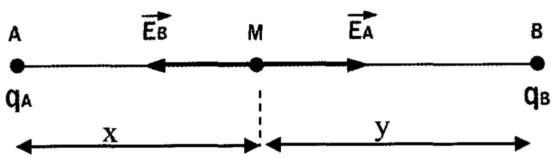
(BI=AI et $|q_B| > |q_A|$)

$\|\vec{E_1}\| = \|\vec{E_B}\| - \|\vec{E_A}\|$

$\|\vec{E_1}\| = \dfrac{k}{(AI)^2}(|q_B| - |q_A|)$; $\|\vec{E_1}\| = 6.10^4 N.C^{-1}$

$\vec{E_1}$ est porté par la droite (AB) orienté de I vers A(dans le sens de $\vec{AB}$)

2)



$\vec{E}(M) = \vec{E_A} + \vec{E_B} = \vec{0} \Rightarrow \vec{E_A}$ et $\vec{E_B}$ sont collinaires de sens opposés et de même valeur.

$$\|\vec{E_A}\| = \|\vec{E_B}\|$$

$$\Rightarrow \frac{k.|q_1|}{x^2} = \frac{k.|q_2|}{y^2} \quad \text{avec} \quad \begin{array}{l} x = AM \\ y = BM \\ x + y = AB \end{array}$$

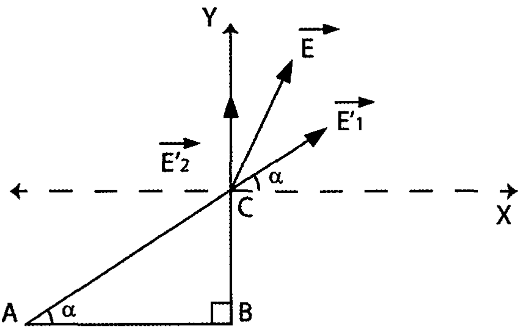
$$\frac{2.10^{-9}}{x^2} = \frac{8.10^{-9}}{y^2} \Rightarrow y^2 = 4x^2 \Rightarrow y = 2x \text{ ①}$$

$$x+y=d \text{ ②}$$

① et ② $\Rightarrow$ 3x=d $\Rightarrow x = \frac{d}{3} = 2cm$

Donc M $\in [AB]$ tel que AM=x=2cm

3) a-



- $\vec{E'_1}$ est porté par (AC) et centrifuge par rapport à q_A

Soit $\|\vec{E'_1}\| = \frac{k.|q'_A|}{AB^2 + BC^2}$ avec $AC^2 = AB^2 + BC^2$

$\Rightarrow \|\vec{E'_1}\| = 3{,}46.10^3\, N.C^{-1}$

- $\vec{E'_2}$ est porté par (BC) et centrifuge par rapport à q_B

$\|\vec{E'_2}\| = \frac{k.|q_2|}{AB^2 + BC^2}$; AN$\Rightarrow \|\vec{E'_2}\| = 1{,}38.10^4\, N.C^{-1}$

b) $\vec{E} = \vec{E_A} + \vec{E_B}$ projection dans R$(c, \vec{i}, \vec{j})$

$$\overrightarrow{E'_1}\begin{pmatrix} E'_{1x} = \left\|\overrightarrow{E'_1}\right\|\cos\alpha \\ E'_{1y} = \left\|\overrightarrow{E'_1}\right\|\sin\alpha \end{pmatrix} \qquad \text{avec } tg\alpha = \frac{BC}{AB} \Rightarrow tg\alpha = \frac{BC}{AB} \Rightarrow \alpha = 33,7°$$

$$\overrightarrow{E'_2}\begin{pmatrix} E'_{2x} = 0 \\ E'_{2y} = \left\|E'_2\right\| \end{pmatrix}$$

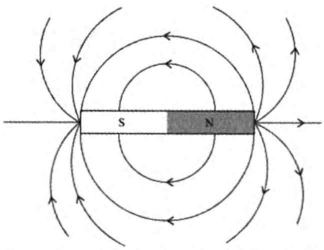
$$\vec{E}\begin{pmatrix} E_x = E'_{1x} + E'_{2x} = \left\|\overrightarrow{E_1'}\right\|\cos\alpha \\ E_y = E'_{1y} + E'_{2y} = \left\|\overrightarrow{E_1'}\right\|\sin\alpha + \left\|\overrightarrow{E_2'}\right\| \end{pmatrix} \Rightarrow \vec{E}\left| \begin{array}{l} E_x = 2,88.10^3 \\ E_y = 1,58.10^4 \end{array} \right.$$

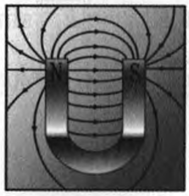
$$\left\|\vec{E}\right\| = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} = 1,61.10^4\, N.C^{-1}$$

L'INTERACTION MAGNETIQUE

❖ Si, dans une région de l'espace, une aiguille aimantée subit une force magnétique alors dans cette région règne un champ magnétique.

❖ Un aimant a deux pôles : un pôle nord et un pôle sud.



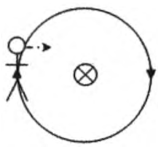


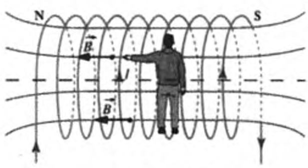
❖ Entre deux aimants (A) et (B) s'établit une interaction magnétique attractive si les deux aimants présentent des pôles différents et répulsive si les deux pôles sont de même natures.

❖ Une bobine traversée par un courant se comporte comme un aimant. Elle présente alors deux faces : une face nord et une face sud.

❖ La valeur du vecteur champ magnétique crée par une bobine longue (solénoïde) à son centre est donnée par la formule : $\left\|\vec{B}_s\right\| = \mu_0 \dfrac{N}{L}.I = \mu_0 \text{n.I}$

avec $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$ SI et $\text{n} = \dfrac{N}{L}$: le nombre de spire par unité de longueur.





Le bonhomme d'AMPÈRE, couché sur le fil, le courant entrant par ses pieds, et regardant l'intérieur du solénoïde, les sens de $\vec{B}$ est donné par sont bras gauche tendu.

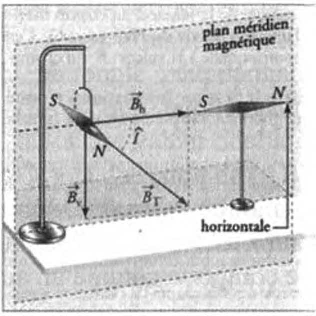
❖ La valeur du vecteur champ magnétique est mesurée à l'aide d'un teslamètre.

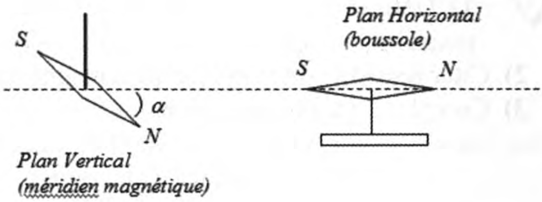
❖ La Terre crée à son voisinage un champ magnétique $\vec{\text{B}}$.

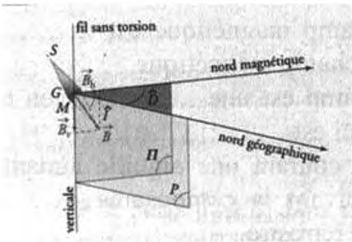
➢ Le plan contenant $\vec{\text{B}}$ s'appelle le méridien magnétique.

➢ L'angle que fait $\overrightarrow{B_H}$ avec $\vec{\text{B}}$ s'appelle inclinaison magnétique.

➢ L'angle que fait la direction du nord magnétique (celle de $\overrightarrow{B_H}$) avec la direction du nord géographique s'appelle déclinaison magnétique.







❖ En l'absence du courant une aiguille aimantée (placée sur un pivot vertical) s'oriente suivant la composante horizontale $\overrightarrow{B_H}$ du vecteur champ magnétique terrestre.

❖ Le sens du vecteur champ magnétique est donné par le vecteur $\overrightarrow{SN}$ d'une aiguille aimantée.

❖ Le sens du vecteur champ magnétique est donné par l'une des trois règles :

- ➢ L'observateur d'Ampère
- ➢ La main droite
- ➢ Les trois doigts

❖ Une ligne de champ magnétique est une courbe en tout point de laquelle, le vecteur champ magnétique lui est tangent.

❖ Une ligne de champ magnétique est orientée dans le même sens que le vecteur champ magnétique.

❖ L'ensemble des lignes de champ magnétique forme le spectre magnétique.

❖ Un champ magnétique est dit uniforme si le vecteur champ magnétique est constant (direction, sens et valeur) en tout point ou règne ce champ.

❖ La superposition de deux champs magnétique $\overrightarrow{B_1}$ et $\overrightarrow{B_2}$ conduit à un champ résultant $\vec{B}$ tel que $\vec{B} = \overrightarrow{B_1} + \overrightarrow{B_2}$

ÉNONCÉS

1 **1)** Définir les termes suivants : champ magnétique ; ligne de champ magnétique ; spectre magnétique ; méridien magnétique.

2) Citer les différentes interactions magnétiques.

3) Compléter les phrases suivantes :

a- Si, dans une région de l'espace, une aiguille aimantée subit une ……….. magnétique alors dans cette région règne un ………….. magnétique.

b- Une bobine traversée par un ………… se comporte comme un aimant. Elle présente alors deux ……….. : une ……………….. …….et une ………………...

c- Une ligne de champ magnétique est ……………. dans ……….. le même sens que le vecteur champ magnétique.

d- Une ligne de champ est une ………….. en tout point de laquelle, le vecteur champ électrique lui est ……………...

e- En l'absence du courant une aiguille aimantée (placée sur un pivot vertical) s'…………. suivant la composante …………………………… du vecteur champ magnétique terrestre.

4) Répondre par vrai ou faux et corriger les propositions fausses :

a- Un champ magnétique est dit uniforme si le vecteur champ magnétique a une valeur constante en tout point ou règne ce champ.

b- Une ligne de champ magnétique est une courbe en tout point de laquelle, le vecteur champ magnétique lui est perpendiculaire.

c- Le sens du vecteur champ magnétique crée au centre d'un solénoïde ne dépend pas du sens du courant.

d- Le champ magnétique créé à l'intérieur d'un solénoïde est un champ uniforme.

5) Q.C.M :

a- une aiguille aimantée (placée sur un pivot vertical loin de tout courant électrique) s'oriente suivant :

a1- La composante horizontale $\overrightarrow{B_v}$ du vecteur champ magnétique terrestre.

a2- La composante horizontale $\overrightarrow{B_H}$ du vecteur champ magnétique terrestre.

a3- La direction du champ magnétique terrestre.

b- Deux aimants placés à une distance d l'un de l'autre interagissent. Cette interaction est une :

b_1- attraction si les pôles en faces sont de même nature.

b_2- répulsion si les pôles en faces sont de nature différente.

b_3- aimantation.

c- La valeur du vecteur champ magnétique s'exprime en :

c_1-m

c_2-kg.

c_3- T

d- Deux aimants identiques sont placés en A et B symétriques par rapport à O, présentant le même pôle à O. Le champ résultant en O :

d1- est nul.

d2- a une valeur double de celle du champ créé par l'un des aimants.

d3- a la direction de (AB) et se dirige de B vers A.

e- Un solénoïde de longueur 50cm et comportant 500 spires est traversé par un courant I = 2A crée en son centre un champ magnétique de valeur :

e_1- $\left\|\overrightarrow{B_s}\right\| = 2,51.10^{-5}$ T.

e_2- $\left\|\overrightarrow{B_s}\right\| = 2,51.10^{-4}$ T.

e_3- $\left\|\overrightarrow{B_s}\right\| = 2,51.10^{-3}$ T.

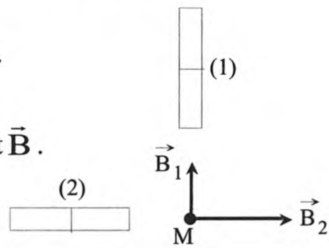
On donne : $\left\|\vec{B}_H\right\| = \mathbf{2.10^{-5}}$ **T.**

2

En un point M de l'espace se superposent deux champs magnétiques $\vec{B}_1$ et $\vec{B}_2$ créés par deux aimants dont les directions sont orthogonales. Leurs intensités

Sont respectivement $\left\|\vec{B}_1\right\| = 3.10^{-3}$T et $\left\|\vec{B}_2\right\| = 4.10^{-3}$T.

1) Déterminer les pôles des deux aimants.
2) Représenter graphiquement le champ résultant $\vec{B}$.
3) Calculer $\left\|\vec{B}\right\|$ et $\alpha = (\vec{B}_1, \vec{B})$.



3

Un solénoïde d'axe X'X, de longueur 1 = 50 cm et comportant 400 spires est disposé de telle façon que son axe soit perpendiculaire au plan du méridien magnétique.

1) Déterminer l'angle de rotation α d'une aiguille aimantée mobile sur un axe vertical placée au centre 0 du solénoïde lorsqu'on fait passer dans, ce dernier un courant d'intensité $I_1 = 0.04$ A.

2) a- déterminer l'intensité I_2du courant qu'il faudrait faire passer dans le solénoïde pour avoir une rotation de l'aiguille aimantée d'un angle α = 45 °.

b- Déterminer dans ce cas la valeur du champ magnétique résultant au point O.

3) Indiquer comment il faut disposer l'axe du solénoïde pour que l'aiguille aimantée ne tourne pas, lorsqu'on fait passer un courant dans celui-ci.

4 Une petite aiguille aimantée mobile sur un pivot vertical, est placée à l'intérieur d'un solénoïde comportant 200 spires par mètre.

1) l'axe du solénoïde est horizontal et situé dans le plan du méridien magnétique. On fait croître l'intensité du courant dans le solénoïde de 0 à 200 mA.

2) Qu'observe -t- on, en envisageant les deux sens possibles pour le courant?

3) L'axe du solénoïde est maintenant perpendiculaire au méridien magnétique. L'aiguille aimantée tourne de 30° lorsqu'on établit le courant dans le solénoïde.

4) Quelle est l'intensité du courant qui le traverse?

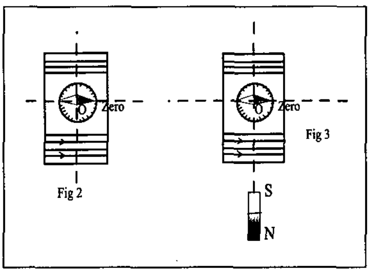
5) De quel angle et dans quel sens faut –il tourner le solénoïde autour d'axe vertical pour que la direction de l'aiguille aimantée soit perpendiculaire à l'axe du solénoïde sans modifier l'intensité du courant?

5 On dispose d'un solénoïde d'axe perpendiculaire au plan du méridien magnétique. En son centre O une petite aiguille aimantée, mobile autour d'un axe vertical tourne au-dessus d'un cadran gradué en degré. En absence de courant l'aiguille aimantée se trouve dans le plan du méridien magnétique en face de la graduation zéro.

Lorsqu'on fait passer un courant **I$_1$ = 2 A** dans le solénoïde on observe une rotation de l'aiguille aimantée d'un angle α **= 31°**.

On mesure par un tesla mètre préalablement étalonné le champ magnétique crée par le courant

dans le solénoïde $\left\|\vec{B}_S\right\| = \mathbf{1{,}2\ 10^{-5}\ T}$



1) Sur le schéma de la fig. représenter le champ magnétique $\vec{B}_S$ créé par le courant dans le solénoïde en son centre O.

a- Sur ce même schéma représenter :

-le vecteur $\vec{B}_H$, composante horizontale du champ magnétique terrestre.

-le vecteur champ magnétique $\vec{B}_T$ total crée en O.

b- Déterminer une relation entre l'angle α, $\left\|\vec{B}_S\right\|$ et $\left\|\vec{B}_H\right\|$

c- Calculer la valeur de $\vec{B}_H$.

2) Le solénoïde, étant parcouru par le courant **I$_1$= 2 A**, on place un aimant droit de façon que son axe soit confondu avec l'axe du solénoïde comme le montre la figure 3 , l'aiguille aimantée tourne à partir de sa position précédente d'un angle $\theta = 76^o$ dans le sens contraire du sens trigonométrique.

a- Calculer l'angle $\left(\vec{B}_H, \vec{B}'_T\right)$ que fait $\vec{B}_H$ avec $\vec{B}'_T$ le nouveau champ magnétique total au point O.

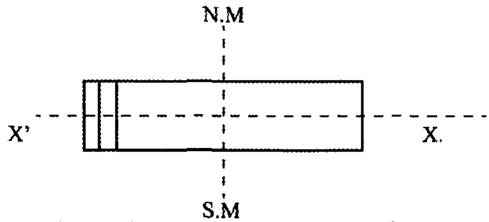
b- Déterminer les caractéristiques du champ magnétique créé par l'aimant au point O. On donne $\left\|\vec{B}_H\right\| = 2.10^{-5}\,T$.

3) Pour ramener l'aiguille au zéro , on augmente l'intensité de courant dans le solénoïde . Soit I_2 cette nouvelle intensité ; déterminer l'expression de I_2 en fonction de I_1 puis calculer sa valeur.

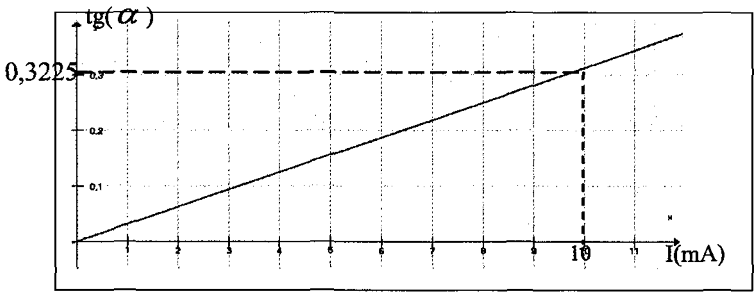
6 Un solénoïde S de longueur L = 0,4 m et de rayon R = 10 cm est formé d'un fil de longueur L' formant N spires l'axe X'X de ce solénoïde est perpendiculaire au Plan méridien magnétique une aiguille aimantée mobile autour d'un axe Vertical L est placé au centre O de ce solénoïde.

On fait passer dans le solénoïde un courant d'intensité I ; l'aiguille alimentée subit une déviation d'un angle .

1) Représenter sur la vue de dessus de la figure la composante horizontal $\vec{B}_H$ du vecteur champ magnétique terrestre ; le vecteur $\vec{B}_C$ crée au point O par le courant I Ainsi que la déviation α .



2) Pour différents valeurs de I ; on mesure la déviation α .
Les résultats trouvés ont permis de tracer la courbe de la variation de tg (α) en fonction de l'intensité du courant I.



a- Justifier l'allure de la courbe obtenue.
b- En exploitant la courbe exprimer tg (α) en fonction de I.
c- En déduire le nombre de spires N.

3) Déterminer la longueur de fil L'.
4) Sachant que l'inclinaison du milieu est I = 60 °.
Déterminer la valeur du champ magnétique terrestre.

7 On dispose de :
*Un solénoïde (S1) de nombre de spires par mètre **n = 400 spires m-¹.**
*Une aiguille aimantée.
*Un aimant droit.

I – L'aiguille aimantée est mobile autour d'un axe horizontal attaché à un fil sans torsion et abandonné à elle-même dans une région de l'espace ou l'inclinaison magnétique est **I = 60°** ; et le champ magnétique terrestre est $\left\|\vec{B}_t\right\| = 4.10^{-5}T$.

1) Préciser la direction prise par l'aiguille aimantée.
2) Représenter sur un schéma clair :
   - Le vecteur champ magnétique terrestre $\vec{B}_t$.
   - La composante horizontale.
   - La composante verticale.
   - L'inclinaison magnétique.
3) Monter que la valeur de la composante horizontale est $\left\|\vec{B}_H\right\| = 2.10^{-5}T$.

II - L'aiguille aimantée est maintenant mobile autour d'un axe vertical ; elle est placée au centre O du solénoïde (S).

L'axe X'X de ce dernier est placée de façon qu'il soit perpendiculaire au plan méridien magnétique l'aimant droit est placé de façon que son axe SN soit horizontal et confondu avec l'axe X'X.

1) En absence du courant électrique l'aiguille dévie de **45°** lorsque on met l'aimant dans la position indiqué par la fig. 1.

a- Représenter les vecteurs champs magnétiques sur la vue de dessus de la figure 1.

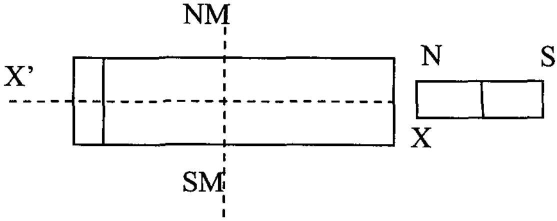


figure 1

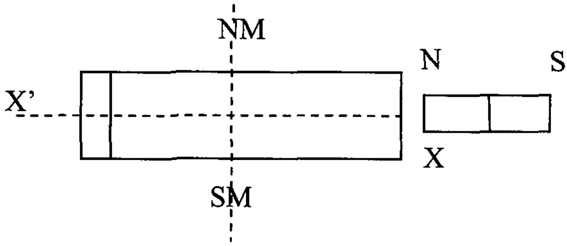


figure 2

b- Déduire $\left\|\vec{B}_a\right\|$ la valeur du champ magnétique crée par l'aimant.

2) Lorsqu'on fait passer dans le solénoïde un courant I ; l'aiguille aimantée revient à sa position initiale (sn magnétique).

a- Compléter la vue de dessus de la figure (2) en représentant les vecteurs champs magnétique ainsi que le sens du courant I.

b- Déterminer l'intensité du courant I.

8 Une aiguille aimantée mobile autour d'un axe vertical (Δ) est placée au centre O d'un solénoïde (S_1) d'axe horizontal ($x_1x'_1$), de longueur L_1=0,5m et comportant N_1=400 spires.

- On peut orienter le solénoïde en le faisant tourner autour d'un axe qui coïncide avec l'axe de rotation (Δ) de l'aiguille aimantée.
- Le solénoïde (S_1) est orienté perpendiculairement au méridien magnétique.

1) On fait parcourir le solénoïde par un courant électrique d'intensité I_1, l'aiguille aimantée subit alors une déviation d'un angle $\alpha = 30°$ et prend une position d'équilibre notée (1).

a-Représenter sur une vue de dessus **(figure a)** au centre O_1 de (S_1) : la composante horizontale $\vec{B}_H$ du vecteur champ magnétique terrestre, le vecteur champ $\vec{B}_1$ crée au centre de (S_1) par le courant I_1 ainsi que l'angle α .

b-Déterminer l'intensité du courant I_1.

2) On place un aimant droit SN d'axe confondu avec ($X_1X'_1$) comme le montre **la figure b**, le solénoïde est toujours parcouru par le courant précédent d'Intensité I_1.

-Pour une position A de SN, l'aiguille aimantée prend une direction perpendiculaire à la position d'équilibre (1)

a-Représenter dur une vue de dessus **(figure b)** au centre O_1 de (S_1) : $\vec{B}_H$; $\vec{B}_1$; le vecteur champ magnétique $\vec{B}_a$ crée par l'aimant droit ainsi que le vecteur champ magnétique résultant $\vec{B}_R$.

b- Déterminer la valeur du vecteur champ magnétique $\vec{B}_a$ crée par l'aimant droit au centre O_1 de (S_1).

c- Déterminer la valeur du vecteur champ magnétique résultant $\vec{B}_R$ au centre O_1 de (S_1).

d- Comment doit-on placer l'aimant pour le champ magnétique à l'intérieure du solénoïde soit nul ?

Faire un schéma explicatif toute en justifiant brièvement la réponse.

3) <u>On retire l'aimant droit</u> ; et on fait tourner l'axe du solénoïde d'un angle $\beta = 20°$ comme le montre **la figure c.**

-Déterminer la déviation de l'aiguille γ lorsqu'on fait passer dans le solénoïde un courant d'intensité I_1.

Figure b

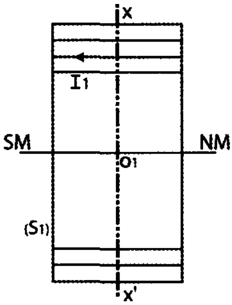
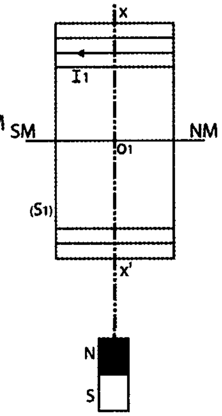


Figure a



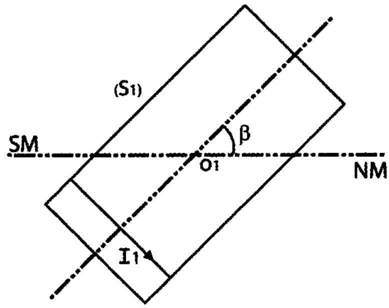


Figure c

9 Une aiguille aimantée, de centre O, libre de tourner autour d'un pivot vertical, est placée à l'intérieur d'un solénoïde (S) de façon que son centre O coïncide avec celui de la bobine. L'axe de (S) est horizontal, perpendiculaire au plan du méridien magnétique. Le solénoïde comporte N=800 spires et a une longueur L=50cm.

1) Dans une première expérience le solénoïde (S) est traversé par un courant d'intensité I_1, l'axe de l'aiguille fait alors l'axe de la bobine un angle $180°$.

a- Déterminer les caractéristiques du vecteur champ magnétique $\overrightarrow{B_C}$ créé par le courant au centre de (S) et nommer en le justifiant les faces de la bobine.

b- On donne une vue de dessus du dispositif **(fig.1)**.Représenter les vecteurs champs magnétiques ainsi que la position finale de l'aiguille.

c- Calculer l'intensité I_1 du courant.

2) Dans une deuxième expérience, le solénoïde est parcouru par un courant I_2=10 mA de même sens que précédemment, on place un aimant droit tel que son axe SN soit horizontal et perpendiculaire à l'axe de la bobine **(fig.2)**.

a- On remarque que l'aiguille prend une position d'équilibre telle que son axe $\overrightarrow{sn}$ prend même sens que $\overrightarrow{B_C}$.

Déterminer alors les caractéristiques de $\overrightarrow{B_o}$ créé par l'aimant au point O.

b- On fait tourner l'aimant de $180°$ autour d'un axe vertical passant par son centre.

Déterminer alors l'angle que fait l'axe de l'aiguille avec $\overrightarrow{B_H}$ dans ces conditions **(fig.3)**.

Faire un schéma clair et représenter les pôles de l'aimant.

c- On modifie la bobine **(fig.4)**.Déterminer les caractéristiques du vecteur champ créé par l'aimant en O pour que le champ magnétique en O soit nul.

Y a-t-il une position d'équilibre particulière de l'aiguille ? Justifier.

Fig. 2

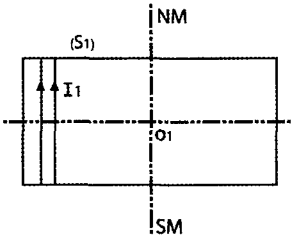
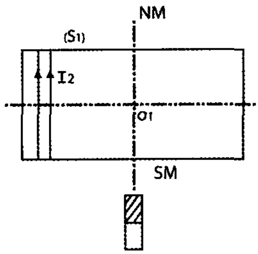


Fig. 1



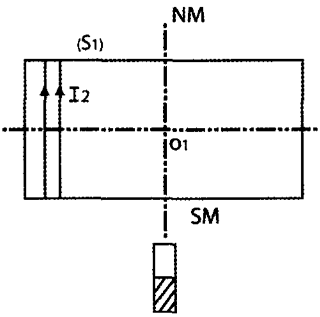


Fig. 3

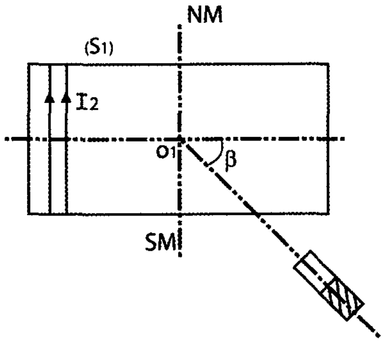


Fig. 4

CORRIGÉS

1

1) * Si, dans une région de l'espace, une aiguille aimantée subit une force magnétique alors dans cette région règne un champ magnétique.

* Une ligne de champ magnétique est une courbe en tout point de laquelle, le vecteur champ magnétique lui est tangent

* L'ensemble des lignes de champ magnétique forme le spectre magnétique.

* Le plan contenant $\vec{B}$ s'appelle le méridien magnétique.

2) Interaction aimant-aimant
Interaction aimant-courant
Interaction courant-courant

3) a- Si dans une région de l'espace ; une aiguille aimantée Subit une <u>force</u> magnétique alors dans cette région règne un <u>champ</u> magnétique.

b- Une bobine traversée par un <u>courant</u> se comporte comme un aimant : elle présente deux <u>face</u> :une face <u>Nord</u> et une face sud.

c- une ligne de champ est <u>orientée</u> dans le même sens que le vecteur champ magnétique .

d- Une ligne de champ est une courbe en tout point de laquelle le vecteur champ électrique lui est <u>tangent</u>.

e- En l'absence du courant une aiguille aimanté (placée sur un pivot verticale) <u>s'oriente</u> suivant le composante horizontal du vecteur champ magnétique terrestre.

4)

a- Vrai

b- Faux : Une ligne de champ est une courbe en tout point de la quelle, le vecteur champ magnétique lui est tangent.

c- Faux : Le sens du vecteur champ magnétique crée au centre d'un solénoïde dépend de sens du courant.

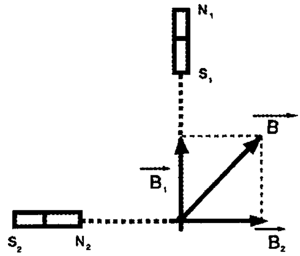
d- Vrai

5)

a- a_2
b- b_2
c- c_3
d- d_1

$$\|\vec{B}\| = 4\pi.10^{-7}\,\frac{N}{\ell}I = 2{,}51.10^{-3}T$$

2 1) Voir figure



2) $\vec{B} = \vec{B_1} + \vec{B_2}$

3) $\|\vec{B}\| = \sqrt{\|\vec{B_1}\|^2 + \|\vec{B_2}\|^2} = 7{,}61.10^{-3}T$

$$tg\alpha = \frac{\|\vec{B_2}\|}{\|\vec{B_1}\|} = \frac{4}{3} \rightarrow \alpha = 53°$$

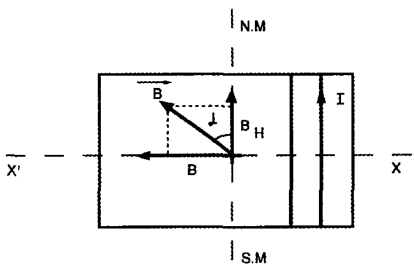
3 1) L'aiguille aimantée est disposée initialement selon $\vec{B_H}$

Lorsqu'on fait passer un courant I dans le solénoïde elle prend la direction du vecteur champ resetant $\vec{B} = \vec{B_H} + \vec{B_S}$

Soit α :déviation de l'aiguille

α représente donc l'angle entre $\vec{B_H}$ et $\vec{B}$ (voir figure)

$$tg\alpha = \frac{\|\vec{B_S}\|}{\|\vec{B_H}\|} \quad \text{avec } \|\vec{B_S}\| = 4\pi.10^{-7}\frac{N}{\ell}.I_1.$$

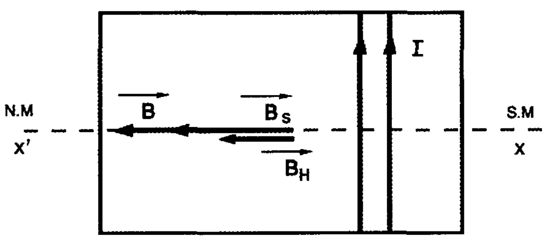


$$\Rightarrow tg\alpha = \frac{4\pi.10^{-7}\frac{N}{\ell}.I_1}{\|\vec{B_H}\|} \qquad \text{A.N : } \underline{\alpha = 88.9°}$$

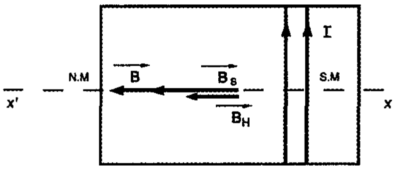
2)

a. $\alpha = 45° \Rightarrow I_2 = \dfrac{\|\vec{B_H}\|.tg\alpha}{4\pi.10^{-7}\frac{N}{\ell}}$ A.N : $\underline{I_2 = 2.10^{-2}A}$

b. Pour que l'aiguille aimantée ; ne tourne pas : il faut que les 2 vecteurs $\vec{B_H}$ et $\vec{B_S}$ soient colinéaires et de même sens ; donc l'axe X'X du Solénoïde doit être contenu dans le plan méridien magnétique (voir figure).

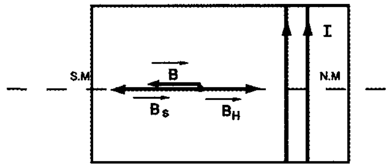


4 1) 1er cas :



Les 2 vecteur $\overrightarrow{B_H}$ et $\overrightarrow{B_S}$ sont colinéaires de même sens; donc l'aiguille aimantée ne subit aucune déviation.

2eme cas :



$\overrightarrow{B_H}$ et $\overrightarrow{B_S}$ sont colinéaires de sens opposés

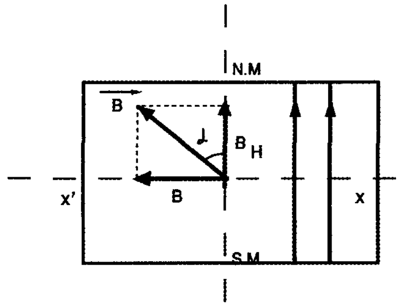
Soit $\left\|\overrightarrow{B_H}\right\| = 4\pi.10^{-7}n.I = 5.10^{-5}T$

$\vec{B} = \overrightarrow{B_H} + \overrightarrow{B_S}$ avec $\left\|\overrightarrow{B_S}\right\| > \left\|\overrightarrow{B_H}\right\|$

Donc $\left\|\vec{B}\right\| = \left\|\overrightarrow{B_S}\right\| - \left\|\overrightarrow{B_H}\right\| = 3.10^{-5}T$.

L'aiguille aimantée initialement selon $\overrightarrow{B_H}$ devie donc de 180° et prend la direction de $\vec{B} = \overrightarrow{B_H}$ et $\overrightarrow{B_S}$

2) L'aiguille aimantée prend la direction du vecteur champ résultant : $\vec{B} = \overrightarrow{B_H} + \overrightarrow{B_S}$



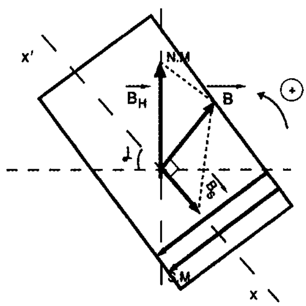
Soit α : déviation $\alpha = (\overrightarrow{B_H}, \vec{B})$

$$tg\alpha = \frac{\left\|\overrightarrow{B_S}\right\|}{\left\|\overrightarrow{B_H}\right\|} = \frac{4\pi.10^{-7}n.I}{\left\|\overrightarrow{B_H}\right\|}$$

Soit $tg\alpha = \dfrac{\left\|\overrightarrow{B_H}\right\|.tg\alpha}{4\pi.10^{-7}n}$ A.N : I=0,045A

=45mA

3)



Pour avoir $\vec{B} = \overrightarrow{B_S} + \overrightarrow{B_H}$ perpendiculaire

A l'axe du solénoïde on doit faire tourner le solénoïde d'un angle $\beta = 180° - \alpha$ (voir figure)

avec $\sin\alpha = \dfrac{\left\|\overrightarrow{B_S}\right\|}{\left\|\overrightarrow{B_H}\right\|} = \dfrac{4\pi.10^{-7}n.I}{\left\|\overrightarrow{B_H}\right\|} = 0,56.$

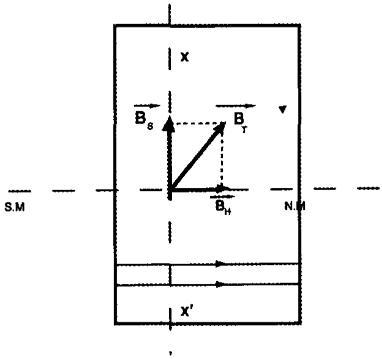
soit $\alpha = 34°$

On doit donc faire tourner le solénoïde d'un angle 146° par rapport à sa position dans le sens positif indiqué sur la figure.

5

1)

a- voir figure.



b- $tg\alpha = \dfrac{\|\overrightarrow{B_S}\|}{\|\overrightarrow{B_H}\|}$

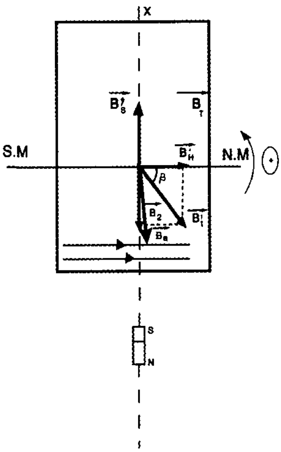
c- $\|\overrightarrow{B_H}\| = \dfrac{\|\overrightarrow{B_S}\|}{tg\alpha} = 2.10^{-5}T$

2)

a- L'aiguille devie de $\theta = 76°$ par rapport à se position initiale soit $\beta = (\overrightarrow{B_H}, \overrightarrow{B'_t}) = \theta - \alpha = 45°$

b- $\overrightarrow{B'_t} = \overrightarrow{B_S} + \overrightarrow{B_a} + \overrightarrow{B_H}$ Avec $\overrightarrow{B_a}$: crée par l'aimant soit $\overrightarrow{B_2} = \overrightarrow{B_S} + \overrightarrow{B_a}$

$\overrightarrow{B_2}$ est porté dans le sens de $\overrightarrow{B_a}$ donc $\|\overrightarrow{B_a}\| > \|\overrightarrow{B_S}\|$



$$\overrightarrow{B_2} = \overrightarrow{B_a} - \overrightarrow{B_S}$$

$$tg\beta = \frac{\|\overrightarrow{B_2}\|}{\|\overrightarrow{B_H}\|} = \frac{\|\overrightarrow{B_a}\| - \|\overrightarrow{B_S}\|}{\|\overrightarrow{B_H}\|}$$

$$\Rightarrow \boxed{\|\overrightarrow{B_a}\| = \|\overrightarrow{B_H}\|.tg\beta + \|\overrightarrow{B_S}\|}$$

$$\|\overrightarrow{B_a}\| = 3,2.10^{-5}T$$

3) Pour que l'aiguille revienne à sa position selon $\overrightarrow{B_H}$ il faut que

$$\overrightarrow{B_2} = \overrightarrow{B_S} + \overrightarrow{B_a}$$

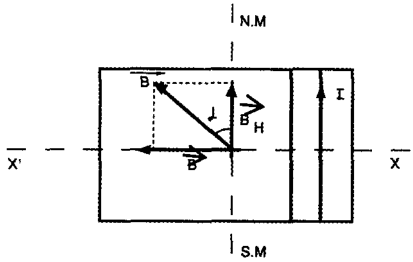
$$\Rightarrow \|\overrightarrow{B'_S}\| = \|\overrightarrow{B_a}\| = 4\pi.10^{-7} n.I_2 \text{ ①}$$

Or $\|\overrightarrow{B_S}\| = 4\pi.10^{-7} n.I_1$ ②

①/② $\Rightarrow \dfrac{\|\overrightarrow{B_a}\|}{\|\overrightarrow{B_S}\|} = \dfrac{I_2}{I_1} \Rightarrow \boxed{I_2 = \dfrac{\|\overrightarrow{B_a}\|}{\|\overrightarrow{B_S}\|}.I_1}$ A.N : <u>I_2=5,33A</u>

6

1) Voir figure



2)

a- $tg\alpha = \dfrac{\|\overrightarrow{B_S}\|}{\|\overrightarrow{B_H}\|}$

$$tg\alpha = \frac{4\pi.10^{-7}\dfrac{N}{\ell}.I}{\|\overrightarrow{B_H}\|}$$

$$\boxed{tg\alpha = \left(\frac{4\pi.10^{-7}N}{\|\overrightarrow{B_H}\|\ell}\right).I}$$ de la forme f(x)=A.x (fonction linéaire)

b- D'après la courbe : A :pente de la droite $A = \dfrac{0.3225}{10^{-2}} = 32.25.A^{-1}$

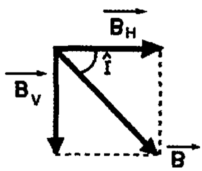
c- Par identification terme à terme on a : $\dfrac{4\pi.10^{-7}N}{\|\overrightarrow{B_H}\|\ell} = A \Rightarrow \boxed{N = \dfrac{A.\ell.\|\overrightarrow{B_H}\|}{4\pi.10^{-7}}}$

N=205 spire

3) La longueur du fil L'=N×périmètre $\boxed{L' = N\times 2\pi\times R\text{=128,7m}}$

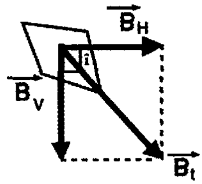
4) L'inclinaison étant l'angle entre $\overrightarrow{B_H}$ et $\vec{B}_{terrestre}$

$$\text{Cos}\hat{I} = \frac{\|\vec{B}_H\|}{\|\vec{B}_{terrestre}\|} \Rightarrow \boxed{\|\vec{B}_{terrestre}\| = \frac{\|\vec{B}_H\|}{\text{Cos}\hat{I}}} \Rightarrow \underline{\|\vec{B}_{terrestre}\| = 4.10^{-5}T}$$



7

I) 1) L'aiguille aimantée prend la direction du vecteur champ magnétique terrestre : $\overrightarrow{B_T} = \overrightarrow{B_H} + \overrightarrow{B_V}$



avec $\overrightarrow{B_H}$: compossante horizontale.

$\overrightarrow{B_V}$: compossante verticale.

2) Voir figure

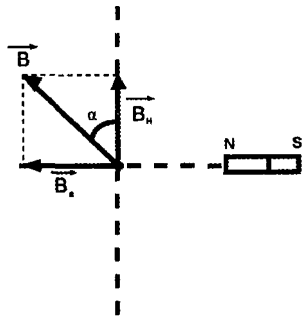
$\hat{I} = (\widehat{\overrightarrow{B_H};\overrightarrow{B_V}})$

3) $\left\|\overrightarrow{B_H}\right\| = \left\|\overrightarrow{B_t}\right\|.\mathrm{Cos}\hat{I} = 2.10^{-5}T$

II-

1)

a- Voir figure.



b-

$$tg\alpha = \frac{\left\|\overrightarrow{B_a}\right\|}{\left\|\overrightarrow{B_H}\right\|}$$

$$\Rightarrow \boxed{\left\|\overrightarrow{B_a}\right\| = tg\alpha.\left\|\overrightarrow{B_H}\right\|}$$

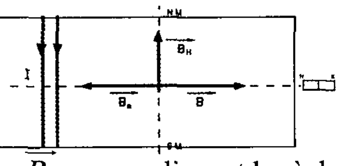
$$\left\|\overrightarrow{B_a}\right\| = 2.10^{-5}T$$

2)

a- L'aiguille revient à sa position initiale si La résultante des 3 vecteurs

$\overrightarrow{B} = \overrightarrow{B_H} + \overrightarrow{B_a} + \overrightarrow{B_S} = \overrightarrow{B_H}$

donc $\overrightarrow{B_a} + \overrightarrow{B_S} = \vec{0}$



Le vecteur $\overrightarrow{B_S}$ doit être opposé au vecteur $\overrightarrow{B_a}$; en appliquant la règle de l'observateur d'Ampère(ou de la main droite)ou déduire le sens de I (voir figure).

$$\left\|\overrightarrow{B_S}\right\| = \left\|\overrightarrow{B_a}\right\| = 4\pi.10^{-7}n.I$$

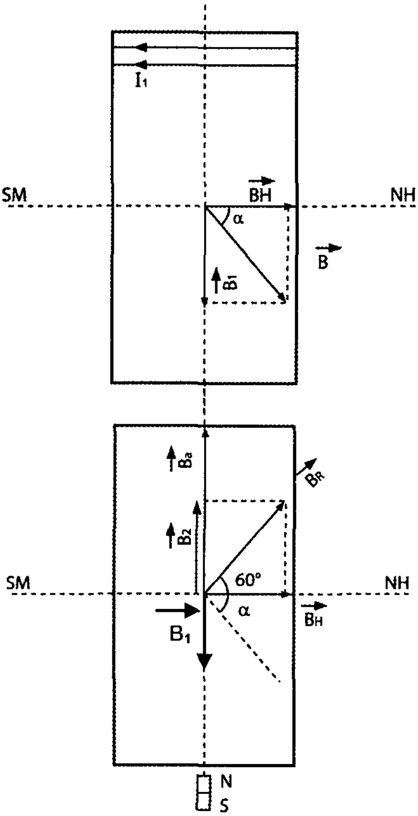
b- $\Rightarrow \boxed{I = \dfrac{\left\|\overrightarrow{B_S}\right\|}{4\pi.10^{-7}n}}$

I=0,04A=40mA

8

1)

a- Voir figure



b- $tg\alpha = \dfrac{\left\|\overrightarrow{B_1}\right\|}{\left\|\overrightarrow{B_H}\right\|}$ $tg\alpha = \dfrac{4\pi.10^{-7}\dfrac{N_1}{\ell_1}.I_1}{\left\|\overrightarrow{B_H}\right\|}$ $n.I$

$$\Rightarrow \boxed{I_1 = \frac{\left\|\overrightarrow{B_H}\right\|.L_1.tg\alpha}{4\pi.10^{-7}.N_1}} \quad I_1 = 0,011A = 11mA$$

2)

a- L'aiguille aimantée ne peut dévier de 90° par rapport à la position précédente qui si $\left\|\overrightarrow{B_a}\right\| > \left\|\overrightarrow{B_1}\right\|$ de façon que $\overrightarrow{B_2} = \overrightarrow{B_a} + \overrightarrow{B_1}$ soit dans la même sens que $\overrightarrow{B_a}$

On a donc $\underbrace{\overrightarrow{B_a} + \overrightarrow{B_1}} + \overrightarrow{B_H} = \overrightarrow{B_r}$

$\overrightarrow{B_2} + \overrightarrow{B_H} = \overrightarrow{B_r}$ (voir figure)

b- Soit $\beta = \left(\overrightarrow{B_H};\overrightarrow{B_R}\right) = 60°$

$(\alpha+\beta=90°)$

$$tg\alpha = \frac{\left\|\overrightarrow{B_2}\right\|}{\left\|\overrightarrow{B_H}\right\|} = \frac{\left\|\overrightarrow{B_a}\right\| - \left\|\overrightarrow{B_1}\right\|}{\left\|\overrightarrow{B_H}\right\|} \quad \text{avec} \quad \begin{array}{l}\overrightarrow{B_2} = \overrightarrow{B_a} + \overrightarrow{B_1} \\ \left\|\overrightarrow{B_2}\right\| = \left\|\overrightarrow{B_a}\right\| - \left\|\overrightarrow{B_1}\right\|\end{array}$$

$$\Rightarrow \boxed{\left\|\overrightarrow{B_a}\right\| = \left\|\overrightarrow{B_H}\right\| tg\beta + \left\|\overrightarrow{B_1}\right\|}$$

Avec $\left\|\overrightarrow{B_1}\right\| = \left\|\overrightarrow{B_H}\right\| tg\alpha = 1,15.10^{-5}T$ $\left\|\overrightarrow{B_a}\right\| = 4,61.10^{-5}T$

c-

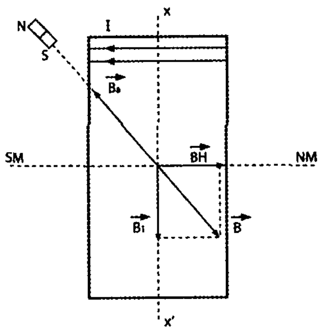
$$\cos\beta = \frac{\left\|\overrightarrow{B_H}\right\|}{\left\|\overrightarrow{B_r}\right\|} \Rightarrow \boxed{\left\|\overrightarrow{B_r}\right\| = \frac{\left\|\overrightarrow{B_H}\right\|}{\cos\beta}} \Rightarrow \left\|\overrightarrow{B_r}\right\| = 4.10^{-5}T$$

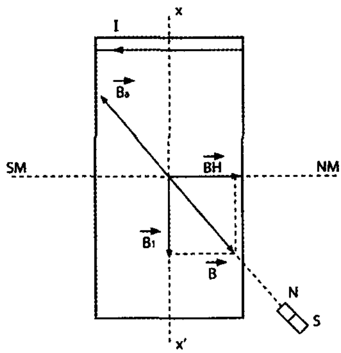
d- Pour que le champ résultant soit nul à l'intérieure du solénoïde on doit placer l'aimant de façon que $\overrightarrow{B_a}$ annule $\overrightarrow{B} = \overrightarrow{B_H} + \overrightarrow{B_1}$

c'est à dire $\overrightarrow{B_a}+\vec{B}=\vec{0}$

l'aimant doit être donc placé dans le direction de $\vec{B}=\overrightarrow{B_H}+\overrightarrow{B_1}$

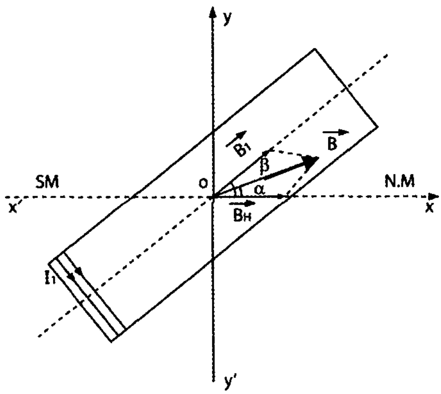
2 cas peuvent se présenter :





Remarque : dans ce cas l'aiguille aimantée n'a aucune position d'équilibre priviligée car $\overrightarrow{B_R}=\vec{0}$;on dit que l'aiguille prend une position d'équilibre indifférent.

3)



On se place dans un repère orthonormé(X'X ;Y'Y)

$$\overrightarrow{B_H}\begin{pmatrix}\left\|\overrightarrow{B_H}\right\|\\ 0\end{pmatrix} \qquad \overrightarrow{B_1}\begin{pmatrix}\left\|\overrightarrow{B_1}\right\|\cos\beta\\ \left\|\overrightarrow{B_1}\right\|\sin\beta\end{pmatrix}$$

$$\vec{B}=\overrightarrow{B_H}+\overrightarrow{B_1}\Rightarrow\vec{B}\begin{pmatrix}B_x=B_{Hx}+B_{1x}=\left\|\overrightarrow{B_H}\right\|+\left\|\overrightarrow{B_1}\right\|\cos\beta\\ B_y=B_{Hy}+B_{1y}=\left\|\overrightarrow{B_1}\right\|\sin\beta\end{pmatrix}$$

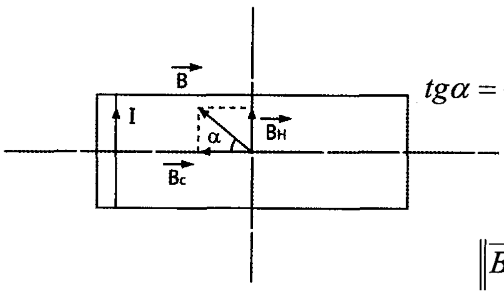
$$\boxed{tg\gamma = \frac{B_y}{B_x} = \frac{\|\overrightarrow{B_1}\|\sin\beta}{\|\overrightarrow{B_H}\| + \|\overrightarrow{B_1}\|\cos\beta}}$$ Soit $\underline{\gamma = 7,2°}$

9

1)

a- $\overrightarrow{B_c}$
- direction : // à l'axe X'X
- sens :donné par la règle de l'observateur d'ampère (ou la règle de la main droite) voir figure
- valeur $\|\overrightarrow{B_C}\|$ = constant exprimée en tesla (T)

b-



$$tg\alpha = \frac{\|\overrightarrow{B_H}\|}{\|\overrightarrow{B_C}\|} \qquad \Rightarrow \boxed{\|\overrightarrow{B_C}\| = \frac{\|\overrightarrow{B_H}\|}{tg\alpha}}$$

$$\|\overrightarrow{B_C}\| = 5.10^{-5}T$$

c- $$\|\overrightarrow{B_C}\| = 4\pi.10^{-7}\frac{N}{\ell}.I_1$$

$$\Rightarrow \boxed{I_1 = \frac{\|\overrightarrow{B_C}\|.\ell}{4\pi.10^{-7}N}} \qquad I_1 = 0,033A$$

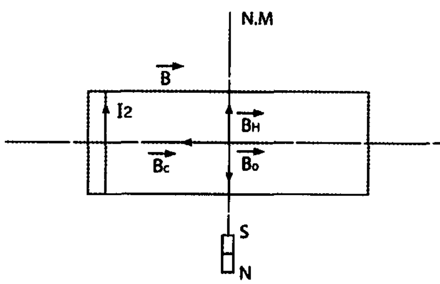
=33mA

2)

a- L'aiguille aimantée prend la direction de $\overrightarrow{B_C}$

Donc $\underbrace{\overrightarrow{B_0} + \overrightarrow{B_H}}_{\vec{0}} + \overrightarrow{B_C} = \overrightarrow{B_C}$

$\overrightarrow{B_0} + \overrightarrow{B_H} = \vec{0}$



$\overrightarrow{B_0}$ a la même direction que $\overrightarrow{B_H}$ mais il est de sens opposé.

$\left\|\overrightarrow{B_0}\right\| = \left\|\overrightarrow{B_H}\right\| = 2.10^{-5}T$

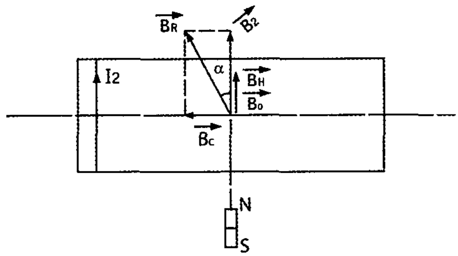
b- Les 2 vecteur $\overrightarrow{B_H}$ et $\overrightarrow{B_0}$ sont colinéaires de même sens.

Soit $\overrightarrow{B_2} = \overrightarrow{B_H} + \overrightarrow{B_0}$

$\left\|\overrightarrow{B_2}\right\| = \left\|\overrightarrow{B_H}\right\| + \left\|\overrightarrow{B_0}\right\| = 4.10^{-5}T$

$\overrightarrow{B_R} = \overrightarrow{B_H} + \overrightarrow{B_0} + \overrightarrow{B_C}$

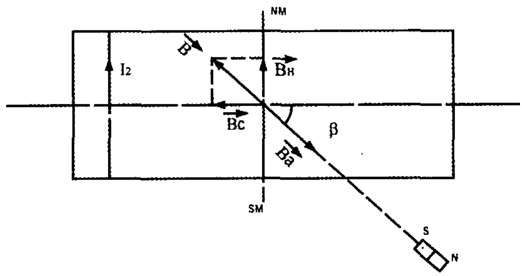
$\overrightarrow{B_R} = \overrightarrow{B_2} + \overrightarrow{B_C}$



$$tg\alpha = \frac{\left\|\overrightarrow{B_C}\right\|}{\left\|\overrightarrow{B_2}\right\|} \Rightarrow \text{ avec } \left\|\overrightarrow{B_2}\right\| = 4\pi.10^{-7}\frac{N}{\ell}.I_2 = 2.10^{-5}T$$

$$\underline{\alpha = 26,56}$$

c-



$\vec{B} = \overrightarrow{B_H} + \overrightarrow{B_C} + \overrightarrow{B_a} = 0$

$\Rightarrow \overrightarrow{B_a} = -\left(\overrightarrow{B_H} + \overrightarrow{B_C}\right)$

$\boxed{\overrightarrow{B_a} = -\vec{B}}$ avec $\vec{B} = \overrightarrow{B_H} + \overrightarrow{B_C}$

$$\left\|\vec{B}\right\|^2 = \left\|\overrightarrow{B_H}\right\|^2 + \left\|\overrightarrow{B_C}\right\|^2$$

$$\left\|\vec{B}\right\| = \sqrt{\left\|\overrightarrow{B_H}\right\|^2 + \left\|\overrightarrow{B_C}\right\|^2}$$

$$= 2,8.10^{-5}T$$

d'ou $\left\|\overrightarrow{B_a}\right\| = 2,8.10^{-5}T$

dans ce cas l'aiguille n'a pas de position d'équilibre pévéligée car $\vec{B} = \vec{0}$.

FORCE DE LAPALACE

❖ Une tige mobile, parcourue par un courant et située dans un champ magnétique, subit une action mécanique. Cette action est modélisée par une force appelée force de LAPLACE ou force électromagnétique.

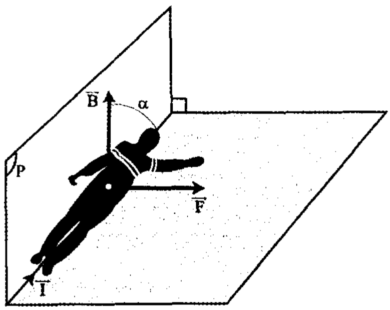
❖ Le sens de cette force dépend du sens du courant et du sens du champ magnétique.

❖ La loi de Laplace permet de connaître les caractéristiques d'une force électromagnétique.

❖ La force magnétique $\vec{F}$ qui agit sur une portion rectiligne de circuit de longueur l, parcourue par un courant continu d'intensité I et située dans un champ magnétique uniforme B, est caractérisée par :

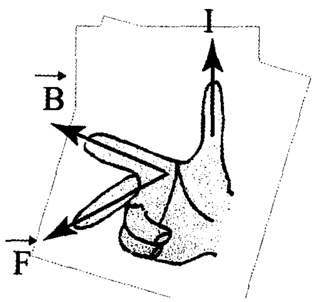
- **sa direction** perpendiculaire au plan formé par le conducteur et le vecteur B;
- son **sens** tel que le trièdre (l, B, F) soit direct, avec l vecteur parallèle au conducteur et orienté dans le sens du courant ;
- son **point d'application**, situé au milieu de la portion de fil conducteur placée dans le champ magnétique ;
- sa **valeur** est donnée par la relation $\|\vec{F}\| = I.L.\|\vec{B}\|.\sin\alpha$; avec α : angle formé par le vecteur champ magnétique et la portion du fil.

Lorsque I est exprimé en ampère (A), l en mètre (m) et $\|\vec{B}\|$ en tesla (T), $\|\vec{F}\|$ s'exprime en newton (N).



Sens de la force de Laplace.
L'observateur d'Ampère est couché sur le fil, le courant entrant par ses pieds, il regarde dans la direction et le sens du champ $\vec{B}$.

La force de Laplace $\vec{F}$ est donnée par le bras gauche tendu de l'observateur.



Règle des trois doigts de la main droit. Le trièdre $(\vec{\ell}, \vec{B}, \vec{F})$ est direct.

- L'index indique la direction de $\vec{B}$.
- Le pouce indique le sens de I.
- La majeur indique le sens et la direction de $\vec{F}$.

Remarque :

- Le symbole ⊗ représente un vecteur rentrant perpendiculaire au plan de la figure.
- Le symbole ⊙ représente un vecteur sortant perpendiculaire au plan de la figure.

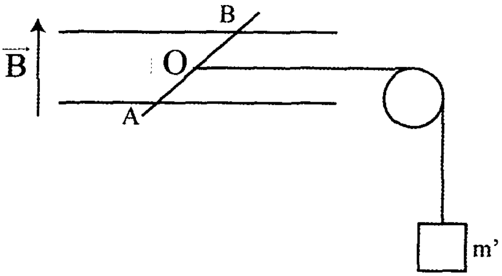
ÉNONCÉS

1 Une tige conductrice AB, homogène de masse m=20g et de longueur AB=10cm, peut glisser sans frottement sur deux rails parallèles tout en leur restant perpendiculaire.

L'ensemble est plongée dans un champ magnétique uniforme et vertical $\vec{B}$, orienté vers le haut et d'intensité $\|\vec{B}\| = 0,5T$.

Un générateur, lié aux rails, permet de faire passer dans la tige un courant d'intensité I=10A.

On attache au milieu O de la tige un fil de masse négligeable qui passe sur la gorge d'une poulie et qui supporte en sa deuxième extrémité un solide (S) de masse m'.



Le système abandonné à lui-même est alors en équilibre.

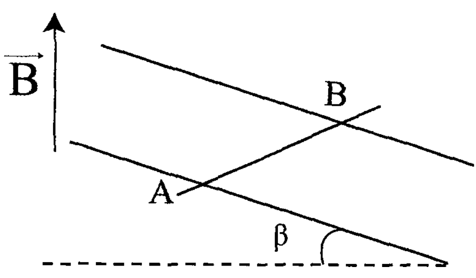
1) Le plan des rails étant horizontal :

a- Déterminer, les caractéristiques de la force magnétique $\vec{F}$ exercée sur la tige AB.

b- En déduire le sens du courant dans la tige.

c- Calculer la masse m' du solide (S).

2) On incline le plan des rails d'un angle $\beta = 30°$ par rapport au plan horizontal et on enlève le fil de la poulie.



a- En étudiant l'équilibre de la tige AB déterminer la valeur de la force de Laplace.

b- Déterminer l'intensité que doit avoir le champ magnétique pour que la tige puisse rester en équilibre sur les rails ?

2 Un fil conducteur en cuivre rigide et homogène de masse m, de longueur OA=25cm, est suspendu par son extrémité supérieure à un point O autour du quel il peut tourner librement ; sa partie inférieure plonge dans une cuvette de mercure.

Un champ magnétique uniforme horizontal de valeur $\|\vec{B}\| = 10^{-2} T$ règne sur une hauteur h=5cm.

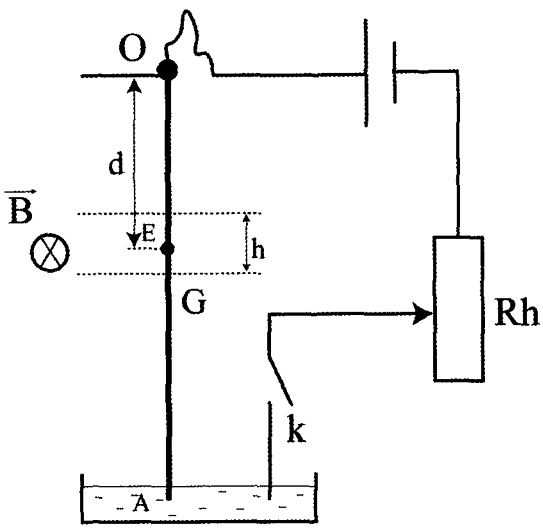
Le milieu E de cet espace champ magnétique est à d=10cm du point O. (voir figure ci-dessous).

Lorsqu'on ferme K : le fil est parcouru par un courant d'intensité I=5A et il prend une nouvelle position d'équilibre faisant un angle $\alpha = 6°$ avec la verticale.

1) a- Déterminer les caractéristiques de la force de Laplace.
   b- En déduire le sens de la déviation du fil.
   c- Faire un schéma du fil dans cette nouvelle position.

2) a- Représenter les forces qui s'exercent sur le fil conducteur dans sa nouvelle position d'équilibre.
   b- Donner l'expression du moment de chaque force exercée sur le fil par rapport à l'axe horizontal passant par O.
   c- En appliquant le théorème des moments, déterminer la valeur de la masse m du fil conducteur.

On donne : $\|\vec{g}\| = 10 N.Kg^{-1}$



3

I- Une tige AB conductrice, homogène ; de masse m=100g et de longueur ℓ est en équilibre dans une position horizontale par l'intermédiaire de deux fils identiques ; isolants et de masses négligeables (voir fig 1).

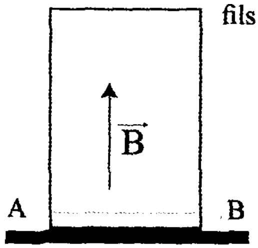


Fig 1

La tige est plongée dans un champ magnétique uniforme $\vec{B}$: vertical, perpendiculaire à la tige et agissant sur toute la tige.
On fait passer un courant $I_1 = 5A\ de\ A\ vers\ B$ par l'intermédiaire de fils souples conducteurs ne gênant nullement le mouvement possible de la tige.
Les fils s'écartent alors d'un angle $\alpha_1 = 2,86°$ par rapport à la verticale (fig.3).

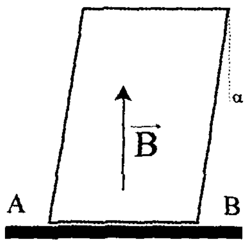


Fig 2

a- Faire le bilan des forces qui s'exercent sur la tige et les représenter lorsque la tige est dans un état d'équilibre.

b- En appliquant le théorème des moments trouver une relation entre l'angle $\alpha, m, \|\vec{g}\|\ et\ \|\vec{F}\|$ force de Laplace.

c- Donner les caractéristiques de $\vec{F}$. On donne $\|\vec{g}\| = 10N.kg^{-1}$

2) On fait passer dans la tige un courant I_2 de A vers B la tige s'écarte de $\alpha_2 = 5,7°$ par rapport à la verticale. Déterminer I_2.

3) Sachant que $\ell = 10cm$; déterminer la valeur du vecteur champ magnétique.

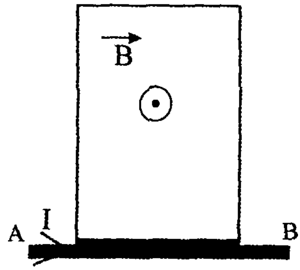
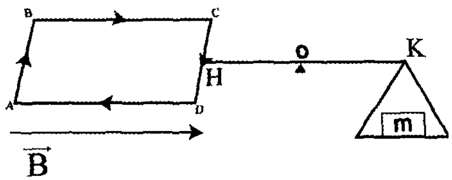


Fig 3

II- La tension de rupture de chaque fil est $\|\vec{T_0}\| = 0,57N$ on change la direction du vecteur champ magnétique $\vec{B}$ de façon qu'il soit perpendiculaire au plan contenant les fils et la tige ; tout en conservant sa valeur $\|\vec{B}\|$ (fig.3).

1) Faire le bilan des forces exercées sur la tige.
2) Déterminer l'intensité maximale I_0 du courant que l'on peut faire passer dans la tige sans avoir rupture des fils.

4 Un cadre ABCD formé de N=20spires de coté a=4cm est parcouru par un courant d'intensité I=6A.
Il est disposé horizontalement à l'aide d'une tige HK mobile autour d'un axe Δ horizontal passant par O. H est au milieu de CD. On a OH=OK=0,1m.A l'autre extrémité au point K, on suspend un plateau dans lequel on peut placer des masses marquées pour maintenir en équilibre le dispositif.



Le cadre carré est plongé dans un champ magnétique $\vec{B}$ horizontal d'intensité 0,05T.
1) Représenter les forces qui agissent sur le cadre.
2) Ecrire la condition d'équilibre du dispositif.
3) Calculer la masse à placer dans le plateau pour que le dispositif soit en équilibre.

On donne : $\|\vec{g}\| = 10Nkg^{-1}$.

5 On considère le dispositif représenté sur la figure 1 :
OA est une tige conductrice de longueur OA=L=40cm de masse m=3g mobile autour d'un axe horizontal passant par son extrémité O.
L'autre extrémité A est reliée à un fil souple conducteur ne gênant nullement le mouvement possible de la tige.

Cette tige est soumise à l'action d'un champ magnétique uniforme $\overrightarrow{B_1}$ perpendiculaire au plan de la figure de valeur $\left\|\overrightarrow{B_1}\right\|$=0,1T. Ce champ $\overrightarrow{B_1}$ règne dans une région limitée par AC=l=10cm.

Au point M de la tige tel que OM=10cm est attaché un ressort horizontal ; isolant de raideur K=23 $N.m^{-1}$.

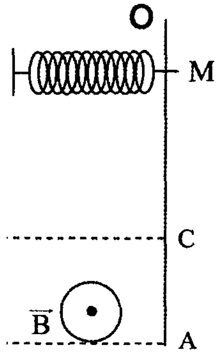


Figure 1

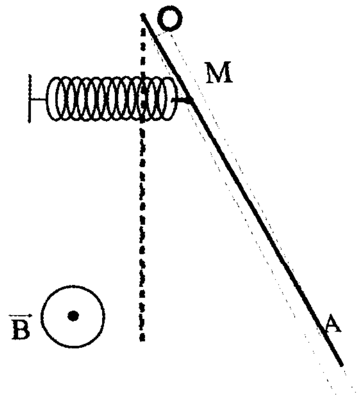


Figure 2

Lorsque la tige est traversée par un courant d'intensité $I_1 = 10A$, elle dévie d'un angle $\alpha = 8°$ et se stabilise dans une nouvelle position d'équilibre (voir figure 2).

On suppose que la déviation α est faible de façon que la partie plongée dans le champ reste sensiblement la même et le ressort reste horizontal et allongé Δl.

1) a- Indiquer le sens du courant traversant la tige.

b- Donner les caractéristiques de la force de Laplace exercée sur la tige.

2) a- Faire le bilan des forces exercées sur la tige lorsqu'elle est parcourue le courant I_1.

b- En appliquant le théorème des moments à la tige, déterminer l'allongement du ressort Δl.

3) On enlève le ressort et on superpose au champ $\overrightarrow{B_1}$ un autre champ $\overrightarrow{B_2}$ perpendiculaire au plan de la figure et opposé à $\overrightarrow{B_1}$.

Le champ $\overrightarrow{B_2}$ règne dans une région de façon que la tige soit totalement plongée dans cette région .

La tige est toujours parcourue par le même courant $I_1 = 10A$ et dans le même sens que 2).

La déviation de la tige par rapport à la verticale est alors $\theta = 4°$.

a- Faire le bilan des forces exercées sur la tige.

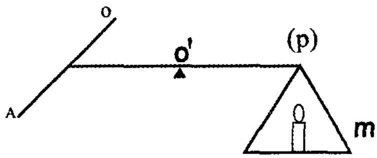
b- Déterminer la valeur du champ magnétique $\overrightarrow{B_2}$

4) Dans cette question la tige OA est isolée du montage précédant ; elle est liée au bras d'une balance dont les deux bras sont isolants et égaux.

La tige est maintenue horizontale dans un plan perpendiculaire au plan de la figure 3 et elle est parcourue par un courant d'intensité I_3.

Ce courant est amené par deux fils souples et de masse négligeable.

La tige est complètement plongée dans un champ $\overrightarrow{B_3}$ horizontal et contenu dans le plan de la tige tel que $\left\|\overrightarrow{B_3}\right\| = 5.10^{-2}T$.



En l'absence de courant I_3 ; la tige OA et le fléau sont en équilibre horizontaux.

Lorsque la tige est traversée par I_3 ; il faut placer une masse $m_0 = 4g$ sur le plateau P pour rétablir l'équilibre horizontal.

a- Déduire de ces expériences les caractéristiques de la force de Laplace.

b- Préciser le sens du courant I_3 et calculer sa valeur.

6 On enroule sur un cadre rectangulaire en carton un fil conducteur, on constitue ainsi un nombre $N = 100 spires$.

Le cadre avec ses spires a une hauteur h=AC=25cm ; une largeur ℓ=CD=4cm et un poids de valeur $\left\|\vec{P}\right\| = 1,2N$.

Ce cadre est suspendu à un ressort de raideur $k = 40N.m^{-1}$ qui s'allonge alors d'une distance $\Delta L_0 = 3,0cm$. Le cadre est placé entre les pôles nord et sud d'un aimant en U où règne un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ (fig.1). on suppose que le champ magnétique n'existe que dans l'entrefer de l'aimant.

La partie horizontale supérieure AE du cadre ne peut en aucun cas pénétrer dans le champ magnétique. Lorsqu'on fait parcourir les spires par un courant électrique d'intensité I=2A, l'allongement du ressort devient $\Delta L = 5,0cm$.

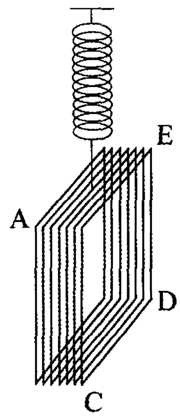


Fig 1

La résultante des forces de Laplace s'exercent sur les N conducteurs rectilignes du côté CD du cadre est désigné par $\vec{F}_{CD}$; de même, on désignera par $\vec{F}_{AC}$ *et* $\vec{F}_{DE}$ les résultantes agissantes sur les conducteurs se trouvant respectivement sur les côtés AC et DE.

1) Représenter sur la figure 2.

   a- La force $\vec{F}_{CD}$ et le sens du courant électrique sur le côté CD.
   b- Le sens du courant électrique sur les côtés AC et DE.
   c- Les forces $\vec{F}_{AC}$ *et* $\vec{F}_{DE}$.
   d- Le poids $\vec{P}$ et la tension $\vec{T}$ du ressort.

2) Ecrire la condition d'équilibre du cadre.
3) Ecrire l'expression de la valeur $\left\|\vec{F}_{CD}\right\|$.
4) Comment sont les forces $\vec{F}_{AC}$ *et* $\vec{F}_{DE}$?
5) Etablir l'expression de $\left\|\vec{B}\right\|$ en fonction de $k, \Delta L, \left\|\vec{P}\right\|, I, \ell$ *et* N.

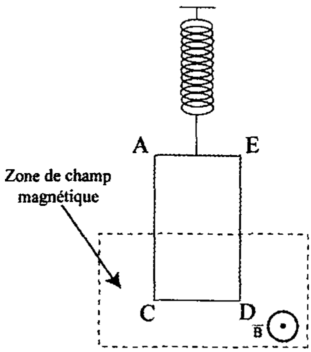


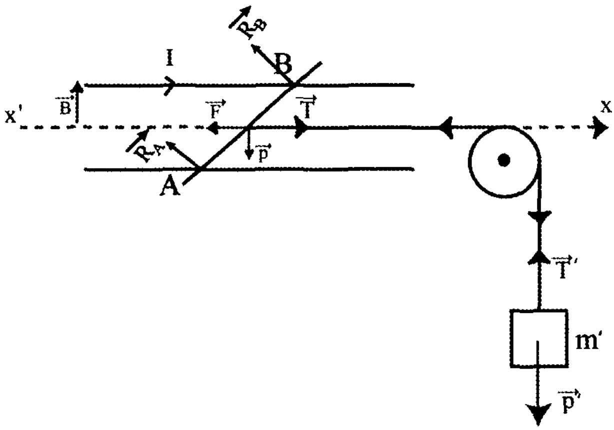
Fig 2

Calculer sa valeur numérique.

6) L'intensité du courant est fixe, sa valeur est I=2A.
   a- A quoi peut servir le dispositif décrit ci-dessus ?
   b- Quelle est la valeur minimale du champ magnétique qu'on peut déterminer sachant que les allongements sont mesurés au millimètre près ?

CORRIGÉS

1



1) a- Système {tige}

Bilan des forces : $\vec{P}, \overrightarrow{R_A}, \overrightarrow{R_B}, \vec{F}$ *et* $\vec{T}$

La tige en équilibre $\vec{P} + \overrightarrow{R_A} + \overrightarrow{R_B}, \vec{F}, \vec{T} = \vec{0}$

Projection selon X'X : $\|\vec{F}\| = \|\vec{T}\|$

Pour que le tige reste en équilibre $\vec{F}$ *et* $\vec{T}$ doivent être directement opposées.

$$\text{D'où } \vec{F}\begin{cases}\text{origine: milieu de la tige AB}\\ \text{direction: } \perp \text{ plan (tige, } \vec{B})\\ \text{sens: opposé à } \vec{T}\\ \text{valeur: } \|\vec{F}\| = I.\ell.\|\vec{B}\| = 0,5N\end{cases}$$

b- En appliquant la règle de l'observateur d'Ampère (ou la règle de la main droite) on déduit le sens de I : de B vers A (voir figure).

c- Système {C'}

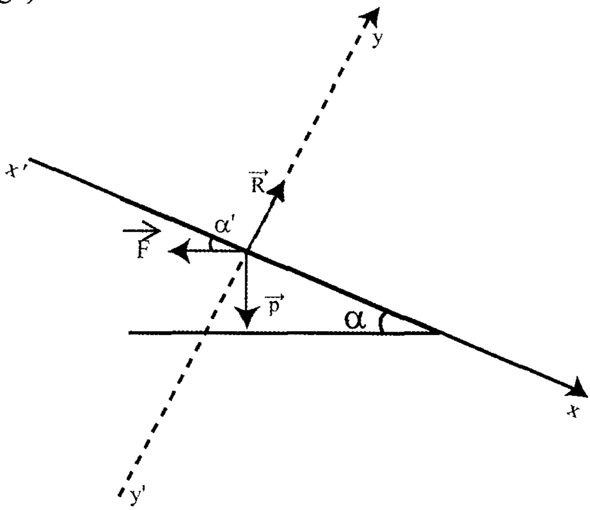
$\vec{P} + \vec{T} = \vec{0} \Rightarrow \|\vec{P'}\| = \|\vec{T'}\|$

Le fil et la poulie sont de masse négligeable $\Rightarrow \|\vec{T}\| = \|\vec{T'}\|$

ce qui donne $\|\vec{T_1^1}\| = \|\vec{T_1}\|$

$$\Rightarrow m'\|\vec{g}\| = \|\vec{F}\| \Rightarrow m' = \frac{\|\vec{F}\|}{\|\vec{g}\|} \qquad \Rightarrow \quad m' = 0,05kg$$

2) a- Système {la tige}



Bilan des forces $\vec{P}$; $\vec{R}=\vec{R}_A+\vec{R}_B;\vec{F}$

Condition d'équilibre $\vec{P}+\vec{R}+\vec{F}=\vec{0}$

Projection selon X'X : $\|\vec{P}\|\sin\alpha-\|\vec{F}\|\cos\alpha=0$

$m.\|\vec{g}\|.\sin\alpha=\|\vec{F}\|\cos\alpha$

$\Rightarrow \boxed{\|\vec{F}\|=m.\|\vec{g}\|.tg\alpha}$

$\|\vec{F}\|=0,115N$

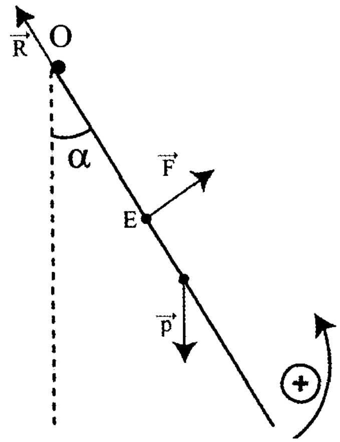
b-$_2$ $\|\vec{F}\|=I.\ell.\|\vec{B}\| \Rightarrow \boxed{\|\vec{B}\|=\dfrac{\|\vec{F}\|}{I\times\ell}} \Rightarrow \|\vec{B}\|=0,115T$

2 1) a-

$$\vec{F}\begin{cases}\text{origine: E}\\ \text{direction: perpendiculaire au plan (tige, }\vec{B}\text{)}\\ \text{sens: donné par la règle de l'observateur d'Ampère (voir figure)}\\ \text{valeur: } \|\vec{F}\|=I.\ell.\|\vec{B}\| \ avec\ \ell=h\\ \qquad\qquad =2,5.10^{-3}N\end{cases}$$

b- Le fil dévie dans le sens de $\vec{F}$ (voir figure)

2) a-



b- En tenant compte du sens positif choisi arbitrairement on a :

$M_{\vec{R}/\Delta} = 0\,(coupe\,l'axe)$

$M_{\vec{F}/\Delta} = \|\vec{F}\| OE = \|\vec{F}\|.d$

$M_{\vec{P}/\Delta} = -\|\vec{P}\|.OG.\sin\alpha$

c- Le théorème des moments :

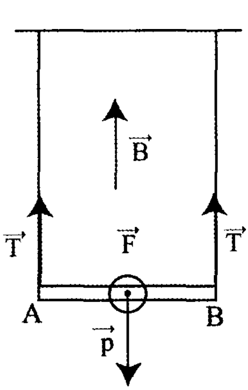
La tige est en équilibre : $M_{\vec{R}/\Delta} + M_{\vec{F}/\Delta} + M_{\vec{P}/\Delta} = 0$

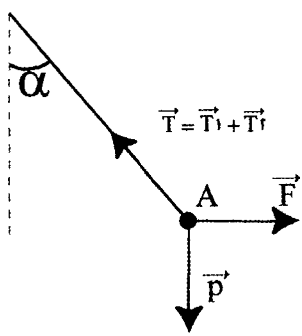
$\Rightarrow \|\vec{F}\|.d - \|\vec{P}\|.OG.\sin\alpha = 0$

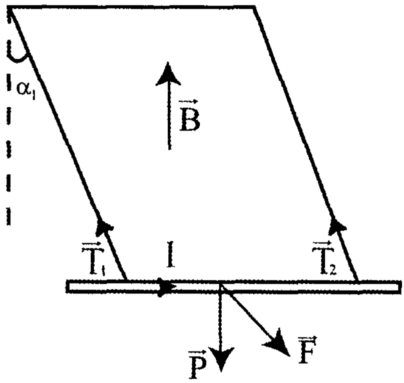
$m.\|\vec{g}\|.OG.\sin\alpha = \|\vec{F}\|.d$

$$\Rightarrow \boxed{m = \frac{\|\vec{F}\|.d}{\|\vec{g}\|.OG.\sin\alpha}} \quad \Rightarrow \quad \boxed{m = 1,9.10^{-3}\,kg}$$

3 1) a-







La tige est soumise à l'action de :

- Son poids $\vec{P}$
- $\vec{F}$: force de Laplace
- $\vec{T_1}$ *et* $\vec{T_2}$ les tensions des fils en A et B.

b- Théorème des moments :

$\sum M_{\vec{F}_{ext}/\Delta} = 0$

$M_{\vec{P}/\Delta} + M_{\vec{T}/\Delta} + M_{\vec{F}/\Delta} = 0$

$-\|\vec{P}\|.\ell.\sin\alpha_1 + \|\vec{F}\|.\ell.\cos\alpha_1 = 0$

$\Rightarrow \boxed{m\|\vec{g}\|\sin\alpha_1 = \|\vec{F}\|.\cos\alpha_1}$

c-

$$\vec{F}\begin{cases}\text{- \underline{direction}: perpendiculaire au plan } (\vec{B}, tige) \\ \text{- \underline{sens}: donné par la règle de l'observateur} \\ \text{d'Ampère ou la règle des 3 doigts (voir figure)} \\ \text{- \underline{valeur}: } \|\vec{F}\| = \dfrac{m\|\vec{g}\|\sin\alpha_1}{\cos\alpha_1} = m\|\vec{g}\|\tan\alpha_1 \end{cases}$$

2) ① $\|\vec{F_1}\| = m\|\vec{g}\|\tan\alpha_1 = I_1.\ell.\|\vec{B}\|$

② $\|\vec{F_2}\| = m.\|\vec{g}\|.\tan\alpha_2 = I_2.\ell.\|\vec{B}\|$

Divisons la relation ① par la relation ② :

①/② $\Rightarrow \dfrac{\tan\alpha_1}{\tan\alpha_2} = \dfrac{I_1}{I_2}$

$\Rightarrow \boxed{I_2 = I_1.\dfrac{\tan\alpha_2}{\tan\alpha_1}}$

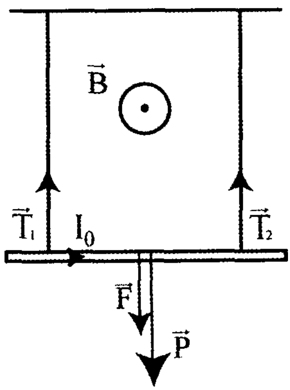
A.N : $I_2 = 10A$

3) $\|\vec{F_1}\| = \|\vec{B}\|.\ell.I_1$

$\Rightarrow \boxed{\|\vec{B}\| = \dfrac{\|\vec{F}\|}{\ell.I_1}}$

A.N : $\|\vec{B}\| = 0{,}1T$

II-



1) Système $\{tige\}$

Bilan des forces :

- $\vec{P}$: poids
- $\vec{F}$: force de Laplace
- $\vec{T_1}$ *et* $\vec{T_2}$: tensions des fils.

2) $\vec{P}+\vec{F}+\vec{T_1}+\vec{T_2}=\vec{0}$ à l'équilibre

Soit par projection suivant un axe vertical :

$\|\vec{P}\|+\|\vec{F}\| = 2\|\vec{T}\|$ *avec* $(\|\vec{T_1}\| = \|\vec{T_2}\| = \|\vec{T}\|)$

Pour ne pas avoir rupture du fil il faut que :

$\|\vec{P}\|+\|\vec{F}\| \leq 2\|\vec{T_0}\|$

Avec $\left\|\overrightarrow{T_0}\right\|$: tension de rupture.

$\Rightarrow m.\left\|\vec{g}\right\| + I.\ell.\left\|\vec{B}\right\| \leq 2\left\|\overrightarrow{T_0}\right\|$

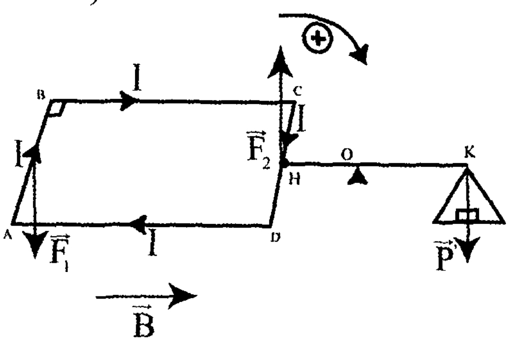
$$I \leq \frac{2\left\|\overrightarrow{T_0}\right\| - m\left\|\vec{g}\right\|}{\ell.\left\|\vec{B}\right\|}$$

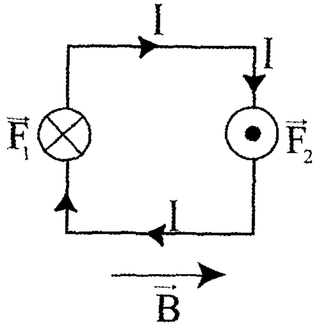
Soit $\boxed{I_0 = \frac{2\left\|\overrightarrow{T_0}\right\| - m\left\|\vec{g}\right\|}{\ell.\left\|\vec{B}\right\|}}$

A.N : $\underline{I_0 = 14A}$

4

1)





Les forces exercées sur le cadre sont :

$\overrightarrow{F_1}$: exercée sur le côté AB tel que :

$\left\|\overrightarrow{F_1}\right\| = N.\left\|\vec{F}\right\| = N.a.I.\left\|\vec{B}\right\|$

Avec N : nombre des spires et $\left\|\vec{F}\right\|$ la force exercée sur une spire.

$\overrightarrow{F_2}$: exercée sur le côté CD.

$\left\|\overrightarrow{F_2}\right\| = N.a.I.\left\|\vec{B}\right\| = \left\|\overrightarrow{F_2}\right\|$

Remarque :

La force de Laplace ne se manifeste pas sur les côtés BC et AD car $\vec{B}$ est parallèle à ces côtés.

2) Condition d'équilibre du dispositif d'après le théorème des moments :

$$\sum M_{\vec{F}_{ext}/\Delta} = 0$$

$$M_{\vec{P}/\Delta} + M_{\vec{R}/\Delta} + M_{\vec{F_1}/\Delta} + M_{\vec{F_2}/\Delta} = 0$$

3) $M_{\vec{P}/\Delta} = m\left\|\vec{g}\right\|OK$

$M_{\vec{R}/\Delta} = 0$ car la droite d'action de $\vec{R}$ coupe l'axe de rotation Δ.

$$M_{\vec{F_1}/\Delta} = -\left\|\vec{F_1}\right\|(OH + a)$$

$$M_{\vec{F_2}/\Delta} = +\left\|\vec{F_2}\right\|OH$$

$$\sum M_{\vec{F_{ext}}/\Delta} = 0 \Rightarrow m\left\|\vec{g}\right\|OK - \left\|\vec{F_1}\right\|(OH + a) + \left\|\vec{F_2}\right\|OH = 0$$

Avec $\left\|\vec{F_1}\right\| = \left\|\vec{F_2}\right\| = N.I.\left\|\vec{B}\right\|a$

$$\Rightarrow m\left\|\vec{g}\right\|OK = \left\|\vec{F_1}\right\|(OH - OH + a)$$

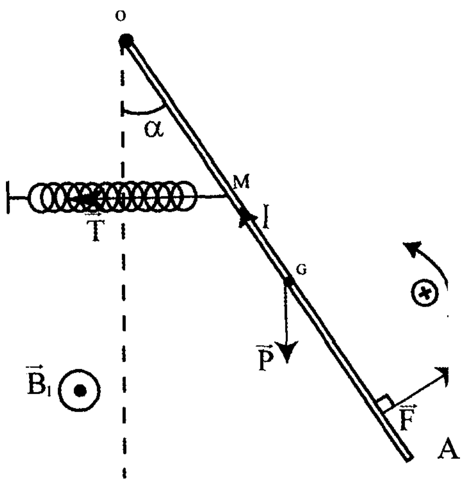
$$\Rightarrow m\left\|\vec{g}\right\|OK = \left\|\vec{F_1}\right\|.a$$

$$\Rightarrow m\left\|\vec{g}\right\|OK = N.I.a^2.\left\|\vec{B}\right\|$$

$$\Rightarrow \boxed{m = \frac{N.I.a^2.\left\|\vec{B}\right\|}{\left\|\vec{g}\right\|.OK}}$$

A.N : $m = 9,6g$

5



1) a- D'après la règle de l'observateur d'Ampère ou la règle des trois doigts I circule de A vers O.

b- Les caractéristiques du vecteur $\overrightarrow{F_1}$: force de Laplace.

$$\overrightarrow{F_1}\begin{cases}\text{origine:I=A*C}\\ \text{direction: perpendiculaire au plan (tige,}\overrightarrow{B})\\ \text{sens: voir figure}\\ \text{valeur: } \|\overrightarrow{F}\| = I.(AC).\|\overrightarrow{B}\| = 0{,}1N\end{cases}$$

2) a- Système : {tige}

Bilan des forces :

$\overrightarrow{P}$: poids

$\overrightarrow{T}$: tension du ressort

$\overrightarrow{F_1}$: force de Laplace

$\overrightarrow{R}$: réaction de l'axe.

b- Théorème des moments :

$$\sum M_{\overrightarrow{F_{ext}}/\Delta} = 0$$

$$M_{\overrightarrow{R}/\Delta} + M_{\overrightarrow{T}/\Delta} + M_{\overrightarrow{P}/\Delta} + M_{\overrightarrow{F}/\Delta} = 0$$

$$0 - \|\overrightarrow{T}\| OM.\cos\alpha - \|\overrightarrow{P}\| OG\sin\alpha + \|\overrightarrow{F}\| OI = 0$$

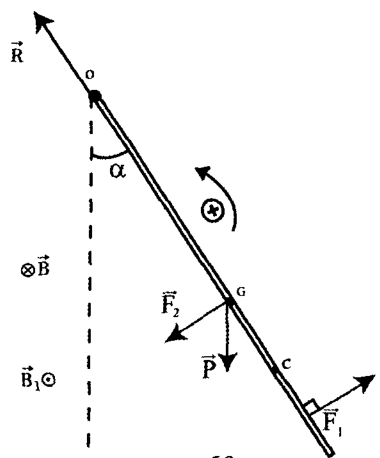
Avec $\|\overrightarrow{T}\| = k.\Delta\ell$

$$\Rightarrow k.\Delta\ell.OM\cos\alpha = \|\overrightarrow{F}\| OI - \|\overrightarrow{P}\| OG\sin\alpha$$

$$\Rightarrow \boxed{\Delta\ell = \frac{\|\overrightarrow{F}\| OI - m\|\overrightarrow{g}\|.OG.\sin\alpha}{k.OM.\cos\alpha}}$$

A.N : $\Delta\ell = 1{,}6cm$

3)



a- Système {tige}

Bilan des forces :

$\vec{P}$: *poids*

$\vec{R}$: réaction de l'axe

$\vec{F_1}$: force de Laplace exercée en I=A*C

$\vec{F_2}$: force de Laplace exercée en G milieu de la tige OA.

b- Théorème des moments : $\sum M_{\overrightarrow{F_{ext}}/\Delta} = 0$

$$M_{\vec{P}/\Delta} + M_{\vec{F_1}/\Delta} + M_{\vec{F_2}/\Delta} + M_{\vec{R}/\Delta} = 0$$

$$-m\|\vec{g}\|.OG.\sin\theta + \|\vec{F_1}\|OI - \|\vec{F_2}\|.OG = 0$$

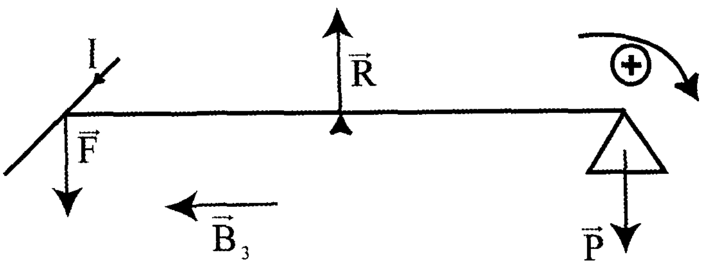
Avec $\|\vec{F_2}\| = I.L.\|\vec{B_2}\|$

$$\Rightarrow I.L.\|\vec{B_2}\|.OG = \|\vec{F_1}\|.OI - m\|\vec{g}\|.OG.\sin\theta$$

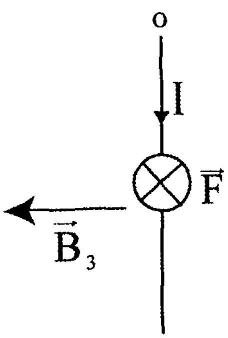
$$\Rightarrow \boxed{\|\vec{B_2}\| = \frac{\|\vec{F_1}\|.OI - m\|\vec{g}\|.OG.\sin\theta}{I.\ell.OG}}$$

A.N : $\|\vec{B_2}\| = 0,04T$

4) a-



Vue de dessus



L'effet de $\vec{F}$ doit annuler l'effet de rotation de $\vec{P}$ (les masses marquées m_0) donc $\vec{F}$ est verticale orientée vers le bas.

b- En appliquant la règle de l'observateur d'Ampère on déduit le sens de I : de O vers A.

Equilibre de la balance :

Théorème des moments :

$M_{\vec{P}/\Delta} + M_{\vec{R}/\Delta} + M_{\vec{F}/\Delta} = 0$

$m_0 \|\vec{g}\| \ell - \|\vec{F}\| \ell = 0$

$\Rightarrow \|\vec{F}\| = m_0 \|\vec{g}\|$

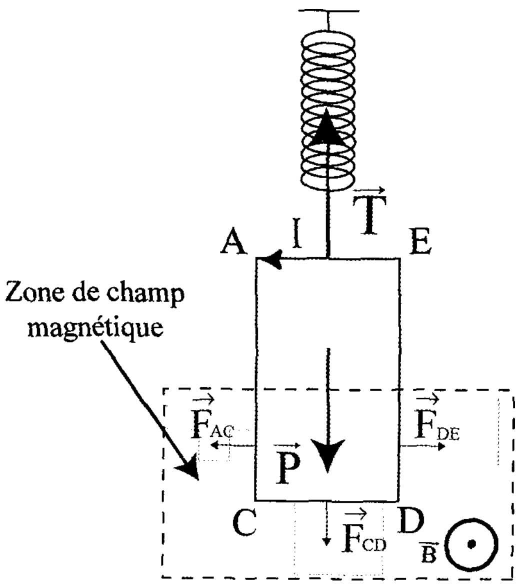
$I_3 . \|\vec{B_3}\| . L = m_0 \|\vec{g}\|$

Soit $\boxed{I_3 = \dfrac{m_0 \|\vec{g}\|}{\|\vec{B_3}\| . L}}$

A.N : $I_3 = 2A$

6

1)



2) Condition d'équilibre :

$\Sigma_{\vec{F_{ext}}} = \vec{0}$

$\Rightarrow \underbrace{\vec{F_{AC}} + \vec{F_{DE}}}_{\vec{0}} + \vec{F_{CD}} + \vec{P} + \vec{T} = \vec{0}$

3) $\left\|\overrightarrow{F_{C/D}}\right\| = N.\ell.I \times \left\|\vec{B}\right\|$

4) $\overrightarrow{F_{AC}}$ et $\overrightarrow{F_{DE}}$ sont directement opposées :

Elles ont la même droite d'action, la même valeur et elles sont de sens opposés :

$\overrightarrow{F_{AC}} + \overrightarrow{F_{DE}} = \vec{0}$

5) $\overrightarrow{F_{CD}} + \vec{P} + \vec{T} = \vec{0}$

Projection suivant un axe vertical $\Rightarrow \left\|\overrightarrow{F_{CD}}\right\| + \left\|\vec{P}\right\| = \left\|\vec{T}\right\|$

$\Rightarrow N.\ell.I.\left\|\vec{B}\right\| = k\Delta\ell - \left\|\vec{P}\right\|$

$$\boxed{\left\|\vec{B}\right\| = \frac{k\Delta\ell - \left\|\vec{P}\right\|}{N.\ell.I}}$$

A.N : $\left\|\vec{B}\right\| = 0,1T$

6) a- Le dispositif décrit peut servir comme teslamètre qui permet de déterminer la valeur du vecteur champ magnétique $\left\|\vec{B}\right\|$.

$$\left\|\vec{B}\right\| = \frac{k\Delta\ell - \left\|\vec{P}\right\|}{N.\ell.I}$$

A.N : $\left\|\vec{B}\right\| = (5.\Delta\ell - 0,15)$ exprimé en tesla(T) en déterminant la déformation $\Delta\ell$ du ressort on peut déduire la valeur de $\left\|\vec{B}\right\|$

b- $\left\|\vec{B}\right\| > 0 \Rightarrow 5\Delta\ell - 0,15 > 0 \Rightarrow \Delta\ell > \dfrac{0,15}{5}$

$\Delta\ell > 0,03m \Rightarrow \Delta\ell_{\min} = 3,1cm$

$\left\|\overrightarrow{B_{\min}}\right\| = 5.\Delta\ell_{min} - 0,15$

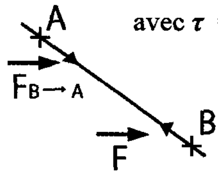
$\left\|\overrightarrow{B_{\min}}\right\| = 0,005T = 5.10^{-3}T$

L'INTERACTION GRAVITATIONNELLE

Loi d'attraction universelle ou loi de newton :

Deux corps ponctuels A et B de masse m_A et m_B exercent l'un sur l'autre des forces d'attraction directement opposées, portées par la droite (AB), d'intensités proportionnelles à leurs masses et inversement proportionnelles au carré de leur distance.

$$\vec{F}_{A \to B} = -\vec{F}_{B \to A} = -\mathcal{G}\,\frac{m_A . m_B}{r^2}\,\vec{u}_{AB}$$



avec r = AB

$$\boxed{\left\|\vec{F}_{A \to B}\right\| = \left\|\vec{F}_{B \to A}\right\| = \mathcal{G}\,\frac{m_A . m_B}{r^2}}$$

G est la constante de gravitation universelle : G = $6{,}67.10^{-11}$ S.I.
Exemple : A est le centre de la Terre, B est un objet de 1 kg à sa surface.
Calculer la force d'attraction que la Terre exerce sur l'objet B.
On donne la masse de la Terre $m_T = 6.10^{24}$ kg et le rayon terrestre R_T = 6400 km.
Réponse : F = 9,77 N.
Analogie avec la loi de Coulomb en électrostatique :
Deux charges électriques peuvent s'attirer ou se repousser selon qu'elles sont de signes contraires ou de même signe.

$$\left\|\vec{F}\right\| = \frac{1}{4\,\pi\,\varepsilon_0}\;\frac{|q.q'|}{r^2}$$

ε_0 s'appelle la permittivité absolue du vide.
On définit un champ électrostatique $\vec{E}$ tel que $\vec{F} = q\vec{E}$.

Interaction entre 2 solides a répartition sphérique de masse :

On admet qu'une répartition de masse à symétrie sphérique (corps homogène) peut être remplacée par une masse ponctuelle coïncidant avec son centre.

Champ gravitationnel $\vec{G}$

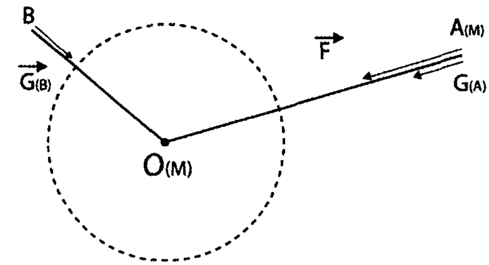
En un point de l'espace A, il existe un champ gravitationnel $\vec{G}_{(A)}$, si, amenant une masse quasi ponctuelle M en ce point, elle est soumise à une force gravitationnelle $\vec{F}$ tel que $\boxed{\vec{F} = M\,.\vec{G}_{(A)}}$.

$\vec{F}$ et $\vec{G}$ ont toujours même direction et même sens.

$\vec{G}$ est radial et centripète

$$\boxed{F = M\,.G_{(A)}}$$

N. kg $N.kg^{-1}$



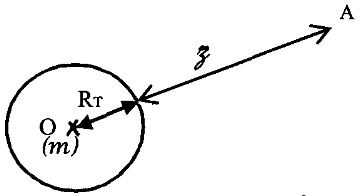
D'après la loi de Newton :

$$F = \mathcal{G}\frac{m M}{r^2} \qquad G = \mathcal{G}\frac{m}{r^2}$$

G diminue quand la distance augmente.

Exemple pour la Terre :

$r = R + z$ z est l'altitude

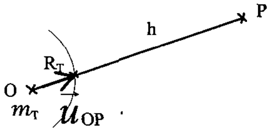


$$G_{(A)} = \mathcal{G}\frac{m}{(R+z)^2}$$

A la surface de la Terre $G = 9{,}77\ N.kg^{-1} = G_O$

CHAMP GRAVITATIONNEL TERRESTRE

La Terre crée dans tout l'espace qui l'environne un champ gravitationnel $\vec{G}$



$r = R_T + z = R_T + h$ h est l'altitude

$$\boxed{\overrightarrow{G_{(P)}} = \mathcal{G}\ \frac{m_T}{r^2}\,.\vec{u}_{OP}} \qquad \boxed{\overrightarrow{G_{(P)}} = \mathcal{G}\ \frac{m_T}{(R_T+h)^2}\,.\vec{u}_{OP}}$$

Au niveau du sol h = 0 $$\left\|\overrightarrow{G_o}\right\| = \mathcal{G}\ \frac{m_T}{R_T^{\ 2}}$$

A une altitude h $$\left\|\overrightarrow{G_o}\right\| = \mathcal{G}\ \frac{m_T}{\left(R_T + h\right)^2}$$

On fait le rapport $$\frac{\left\|G_{(P)}\right\|}{\left\|G_o\right\|} = \frac{R_T}{(R_T+h)^2}$$

Or $\left\|G_p\right\| \simeq \left\|g_p\right\|$, on peut assimiler le champ de pesanteur au champ gravitationnel et le poids $\vec{P} = m\vec{g}$ à la force d'attraction gravitationnelle.

ÉNONCÉS

1 1) Enoncer la loi de gravitation universelle et expliquer la signification du mot universelle.

2) Donner l'expression vectorielle de la force de gravitation exercée par la Terre sur un objet ponctuel de masse m situé à une altitude z par rapport au sol.

3) Donner l'expression du vecteur champ de gravitation créé par un corps à répartition de masse à symétrie sphérique de rayon r, à une altitude z.

4) Répondre par vrai ou faux et corriger les propositions fausses :

a- Dans un repère de Copernic, la trajectoire d'une planète est un cercle dont le soleil occupe le centre.

b- Le vecteur champ de gravitation créé par une planète sphérique et homogène est un point de l'espace radial et centrifuge.

c- Dans le référentiel géocentrique, le centre de la terre est à l'origine du repère d'espace.

5) QCM

a- Le vecteur champ de gravitation créé par une planète à répartition de masse à symétrie sphérique est :

a1 : radial centrifuge. ☐
a2 :radial centripète ☐
a3 : tangentiel. ☐

b- L'altitude h au dessus du sol terrestre à la quelle la valeur de la force exercée par la Terre sur un objet ; vaut la moitié de sa valeur au sol est :

b1 : $h=R_T$ (rayon de la terre) ☐
b2 : $h=\frac{R_T}{4}$ ☐
b3 : $h=0{,}4R_T$ ☐

c- Lorsqu'on double la distance entre deux corps, la force d'interaction gravitationnelle est :

c1 : doublé ☐
c2 : divisée par deux ☐
c3 : divisée par quatre. ☐

d- On considère deux protons d'un noyau ; la valeur de la force la plus importante correspond à :

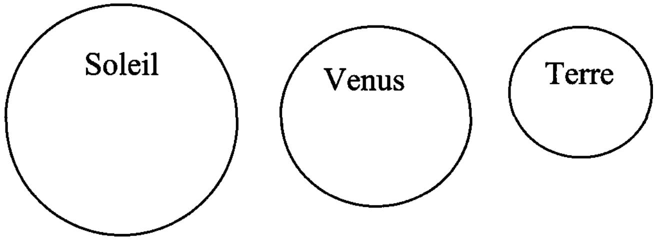
d1 : l'interaction gravitationnelle. ☐
d2 :l'interaction électrique. ☐
d3 : l'interaction forte. ☐

e- Le phénomène des marées est du à :

e1 : l'interaction entre la terre et la lune uniquement ☐
e2 : l'interaction entre la terre, le soleil et la lune. ☐
e3 :l'interaction entre la terre et le soleil. ☐

f- En faisant l'approximation suivante :

La masse de la terre est pratiquement égale à celle de Venus et en tenant compte des positions des planètes par rapport au soleil.



La force exercée par le soleil sur Venus est :

f1 : plus importante que celle exercée par le soleil sur la terre. ☐
f2 : plus faible que celle exercée par le soleil sur la terre. ☐
f3 : de même valeur que celle exercée par le soleil sur la terre. ☐

2 Les interactions gravitationnelle et électrique s'exercent au niveau de l'atome, par exemple entre les deux protons du noyau d'un atome d'hélium, où ils sont séparés d'une distance de l'ordre de $d = 1{,}0.10^{-15}$ m. On rappelle que la masse du proton vaut $m_p = 1{,}67.10^{-27}$ kg.
On considérera que les protons sont des corps ponctuels.
1 - Donner les expressions des valeurs des forces exprimant l'interaction gravitationnelle et l'interaction électrique entre les deux protons.
2 - Pour chacune des deux interactions, préciser si elle est attractive ou répulsive.
3 - Donner les expressions vectorielles des forces correspondant à ces deux interactions.
4 - Exprimer le rapport des deux valeurs en fonction de la charge et de la masse du proton, puis calculer numériquement chacune d'elles.
5 - Représenter qualitativement par des segments fléchés les forces correspondant aux deux interactions.
6 - Expliquer pourquoi ces deux interactions ne permettent pas d'expliquer la cohésion du noyau étudié.

3 On considère l'interaction gravitationnelle entre une personne de masse m et un rocher de masse M distants de d. Dans la suite, ces deux corps sont tels qu'on peut appliquer la loi de gravitation universelle.
1 - Calculer la valeur commune $\left\|\vec{F}\right\|$ aux forces gravitationnelles s'exerçant entre ces deux corps.
2 - Calculer la valeur $\left\|P\right\|$ du poids de la personne sachant que le champ de pesanteur dans la position où elle se trouve a pour valeur $9{,}80\ N.\ kg^{-1}$.

3 - Quelle doit être la masse M du rocher pour que la valeur de la force de gravitation soit égale à celle du poids de la personne.
Données : m = 80 kg   M = 80 kg   d=2m
La constante de gravitation universelle est $G = 6,67.10^{-11}$ N.m-^{2}.kg-^{2}

4 - La Terre de masse m.. et de rayon r_T et la Lune de masse m_L et de rayon r_L sont supposées à répartition de masse à symétrie sphérique telles que $m_T = 81 m_L$ et $r_T = 11/3\ r_L$
1 - Déterminer les caractéristiques du champ de gravitation lunaire g_0 à la surface de la Lune.
2 - Il existe sur la ligne joignant les astres un point M où les champs de gravitation lunaire et terrestre se compensent.
a- Calculer la distance d du point M au centre de la terre
b- Indiquer, sur le segment Terre - Lune, le domaine où l'action gravitationnelle de l'un des deux astres est prépondérante.
Données:
- Valeur du champ de gravitation terrestre à sa surface $\|\vec{g}_{0T}\| = 9.80 N.kg^{-1}$
- Distance des centres des deux astres Terre - Lune : $3,8.10^{5}$km.

5 On donne : *** G : constante de gravitation universelle= $6.67.10^{-11}$ S.I**
*** la masse de la terre M_T=6 .10^{24} Kg**
*** la masse de la lune M_L=7.4 .10^{22} Kg**
- La terre et la lune sont considérées comme des astres à répartition de masse à symétrie sphérique de masses respectives M_T et M_L et de rayons respectifs R_T et R_L.

I. 1) Enoncer la loi de gravitation universelle.
2) Sachant que l'orbite moyenne de la lune à la Terre est de rayon r_{T-L}=3.8 .10^{5} Km
a- Déterminer la valeur de force de gravitation universelle entre la terre et la lune.
b- Représenter ces deux forces sur un schéma clair
3) En appliquant la loi de gravitation, déterminer l'expression du vecteur champ de gravitation terrestre $\vec{G}(z)$ en un point situé à une altitude z en fonction de : M_T ; G ; R_T et z.
4) Représenter quelques lignes de champ de gravitation terrestre.

II. On donne les valeurs du champ de gravitation terrestre au niveau du sol et à deux altitudes différentes :
- $\|\vec{g_0}\| = 9,8 N.Kg^{-1}$ au niveau du sol.
- $\|\vec{g_1}\| = 8,6 N.Kg^{-1}$ à l'altitude z_1.

- $\left\|\overrightarrow{g_2}\right\| = 8,2 N.Kg^{-1}$ à l'altitude z_2.

1) a- Comparer les altitudes z_1 et z_2. Justifier .
   b- Etablir l'expression du rayon de la terre R_T en fonction de z_1 ; $\left\|\overrightarrow{g_1}\right\|$ et $\left\|\overrightarrow{g_2}\right\|$.
   c- Calculer R_T sachant que z_1=431 Km.
2) a- Donner l'expression de la masse de la terre M_T en fonction de G ; R_T ; z_1 et $\left\|\overrightarrow{g_1}\right\|$.
   b- Calculer M_T.
3) a- Etablir l'expression de z_2 en fonction de R_T ; z_1 ; $\left\|\overrightarrow{g_1}\right\|$ et $\left\|\overrightarrow{g_2}\right\|$.
   b- Calculer z_2.

6 **I-** Les sondes voyager , en s'approchant de Jupiter à une altitude z_1 = 278000 Km , ont mesuré un champ de gravitation G_1 = 1,040 m . s^{-2} et , à une altitude z_2 = 650 000 Km , un champ de gravitation G_2 = 0,243 m . s^{-2} .

1) Etablir l'expression du champ de gravitation G en un point d'altitude z au dessus de la planète Jupiter .
2) Calculer la valeur du rayon de Jupiter , en déduire la valeur du champ de pesanteur au sol .
3) En déduire la masse de cette planète .

II- La terre tourne autour du soleil à une distance d_S de celui-ci , de même la lune tourne autour de la Terre à une distance d_L de celui-ci .

1) Exprimer les intensités des champs de gravitation crées indépendamment par ces deux astres sur la Terre .
2) Comment doivent être placés le soleil , la Terre et la lune pour que le champ de gravitation résultant subi par la Terre de la part de ces deux astres soit maximal? Calculer sa valeur .
3) Même question pour que le champ soit minimal .
4) Citer un exemple , bien connu , de cette variation du champ de gravitation .

Données :
Constante de gravitation : G=6,67.10^{-11}N.m^2.kg^{-2}

7 Texte: Jules Verne, dans "De la terre à la lune " (1865), fait allusion au "point neutre N ", situé à 350 000 Km
du centre de la terre, ou les forces gravitationnelles exercées par la Terre et la lune sur un obus se compensent.

Le satellite SOHO (Solari and Heliospheric Observatory) fait partie d'un vaste programme international
de recherche sur les relations Terre - soleil .... et met en œuvre plusieurs satellites, de nombreux télescopes, radars et instruments divers.

Construit par L'ESA (Agence Spaciale Européenne) sous maîtrise d'œuvre Marta-Marconi Espace, il a été lancé , en décembre 1995, par une fusée américaine Atlas en direction du " point de Lagrange 1 ", une zone située à 1,5 million de Km du centre de la Terre, ou les forces d'attraction de notre globe et celles du soleil s'équilibrent .

Données:

- Distance moyenne des centres des deux astres terre-lune : $D_1 = 3{,}85.10^8$ m.
- Distance moyenne des centres des deux astres terre-soleil: $D_2 = 1{,}55.10^{11}$ m.
- On appelle M_T, M_L et M_S les masses respectives de la terre, de la lune et du soleil et on considère que $M_T = (9)^2 . M_L$; $M_S = (580)^2 . M_T$.
- Constante de gravitation : $G = 6{,}67.10^{-11}$ N.m^2. Kg^{-2}.

Questions:

1) Donner l'expression vectorielle de la force gravitationnelle exercée par la Terre sur un objet ponctuel P de masse m situé à la distance d_T du centre de la Terre et celle de la force gravitationnelle exercée par la lune sur ce même objet P, d_L étant la distance de P au centre de la lune.
2) Montrer que le point neutre N au quel fait allusion Jules Verne est nécessairement situé, d'une part sur la droite joignant le centre de la terre et le centre de la lune et, d'autre part entre ces deux points.
3) Montrer que la distance d (distance du centre de la Terre au "point neutre N") est égale aux neuf dixièmes de la distance Terre-lune et retrouver ainsi une valeur approchée à celle annoncée par Jules Verne.

8 On sait que l'attraction, autrement dit la pesanteur, est proportionnelle aux masses et en raison inverse du carré des distances. De là cette conséquence: si la Terre eût été seule dans l'espace, si les autres corps célestes, se fussent subitement annihilés, le projectile d'après la loi de Newton, aurait d'autant moins pesé qu'il se serait éloigné de la Terre, mais sans jamais perdre entièrement son poids, car l'attraction terrestre se fût toujours fait sentir à n'importe quelle distance.
Mais dans le cas actuel, un moment devait arriver où le projectile ne serait plus aucunement soumis aux lois de la pesanteur, en faisant abstraction des autres corps célestes dont on pouvait considérer l'effet comme nul.
En effet, la trajectoire du projectile se traçait entre la Terre et la Lune. A mesure qu'il s'éloignait de la Terre, l'attraction terrestre diminuait en raison inverse du carré des distances, mais aussi l'attraction lunaire augmentait dans la même proportion. Il devait donc arriver un point où, ces deux attractions se neutralisant, le boulet ne pèserait plus. Si les masses de la Lune et de la Terre eussent été égales, ce point se fût rencontré à une égale distance des deux astres. Mais, en tenant compte de la différence des masses, il était facile de calculer que ce point serait situé aux quarante sept cinquante deuxièmes du voyage de la Terre.

extrait du livre de Jules Verne
" Autour de la Lune" Edition Hetzel 1870

1) Dans la première phrase du texte, à quelle loi Jules Verne fait-il allusion? Exprimer cette loi sous forme vectorielle et faire un schéma.
2) Etude du champ de gravitation terrestre.

a- "Si la Terre eût été seule dans l'espace", exprimer $\left\|\vec{G}\right\|$ l'intensité du vecteur champ de gravitation à l'altitude z.

b- En déduire que $\left\|\vec{G}\right\|$ peut s'exprimer par la relation :

$$\left\|\vec{G}\right\| = \left\|\vec{G_0}\right\| = \frac{R_T^2}{(R_T + z)}$$

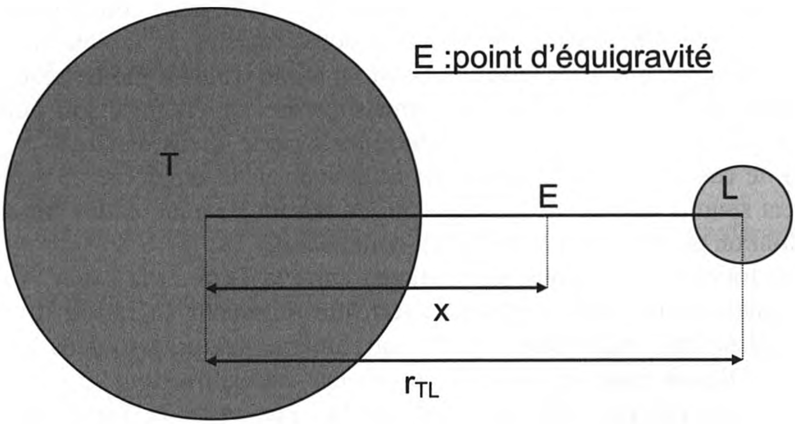
$\left\|\vec{G_0}\right\|$ étant l'intensité du vecteur champ de gravitation à l'altitude Z=0.

c- Déterminer l'altitude Z_1 à laquelle l'intensité du vecteur champ de gravitation est égale au un dix-millième de sa valeur au niveau du sol ?

3) Envisageons maintenant le cas où le projectile est situé entre la Terre et la Lune, que pensez-vous de l'affirmation de Jules Verne :"un moment devait arriver où le projectile ne serait plus aucunement soumis aux lois de la pesanteur" ?
La réponse devra être justifiée.

4) Dans la suite du texte Jules Verne parle d'un point où les deux attractions terrestre et lunaire se neutralisent (ce point est appelé point d'équigravité du système Terre-Lune).

a- Sur le schéma ci-dessous représenter au point d'équigravité E le vecteur champ de gravitation terrestre et le vecteur champ de gravitation lunaire



b- Etablir que la distance x est donnée par la relation :

$$x = \frac{r_{TL}}{1 + \sqrt{\frac{M_L}{M_T}}}$$

c- Vérifier que le rapport $\frac{x}{r_{TL}}$ *est égal à* $\frac{47}{52}$ comme le dit Jules Verne.
Données :

Masse de la Terre : $M_T = 5.98.10^{24}$ kg ; masse de la Lune : $M_L = 7.35.10^{22}$ kg
Distance entre les centres d'inertie de la Terre et de la Lune : $r_{TL}= 3.83.10^8$ m.
Rayon terrestre : $R_T = 6380$ km
Les astres Terre et Lune sont supposés avoir une répartition de masse à symétrie sphérique.

9

I – Texte scientifique :

A la fin de la XVIIIᵉ siècle, la seule force physique traduite sous forme mathématique en 1687 par la célèbre loi de Newton est celle de l'attraction universelle de gravitation.

Cette loi stipule que la force qui s'exerce entre deux corps graves (c'est-à-dire possédant une masse) diminue avec le carré de la distance séparant ces corps .

Cette loi permet d'expliquer les lois du mouvement des corps selects l'idées que les forces électriques puissent être traduite par une loi similaire à celle de la gravitation fut proposée mais non démontrée, par divers savant tel par exemple L'abbé luche en 1739 …………

Charles Augustin de Coulomb (1737 – 1806) fait partie d'une nouvelle génération de scientifiques ; il s'attaque aux problèmes des forces électriques et magnétiques. Il montra en 1785 que la force électrique agissant entre deux charges est décrite par la Loi de l'inverse du carrée de la distance.

Cette formulation qui porte le nom de « Loi de Coulomb « permet de calculer touts les interactions électriques entre des corps chargés et au repos : c'est la Loi fondamental de l'électrostatique/

d'après histoire de l'électricité : Christine Blondel.

1) a- Quels sont les deux types d'interactions énoncé dans le texte.

b- Enoncer les lois de Newton et de Coulomb.

c- Faire une analogie entre les deux Lois, en précisant les similitudes et les différences.

2) Les interactions électriques et gravitationnelle s'exercent au niveau de l'atome par exemple entre le proton et l'électron de l'atome d'hydrogène ou ils sont séparées d'une distance r de l'ordre de

l'A° (1 A° = 10^{-10} m)

On donne :m_1=mp =$1,67.10^{-27}$kg ; e :charge élémentaire ; e =$1,6.10^{-19}$C ; m_2=m électron = $9,1.10^{-31}$ Kg

a- Exprimer le rapport de la force électrique par la force gravitationnelle en fonction de la constante de Coulomb

K la constante de gravitation universelle G ; e ; m_1 et m_2.

b- Calculer ce rapport et conclure.

3) a- Donner l'expression du vecteur champ de gravitation crée par un corps à répartition de masse

a symétrie sphérique de rayon r ; à une altitude z .

b- La terre peut être considérée comme une planète à répartition sphérique de masse.

à des altitudes différentes, on donne la valeur du champ de gravitation.

Altitude (Km)	$\|\vec{G}\|(N.Kg^{-1})$
$Z = 0$	$\|\vec{G}_0\| = 9,8$
$Z_1 = 431$	$\|\vec{G}_1\| = 8,6$
$Z_2 = 596$	$\|\vec{G}_2\| = 8,2$

En exploitant ce tableau :

b_1 : Déterminer la masse de la terre .

On donne : $G = 6,67.10^{-11}$S.I

$K = 9.10^9$ S.I .

b_2 : Calculer R .

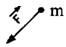
b_3 : Déterminer : la valeur du champ de gravitation au niveau du sol .

CORRIGÉS

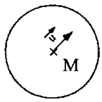
1

1) La loi de la gravitation est dite universelle car elle s'applique entre 2 corps quelconques quelles que soient leurs positions dans l'univers.

2) $\vec{F} = -G\dfrac{M_T.m}{(R_t + z)^2}.\vec{u}$



3) $\vec{G} = -G.\dfrac{M}{(R+z)^2}.\vec{u}$



4)

a- Faux :

Dans un repère de copernic ; la trajectoire d'une planète est un ellipse dont le soleil occupe l'un des foyer.

b- Faux :

Le vecteur champ de gravitation crée par une planète à répartition de masse à symétrie sphérique est radial et centripète.

c- Vrai

5)

a- a_2.

b- b_3 : justification : $\dfrac{1}{2}\dfrac{G.M_T.m}{R_T^2} = \dfrac{G.M_T.m}{(R_T+z)^2}$

$\Rightarrow 2R_T^2 = (R_T + z)^2 \Rightarrow \sqrt{2}R_T = R_T + z$

$\Rightarrow z = R_T(\sqrt{2}-1) \simeq 0,4R_T$

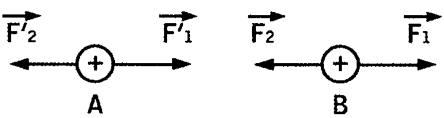
c- c_3.

d- d_3.

e- e_2.

f- f_1.

2



Soient $\vec{F_1}$ et $\vec{F'_1}$ l'élément de l'interaction gravitationnelle

$$\left\|\overrightarrow{F_1}\right\| = \left\|\overrightarrow{F'_1}\right\| = G.\frac{mp^2}{d^2}$$

Soient $\overrightarrow{F_2}$ et $\overrightarrow{F'_2}$ les éléments de l'interaction électrique

$$\left\|\overrightarrow{F_2}\right\| = \left\|\overrightarrow{F'_2}\right\| = K.\frac{e^2}{d^2}$$

2) -l'interaction gravitationnelle est attractive.

- l'interaction électrique est répulsive dans ce cas car les 2 protons sont chargés de même signes.

3)

$$\overrightarrow{F_1} = -G\frac{mp^2}{d^2}.\overrightarrow{u_{AB}}$$

$$\overrightarrow{F_1}' = -G\frac{mp^2}{d^2}.\overrightarrow{u_{BA}}$$

$$\overrightarrow{F_2} = k\frac{e^2}{d^2}.\overrightarrow{u_{AB}}$$

$$\overrightarrow{F_2}' = k\frac{e^2}{d^2}.\overrightarrow{u_{BA}}$$

avec $\overrightarrow{u_{AB}}$ et $\overrightarrow{u_{BA}}$ des vecteurs unitaires.

$$\overrightarrow{u_{AB}} = \frac{\overrightarrow{AB}}{\left\|\overrightarrow{AB}\right\|} \text{ et } \overrightarrow{u_{BA}} = \frac{\overrightarrow{BA}}{\left\|\overrightarrow{BA}\right\|}$$

4)

$$\frac{\left\|\overrightarrow{F_2}\right\|}{\left\|\overrightarrow{F_1}\right\|} = \frac{G\dfrac{m_P^2}{d^2}}{k\dfrac{e^2}{d^2}} = \frac{G}{k}.\frac{m_P^2}{e^2}$$

A.N : $\left\|\overrightarrow{F_1}\right\| = 18.10^{-35} N$

$\left\|\overrightarrow{F_2}\right\| = 23.10^{-17} N$

5) Voir figure.

6) C'est l'interaction forte qui permet la cohésion des noyaux atomiques en liant les protons et les neutrons entre eux au sein de ce noyau.

Si cette interaction n'existait pas; les noyaux ne pourraient pas être stables et seraient dissociées sous l'effet de répulsion électrostatique des protons entre eux.

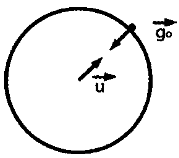
3

1) $\left\|\vec{F}\right\| = G\dfrac{M.m}{d^2} = 10,67.10^{-8}N$

2) $\left\|\vec{P}\right\| = m.\left\|\vec{g}\right\| = G\dfrac{M.m}{d^2}$

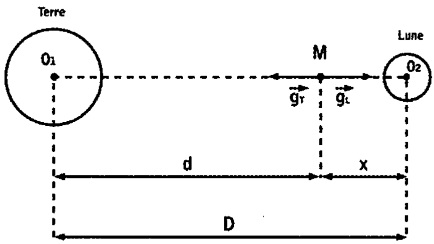
$$\Rightarrow M = \frac{\left\|\vec{g}\right\|.d^2}{G} = 5,87.10^{11}Kg$$

4 1) $\overrightarrow{g_0} = -\dfrac{G.m_L}{r_L^2}\vec{u}$



$\left\|\overrightarrow{g_0}\right\| = \dfrac{G.m_L}{r_{L^2}^2}$

2)



a- Les 2 champs se compensent $\Rightarrow \overrightarrow{g_L} + \overrightarrow{g_t} = \vec{0}$

$\Rightarrow \left\|\overrightarrow{g_L}\right\| = \left\|\overrightarrow{g_t}\right\|$

$G.\dfrac{MT}{d^2} = G.\dfrac{MT}{x^2}$ avec x+d=D

Et D : distance entre les 2 centres des 2 astres

X : distance entre M et le centre de la lune.

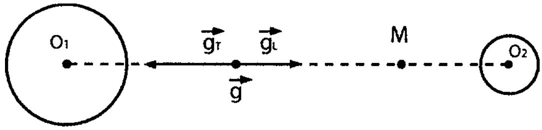
$\Rightarrow G.\dfrac{MT}{x^2} = G.\dfrac{81.mL}{d^2} = G.\dfrac{mL}{x^2}$

$$\Rightarrow 81x^2 = d^2 \Rightarrow x = \frac{d}{9}$$

$$x + d = D \Rightarrow \frac{d}{9} + d = D \Rightarrow 10d = 9D \Rightarrow \boxed{d = \frac{9}{10}.D}$$

4 $d = 3,42.10^5 Km.$

Entre O_1 et M : la gravitation terrestre est prépondérante.

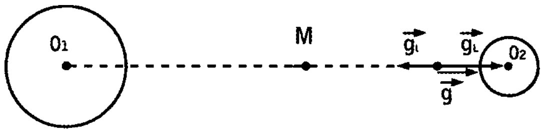


$\vec{g} = \vec{g_t} + \vec{g_L}$ or $\|\vec{g_t}\| > \|\vec{g_L}\|$

donc $\vec{g}$ orienté dans le même sens que $\vec{g_t}$

Tel que $\|\vec{g}\| = \|\vec{g_t}\| - \|\vec{g_L}\|$

Entre M et O_2 ; la gravitation lunaire est prépondérante.



$\vec{g} = \vec{g_T} + \vec{g_L}$ or $\|\vec{g_L}\| > \|\vec{g_T}\|$

donc $\vec{g}$ orienté dans le même sens que $\vec{g_L}$

Tel que $\|\vec{g}\| = \|\vec{g_L}\| - \|\vec{g_T}\|$

5 I- 1) Deux corps ponctuel, A et B de masses respectives m_A et m_B exercent l'un sur l'autre des forces d'attraction directement opposées ; dirigées suivant la droite Ab ; de valeurs proportionnelles à leurs masse et inversement proportionnelles au carré de leur distances.

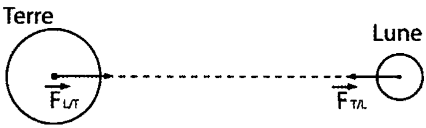
$$\overrightarrow{F_{A/B}} = -\overrightarrow{F_{B/A}} = -G\frac{m_A.m_B}{r^2}\overrightarrow{u_{AB}}$$

Avec r =AB et $\overrightarrow{u_{AB}} = \dfrac{\overrightarrow{AB}}{\|\overrightarrow{AB}\|}$

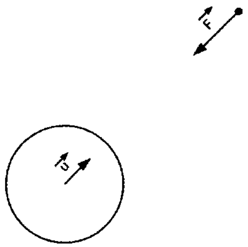
et G : la constante de gravitation universelle.

a- $\|\vec{F}\| = G.\dfrac{M_T.M_L}{r^2} = 20,5.10^{25} N.$

b-



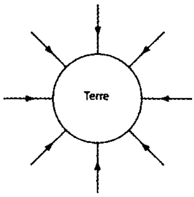
3)



$$\vec{F} = -G\frac{M_t m}{(R_t+z)^2}\vec{u} = m\vec{G}$$

$$\Rightarrow \vec{G} = -G.\frac{M_T}{(R_t+z)^2}\vec{u}$$

4)



Les lignes de champs sont radiales et centripètes.

II-

1) a-

$\left\|\vec{g_1}\right\| = 8,6N.Kg^{-1}$ à z_1

$\left\|\vec{g_2}\right\| = 8,2N.Kg^{-1}$ à z_2

D'après l'expression de $\left\|\vec{g}\right\|$;on remarque que le valeur du vecteur champs est inversement proportionnelle à z :lorsque z augmente $\left\|\vec{g}\right\|$ diminue donc $z_2>z_1$.

b-
$$\begin{cases} ① \quad \left\|\vec{g_0}\right\| = G.\dfrac{M_T}{R_T^2} \\ ② \quad \left\|\vec{g_1}\right\| = G.\dfrac{M_T}{(R_T+z)^2} \end{cases}$$

En faisant le rapport ②/① $\Rightarrow \dfrac{\left\|\vec{g_1}\right\|}{\left\|\vec{g_0}\right\|} = \dfrac{R_T^2}{(R_t+z_1)^2}$

$$\sqrt{\left\|\vec{g_1}\right\|}(R_t+z_1) = R_t\sqrt{\left\|\vec{g_0}\right\|}$$

$$R_t\left(\sqrt{\left\|\vec{g_0}\right\|} - \sqrt{\left\|\vec{g_1}\right\|}\right) = z_1.\sqrt{\left\|\vec{g_1}\right\|}$$

$$\Rightarrow \boxed{R_t = \frac{z_1\sqrt{\left\|\vec{g_1}\right\|}}{\sqrt{\left\|\vec{g_0}\right\|} - \sqrt{\left\|\vec{g_1}\right\|}}}$$

c- $R_t = 6314{,}15.10^3 m \simeq 6314$ Km

2) a- $\left\|\overrightarrow{g_1}\right\| = G.\dfrac{M_T}{(R_T+z)^2}$

$$\rightarrow M_t = \frac{(R_T+z)^2.\left\|\overrightarrow{g_1}\right\|}{G}$$

b- M_T=5,87.10^{24}kg.

3) a- $\begin{cases} ① \left\|\overrightarrow{g_1}\right\| = G.\dfrac{M_T}{(R_T+z_1)^2} \\ ② \left\|\overrightarrow{g_2}\right\| = G.\dfrac{M_T}{(R_T+z_2)^2} \end{cases}$

①/②

$$\frac{\left\|\overrightarrow{g_1}\right\|}{\left\|\overrightarrow{g_2}\right\|} = \frac{(R_T+z_2)^2}{(R_T+z_1)^2} \Rightarrow \sqrt{\left\|\overrightarrow{g_1}\right\|}(R_T+z_2) = \sqrt{\left\|\overrightarrow{g_2}\right\|}.(\mathrm{R}+\mathrm{z}_2)$$

$$\Rightarrow \sqrt{\left\|\overrightarrow{g_1}\right\|}\times R_t + \sqrt{\left\|\overrightarrow{g_1}\right\|}.z_1 = \sqrt{\left\|\overrightarrow{g_2}\right\|}.R + \sqrt{\left\|\overrightarrow{g_2}\right\|}.z_2$$

$$\Rightarrow \boxed{z_2 = \frac{R_t\left(\sqrt{\left\|\overrightarrow{g_1}\right\|} - \sqrt{\left\|\overrightarrow{g_2}\right\|}\right) + \sqrt{\left\|\overrightarrow{g_1}\right\|}.z_1}{\sqrt{\left\|\overrightarrow{g_2}\right\|}}}$$

b- z_2=596.10^3m=596Km.

6

I-

1) $\left\|\overrightarrow{G}\right\| = G.\dfrac{M}{(R+z)^2}$

2) $\begin{cases} ① \left\|\overrightarrow{G_1}\right\| = G.\dfrac{M}{(R+z_1)^2} \\ ② \left\|\overrightarrow{G_2}\right\| = G.\dfrac{M}{(R+z_1)^2} \end{cases}$

①/② $\dfrac{\left\|\overrightarrow{G_1}\right\|}{\left\|\overrightarrow{G_2}\right\|} = \dfrac{(R+z_2)^2}{(R+z_1)^2}$

$$\mathrm{R}\left(\sqrt{\left\|\overrightarrow{g_1}\right\|} - \sqrt{\left\|\overrightarrow{g_2}\right\|}\right) = \sqrt{\left\|\overrightarrow{g_2}\right\|}.z_2 - \sqrt{\left\|\overrightarrow{g_1}\right\|}.z_1$$

$$\boxed{R = \frac{\sqrt{\|\overrightarrow{g_2}\|}z_2 - \sqrt{\|\overrightarrow{g_1}\|}z_1}{\sqrt{\|\overrightarrow{g_1}\|} - \sqrt{\|\overrightarrow{g_2}\|}}}$$

A.N : R= 66 570.10^{3}m.
= 66 570 Km.

Remarque : Jupiter est la planète la plus grosse et la plus grosse et la plus massive du système scolaire (5eme planète à partir du soleil).

$$\Rightarrow \boxed{\|\overrightarrow{G_0}\| = \frac{(R+z_1)^2}{R^2}.\|\overrightarrow{G_1}\|}$$

$\|\overrightarrow{G_0}\|$=27,86N.m^{-1} (ou m.s^{-2})

3) $\|\overrightarrow{G_0}\|$=G.$\frac{M}{R^2}$

$$\Rightarrow \boxed{M = \frac{\|\overrightarrow{G_0}\|.R^2}{G}}$$

$M = 1,85.10^{27} kg$

II-

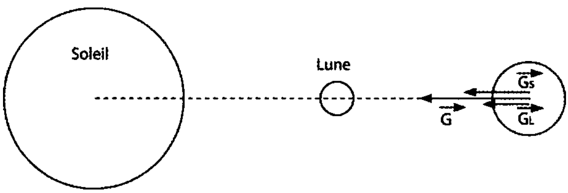
1) $\|\overrightarrow{G_S}\| = G.\frac{M_S}{(d_{s.T})^2}$

$\|\overrightarrow{G_L}\| = G.\frac{M_L}{(d_{L.T})^2}$

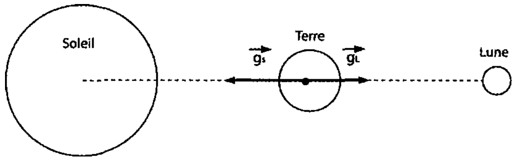
2) $\overrightarrow{G} = \overrightarrow{G_S} + \overrightarrow{G_L}$

Pour que la valeur de champs $\overrightarrow{G}$ soit maximale les deux vecteur $\overrightarrow{G_S}$ et $\overrightarrow{G_L}$ doit être colinéaires et de même sens.

Les trois astres doivent êtres alignés de façon que la lune soit entre le soleil et la terre (voir figure).

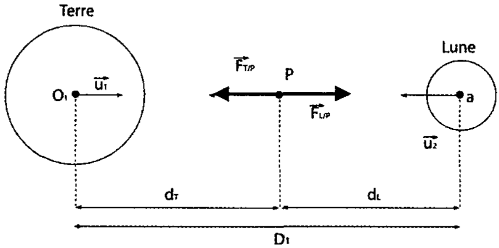


3) Pour que les champs soit minimal il faut que les 3 astres soient alignés ; la terre entre le soleil et la lune (voir figure).



4) Phénomène des marées est du à l'interaction gravitationnelle entre : la terre, le soleil et la lune.

7



1) $\vec{F}_{T/p} = -G.\dfrac{M_T.m}{d_L^2}.\vec{u_2}$

$\vec{F}_{L/p} = -G.\dfrac{M_L.m}{d_L^2}.\vec{u_2}$

2) Le point neutre N est le point ou les forces 2 forces de gravitations s'annulent : $\vec{F}_{T/p} + \vec{F}_{L/p} = \vec{0}$ (deux vecteurs colinéaires de sens opposés)

Ce point est donc situé sur la droite joignant les deux centres des astres et il est situé entre O_1 et O_2(les centre respectives de la terre et de la lune) car entres deux point les deux forces sont opposées.

3) $\vec{F}_{T/p} + \vec{F}_{L/p} = \vec{0} \Rightarrow \left\|\vec{F}_{T/p}\right\| = \left\|\vec{F}_{L/p}\right\|$

$$G.\frac{M_T.m}{d_T^2} = G.\frac{M_L.m}{d_L^2}$$

$$\Rightarrow \frac{M_T}{d_{T^2}} = \frac{M_L}{d_{T^2}} \text{ avec } M_T = (9)^2.M_L$$

$$\Rightarrow \frac{(9)^2.M_L}{d_{T^2}} = \frac{M_L}{(D_1 - d_T)^2}$$

$$\Rightarrow 9.(D_1 - d_T) = d_T \Rightarrow 9D_1 = 10d_T \qquad \Rightarrow \boxed{d_T = \frac{9}{10}D_1}$$

$$d_T = \frac{9}{10}3,85.10^8 m$$

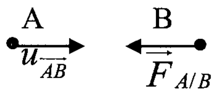
$=3465.10^3$m=3465Km

Valeur proche de la distance 3500Km énoncée dans le texte.

8

1) Dans la première phase du texte ; jules verne fait allusion au loi de gravitation universelle.

$$\overrightarrow{F}_{A/B} = -G.\frac{m_A.m_B}{r^2}.\overrightarrow{u_{AB}}$$



Avec $\overrightarrow{u_{AB}}$: vecteur unitaire soit $\overrightarrow{u_{AB}} = \frac{\overrightarrow{AB}}{\left\|\overrightarrow{AB}\right\|}$ et r=AB

2) a- $\left\|\overrightarrow{G}\right\| = G\frac{M_T}{(R_T+z)^2}$

$$\frac{\left\|\overrightarrow{G}\right\|}{\left\|\overrightarrow{G_0}\right\|} = \frac{R_{T^2}}{(R_T+z)^2} \Rightarrow \boxed{\left\|\overrightarrow{G}\right\| = \frac{R_T^2}{(R_T+z)^2}.\left\|\overrightarrow{G_0}\right\|}$$

b- $\left\|\overrightarrow{G}\right\| = \frac{1}{10^4}\left\|\overrightarrow{G_0}\right\| = \frac{R_T^2}{(R_T+z_1)^2}.\left\|\overrightarrow{G_0}\right\|$

$$\Rightarrow \frac{R_{T^2}}{(R_T+z_1)^2} = \frac{1}{10^4} \Rightarrow 100.R_T = R_T + z_1$$

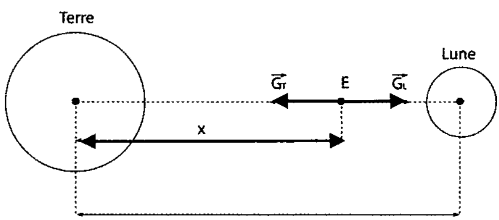
$$\Rightarrow \boxed{z_1 = 99R_T}$$

$$z1 = 631.620 \text{ Km}$$

3) L'affirmation de Jules verne en un point situé entre la Terre et la lune ; il existe nécessairement un point ou les deux vecteurs champs de gravitation terrestre et champs de gravitation lunaire ; s'annulent.

$\overrightarrow{G} = \overrightarrow{G_T} + \overrightarrow{G_L} = \vec{0}$ donc la projection ne serait plus aucunement soumis aux lois de la pesanteur.

3) a-



b- $\overrightarrow{G_T} + \overrightarrow{G_L} = \vec{0} \Rightarrow \left\|\overrightarrow{G_T}\right\| = \left\|\overrightarrow{G_L}\right\|$

$$\Rightarrow G.\frac{MT}{x^2}=G\frac{ML}{\left(r_{\pi}-x\right)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{\left(r-x\right)^2}{x^2}=\frac{ML}{MT}\Rightarrow \frac{r_{tc}x}{x}=\sqrt{\frac{ML}{MT}}$$

$$\frac{r_{tL}}{x}-1=\sqrt{\frac{ML}{MT}}\Rightarrow \frac{r_{tL}}{x}=1+\sqrt{\frac{ML}{MT}}$$

$$\Rightarrow \boxed{x=\frac{r_{tL}}{1+\sqrt{\frac{ML}{MT}}}}$$

c- $$\frac{x}{r_{tL}}=\frac{1}{1+\sqrt{\frac{M_L}{M_T}}}=\frac{47}{52}$$

9

1) a- Dans le texte on parle de l'interaction gravitationnelle et l'interaction électrique.

b- Enoncé des deux lois.

c-

Loi de coulomb	loi de newton
q_A	m_A
q_B	m_B
q_A et q_B des charges électriques ce sont des grandeurs algébriques.	m_A et m_B sont les masses ce sont des grandeurs positives.
r	r
K	G
$\left\lVert\vec{F}\right\rVert=K.\frac{\lvert q_A\rvert\lvert q_B\rvert}{r^2}$	$\left\lVert\vec{F}\right\rVert=G.\frac{m_A.m_B}{r^2}$
L'interaction électrique est une attraction si les 2 charges sont de signes contraires et elle présente une répulsion si les deux charges sont de même signe.	L'interaction gravitationnelle est toujours une attraction entre les 2 corps qui interagissent.

2)

a- $$\frac{\|\overrightarrow{F_e}\|}{\|\overrightarrow{F_G}\|} = \frac{K.\frac{e^2}{r^2}}{G.\frac{m_p.m_e}{r^2}}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{\|\overrightarrow{F_e}\|}{\|\overrightarrow{F_G}\|} = \frac{K.e^2}{G.m_p.m_e}} = \frac{K.e^2}{G.m_1.m_2}$$

b-

$$\frac{\|\overrightarrow{F_e}\|}{\|\overrightarrow{F_G}\|} = 2,27.10^{40}$$

$$\|\overrightarrow{F_e}\| >> \|\overrightarrow{F_G}\|$$

on peut donc négliger la force de gravitation devant la force électrique.

3)

a- $\|\overrightarrow{G}\| = G.\frac{m}{(r+z)^2}$

b- $$\left.\begin{array}{l} \|\overrightarrow{G_0}\| = G.\dfrac{m}{(r+z)^2} \\ \\ \|\overrightarrow{G_1}\| = G.\dfrac{M_T}{(R_t+z_1)^2} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{\|\overrightarrow{G_0}\|}{\|\overrightarrow{G_1}\|} = \frac{(R_t+z_1)^2}{R_{T^2}}$$

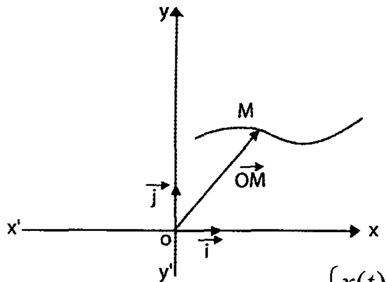
$$\Rightarrow \frac{R_t+z_1}{R_t} = \sqrt{\frac{\|\overrightarrow{G_1}\|}{\|\overrightarrow{G_0}\|}}$$

$$\Rightarrow \boxed{R_t = \frac{z_1}{\sqrt{\frac{\|\overrightarrow{G_0}\|}{\|\overrightarrow{G_1}\|}} - 1}}$$

CINEMATIQUE D'UN POINT MATERIEL

- **Trajectoire d'un mobile :**
  - La trajectoire d'un mobile représente l'ensemble des positions occupées par le mobile au cours de son mouvement.
  - La trajectoire d'un mobile dépend du référentiel choisi.
- **Vecteur position- Equation de la trajectoire** :

$\overrightarrow{OM}$: vecteur position dans R $R(o,\vec{i},\vec{j})$



$$\boxed{\overrightarrow{OM}\begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix}}$$

Les lois horaires du mouvement $\begin{cases} x(t) \\ y(t) \end{cases}$

L'équation de la trajectoire : $\boxed{y = f(x)}$

On exprime y en fonction de x en éliminant le temps.

- **Vecteur vitesse moyenne** :

$$\boxed{\overrightarrow{V_m} = \frac{\Delta\overrightarrow{OM}}{\Delta t} = \frac{\overrightarrow{OM_2} - \overrightarrow{OM_1}}{t_2 - t_1}}$$

$$\overrightarrow{V_m}\begin{pmatrix} V_{mx} = \dfrac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \\ V_{my} = \dfrac{y_2 - y_1}{t_2 - t_1} \end{pmatrix}$$

La valeur de la vitesse moyenne est :

$$\boxed{\underbrace{\left\|\overrightarrow{V_m}\right\|}_{m.s^{-1}} = \sqrt{V_{mx}^2 + V_{my}^2}}$$

- **Vecteur vitesse instantanée** :

$$\boxed{\vec{V} = \lim_{\Delta t \to 0} \vec{V}_m = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}}$$

$$\overrightarrow{OM}\begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} \underset{primitive}{\overset{dérivée}{\rightleftarrows}} \vec{V} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}\begin{pmatrix} V_x = \dfrac{dx}{dt} \\ V_y = \dfrac{dy}{dt} \end{pmatrix}$$

On note $\overrightarrow{OM}$: primitive de $\vec{V}$: $\overrightarrow{OM} = \int \vec{V} dt$

- **Vecteur accélération moyenne** :

$$\boxed{\overrightarrow{a_m} = \frac{\Delta \overrightarrow{V_m}}{\Delta t}}$$

- **Vecteur accélération instantanée** :

$$\boxed{\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{d^2\overrightarrow{OM}}{dt^2}}$$

$$\vec{V} = \int \vec{a}\, dt$$

$\vec{V}$: primitive de $\vec{a}$

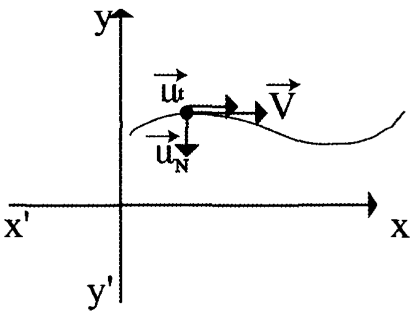
$$\vec{V}\begin{pmatrix} Vx \\ Vy \end{pmatrix} \underset{primitive}{\overset{dérivé}{\rightleftarrows}} \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}\begin{pmatrix} a_x = \dfrac{dV_x}{dt} \\ a_y = \dfrac{dV_y}{dt} \end{pmatrix}$$

La valeur du vecteur accélération est :

$$\boxed{\|\vec{a}\| = \sqrt{a_x^{\,2} + a_y^{\,2}}}$$

$m.s^{-2}$

- **Accélération tangentielle ; accélération normale** :



Soit le repère de Frenet (repère local)

$R(M;\overrightarrow{u_t};\overrightarrow{u_N})$

Avec : $\overrightarrow{u_t}$: vecteur unitaire tangent à la trajectoire.

$\overrightarrow{u_N}$: vecteur unitaire normale (perpendiculaire à $\overrightarrow{u_t}$)

$\Rightarrow$ En tout point le vecteur vitesse est tangent à la trajectoire donc porté par $\overrightarrow{u_t}$: $\boxed{\vec{V} = V.\overrightarrow{u_t}}$

Le vecteur accélération $\vec{a}$ peut être décomposé dans ce repère $\boxed{\vec{a} = a_t\overrightarrow{u_t} + a_N\overrightarrow{u_N}}$

$$\begin{cases} a_t : \text{ accélération tangentielle} \\ a_N : \text{ accélération normale} \end{cases}$$

$$\boxed{a_t = \frac{dv}{dt}}$$

$$\underbrace{\boxed{a_N = \frac{V^2}{R_c}}}_{m.s^{-2}} \quad \text{avec} \begin{cases} \text{v : vitesse en M(m.s}^{-1}\text{)} \\ \text{R}_\text{C} \text{ : rayon de la courbure (m)} \end{cases}$$

Remarque : Au point S : sommet d'une trajectoire parabolique $\vec{V} \perp \vec{a}$.

$\Rightarrow \boxed{\overrightarrow{a_t} = \vec{0}}$ et $\boxed{\|\vec{a}\| = \|\overrightarrow{a_N}\|}$

ÉNONCÉS

1 Dans un repère orthonormé $(o,\vec{i},\vec{j})$ le vecteur accélération est $\vec{a}=-4\vec{j}$. A l'instant de date t_1 = 1s le mobile passe par le point M_1 (6m , 12m) avec la vitesse $\vec{v}_1 = 3\vec{i} + 2\vec{j}$.

1) Déterminer à un instant t quelconque, le vecteur vitesse et le vecteur position.
2) Etablir l'équation de la trajectoire dans le repère $(o,\vec{i},\vec{j})$.
3) a- Déterminer les coordonnés du sommet S de la trajectoire.
   b- A quel instant t_s passe le mobile par le point S ?
   c- Déterminer le vecteur $\vec{v}_s$ du mobile au point S.
   d- Représenter l'allure de la trajectoire.
4) a- Déterminer les composantes tangentielle et normale de l'accélération à l'instant t_s.
   b- En déduire le rayon de courbure de la trajectoire à l'instant t_s.

2 Un mobile M en mouvement dans un plan rapporté au repère $(o,\vec{i},\vec{j})$ est tel que son vecteur
vitesse est $\vec{V} = 2.\vec{i} + (2t-3).\vec{j}$ est qu'à la date $\mathbf{t_1} = \mathbf{1}$ s le vecteur espace est $\overrightarrow{OM}_1 = 2.\vec{i} - 3.\vec{j}$.

1) Etablir l'équation de la trajectoire.
2) a- Déterminer la date t_2 à la quelle le vecteur vitesse est perpendiculaire au vecteur accélération.
   b- Déduire alors les coordonnées du point M_2 à cette date.
   c- Déterminer les composantes normale et tangentielle du vecteur accélération.
   Déduire le rayon de courbure de la trajectoire à la date t_2.

3 Dans un repère orthonormé R $(o,\vec{i},\vec{j})$ tel que $\vec{j}$ ascendant un mobile effectue un mouvement d'accélération $\vec{a}=-10\vec{j}$. A la date t = 0 s, i il part du point O à la vitesse $\vec{v}_0 = 10\vec{i} + 5\vec{j}$.

1) Trouver l'expression du vecteur vitesse instantanée $\vec{v}$.
2) Déterminer l'expression du vecteur espace $\overrightarrow{OM}$ et déduire les lois horaires du mouvement.
3) a- Montrer que la trajectoire coupe l'axe OX en un point B de coordonnées (10,0).
   b- Tracer l'allure de la trajectoire.
   c- Déterminer les caractéristiques du vecteur vitesse au point B.

d- Déterminer la composante normale et la composante tangentielle en ce point. Déduire le rayon de courbure de la trajectoire.

4

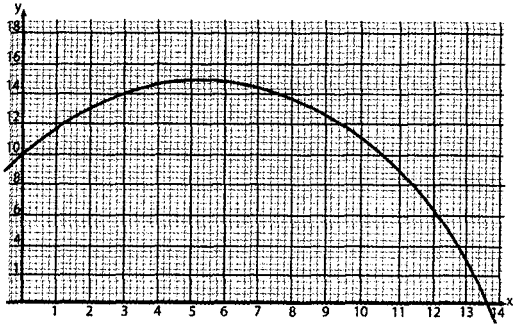
Un mobile se déplace dans un plan vertical. Il est repéré par ses coordonnées x et y relativement à un repère orthonormé $R(o,\vec{i},\vec{j})$. Son vecteur accélération est constant $\vec{a}=-10\vec{j}$. Le mouvement débite à t = 0s. A cette date, il occupe le point M_0 (O,10) avec le vitesse $\vec{v}_0 = 5\ \vec{i} + 10\ \vec{j}$.

1) a- Former les équations horaires du mouvement.

b- En déduire l'équation cartésienne de la trajectoire.

c- La trajectoire est représentée par la figure précédente.

Vérifier par un calcul les coordonnées du sommet S de la trajectoire.



2) a- A quelle date le mobile passera t il par le sommet S de la trajectoire et avec quelle vitesse.

b- En déduire le rayon de courbure de la trajectoire au sommet S de la trajectoire.

3) a- A quelle date le mobile passera t il par le point P intersection de la trajectoire avec l'axe des abscisses ?

b- Calculer l'abscisse x_p de ce point.

c- Donner les caractéristiques du vecteur vitesse en ce point.

5

Un mobile M effectue un mouvement dans un plan (o x y) muni d'un repère $R\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$.

Le mouvement débute l'origine des dates, les lois horaires du mouvement sont $\begin{cases} x = 2t \\ y = 4t(t-1) \end{cases}$

1) a- Etablir l'équation cartésienne de la trajectoire.

b- La représenter entre les instants t = 0s et t = 2s.

Echelle 1 cm : correspond à 1 m.

2) Donner l'expression du vecteur vitesse $\vec{V}_M$ et celle du vecteur accélération $\vec{a}_M$.

3) a- Déterminer l'expression du vecteur vitesse $\vec{V}_S$ au point S : sommet de la trajectoire.

b- Déduire l'accélération tangentielle a_t ; l'accélération normale a_N et le rayon de courbure R_s au point S.

4) A l'instant t = 1 s le mobile passe par le point A (x_A , y_A) avec une vitesse $\vec{V}_A$.

a- Donner les coordonnées du point A.

b- Déterminer l'expression du vecteur vitesse $\vec{V}_A$.

c- Représenter sans échelle :

- $\vec{V}_A$; $\vec{a}_A$: vecteur accélération au point A.
- $\vec{a}_t$ (A) : vecteur accélération tangentielle au point A.
- $\vec{a}_N$ (A) : vecteur accélération normale au point A.

d- Déterminer l'angle α entre $\vec{V}_A$ et la verticale.

e- En déduire les composantes normale et tangentielle de l'accélération au point A et le rayon de courbure R_A

6 I / Un mobile M effectué un mouvement dans un plan (o x y) muni d'un repère R $(o,\vec{i},\vec{j})$.

A l'origine des dates le mobile passe par le point M_0 ($x_0 = 0$, $y_0 = 10$ m) avec une vitesse $\vec{V}_0 = 5\vec{i} + 10\vec{j}$ le vecteur accélération du mobile est $\vec{a} = -10\vec{j}$.

1) Etablir l'équation de la trajectoire.
2) a- Déterminer les coordonnées des points P et S:

* P : intersection de la trajectoire avec l'axe des abscisses.
* S : le sommet de la trajectoire.

b- Représenter la trajectoire
(échelle : 1 cm ↔ 1 m sur l'axe des abscisses)
(1 cm ↔ 2 m sur l'axe des ordonnées)

Représenter le vecteur accélération (sans échelle) au points P et S.

3) Le rayon de courbure de la trajectoire au point P est $R_P = 117$ m.

En déduire les valeurs des composantes normales $\vec{a}_n$ et tangentielle $\vec{a}_t$ au point P.

CORRIGÉS

1 1) $\vec{a} = -4\vec{j} \Rightarrow \vec{a}\begin{pmatrix} a_x = 0 \\ a_y = -4 \end{pmatrix}$

A l'instant $t_1 = 1s \Rightarrow \overrightarrow{OM_1}\begin{pmatrix} x_1 = 6 \\ y_1 = 12m \end{pmatrix}$; $\vec{V_1}\begin{pmatrix} V_{1_x} = 3 \\ V_{1_y} = 2 \end{pmatrix}$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \Rightarrow \vec{V} = \int \vec{a}dt \Rightarrow \vec{V}\begin{pmatrix} V_x = C_1 \\ V_y = -4t + C_2 \end{pmatrix}$$

A t_1 ; $\vec{V_1} = \int \vec{a}dt \Rightarrow \vec{V_1}\begin{pmatrix} V_{1m} = C_1 = 3 \\ V_{1y} = -4 + C_2 = 2 \Rightarrow C_2 = 6 \end{pmatrix}$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{V}\begin{pmatrix} V_x = 3 \\ V_y = -4t + 6 \end{pmatrix}}$$

$$\vec{V} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} \Rightarrow \overrightarrow{OM} = \int \vec{V}dt \Rightarrow \overrightarrow{OM}\begin{pmatrix} x = \int V_x = 3t + C_3 \\ y = \int V_y = -2t^2 + 6t + C_4 \end{pmatrix}$$

A $t_1 = 1s \Rightarrow \overrightarrow{OM_1}\begin{pmatrix} x_1 = 3 + C_3 = 6 \Rightarrow C_3 = 3 \\ y_1 = -2 + 6 + C_4 = 12 \Rightarrow C_4 = 8 \end{pmatrix}$

$$\boxed{\overrightarrow{OM}\begin{pmatrix} x = 3t + 3 \\ y = -2t^2 + 6t + 8 \end{pmatrix}}$$

2) $x = 3t + 3 \Rightarrow t = \dfrac{x-3}{3}$

$$y = -2\left(\frac{x-3}{3}\right)^2 + 6\left(\frac{x-3}{3}\right) + 8$$

$$y = -\frac{2}{9}(x^2 - 6x + 9) + 2(x-3) + 8$$

$y = -\dfrac{2}{9}x^2 + \dfrac{30}{9}x \Rightarrow \boxed{y = \dfrac{2}{9}(-x^2 + 15x)}$ Trajectoire parabolique.

3) a- Au point sommet $\dfrac{dy}{dx} = 0$

$$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{2}{9}(-2x+15) = 0 \;\Rightarrow x_s = \frac{15}{2} = 7,5m$$

$$y_s = \frac{2}{9}(-x_s{}^2 + 15x_s) \;\Rightarrow y_s = 37,5m$$

$$\Rightarrow \boxed{s(x_s = 7,5m;\; y_s = 37,5\text{m}}$$

b- $x_s = 3t_s + 3 \;\Rightarrow\; \text{t}_s = \dfrac{x_s - 3}{3} \Rightarrow t_3 = 1,5s$

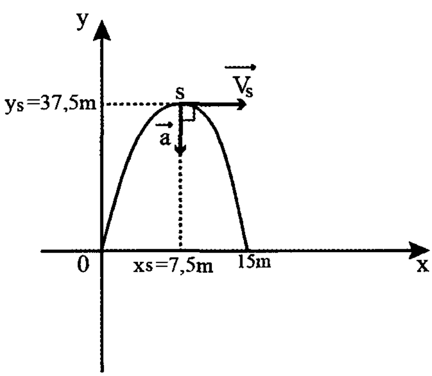
c- $\overrightarrow{V_s} = \overrightarrow{V}_{(t_s)} \Rightarrow \overrightarrow{V_s}\begin{pmatrix} V_{sx} = 3 \\ V_{sy} = -4t_s + 6 = 0 \end{pmatrix}$

$$\boxed{\overrightarrow{V_s}\begin{pmatrix} V_{sx} = 3 \\ V_{sy} = 0 \end{pmatrix}}$$

d-

x	0		$\frac{15}{2}$		15
$\frac{dy}{dx}$		+	0	-	
x	0	↗	37,5	↘	0

D'où l'allure de la trajectoire parabolique



4) a- Au point sommet S :

$\overrightarrow{V_s} = 3\vec{i}$ et $\vec{a} = -4\vec{j}$

$$\left.\begin{array}{l} \Rightarrow \overrightarrow{V_s} \perp \vec{a} \\ or\ \overrightarrow{V_s} = V_s\overrightarrow{Ut} \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{\begin{array}{l} \overrightarrow{a_t} = \vec{0} \\ \overrightarrow{a_N} = \vec{a} \end{array}}$$

$$\boxed{\begin{array}{l}\left\|\overrightarrow{a_t}\right\| = 0m.s^{-2} \\ \left\|\overrightarrow{a_N}\right\| = 4m.s^{-2}\end{array}}$$

b- $\left\|\overrightarrow{a_N}\right\| = \dfrac{V^2}{R} \Rightarrow R = \dfrac{V^2}{\left\|\overrightarrow{a_N}\right\|} = \dfrac{9}{4} = 2,25m$

2

$\vec{V} = \begin{pmatrix} V_x = 2 \\ V_y = 2t-3 \end{pmatrix}$ à $t_1 = 1s \quad \Rightarrow \overrightarrow{OM_1}\begin{pmatrix} x_1 = 2 \\ y_1 = -3 \end{pmatrix}$

1) $\vec{V} = \dfrac{d\overrightarrow{OM}}{dt} \Rightarrow \overrightarrow{OM} = \int \vec{V}dt \Rightarrow \overrightarrow{OM}\begin{pmatrix} x = \int V_x dt \\ y = \int V_y dt \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{OM}\begin{pmatrix} x = 2t + C_1 \\ y = t^2 - 3t + C_2 \end{pmatrix}$ à $t_1 = 1s$; $\overrightarrow{OM_1}\begin{pmatrix} x_1 = 2 + C_1 = 2 \\ y = -2 + C_2 = -3 \end{pmatrix}$

$\Rightarrow \begin{cases} C_1 = 0 \\ C_2 = -1 \end{cases} \quad \Rightarrow \boxed{\overrightarrow{OM}\begin{pmatrix} x = 2t \\ y = t^2 - 3t - 1 \end{pmatrix}}$

$x = 2t \;\rightarrow\;$ t$=\dfrac{x}{2}$; y$=\left(\dfrac{x}{2}\right)^2 - 3\dfrac{x}{2} - 1$

$$\boxed{y = \frac{1}{4}x^2 - \frac{3}{2}x - 1}$$

2) a- $\vec{V_s} \perp \vec{a}$ au point sommet de la trajectoire parabolique

$\vec{a} = \dfrac{d\vec{V}}{dt} \Rightarrow \vec{a}\begin{pmatrix} a_x = 0 \\ a_y = 2 \end{pmatrix}$

A l'instant t_2 ; $\vec{V}\begin{pmatrix} V_x \neq 0 \\ V_y = 0 \end{pmatrix}$

$V_y = 2t_2 - 3 = 0 \Rightarrow t_2 = \dfrac{3}{2}s$; $\boxed{t_2 = 1,5s}$

b- $t_2 = 1,5s \rightarrow M_2(x_2 = 3m;\ y_2 = -3,25m)$

c-

$$\left.\begin{array}{l}\dot{a} \perp \vec{V} \\ et\ \vec{V}=V\vec{ut}\end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{\begin{array}{l}\vec{a_t}=\vec{0} \\ \vec{a_N}=\vec{a}\end{array}} \Leftrightarrow \boxed{\begin{array}{l}\left\|\vec{a_t}\right\|=0m.s^{-2} \\ \left\|\vec{a_N}\right\|=\left\|\vec{a}\right\|=2m.s^{-2}\end{array}}$$

$$\left\|\vec{a_N}\right\|=\frac{V_2^2}{R} \Rightarrow \boxed{R=\frac{V_2^2}{\left\|\vec{a_N}\right\|}} \Rightarrow R=0,5m$$

3 $\vec{a}\begin{pmatrix} a_x=0 \\ a_y=-10 \end{pmatrix}$ à t=0s ; $(x_0=0m;\ y_0=0m)$

$$\vec{V_0}\begin{pmatrix} V_{0_x}=10 \\ V_{0_y}=5 \end{pmatrix}$$

1) $\vec{a}=\dfrac{d\vec{V}}{dt} \Rightarrow \vec{V}=\int \vec{a}dt \Rightarrow \vec{V}\begin{pmatrix} V_x=10 \\ V_y=-10t+5 \end{pmatrix}$

A t=0s $\quad \vec{V}\begin{pmatrix} V_{0_x}=C_1=10 \\ V_{0_y}=C_2=5 \end{pmatrix} \Rightarrow \boxed{\vec{V}\begin{pmatrix} V_x=10 \\ V_y=-10t+5 \end{pmatrix}}$

2) $\vec{V}=\dfrac{d\overrightarrow{OM}}{dt} \Rightarrow \overrightarrow{OM}=\int \vec{V}dt \Rightarrow \overrightarrow{OM}\begin{pmatrix} x=10t+C_3 \\ y=-5t^2+5t+C_4 \end{pmatrix}$

A t=0 $\begin{cases} x_0=C_3=0 \\ y_0=C_4=0 \end{cases} \Rightarrow \boxed{\overrightarrow{OM}\begin{pmatrix} x=10t \\ y=-5t^2+5t \end{pmatrix}}$

3) a- $B(x_B=10m; y=0)$

$x_B=10t_B \Rightarrow t_B=\dfrac{x_B}{10}=1s$

$y_B=0m$

$\rightarrow$ Le mobile passe donc par le point B à l'instant t_B =1s.

b- $x=10t \rightarrow t=\dfrac{x}{10}$

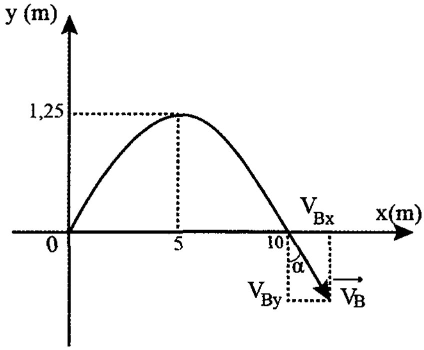
$$y=-5\left(\frac{x}{10}\right)^2+5\left(\frac{x}{10}\right)=-\frac{5}{100}x^2+\frac{5}{10}x$$

Trajectoire parabolique

$$\frac{dy}{dx} = -0,1x + 0,5 = 0 \Rightarrow x_5 = 5m; \quad y_s = 1,25m$$

x	0		5m		10
$\frac{dy}{dx}$		+	0	+	
y	0	↗	1,25	↘	0

L'allure de la trajectoire :



c- Le mobile passe par B à $t_B = 1s$

$$\overrightarrow{V_B}\begin{pmatrix} V_{Bx} = 10 \\ V_{By} = -5 \end{pmatrix}$$

$$\left\|\overrightarrow{V_B}\right\| = \sqrt{V_{Bx}^{\ 2} + V_{By}^{\ 2}} = 11,18m.s^{-1}$$

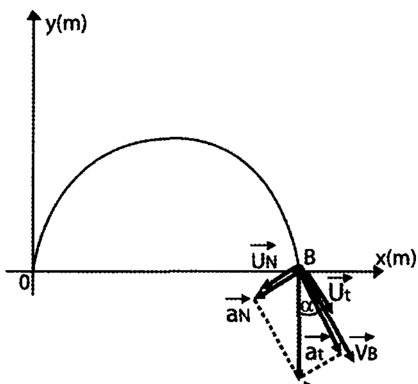
Soit

$$\alpha = (\overrightarrow{V_B}, \overrightarrow{V_{By}}) : \ \mathrm{tg}\alpha = \frac{|V_{Bx}|}{|V_{By}|} = 0,5$$

$$\rightarrow \alpha = 26,5°$$

d- $\overrightarrow{V_B} = V_B \overrightarrow{ut}$

$$\vec{a} = a_t \overrightarrow{ut} + a_N \overrightarrow{un}$$



Avec
$$\begin{cases} \left\|\overrightarrow{a_t}\right\| = \left\|\vec{a}\right\| \cos\alpha \\ \left\|\overrightarrow{a_n}\right\| = \left\|\vec{a}\right\| \sin\alpha \end{cases}$$

Soit $\begin{cases} \left\|\overrightarrow{a_t}\right\| = 8,94 m.s^{-2} \\ \left\|\overrightarrow{a_n}\right\| = 4,64 m.s^{-2} \end{cases}$

4

1) a- $\vec{a}\begin{bmatrix} a_x = 0 \\ a_y = -10 \end{bmatrix}$ à t=0 ; $x_0 = 0m;\ y_0 = 10m$

$\overrightarrow{V_0}\begin{pmatrix} V_{0x} = 5 \\ V_{0y} = 10 \end{pmatrix}$

$\vec{a} = \dfrac{d\vec{V}}{dt} \rightarrow \vec{V} = \int \vec{a}dt \Rightarrow \boxed{\vec{V}\begin{pmatrix} V_x = C_1 \\ V_y = -10t + 10 \end{pmatrix}}$

$\vec{V} = \dfrac{d\overrightarrow{OM}}{dt} \rightarrow \overrightarrow{OM} = \int \vec{V}dt \Rightarrow \overrightarrow{OM}\begin{pmatrix} x = 5t + C_3 \\ y = -5t^2 + 10t \end{pmatrix}$

A $t = 0$ $\begin{vmatrix} x_0 = C_3 = 0 \\ y_0 = C_4 = 10 \end{vmatrix} \Rightarrow \boxed{\overrightarrow{OM}\begin{pmatrix} x = 5t + C_3 \\ y = -5t^2 + 10t \end{pmatrix}}$

b- $t = \dfrac{x}{5} \rightarrow y = -5\left(\dfrac{x}{2}\right)^2 + 10\left(\dfrac{x}{5}\right)$

$\boxed{y = -\dfrac{1}{5}x^2 + 2x + 10}$ Trajectoire parabolique

c- $\dfrac{dy}{dx} = -\dfrac{2}{5}x + 2$

$\dfrac{dy}{dx} = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_s = 5m \\ y_s = 15m \end{cases}$

$\Rightarrow \boxed{S(x_s = 5m;\ y_s = 15m)}$

2) a- $x_s = 5t_s \Rightarrow t_s = 1s$

$\overrightarrow{V_s} = \begin{pmatrix} V_{sx} = 5 \\ V_{sy} = 0 \end{pmatrix}$

b- $\vec{a}\begin{pmatrix} a_x = 0 \\ a_y = 0 \end{pmatrix}$

$$\left.\begin{matrix} \vec{a} \perp \vec{V_s} \\ \overrightarrow{V_B} = V_s.\overrightarrow{U_t} \end{matrix}\right\} \Rightarrow \boxed{\begin{matrix} \vec{a} = \overrightarrow{a_N} \\ \overrightarrow{a_t} = \vec{0} \end{matrix}}$$

$$\Rightarrow \left\|\overrightarrow{a_N}\right\| = \left\|\vec{a}\right\| = \frac{V_s^{\ 2}}{R} \Rightarrow \boxed{R_s = \frac{V_s^2}{\left\|\overrightarrow{a_N}\right\|}}$$

$R_s = 2,5m$

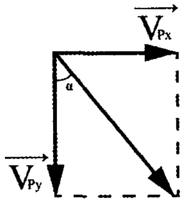
3) a- $P(x_p; y_p = 0)$

$$\rightarrow -5t_p^{\ 2} + 10t_p + 10 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t_p = 2,73s > 0 \\ ou \\ t_p = -0,73s < 0 \text{ à rejeter} \end{cases}$$

$\Rightarrow \boxed{t_p = 2,73s}$

b- $x_p = 5t_p = 13,65m$

c- $\overrightarrow{V_p}\begin{pmatrix} V_{px} = 5 \\ V_{py} = -17,3 \end{pmatrix}$



$\left\|\overrightarrow{V_p}\right\| = \sqrt{V_{px}^{\ 2} + V_{py}^{\ 2}} = 18m.s^{-1}$

Soit $\alpha = (\widehat{\overrightarrow{V_p}, \overrightarrow{V_{py}}})$

$$tg\alpha = \frac{|V_{px}|}{|V_{py}|} \Rightarrow \alpha = 16°$$

5

$$\begin{cases} x = 2t \\ y = 4t(t-21) \end{cases}$$

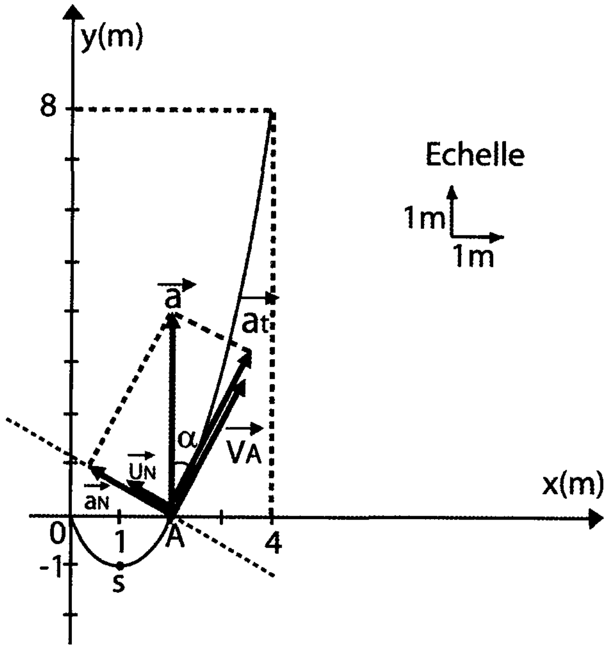
1) a- $t = \dfrac{x}{2}$; $\quad y = 4\left(\dfrac{x}{2}\right)\left(\dfrac{x}{2} - 1\right)$

$\Rightarrow \boxed{y = x^2 - 2x}$ Trajectoire parabolique b- $\dfrac{dy}{dx} = 2x - 2; \qquad \dfrac{dy}{dx} = 0 \Rightarrow x = 1$

x	0		1		2	4
$\dfrac{dy}{dx}$		-	0	+		
y	0	$\searrow$	$\boxed{-1}$	$\nearrow$		8

A t=0s $\Rightarrow \begin{vmatrix} x_0 = 0m \\ y_0 = 0m \end{vmatrix}$

A t=2s $\Rightarrow \begin{cases} x = 4m \\ y = 8m \end{cases}$



2) $\vec{V} = \dfrac{d\overrightarrow{OM}}{dt} \Rightarrow \vec{V} \begin{pmatrix} V_x = \dfrac{dx}{dt} = 2 \\ V_y = \dfrac{dx}{dt} = 8t - 4 \end{pmatrix}$

$\vec{a} = \dfrac{d\vec{V}}{dt} \Rightarrow \vec{a} \begin{pmatrix} a_x = \dfrac{dV_x}{dt} = 0 \\ a_y = \dfrac{dV_y}{dt} = 8 \end{pmatrix}$

3) a- $S(x_s = 1m; \ \mathrm{y}_s = -1m)$

$x_s = 2t_s \Rightarrow t_s = 0,5s$

$$\overrightarrow{V_s}\begin{pmatrix} V_{sx}=2 \\ V_{sy}=2t_s-4 \end{pmatrix} \rightarrow \boxed{\overrightarrow{V_s}\begin{pmatrix} V_{sx}=2 \\ V_{sy}=0 \end{pmatrix}}$$

b- $\vec{a}\begin{pmatrix} a_x=0 \\ a_y=8 \end{pmatrix}$; $\left|\begin{array}{l} \overrightarrow{V_s}=2\vec{i} \\ \overrightarrow{a_s}=8\vec{j} \end{array}\right. \Rightarrow \overrightarrow{V_s}\perp\vec{a}$ et $\overrightarrow{V_s}=V_s\vec{u}_t$

$$\Rightarrow \boxed{\begin{array}{l} \vec{a}=\overrightarrow{a_N} \\ \overrightarrow{a_t}=\vec{0} \end{array}}$$

$$a_N=\left\|\vec{a}\right\|=\frac{V^2}{R_C} \Rightarrow \boxed{R_C=\frac{V^2}{\left\|\vec{a}\right\|}}\ R_C=0,5m$$

4) a- t=1s $\Rightarrow (x_A=2m;\ y_A=0m)$

b- $\overrightarrow{V_A}\begin{pmatrix} V_{Ax}=2 \\ V_{Ay}=4 \end{pmatrix}$

c- voir figure

d- $tg\alpha=\left|\frac{V_{Ax}}{V_{Ay}}\right|=\frac{1}{2} \Rightarrow \alpha \simeq 26°$

e- $\begin{cases} a_t=\left\|\vec{a}\right\|\cos\alpha=7,19m.s^{-2} \\ a_N=\left\|\vec{a}\right\|\sin\alpha=3,5m.s^{-2} \end{cases}$

6

$\vec{a}=-10\vec{j}$; à t=0; $M_0(x_0=0m;\ y_0=10m)$

$$\overrightarrow{V_0}\begin{pmatrix} V_{ox}=5 \\ V_{oy}=10 \end{pmatrix}$$

1) $\vec{a}=\frac{d\vec{V}}{dt} \rightarrow \vec{V}=\int\vec{a}dt=\vec{V}\begin{pmatrix} V_x=C_1 \\ V_y=-10t+C_2 \end{pmatrix}$

A t = 0 ; $\overrightarrow{V_0}\begin{pmatrix} V_{0x}=5=C_1 \\ V_{0y}=C_2=10 \end{pmatrix}$

$$\boxed{\vec{V}\begin{pmatrix} V_x = 5 \\ V_y = -10t + 10 \end{pmatrix}}$$

$$\overrightarrow{OM} = \int \vec{V} dt \Rightarrow \overrightarrow{OM}\begin{pmatrix} x = 5t + C_3 \\ y = -5t^2 + 10t + C_4 \end{pmatrix}$$

A t=0 $\begin{cases} x_0 = C_3 = 0 \\ y_0 = C_4 = 10 \end{cases} \Rightarrow \boxed{\overrightarrow{OM}\begin{pmatrix} x = 5t \\ y = -5t^2 + 10t + 10 \end{pmatrix}}$

$t = \dfrac{x}{5} \Rightarrow \boxed{y = -\dfrac{1}{5}x^2 + 2x + 10}$ trajectoire parabolique

2) a- $P(x_p; y_p) \in$ trajectoire

$$y = 0 \Rightarrow -\frac{1}{5}x^2 + 2x + 10 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_p = 13,66m = x_1 \\ ou \\ x_p = -3,66m = x_2 \end{cases}$$

$t_{p1} = \dfrac{x_{p1}}{5} > 0$ à accepter

$t_{p2} = \dfrac{x_{p2}}{5} < 0$ à rejeter car le mouvement débute à t=0

$\Rightarrow \boxed{P(x_p = 13,66m;\ y_p = 0)}$

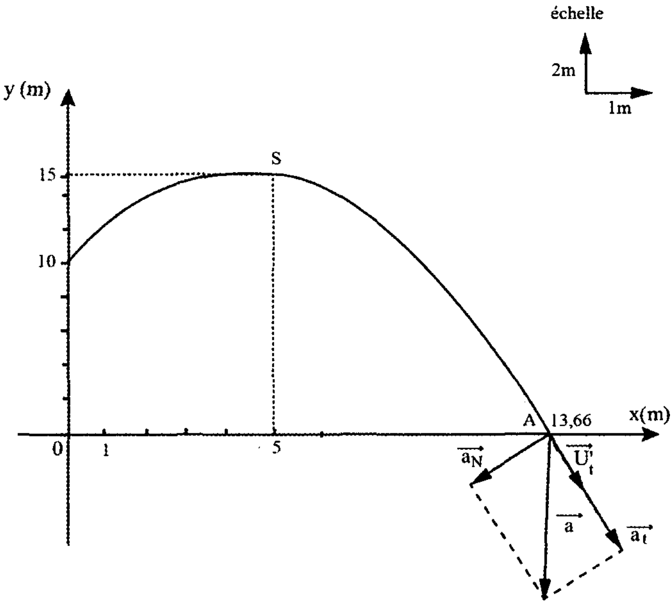
S : sommet de la trajectoire

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{2}{5}x + 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_s = 5m \\ y_s = 15m \end{cases}$$

$S(x_s = 5m;\ y_s = 15m)$

b- $\vec{a}\begin{pmatrix} 0 \\ -10 \end{pmatrix}$

x	0		5		13,66
$\frac{dy}{dx}$		+		-	
y	10	↗	15	↘	0



3) $R_p = 117m$

$$\boxed{a_N = \frac{V_p^{\ 2}}{R_p}}$$

$$x_p = 5t_p \Rightarrow t_p = 1+\sqrt{3} = 2,73s$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{V_p}\begin{pmatrix} V_{px} = 5 \\ V_{py} = -17,3 \end{pmatrix}$$

$$\left\|\overrightarrow{V_p}\right\| = \sqrt{V_{px}^{\ 2} + V_{py}^{\ 2}} = 18m.s^{-1}$$

$$a_N = \frac{V_p^{\ 2}}{R_p} \Rightarrow \boxed{a_N = 2,77m.s^{-2}}$$

$$\left\|\vec{a}\right\| = \sqrt{a_t^{\ 2} + a_N^{\ 2}} \Rightarrow a_t = \sqrt{a^2 - a_N^{\ 2}}$$

I) $a_t = \sqrt{100 - 7,67} \Rightarrow a_t = 9,6m.s^{-2}$

MOUVEMENT RECTILIGNE

- Un mobile est animé d'un mouvement rectiligne si sa trajectoire est une droite (ou un segment de droite).

Pour l'étude d'un tel mouvement il est commode de choisir un repère d'espace linéaire $R(o,\vec{i})$.

$$\overrightarrow{OM} = x\vec{i}$$

$$\vec{V} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = V\vec{i}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = a\vec{i}$$

- Les vecteurs, position ; vitesse et accélération sont colinéaires de même direction que le mouvement.

$$\boxed{\overrightarrow{OM} = x\vec{i}} \underset{primitive}{\overset{dérivée}{\rightleftarrows}} \boxed{\vec{V} = V\vec{i}} \underset{primitive}{\overset{dérivée}{\rightleftarrows}} \boxed{\vec{a} = a\vec{i}}$$

X ; V et a sont des grandeurs algébriques.

- Mouvement rectiligne uniforme :

Un mouvement rectiligne est dit uniforme si son vecteur vitesse reste constant au cours du mouvement (garde la même valeur ; la même direction et le même sens).

$$\boxed{\begin{array}{l} \vec{V} = \overrightarrow{cte} \\ \vec{a} = \dfrac{d\vec{V}}{dt} = \vec{0} \\ \overrightarrow{OM} = x\vec{i} \end{array}}$$

Avec x(t) : loi horaire du mouvement $\boxed{\underbrace{x}_{m} = \underbrace{V}_{m.s^{-1}}\underbrace{t}_{s} + \underbrace{x_0}_{m}}$

$$\begin{cases} x : abcisse \text{ du mobile à l'instant (t)} \\ x_0 : l'abcisse \text{ du mobile à l'origine des dates} \end{cases}$$

Mouvement rectiligne uniformément varié :

Un mouvement rectiligne est dit uniformément varié. Si son vecteur accélération est constant : $\vec{a} = \overrightarrow{cte}$

(garde la même valeur ; la même direction et le même sens)

$$\boxed{\begin{array}{l} \vec{a} = \overrightarrow{cte} \\ \vec{V} = V.\vec{i} \\ \overrightarrow{OM} = x\vec{i} \end{array}}$$

Avec $\boxed{V = at + V_0}$

Vitesse à l'instant t — vitesse à l'origine des dates.

$\boxed{x = \frac{1}{2}at^2 + V_0 t + x_0}$ loi horaire du mouvement

$$\begin{cases} x : \text{ abcisse à l'instant t (m)} \\ a : \text{ accélération (m.s}^{-2}\text{)} \\ V_0 : \text{ vitesse à l'origine des dates (m.s}^{-1}\text{)} \\ x_0 : \text{ abcisse à l'origine à l'origine des dates (m)} \end{cases}$$

- Un mouvement rectiligne est uniformément accéléré si les vecteurs vitesse $\vec{V}$ et accélération $\vec{a}$ sont de même se ns $\Rightarrow a.V > 0$.
- Un mouvement rectiligne est uniformément retardé (ou décéléré) si $\vec{a}$ et $\vec{V}$ sont de sens opposé $\Rightarrow a.V < 0$.
- Relation indépendante du temps.

A l'instant t_1 ; le mobile se trouve au point M_1 d'abscisse x_1 avec une vitesse V_1.

A l'instant t_2 le mobile se trouve au point M_2 d'abscisse x_2 avec une vitesse V_2.

$$\boxed{V_2^2 - V_1^2 = 2a(x_2 - x_1)}$$

- Un corps en chute libre effectue un mouvement rectiligne uniformément varié avec une accélération.

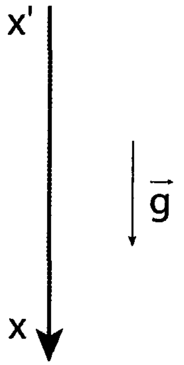
$\vec{a} = \vec{g}$

$\Rightarrow \vec{a} = \vec{g} = \overrightarrow{Cte}$

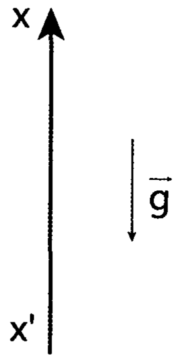
$\vec{V} = V.\vec{i}$ avec $\boxed{V = gt + V_0}$

$\overrightarrow{OM} = x\vec{i}$ avec $\boxed{x = \frac{1}{2}gt^2 + V_0t + x_0}$ Loi horaire de mouvement.

$V_2^2 - V_1^2 = 2g(x_2 - x_1)$



$g = \|\vec{g}\| > 0$



$g = -\|\vec{g}\| < 0$

ÉNONCÉS

1

L'accélération d'un mobile en mouvement rectiligne est $a = 8m.s^{-1}$. A l'instant t=0s sa vitesse est $V_0 = -5m.s^{-1}$ et son élongation est $x_0 = 1m$.

1) Etablir l'équation horaire du mouvement.
2) Déterminer les différentes phases du mouvement ?
3) Quelle est l'élongation du mobile lorsque sa vitesse s'annule ?

2

I) Un mobile M en mouvement sur un axe $x'x$ son accélération est constante.

*A l'instant $t_1 = 2s$ il se trouve au point d'abscisse $x_1 = 5m$; avec une vitesse $V_1 = 4m.s^{-1}$.

*A l'instant $t_2 = 5s$ il se trouve au point d'abscisse $x_2 = 35m$; avec une vitesse $V_2 = 16m.s^{-1}$.

1) Déterminer l'accélération du mouvement.
2) Déterminer la vitesse V_0 et l'abscisse x_0 à l'instant t=0.
3) Etablir l'équation horaire du mouvement.
4) Quelles sont les différentes phases du mouvement ?

II) Un second mobile P se déplace sur le même axe d'un mouvement uniforme. Aux instants $t_1 = 2s$ et $t_2 = 5s$, il, se trouve aux points d'abscisses respectives $x_1^1 = 71m$; $x_2^{'} = 57,5m$.

Déterminer l'équation horaire du mobile P.

III) A quel instant les deux mobiles se croisent-ils ?

3

I) Un mobile M est en mouvement sur un axe $x'x$ se trouve à l'instant t=0s en un point O de cet axe.

Ce point sera pris comme origine des espaces.

A l'instant t=0s sa vitesse est $V_0 = 6m.s^{-1}$, son accélération est $a = -2m.s^{-2}$ et reste constante dans l'intervalle [0s ; 10s].

1) Etablir l'équation horaire du mouvement.
2) Quelles sont les différentes phases de son mouvement ?

3) Quelle est la distance parcourue par le mobile entre les instants t=0s et t=10s ?

4) Quelle est la valeur de la vitesse du mobile.

a- A l'instant t=4s.

b- Au point d'abscisse x=-7m.

II) Un second mobile P décrit le même axe d'un mouvement uniforme avec une vitesse $V_p = 3ms$. A la date t=0s ; P se trouve au point d'abscisse 2m.

1) Etablir l'équation horaire du mouvement de P.

2) A quelles dates se font les rencontres des mobiles M et P ?

4

Un mobile M est en mouvement rectiligne sur un axe horizontal muni d'un repère $(o,\vec{i})$.

Il possède une accélération constante $a = 2m.s^{-2}$.

A la date $t_0 = 0s$, sa vitesse est $V_0 = 4m.s^{-1}$ et son abscisse est $X_0 = -6m$.

1) a- Ecrire l'équation horaire du mouvement de M.

b-Déduire l'expression de sa vitesse.

c-Quelle est la nature de son mouvement à $t_0 = 0s$ (accéléré, retardé, uniforme). Justifier.

2) a-Montrer que le mouvement de M comporte deux phases.

b-En déduire l'abscisse de M lorsque sa vitesse est nulle.

3) Calculer la distance parcourue par M lorsque sa vitesse est $V_1 = -3m.s^{-1}$.

4) A la date t'=1s, un deuxième mobile M' part d'un point d'abscisse X'=7m avec un mouvement rectiligne uniforme de vitesse $V' = 4m.s^{-1}$.

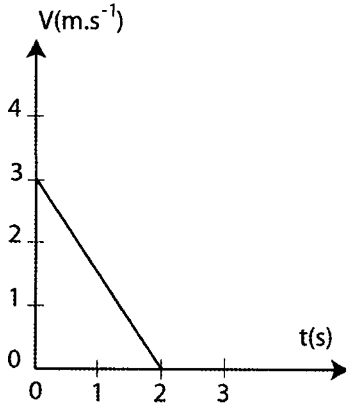
a- Ecrire l'équation horaire du mouvement de M' en fonction du temps t.

b- b1) Déterminer la date de rencontre des deux mobiles.

b2) En déduire l'abscisse et la vitesse de chaque mobile à la rencontre.

5

Un point mobile M est animé d'un mouvement rectiligne dont le diagramme de vitesse est donné par le graphe de la figure ci-contre. Le mouvement du point M est rapporté à un repère $(o,\vec{i})$.



1) a- Déterminer à partir du graphe l'expression de la vitesse v en fonction du temps.

b- Déduire la valeur de l'accélération a ainsi que la nature du mouvement.

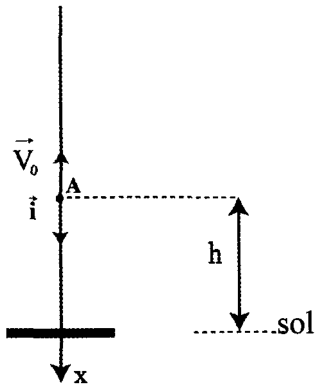
2) Préciser les phases du mouvement.

3) a- Etablir la loi horaire du mouvement sachant qu'à la date t=0s, le mobile M part du point o.

b- Quelle est la distance parcourue par ce mobile entre les instants $t_1 = 0s$ et $t_2 = 4s$.

6

Une bille est lancée verticalement vers le haut, à un instant pris comme origine des dates, à partir d'un point A situé à la distance h du sol, avec une vitesse initiale de valeur $\|\overrightarrow{V_0}\| = 20 m.s^{-1}$



La résistance de l'air est négligeable et la bille n'est soumise qu'à son poids.

1) Etablir l'équation horaire x=f(t) du mouvement de la bille dans le repère $(A,\vec{i})$. $\vec{i}$ vecteur unitaire dirigé vers le bas.

2) Montrer que le mouvement comporte deux phases et préciser à quel instant commence la deuxième phase.

3) Sachant que la bille atteint le sol à l'instant de date t=5s, déterminer h.

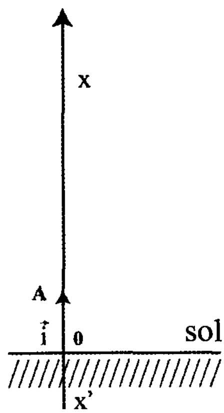
4) Déterminer la hauteur maximale (par rapport au sol) atteinte par la bille.

5) Déterminer la valeur algébrique de la vitesse de la bille quand elle arrive au sol.

On donne $\|\vec{g}\| = 10 m.s^{-2}$

7

1) D'un point A situé à 20m du sol on lance verticalement vers le haut une bille M_1 avec une vitesse $\|\overrightarrow{V_0}\| = 8 m.s^{-1}$ à l'instant t=0.



a- Ecrire l'équation horaire de la bille M_1 dans le repère $(o,\vec{i})$.

b- Quelle est l'abscisse du point le plus haut atteint par la bille M_1 ?

En déduire la distance parcourue par la bille jusqu'à son arrivée au sol.

2) Deux secondes après le départ de la bille M_1 et d'un point B situé à une hauteur h_B du sol on lâche une deuxième bille M_2 sans vitesse initiale.

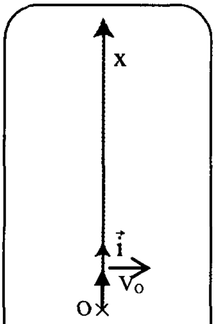
a- Ecrire l'équation horaire de M_2 en fonction de h_B dans le même repère espace-temps.

b- Déterminer h_B pour que les deux billes arrivent au sol au même instant.

c- Déterminer la vitesse de chacune de ces billes à l'arrivée au sol.

8

Un solide © assimilable à un point matériel est lancée verticalement vers le haut à partir d'un point O, avec une vitesse initiale $\vec{v_0}$. (Voir figure)



Figure

L'origine des dates est choisie à l'instant auquel la bille est lancée du point O.
A l'aide d'un capteur lié à un système d'acquisition adéquat on peut mesurer la vitesse instantanée de la bille au passage par la position M d'abscisse OM=x
Plusieurs mesures sont réalisées, dont les résultats sont fournis par le tableau suivant :

X(m)	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
$V(m.s^{-1})$	4	3,75	3,47	3,17	2,83	2,45
$V^2(m^2.s^{-2})$						

a- Tracer la courbe $v^2=f(x)$.

b- Déduire que $v^2=Ax+B$ avec A et B deux constante que l'on détermine les valeurs.

c- Déterminer la nature de mouvement de la bille.

d- En déduire la valeur algébrique de l'accélération du mouvement.

e- Etablir la loi horaire du mouvement.

f- Déterminer graphiquement à quelle hauteur maximale s'élève la bille puis calculer la date de passage par ce point.

CORRIGÉS

1

1) $a = 8 m.s^{-2} = C^{te}$; il s'agit donc d'un mouvement rectiligne uniformément varié.

L'équation horaire s'écrit :

$$x = \frac{1}{2}at^2 + V_0 t + x_0$$

$$\boxed{x = 4t^2 - 5t + 1}$$

2) $\vec{V} = V\vec{i}$ avec $V = at + V_0$

$$V = 0 \Rightarrow 8t - 5 = 0 \Rightarrow t = \frac{5}{8}s$$

$$\boxed{V = 8t - 5}$$

t		5/8	
Signe de v	-	0	+
Signe de a	+		+
Signe de a.v	-		+
Nature du mouvement	Mouvement rectiligne uniformément retardé		Mouvement rectiligne uniformément accéléré

Donc $t \in \left[0, \frac{5}{8}s\right[$: Mouvement rectiligne uniformément retardé.

$t > \frac{5}{8}s$: Mouvement rectiligne uniformément accéléré.

3) La vitesse s'annule à $t = \frac{5}{8}s$.

$$x = 4\left(\frac{5}{8}\right)^2 - 5\left(\frac{5}{8}\right) + 1 = -0,56m$$

2 **I) 1)** $a = C^{te} \neq 0 \Rightarrow$ **Mouvement rectiligne uniformément varié.**

A $t_1 = 2s \begin{cases} x_1 = 5m \\ V_1 = 4m.s^{-1} \end{cases}$

A $t_2 = 5s \begin{cases} x_2 = 35m \\ V_2 = 16m.s^{-1} \end{cases}$

Relation indépendante du temps :

$$V_2^2 - V_1^2 = 2a(x_2 - x_1) \Rightarrow \boxed{a = \frac{V_2^2 - V_1^2}{2(x_2 - x_1)}}$$

$$a = \frac{16^2 - 4^2}{2(35-5)} = 4m.s^{-2}$$

2) A $t = 0$; $V=V_0$

Or $V=at+V_0 \Rightarrow V_1 = at_1 + V_0$

Soit $\boxed{V_0 = V_1 - at_1}$; $V_0 = -4m.s^{-1}$

$$x = \frac{1}{2}at^2 + V_0t + x_0$$

$$x_1 = \frac{1}{2}at_1^2 + V_0t_1 + x_0 \Rightarrow \boxed{x_0 = x_1 - \frac{1}{2}at_1^2 - V_0t_1}$$

$$x_0 = 5m$$

3) Equation horaire : $x = \frac{1}{2}at^2 + V_0t + x_0$

$\boxed{x = 2t^2 - 4t + 5}$

4) $V = at + V_0 = 4t - 4$

$V = 0 \Rightarrow 4t - 4 = 0 \Rightarrow t = 1s$

t	0	1
Signe de v	-	0 +
Signe de a	+	+
Signe de av.	-	+
Nature du mouvement	accéléré	retardé

II) Mouvement rectiligne uniforme.

A $t_1 = 2s$; $x'_1 = 71m$

A $t_2 = 5s$; $x'_2 = 57,5m$

Loi horaire du mouvement : $x = Vt + x_0$

$$\begin{cases} ① & x_1 = Vt_1 + x_0 \\ ② & x_2 = Vt_2 + x_0 \\ ②-① & \Rightarrow x_2 - x_1 = V(t_2 - t_1) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \boxed{V = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}}$$

$V = -4,5 m.s^{-1}$

① $\Rightarrow x_0 = x_1 - Vt_1 = 80m$

$\Rightarrow \boxed{x' = -4,5t + 80}$

III) Les deux mobiles se croisent lorsque x=x' $(\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OM'})$

$2t^2 - 4t + 5 = -4,5t + 80$

$\Rightarrow 2t^2 + 0,5t - 75 = 0$

$t = -6,25s < 0$ à rejeter

t=6s à accepter

Les deux mobiles se croisent à l'instant t=6s.

3

1) $a = C^{te} \neq 0 \Rightarrow$ Mouvement rectiligne uniformément varié.

$x = \frac{1}{2}at^2 + V_0t + x_0 \Rightarrow \boxed{x = -t^2 + 6t}$

2) $V = at + V_0 \Rightarrow V = -2t + 6$

$V = 0 \Rightarrow t = 3s$

t	0	3	10
Signe de v	+	0	-
Signe de a	-		-
Signe de av.	-		+

D'où $[0, 3s[$: Mouvement rectiligne uniformément retardé.

Entre $]3s; 10s]$: Mouvement rectiligne uniformément accéléré.

3) $d = d_1 + d_2$

Avec d_1 : distance parcourue par le mobile entre t=0s et t=3s.

d_2 : distance parcourue par le mobile entre t=3s et t=10s.

A t=0 ; $x_0 = 0m$

A $t_1 = 3s$; $x_1 = -t_1^2 + 6t = 9m$

A $t_2 = 10s$; $x_2 = -t_2^2 + 6t_2 = -40m$

$d = d_1 + d_2 = | x_2 - x_1 | + | x_1 - x_0 |$

=49+9=58m

4) <u>*1ère méthode*</u> : x=-7m

$\rightarrow -t^2+6t=7 \Rightarrow \begin{cases} t = 1s \notin [0,10s] \\ t = 7s \in [0,10s] \end{cases}$

$V = -2t + 6 \Rightarrow V = -8m.s^{-1}$; $\left\|\vec{V}\right\| = 8m.s^{-1}$

<u>*2ème méthode*</u> : $V^2 - V_0^2 = 2a(x - x_0)$

$V = \pm\sqrt{2a(x - x_0) + V_0^2}$

$V = \pm 8m.s^{-1}$

$\Rightarrow \left\|\vec{V}\right\| = 8m.s^{-1}$

II) Le mobile P effectue un mouvement rectiligne uniforme.

1) $x_p = V_p \times t + x_0 \Rightarrow \boxed{x_p = 3t + 2}$

2) Les deux mobiles se rencontrent $x_p = x_M$

$\Rightarrow -t^2 + 6t = 3t + 2$

$\Rightarrow -t^2 + 3t - 2 = 0$

$t_1 = 1s$ et $t_2 = 2s$

Deux rencontres car t_1 et t_2 appartiennent à l'intervalle $[0,10s]$

$t_1 = 1s \Rightarrow x_M = x_p = 5m$

$t_2 = 2s \Rightarrow x_M = x_p = 8m$

4

1) a- $a = 2m.s^{-2} = constante \neq 0$: il s'agit d'un mouvement rectiligne uniformément varié.

L'équation horaire : $x = \frac{1}{2}at^2 + V_0 t + x_0$

$\boxed{x = t^2 - 4t - 6}$

b- $V = \dfrac{dx}{dt} = 2t - 4$

c- à t=0 $\begin{cases} a = 2m.s^{-2} \\ V_0 = -4m.s^{-1} \end{cases}$

$a.V_0 < 0 \Rightarrow$ i l s'agit d'un mouvement rectiligne uniformément retardé.

2) a- $V = 0 \Rightarrow 2t - 4 = 0 \Rightarrow t = 2s$

t	0	2	
Signe de v	-	0	+
Signe de a	+		+
Signe de av	-		+

Entre $[0, 2s[$: Mouvement rectiligne uniformément retardé.

Pour t>2s : Mouvement rectiligne uniformément accéléré.

b- Lorsque $V = 0 \Rightarrow t = 2s$

$x = t^2 - 4t - 6$

$x = -10m$

3) $V_1 = -3m.s^{-1} \Rightarrow 2t_1 - 4 = -3 \Rightarrow t_1 = 0,5s$

$x_1 = t_1^2 - 4t_1 - 6 = -7,75m$

Soit d : la distance parcourue par le mobile entre t=0s et t_1

$d = | x_1 - x_0 |$ avec $x_0 = -6m$

$d = | -6 + 7,75 | = 1,75m$

4) A t'=1s ; x'=7m ; $V' = 4m.s^{-1}$: mouvement uniforme.

a- L'équation horaire de M' dans le même référentiel utilisé dans les questions précédentes s'écrit :

$x = V(t-1) + x'$

$x = 4t - 4 + 7 = 4t + 3$

$\boxed{x' = 4t + 3}$

b- Rencontre des deux mobiles : x=x'

$t^2 - 4t - 6 = 4t + 3$

$\Rightarrow \boxed{t^2 - 8t - 9 = 0} \Rightarrow \begin{cases} t = -1s < 0 \text{ à rejeter} \\ t = 9s > 0 \text{ à accepter} \end{cases}$

Rencontre se fait à t=9s.

$x = x' = 39m$

$V = 2t - 4 = 14m.s^{-1}$

$$V' = \frac{dx'}{dt} = 4m.s^{-1}$$

5 1) a- $V = f(t)$ est une fonction affine décroissante.

$V = At + B$ avec

A : pente de la droite.

B : ordonné à l'origine.

$$A = \frac{0-3}{2-0} = -1,5m.s^{-2}$$

$$B = 3m.s^{-1}$$

$$\Rightarrow \boxed{V = -1,5t + 3}$$

b- $a = \dfrac{dV}{dt} = -1,5m.s^{-2} = C^{te} \neq 0$

il s'agit donc d'un mouvement rectiligne uniformément varié.

2) $V = 0 \Rightarrow -1,5t + 3 = 0 \Rightarrow t = \dfrac{2}{1,5} = 2s$

t	0		2	
Signe de v		+	0	-
Signe de a		-		-
Signe de av.		-		+

$t \in [0, 2s[$: Mouvement rectiligne uniformément retardé.

t>2s : Mouvement rectiligne uniformément accéléré.

3) a- $x = \dfrac{1}{2}at^2 + V_0 t + x_0$

$$\boxed{x = -0,75t^2 + 3t}$$

b- $d = d_1 + d_2$ avec d_1 : distance parcourue entre t=0s et $t_1 = 2s$

d_2 : distance parcourue entre $t_1 = 2s$ et $t_2 = 4s$

$t = 0;\ x_0 = 0m$

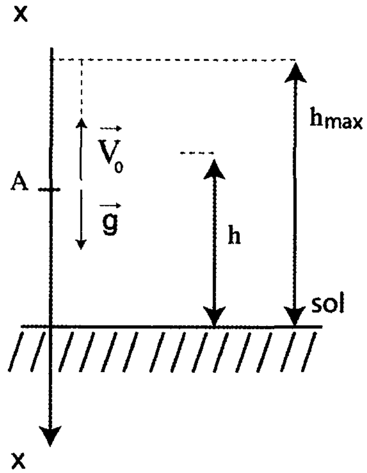
$t_1 = 2s;\ x_1 = 3m$

$t_2 = 4s;\ x_2 = 0m$

$d = |x_1 - x_0| + |x_2 - x_1|$

$= 3 + 3 = 6m$

6



1) (c) est en chute libre, il effectue donc un mouvement rectiligne uniformément varié avec une accélération $\vec{a} = \vec{g}$.

$a = g = \|\vec{g}\| = 10m.s^{-2}$

$\Rightarrow x = \frac{1}{2}gt^2 + V_0 t + x_0$ avec $V_0 = -20m.s_{-1}$

$\boxed{x = 5t^2 - 20t}$

2) $V = \frac{dx}{dt} = at + V_0 \Rightarrow V = 10t - 20$

$V = 0 \Rightarrow 10t - 20 = 0 \Rightarrow t = 2s$

t		2	
Signe de v	-	0	+
Signe de g	+		+
Signe de g.v	-		+

$t \in [0, 2s[$: Mouvement rectiligne uniformément retardé

t>2s : Mouvement rectiligne uniformément accéléré.

3) $t = 5s \Rightarrow x = 25m = h$

4) La hauteur maximale atteinte lorsque $V = 0m.s^{-1}$ donc à t=2s

$x_{max} = 5t^2 - 20t = 5(2)^2 - 20(2) = -20m$

D'où $\boxed{h_{max} = h + |x_{max}| = 45m}$

5) (c) arrive au sol à $t_s = 5s$

$V_s = 10t_s - 20 \Rightarrow V_s = 30m.s^{-1}$

7

1) a- La bille effectue un mouvement varié avec une accélération $\vec{a} = \vec{g}$.

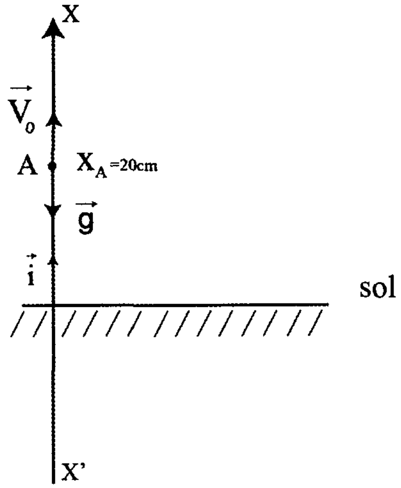
Algébriquement $a = g = -\|\vec{g}\| = -10m.s^{-2}$ l'équation horaire du mouvement s'écrit :

$x = \frac{1}{2}gt^2 + V_0 t + x_0$

Avec $V_0 = \|\overrightarrow{V_0}\| = 8m.s^{-1}$

$x_0 = x_A = 20m$

$\boxed{x = -5t^2 + 8t + 20}$



b- $V = \dfrac{dx}{dt} = gt + V_0 \Rightarrow V = -10t + 8$

Le point le plus haut est atteint lorsque $V = 0m.s^{-1}$

$\Rightarrow -10t + 8 = 0 \Rightarrow t = 0,8s$

$x_{\max} = -5t^2 + 8t + 20 = 23,2m$

$d = | x_{\max} - x_A | + | x_{\max} - x_0 |$

$= 3,2 + 23,2 = 26,4m$

Avec $d_1 = | x_{\max} - x_A |$: distance parcourue pendant la phase de monté.

$d_2 = | x_{\max} - x_0 |$: Distance parcourue pendant la phase de la descente.

2) a- La deuxième bille B_2 effectue aussi un mouvement rectiligne uniformément varié avec $a = g = -10m.s^{-2}$ dans le même repère espace-temps : l'équation horaire s'écrit.

$x_B = \dfrac{1}{2}a(t-2)^2 + V_0(t-2) + x_0$

Avec $x_0 = h_B$ et $V_0 = 0m.s^{-1}$

$\Rightarrow x_B = -5(t-2)^2 + h_B$

$= -5(t^2 - 4t + 4) + h_B$

$\boxed{x_B - 5t^2 + 20t - 20 + h_B}$

b- soit t_s : l'instant d'arrivée au sol de la première bille.

$$x_s = 0 = -5t_s^2 + 8t_s + 20 \Rightarrow \begin{cases} t_s = 2,955 \text{ à accepter} \\ ou \\ t_s = -1,35s < 0 \text{ à rejeter} \end{cases}$$

La deuxième bille arrive au sol à l'instant $t_s = 2,95s$ et on a $x_s = 0$

$\Rightarrow x_B = x_s = -5t_s^2 + 20t_s - 20 + h_B$

$\Rightarrow \boxed{h_B = x_s + 5t_s^2 - 20t_s + 20}$

$h_B = 4,51m$

c- $V_A = -10t_s + 8 = -21,5m.s^{-1}$ (vitesse d'arrivée au sol de la première bille)

Pour la deuxième bille :

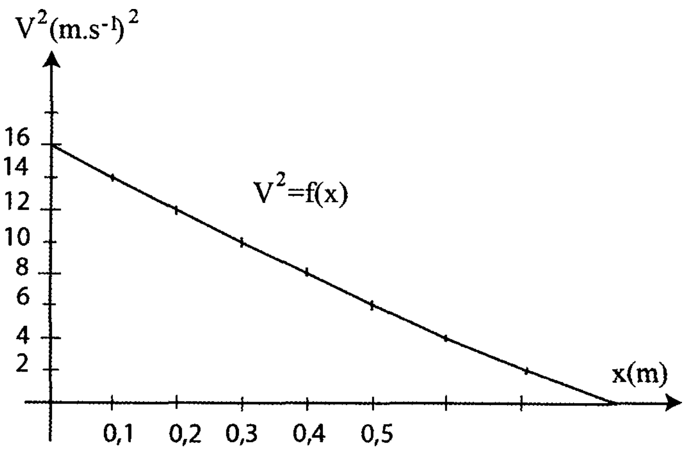
$$V_B = \frac{dx_B}{dt} = -10t + 20$$

Au sol $V_B = -10t_s + 20 = -9,5m.s^{-1}$

8

1)

X(t)	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
$V^2(m.s^{-1})^2$	16	14,06	12,04	10,04	8	6



2) $V^2 = f(x)$ une droite affine décroissante de la forme $y = ax + b$

$\Rightarrow V^2 = Ax + B$ avec $\begin{cases} A: \text{ pente de la droite} \\ B: \text{ ordonnée à l'origine} \end{cases}$

$B = 16(m.s^{-1})^2$

$A = \dfrac{12-16}{0,2-0} = -20 m.s^{-2}$

3) Mouvement rectiligne uniformément varié.
La relation indépendante du temps s'écrit

$V^2 - V_0^2 = 2a(x - x_0)$

Avec $x_0 = 0m \Rightarrow \boxed{\begin{array}{l} V^2 = 2ax + V_0^2 \\ V^2 = Ax + B \end{array}}$

4) Par identification terme à terme A=2a

$\Rightarrow a = \dfrac{A}{2} = -10 m.s^{-2}$

$B = V_0^2 \Rightarrow V_0 = \pm\sqrt{B} = \pm 4 m.s^{-1}$

Or $V_0 > 0 \Rightarrow V_0 = 4 m.s^{-1}$

5) Loi horaire

$x = \dfrac{1}{2} g t^2 + V_0 t + x_0$

$\boxed{x = -5t^2 + 4t}$

6) La hauteur maximale est atteinte lorsque V=0 ; V^2=0, graphiquement $x = 0,8m$

$-5t^2+4t-0,8=0$

t=0,4s>0 à accepter

t=-5s<0 à rejeter.

MOUVEMENT RECTILIGNE SINUSOÏDAL

- Un mobile effectue un mouvement rectiligne sinusoïdal ; lorsque sa trajectoire est un segment de droite ; son abscisse (élongation) est une fonction sinusoïdale du temps.
- Un mouvement rectiligne sinusoïdal est périodique.
- L'équation horaire du mouvement s'écrit $\boxed{x(t)=X_m \sin(\omega t+\varphi)}$
- Avec X_m amplitude (m) : valeur maximale que peut prendre l'élongation x.
- ω : pulsation du mouvement, elle s'exprime en $rad.s^{-1}$

Avec $\boxed{\omega = \frac{2\pi}{T}}$ T : période du mouvement (s) (durée d'une oscillation)

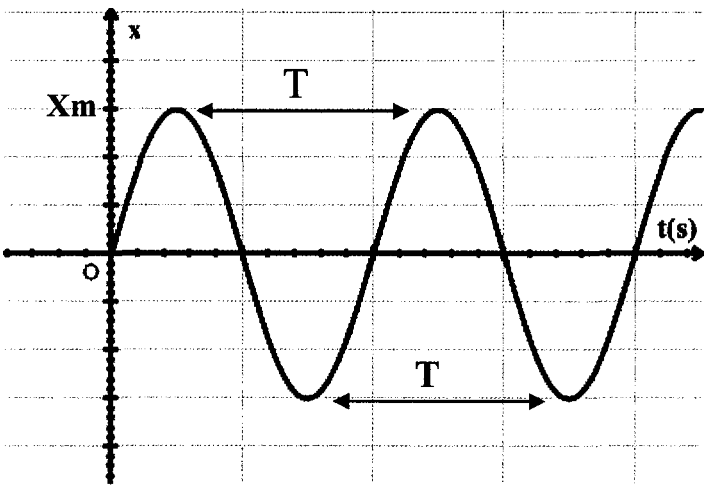
N : fréquence du mouvement (nombre d'oscillations par seconde)

$$\boxed{N = \frac{1}{T}}$$

Hz s

$$\boxed{\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi N}$$

φ : phase initiale (angle) exprimée en rad.



Pour déterminer la phase initiale φ ; on fait recours aux conditions initiales.

- Expression de la vitesse en fonction du temps :

$$\boxed{V = \frac{dx}{dt}}$$

$$V = V_m \sin\left(\omega t + \varphi_V\right)$$

$$V = X_m \omega \cos(\omega t + \varphi)$$

$$\boxed{V = X_m \omega \sin(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2})}$$

Soit $\boxed{V = V_m \sin\left(\omega t + \varphi_V\right)}$ avec $\begin{cases} \boxed{\underset{m.s^{-1}}{V_m} = \underset{m}{X_m} \underset{rad.s^{-1}}{\omega}} \\ \boxed{\varphi_v = \varphi + \frac{\pi}{2}} \end{cases}$

- Expression de l'accélération en fonction de temps :

$$\boxed{a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}}$$

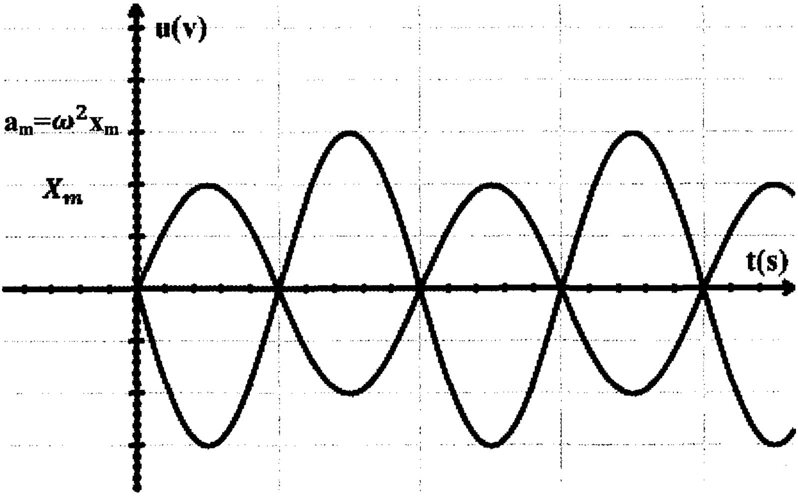
$$V = V_m \cos(\omega t + \varphi)$$

$$a = \frac{dv}{dt} = -V_m \sin(\omega t + \varphi)$$

$$\boxed{\begin{array}{l} a = X_m \omega^2 \sin(\omega t + \varphi + \pi) \\ a = a_m \sin(\omega t + \varphi_a) \end{array}}$$

Avec $\begin{cases} \underset{m.s^{-1}}{a_m} = \underset{m}{X_m} \underset{rad.s^{-1}}{\omega^2} \\ \boxed{\varphi_a = \varphi + \pi} \end{cases}$

Remarque : x(t) et a(t) sont en opposition de phase.



a et x sont reliés par l'équation suivante :

$\boxed{a+\omega^2 x=0}$ (Cette relation s'appelle l'équation différentielle du mouvement).

ÉNONCÉS

1 Un mobile est animé d'un mouvement rectiligne sinusoïdale de période T=0,314 s

A l'instant t=0 il passe par le point d'abstisse x=2cm avec une vitesse nulle

1) Ecrire l'équation horaire de mouvement.
2) Déterminer la vitesse maximale. En quel point le mobile aura cette vitesse

2 Un mobile ponctuel M se déplace sur un axe xx' d'origine O. Il est repérer sur cet axe par son vecteur espace OM = x i . La loi horaire du mouvement est : $x(t) = 0,02\sin\left(4\pi t - \frac{\pi}{6}\right)$

1) Préciser l'amplitude, la pulsation, la fréquence et la phase initiale du mouvement.

2) Quelle est la longueur décrit par le point M.

3) a- Donner l'expression de la vitesse du point M en fonction du temps.

b-

En déduire :

b_1) La vitesse maximale de M.

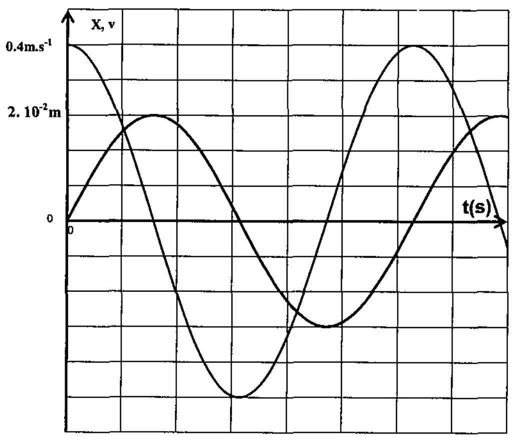
b_2) La vitesse à t=1s.

c- La vitesse lorsque M passe pour la première fois par le point d'abscisse x=1cm. Puis pour la seconde fois.

4) a- Déterminer l'équation différentielle du mouvement.

b- En déduire l'accélération algébrique de M lorsque le mobile passe par le point d'abscisse x=-1cm.

3 On donne les courbes x (t) et v (t) d'un mouvement rectiligne sinusoïdale :



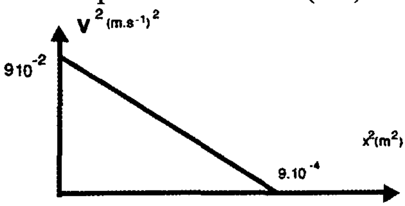
1) Donner les expressions de x (t) et v(t) .
2) Déterminer la période du mouvement ainsi que sa fréquence.
3) Donner l'expression de l'accélération en fonction du temps.

4 Un mobile M est animée d'un mouvement rectiligne sinusoïdale d'équation horaire $x = Xm \sin(4\pi t + \varphi)$.
1) Déterminer la durée de 5 oscillations.
2) Déterminer le nombre d'oscillation par seconde.
3) Déterminer l'amplitude du mouvement et la phase initiale sachant qu'a l'instant t = o le mobile se trouve au point d'abscisse $x_0 = 0$ m avec une vitesse $V_0 = 0{,}5\ m.s^{-1}$.

5 Un mobile animé d'un mouvement rectiligne sinusoïdal. Il décrit le segment AB.
La fréquence du mouvement est N=20Hz ; a la date t =0s le mobile passe par la point o milieu de AB
Avec une vitesse $V0=0{,}5\ m.s^{-1}$.
Déterminer la loi horaire du mouvement et calculer la longueur du segment AB.

6 On dispose d'un pendule élastique, constitué d'un ressort à spires non jointives et d'un solide (C) ponctuel.
on écarte (C) de sa position équilibre dans le sens positive d'une distance $x_0=4$ cm et on l'bondonne avec une vitesse initiale $vo= -0{,}8\ m\ s^{-1}$; il effectue donc un mouvement rectiligne sinusoïdale avec une pulsation $\omega = 20\ rad\ .s^{-1}$.
1) Ecrire l'équation horaire du mouvement.
2) A quel instant le mobile (C) passe t-il pour la première fois par sa position d'équilibre ?
Calculer sa vitesse à cet instant.

7 Un mobile effectue un mouvement rectiligne sinusoïdale.
1) a- Donner les expressions de x(t) et v (t) .
b- Montrer la relation suivante : $V^2 = \omega^2\left(-x^2 + Xm^2\right)$
2) On donne la courbe représentent $V^2 = f(x^2)$.



a- Déduire à partir de la courbe la valeur de la pulsation du mouvement ; ainsi que la valeur de l'amplitude du mouvement.

b- Sachant que la phase initiale de la vitesse est $\varphi_v = \pi$; déduire x (t) et v(t) .

c- Représenter x(t) et v (t) sur le même système d'axe .

4) a- Etablir l'équation différentielle du mouvement .

b- Déduire l'expression de a(t) .

8 Un mobile effectue un mouvement rectiligne sinusoïdale de fréquence N= 10 Hz. à l'origine des dates il passe par l'origine des espaces avec une vitesse négative.

1) a- Ecrire l'équation horaire de mouvement. On donne Xm=2cm.

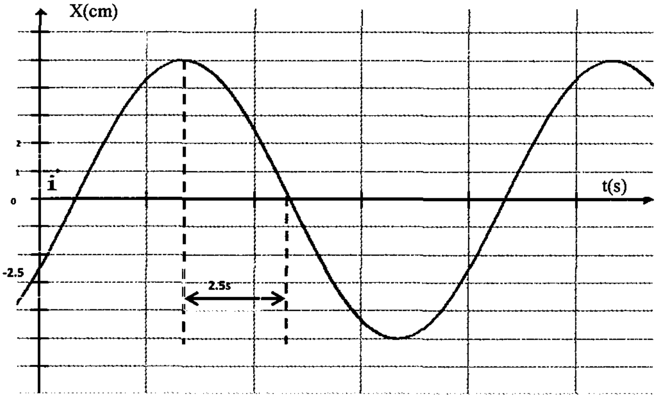
b- Tracer la courbe x=f(t)

2) Donner l'expression de la vitesse en fonction du temps.

3) Donner l'expression de l'accélération en fonction du temps.

4) Montrer qu'on peut écrire à chaque instant : $V^2 = \omega^2 \left(Xm^2 - X^2\right)$.

9 Un mobile est animé d'un mouvement rectiligne sinusoïdal dans un repère **R(o, $\vec{i}$)**.le diagramme des espaces **x= f(t)** est donné par la **figure**



1) a -Déterminer l'amplitude, la fréquence et la période du mouvement.

b- Déterminer la phase initiale du mouvement.

c- Ecrire la loi horaire **x(t).**

d- Quelle est la longueur de la trajectoire du mobile.

2) a- Déterminer l'expression de la valeur algébrique de la vitesse instantanée **v(t)** et préciser sa phase initiale. Préciser la vitesse maximale du mobile.

b- Représenter sur le même graphique de **la figure** la courbe **v(t).**

c- Déterminer l'expression de la valeur algébrique de l'accélération instantanée.

3) a- Calculer les valeurs de la vitesse et de l'accélération lorsque le mobile passe par le point d'abscisse **x= 2cm** dans le sens négatif.

b- Représenter dans **R(o, $\vec{i}$)** le vecteur Vitesse et le vecteur accélération en ce point.

10 Un solide (S) effectue un mouvement rectiligne sinusoïdale dans un repère R (o , $\vec{i}$) . Un dispositif d'aquicisition relié à un ordinateur a permis de tracer la courbe de la variation de la vitesse au cours du temps.

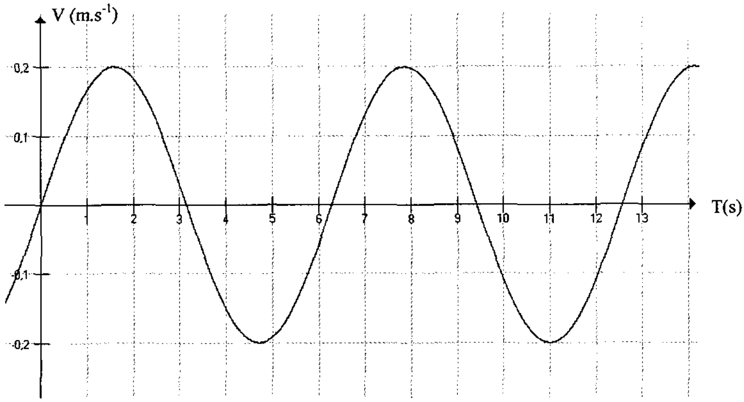
1) a- Déterminer à partir du graphe la vitesse maximale V_{max}; la période T et la pulsation w du mouvement.

b- Déterminer la phase initiale φ_1 de la vitesse instantanée.

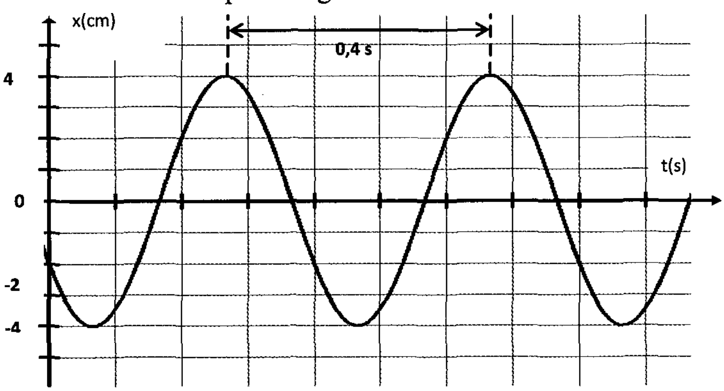
c- Ecrire l'expression de la vitesse instantanée V (t).

2) a- Déterminer l'amplitude Xm du mouvement et la phase initiale φ de x(t) .

b- Ecrire la loi horaire de mouvement : x (t).



11 Un solide supposé ponctuel est attaché à un ressort à l'instant **t = o** ; le solide est ramené au point d'abscisse $\mathbf{x}_0$; on lui communique une vitesse $\vec{V}_0$ et on l'abandonne à lui-même, il effectue donc un mouvement rectiligne sinusoïdal dont l'enregistrement est donné par la figure suivante.



1) a- En exploitation l'enregistrement déterminer:

*la pulsation du mouvement **ω**.

*l'élongation initiale x_0.

*l'amplitude X_m.

*la phase initiale φ.

b- En déduire la loi horaire $x = f(t)$.

2) a- Déterminer l'expression de la vitesse en fonction du temps.

b- En déduire la valeur algébrique de la vitesse initiale $\vec{V}_0$.

3) A l'instant $t_1 > 0$; le mobile **repasse** pour la **première fois** par la position d'abscisse x_0 dans le sens négatif.

a- Déterminer graphiquement t_1.

b- Retrouver t_1 par le calcul.

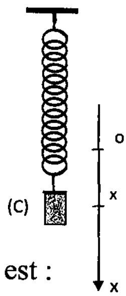
4) Déterminer la valeur algébrique du vitesse du solide lors de son premier passage par la position d'abscisse **x = 2 cm**.

12 On dispose d'un ressort de masse négligeable ; de longueur à vide $\ell_0 = 20$ cm ; et de raideur K.

I) - Le ressort est disposé verticalement ; l'une des extrémités est fixée, à l'autre extrémité on accroche un solide **(C)** de masse **m = 100 g** ; supposé ponctuel. (fig1)

1) Lorsque (C) est en équilibre la longueur du ressort est $\ell = 22$ **cm**.

Montrer que la raideur du ressort est $K = 50\ N\ m^{-1}$.



2) On déplace (C) à partir de sa position d'équilibre vers le bas au point d'abscisse $x_0 = 4$ **cm** ; et on le lance avec une vitesse $V_0 = -0{,}8\ m.s^{-1}$. (C) effectue un mouvement rectiligne sinusoïdal de période $T = \frac{\pi}{10}$ s.

a- Montrer que la loi horaire du mouvement de (C) dans R $(o, \vec{i})$ est :

$$x(t) = 0{,}056 \sin(20t + \frac{3\pi}{4}).$$

b- Déterminer :

b_1 : La vitesse maximale de (C) ;

b_2 : Sa vitesse à l'instant **t = 2s**.

c- c_1- Etablir la relation entre l'accélération a, l'abscisse x et la pulsation ω du mouvement.

c_2- Déduire l'accélération du mouvement lorsqu'il passe par le point d'abscisse x = 2 cm.

CORRIGÉS

1

1) L'équation horaire du mouvement s'écrit :

$x = X_m.\sin\left(\omega t+\varphi\right)$

Avec w : pulsation sont $w=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi}{\frac{\pi}{10}}=20rad.s^{-1}$

X_m : l'élongation maximale. (m)

φ : phase initiale (rad).

Soit V : la vitesse du mobile.

$$V=\frac{dx}{dt}=X_m.\omega.\cos(\omega t.\varphi)$$

à t=0 $\begin{cases} x=x_0=2.10^{-2} \\ V=0 \end{cases}$

① $x_0=X_m\sin\varphi$

② $0=X_m\omega\ \text{sos}\varphi \Rightarrow \cos\varphi=0 \Rightarrow \begin{cases} \varphi=\frac{\pi}{2} \\ \varphi=-\frac{\pi}{2} \end{cases}$

D'après ① $\Rightarrow \sin\varphi=\frac{x_0}{X_m}>0 \Rightarrow \boxed{\varphi=\frac{\pi}{2}}$

$$\sin\varphi=1 \Rightarrow x_0=X_m=2.10^{-2}m$$

$$\Rightarrow \boxed{x=2.10^{-2}.\sin\left(20t+\frac{\pi}{2}\right)}$$

2) $V=X_m.\omega.\cos(\omega t+\varphi)=V_m\cos(\omega t+\varphi)$

$$\boxed{V_m=X_m.\omega} \Rightarrow \boxed{V_m=0,4m.s^{-1}}$$

V= V_m lors que $\cos(\omega t+\varphi)=1 \Rightarrow \sin(\omega t+\varphi)=0$

$x=X_m.\sin(\omega t+\varphi)=0$

$\Rightarrow$ la vitesse est maximale en passant par le point d'abscisse x=0 m.

2 1) $x(t)=0{,}02.\sin\left(4\pi t-\frac{\pi}{6}\right)$

$x(t)=X_m \sin(\omega t+\varphi)$

L'amplitude $X_m=0{,}02m$

La pulsation $\omega=4\pi.rad.s^{-1}$

La fréquence N. on a w= $2\pi N \Rightarrow \boxed{N=\frac{\omega}{2\pi}}$ N=2 Hz

La phase initiale $\varphi=-\frac{\pi}{6}rad$

2) Le point M décrit un segment de droite de longueur

$$2X_m=0{,}04m$$

3) a- $V=\frac{dx}{dt}=X_m.\omega.\cos(\omega t+\varphi)=X_m.\omega.\sin(\omega t+\varphi+\frac{\pi}{2})$

$$V=0{,}08\pi.\sin\left(4\pi+\frac{\pi}{3}\right)=25{,}12\ \sin\left(4\pi t+\frac{\pi}{3}\right)$$

b- $V_m=25{,}12\ m.s^{-1}$

à t=1s $\Rightarrow v=25{,}12\ \sin\left(4\pi+\frac{\pi}{3}\right)=21{,}75m.s^{-1}$

c- Le passage pour la 1ère fois par le point d'abscisse $x_1=1$ cm est t_1.

$$\Rightarrow x_1=X_m.\sin(\omega.t_1+\varphi)$$

$$\Rightarrow \sin(\omega.t_1+\varphi)=\frac{x_1}{X_m}=\frac{1}{2}\Rightarrow \begin{cases}\omega.t_1+\varphi=\frac{\pi}{6}\\ \omega.t_1+\varphi=\frac{7\pi}{6}\end{cases}$$

or à t=0 $\Rightarrow x_0=X_m\sin\varphi=0{,}02\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)=-0{,}01m$

donc la première passage par le point d'absisse $x_1=1cm$ se fait avec un vitesse $V_1>0\Rightarrow\cos(\omega t_1+\varphi)>0$.

$$\Rightarrow \omega t_1+\varphi=\frac{\pi}{6}\Rightarrow 4\pi t_1-\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{6}$$

$$\Rightarrow t_1=0{,}083s$$

Le 2^{eme} passage par M_1 se fait avec une vitesse $V'_1<0$;

$$\Rightarrow \cos(\omega t'_1+\varphi)<0 \quad \Rightarrow \omega.t'_1+\varphi=\frac{7\pi}{6}$$

$$4\pi t'_1-\frac{\pi}{6}=\frac{7\pi}{6}\Rightarrow t'_1=0,33s$$

4) a- L'équation différentielle représente la relation entre l'abscisse du mobile et sont accélération a :

$$x=X_m\sin(\omega t+\varphi)$$

$$V=\frac{dx}{dt}=X_m\omega\cos(\omega t+\varphi)$$

$$a=\frac{dV}{dt}=\frac{dx^2}{dt}=-X_m\omega^2\sin(\omega t+\varphi)=-\omega^2.x$$

$\Rightarrow \boxed{a+\omega^2x=0}$ équation différentielle du mouvement.

$$x=-1\text{cm}$$

$$\Rightarrow a=-\omega^2x=-(4\pi)^2\times(-10^{-2})$$

$$=16\pi^2 10^{-2}$$

$$a=1,57\text{m.s}^{-2}$$

3

1) $x(t)=X_m\sin(\omega t+\varphi)$ d'après la courbe : $X_m=2.10^{-2}$m.

$$V=\frac{dx}{dt}=X_m\omega\cos(\omega t+\varphi)$$

$$\grave{a}\ t=0\ ;\ x=0\ =X_m\sin\varphi\Rightarrow\sin\varphi=0\Rightarrow\begin{cases}\varphi=0\\ \varphi=\pi\end{cases}$$

$$X_m\omega\cos\varphi>0$$

à t=0 $\frac{dx}{dt}=V>0\Rightarrow X_m>0$ et $\omega>0$ $\Rightarrow\cos\varphi>0$

$$\varphi=0\ rad$$

$x=2.10^{-2}\sin(\omega.t)$

$$V = X_m\ \omega\ \sin(\omega.t + \varphi + \frac{\pi}{2}) = V_m \sin\left(\omega.t + \varphi_v\right)$$

$$V_m = 0,4ms^{-1};\ \varphi_v = \frac{\pi}{2};\ \omega = \pi.rad.s^{-1}$$

$$V = 0,4.\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\omega = \frac{V_m}{X_m} = \frac{0,4}{2.10^{-2}} = 20\ rad.s^{-1} \rightarrow \boxed{x = 2.10^{-2}.\sin.20t}$$

$$\boxed{V = 0,4\ \sin\ (20t + \frac{\pi}{2})}$$

2) $\omega = 20rad.s^{-1}$ $\quad \omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{\pi}{10}s$

$$\mathrm{N} = \frac{1}{\mathrm{T}} = 3,18\mathrm{Hz}$$

3) $a = \frac{dv}{dt} = V_m\omega\ \sin\left(\omega \mathrm{t} + \varphi_V + \frac{\pi}{2}\right)$

$$\boxed{a = 8.\sin(20t + \pi)}$$

4 1) $x = X_m \sin(4\pi t + \varphi)$

$\omega = 4\pi.rad.s^{-1};\ T = \frac{2\pi}{\omega} = 0,5s$

la periode T represente la durée d'une oscillation donc la durée des oscillations est $\Delta t = 5T = 2,5s$

2) La fréquence $\mathrm{N} = \frac{1}{T}$ représente le nombre d'oscillations par seconde $\mathrm{N} = \frac{1}{0,5} = 2\mathrm{Hz}$.

$\rightarrow$ le mobile effectue 2 oscillations par seconde.

3) à t=0s ; $x_0 = 0m;\ V_0 = 0,5m.s^{-1}$

$$V = \frac{dx}{dt} = X_m\omega\cos(\omega t + \varphi)$$

A t=0 $\Rightarrow \begin{cases} ① \quad x = x_0 = X_m.\sin\varphi = 0m \\ ② \quad V_0 = X_m\omega.\cos\varphi = 0,5m.s^{-1} \end{cases}$

① $\Rightarrow \sin\varphi = 0 \Rightarrow \begin{cases} \varphi=0 \\ \varphi=\pi \end{cases}$ ou

② $\Rightarrow \cos\varphi = \dfrac{V_0}{X_m\omega} > 0 \Rightarrow \boxed{\varphi = 0rad}$

$\cos\varphi = 1$

$\Rightarrow X_m = \dfrac{V_0}{\omega} = \dfrac{0,5}{4\pi} \simeq 4.10^{-2}m$

② $\Rightarrow \boxed{\begin{array}{l} x(t) = 4.10^{-2}.\sin.4.\pi.t \\ V(t) = 0,5.\sin(4.\pi.t + \dfrac{\pi}{2}) \end{array}}$

5

$N = 20Hz \Rightarrow \omega = 2\pi N = 40\pi.rad.s^{-1}$

$à\ t = 0\ ;\ x_0 = 0m\ ;\ V_0 = 0,5m.s^{-1}$

$x = X_m \sin(\omega t + \varphi)$

$V = \dfrac{dx}{dt} = X_m.\omega.\cos(\omega.t + \varphi)$

$à\ t = 0\ \ x = x_0 = X_m.\sin\varphi = 0 \Rightarrow \sin\varphi = 0$ $\begin{cases} \varphi=0 \\ \varphi=\pi \end{cases}$ ou

$V_0 = X_m.\omega.\cos\varphi > 0 \Rightarrow \cos\varphi > 0 \Rightarrow \boxed{\varphi=0 \text{ rad}}$

$X_m = \dfrac{V_0}{\omega.\cos\varphi} = 3,97.10^{-2}m$

$\Rightarrow \boxed{x = 4.10.\sin(40.\pi.t)}$

le sègment AB est de longeur $\ell = 2Xm = 8.10^{-2}m$.

6

1) à $t = 0$; $x_0 = 4cm$; $V_0 = -0,8m.s^{-1}$. $\omega = 20$ rad.s^{-1}.

$x = X_m.\sin(\omega t + \varphi)$

$V = \dfrac{dx}{dt} = X_m.\omega.\cos(\omega t + \varphi)$

à t=0 $\begin{cases} ① \quad x = x_0 = X_m.\sin\varphi > 0 \Rightarrow \sin\varphi > 0 \ (X_m > 0). \\ ② \quad V=V_0 = X_m.\omega.\cos\varphi < 0 \Rightarrow \cos\varphi < 0 \begin{pmatrix} X_m > 0 \\ \omega > 0 \end{pmatrix}. \end{cases}$

$$①/② \Rightarrow \frac{x_0}{V_0} = \frac{\sin\varphi}{\omega.\cos\varphi} = \frac{tg\varphi}{\omega}$$

$$\Rightarrow \boxed{tg\varphi.\omega.\frac{x_0}{V_0}} \quad tg\varphi = -1 \Rightarrow \varphi = \frac{3\pi}{4} \quad \text{ou} \quad \varphi = \frac{-\pi}{4}$$

Or $\sin\varphi > 0$

$$\cos\varphi < 0 \quad \Rightarrow \boxed{\varphi = \frac{3\pi}{4}}$$

$$① \Rightarrow X_m = \frac{x_0}{\sin\varphi} = \frac{4.10^{-2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 0{,}056m = \underline{5{,}6.10^{-2}\,m}$$

$$\Rightarrow \boxed{x = 5{,}6.10^{-2}\sin\left(20.t + \frac{3\pi}{4}\right)}$$

2) passage par la position d'équilibre $\Rightarrow x = 0$ avec une vitesse V<0 car $x_0 = 4\text{cm} > 0$

$$x = X_m.\sin(\omega.t_1 + \varphi) = 0$$

$$\Rightarrow \sin(\omega.t_1 + \varphi) < 0 \Rightarrow \begin{cases} \omega.t_1 + \varphi = 0 \\ \omega.t_1 + \varphi = \pi \end{cases}$$

$$V = X_m.\cos(\omega.t_1 + \varphi) < 0 \Rightarrow \cos(\omega.t_1 + \varphi) < 0$$

$$\Rightarrow \omega.t_1 + \varphi = \pi \Rightarrow 20t_1 + \frac{3\pi}{4} = \pi \qquad \boxed{t_1 = \frac{\pi}{80}.s}$$

7

1) a- $x = X_m.\sin(\omega.t + \varphi)$

$$V = \frac{dx}{dt} = X_m.\omega.\sin(\omega.t + \varphi)$$

b- $\begin{cases} x^2 = X_m^2.\omega.\sin^2(\omega.t+\varphi) \\ V^2 = X_m^2.\omega^2.\cos^2(\omega.t+\varphi) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sin^2(\omega.t+\varphi) = \dfrac{x^2}{X_m^2} \\ \cos^2(\omega.t+\varphi) = \dfrac{V^2}{X_m^2.\omega^2} \end{cases}$

$$\sin^2(\omega.t+\varphi) + \cos^2(\omega.t+\varphi) = 1$$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{X_m^2} + \frac{V^2}{X_m^2.\omega^2} = 1 \Rightarrow \frac{x^2.\omega^2 + V^2}{X_m^2.\omega^2} = 1$$

$$\Rightarrow x^2.\omega^2 + V^2 = X_m^2.\omega^2$$

$$\Rightarrow \boxed{V^2 = \omega^2\left(-x^2 + X_m^2\right)}$$

2) a- La courbe $V^2 = f(x^2)$:droite affine décroissante de la forme $V^2 = A.x^2 + B$

avec A: pente de la droite.

B: ordonné à l'origine.

soit $A = \dfrac{0 - 9.10^{-2}}{9.10^{-4} - 0} = -100.S^{-2}$

$B = 9.10^{-2}(m.s^{-2})^2$

$\begin{aligned} V^2 &= -\omega^2.x^2 + \omega^2.X_{m^2} \\ V^2 &= A.x^2 + B \end{aligned} \Rightarrow \begin{cases} A = -\omega^2 \\ B = \omega^2.X_{m^2} \end{cases}$

$$\Rightarrow \omega = \sqrt{-A} = 10 \text{ rad.s}^{-1}$$

$$X_m = \frac{\sqrt{B}}{10} = 3.10^{-2}\,m.$$

b- $x = X_m.\sin(\omega.t+\varphi) \Rightarrow x = 3.10^{-2}.\sin(10.t+\varphi_x)$

avec $\varphi_V = \varphi_x + \dfrac{\pi}{2} \Rightarrow \varphi_x = \varphi_V - \dfrac{\pi}{2} = \dfrac{\pi}{2}$

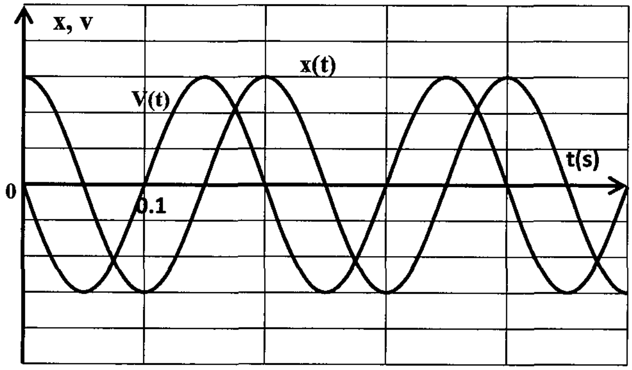
$$\Rightarrow \boxed{x = 3.10^{-2}.\sin\left(10.t + \frac{\pi}{2}\right)}$$

$$V = V_m.\sin(\omega.t+\varphi)$$

$$\boxed{V = 0,3.\sin(10.t+\pi)}$$

c-

t	0	$\frac{T}{4}$	$\frac{T}{2}$	$\frac{3.T}{4}$	T
X(m)	X_m	0	$-X_m$	0	X_m
$V(m.s^{-1})$	0	$-V_m$	0	V_m	0



On prend 4 div correspond à T $\Rightarrow$ 1div correspond à 0,05s sur l'axe des abscisses
1 div correspond à 1 cm pour x(t).
1 div correspond à 0,1 cm pour V(t).

Remarque : lorsque x(t) est nulle ;V est extrémale.
Et inversement lorsque V est nulle ; x est extrémale.

$$x = X_m.\sin(\omega.t+\varphi)$$

$$V = \frac{dx}{dt} = X_m.\omega.\cos(\omega.t+\varphi)$$

3) a- $a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = -X_m.\omega^2.\sin(\omega.t+\varphi)$

$$\Rightarrow a = -\omega^2.X_m.\sin(\omega.t+\varphi) = -\omega^2.x$$

$\Rightarrow \boxed{a+\omega^2.x=0}$ équation différentielle.

b- $a = -\omega^2.x = -100.3.10^{-2}\sin\left(10.t+\frac{\pi}{2}\right)$

$$\boxed{a = 3.\sin\left(10.t+\frac{3\pi}{2}\right)}$$

8

1) a- $x=X_m.\sin(\omega.t+\varphi)$ avec $\omega = 20.\pi.N = 20.\pi.\text{rad.s}^{-1}$.

à t=0 $x_0 = X_m.\sin\varphi = 0 \Rightarrow \sin\varphi = 0 \Rightarrow \begin{cases} \varphi = \pi \\ \varphi = 0 \end{cases}$

$V = X_m \cos(\omega t + \varphi)$

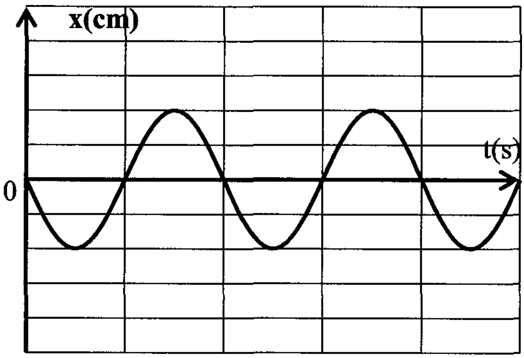
Or à t=0 $V_0 = X_m.\omega.\cos\varphi < 0$; $X_m > 0, \omega > 0$ et $X_m = 2.10^{-2}$m

donc $\cos\varphi < 0 \Rightarrow \varphi = \pi$

$\Rightarrow \boxed{x = 2.10^{-2}.\sin(20.\pi.t + \pi)}$

b-

T	0	$\frac{T}{4}$	$\frac{T}{4}$	$\frac{T}{4}$	T
x	0	$-X_m$	0	X_m	0



2) $V = X_m\omega.\sin\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right)$

$$\boxed{V = 1{,}25.\sin\left(20.\pi.t + \frac{3\pi}{2}\right)}$$

3) $a = \frac{dv}{dt} = X_m.\omega^2.\sin(\omega t + \varphi + \pi)$

$= 78{,}8.\sin\left(20.\pi.t + 2\pi\right)$

$\boxed{a = 78{,}8.\sin 20.\pi.t}$

4) $x^2 = X_{m^2}.\sin^2(\omega.t + \varphi)$

$V^2 = X_{m^2}.\omega^2.\cos^2(\omega.t + \varphi)$

$$\sin^2(\omega.t+\varphi)+\cos^2(\omega.t+\varphi)=\frac{x^2}{X_{m^2}.\omega^2}=1$$

$$\Rightarrow \boxed{V^2=\omega^2\left(X_m^2-x^2\right)}$$

9

1) a- D'après la courbe X_m=5cm=5.10^{-2}m

$\frac{T}{4}=2,5s \Rightarrow T=10s$; N=$\frac{1}{T}=0,1\ Hz$

b- $x=X_m.\sin(\omega.t+\varphi)$ $w=2.\pi.N=0,2\pi\ rad.s^{-1}$

$V=X_m.\omega.\cos(\omega.t+\varphi)$

à $t=0\begin{cases}① & x_0=X_m.\sin(\varphi)=-X_m\text{(d'aprés le courbe)}\\ ② & V_0=X_m.\omega\cos(\varphi)>0\ \ (x(t)\text{ fonction croissante})\end{cases}$

$$①\Rightarrow \sin\varphi=-\frac{1}{2}\Rightarrow\begin{cases}\varphi=-\frac{\pi}{6}\\ ou\\ \varphi=\frac{-5\pi}{6}\end{cases}$$

$$② X_m>0;\ \omega>0\Rightarrow\cos\varphi>0\Rightarrow\varphi=-\frac{\pi}{6}$$

c- $\boxed{x=5.10^{-2}\sin(0,2\pi t-\frac{\pi}{6})}$

d- $\ell=2Xm=0,1m$

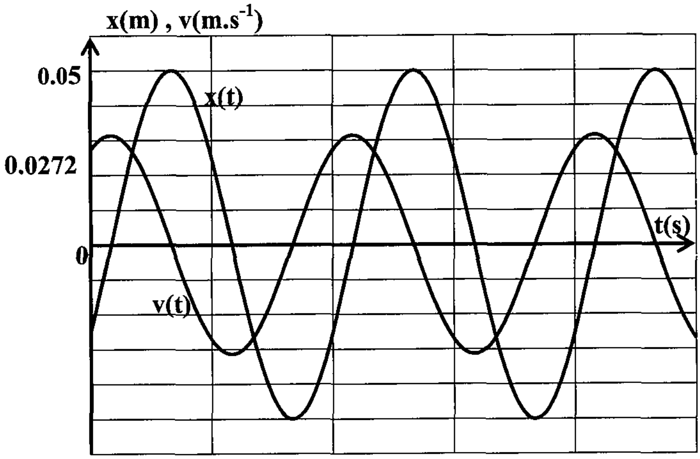
2) a-

$$V=\frac{dV}{dt}=X_m\omega sin\left(\omega t+\varphi+\frac{\pi}{2}\right)$$

$$V=3,14.10^{-2}\omega sin\left(0,2\pi t+\frac{\pi}{3}\right)$$

$$V_m=3,14.10^{-2}m.s^{-1}$$

b- à $t=0\ \rightarrow V_0=V_m\sin\frac{\pi}{3}=2,7.10^{-2}m$



c- $a = \dfrac{dV}{dt} = Vm.\omega \sin\left(\omega t + \varphi_v + \dfrac{\pi}{2}\right)$

$$a = 1{,}97.10^{-2} \sin\left(0{,}2\pi t + \frac{5\pi}{6}\right)$$

3) a- $x = 2cm \Rightarrow x = Xm\sin(\omega t + \varphi)$

$\rightarrow sin\left(0{,}2\pi t - \dfrac{\pi}{6}\right) = \dfrac{2.10^{-2}}{5.10^{-2}} = 0{,}4$ passage dans le sens négatif

$\Rightarrow V = Xm\omega\cos(\varpi t + \varphi) < 0$

$\rightarrow \cos\left(0{,}2\pi t - \dfrac{\pi}{6}\right) < 0$

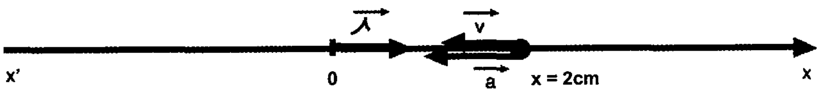
Soit $\cos\left(0{,}2\pi t - \dfrac{\pi}{6}\right) = -0{,}91$

Donc $V = Xm\omega\cos(\omega t + \varphi)$

$$= 3{,}13.10^{-2} \times (-0{,}91) = -2{,}85.10^{-2}\, m.s^{-1}$$

b- $a = -\omega^2 x$

$$= -(0{,}2\pi)^2 \times 2.10^{-2} = -7{,}89.10^{-3}\, m.s^{-2}$$



10

1) a- $V_{max} = 0,2 m.s^{-1}$

$T = 6,28 s = 2\pi s$

$\omega = \dfrac{2\pi}{T} = 1 rad.s^{-1}$

b- $V = V_{max}\sin(\omega t + \varphi_v)$

$a = \dfrac{dv}{dt} = V_{max}\,\omega\cos(\omega t + \varphi_v)$

A t=0 $\left.\begin{array}{l} V_0 = 0 = V_{max}\sin\varphi_v \Rightarrow \sin\varphi_v = 0 \\ a = V_{max}\,\omega\cos\varphi_v > 0 \Rightarrow \cos\varphi_v > 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \varphi_v = 0$

c- $V = V_{max}\sin(\omega t + \varphi_v)$

$\Rightarrow \boxed{V = 0,2\sin(t)}$

2) a- $V = V_{max}\sin(\omega t + \varphi_v)$ *avec* $\begin{cases} V_{max} = X_m\omega \\ \varphi_v = \varphi_x + \dfrac{\pi}{2} \end{cases}$

$\Rightarrow X_m = \dfrac{V_{max}}{\omega} = 0,2 m$

$\varphi_x = \varphi_v - \dfrac{\pi}{2} = -\dfrac{\pi}{2} rad$

b- $\Rightarrow \boxed{x = 0,2\sin(t - \dfrac{\pi}{2})}$

11

1) a- $T = 0,4 s \Rightarrow \omega = \dfrac{2\pi}{T} = 5\pi rad.s^{-1}$

$x_0 = -2.10^{-2} m$; $X_m = 4.10^{-2} m$

$x = X_m\sin(\omega t + \varphi)$

$V = X_m\,\omega\cos(\omega t + \varphi)$

A t=0 $\begin{cases} x = x_0 = X_m \sin\varphi \Rightarrow \sin\varphi = \dfrac{x_0}{X_m} = -\dfrac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} \varphi = -\dfrac{\pi}{6} \\ ou \\ \varphi = -\dfrac{5\pi}{6} \end{cases} \\ V_0 = X_m\omega\cos\varphi < 0 \Rightarrow \cos\varphi < 0 \Rightarrow \varphi = -\dfrac{5\pi}{6} \end{cases}$

b- $\boxed{x = 4.10^{-2}\sin(5\pi t - \dfrac{5\pi}{6})}$

2) a - $V = \dfrac{dx}{dt} = X_m\omega\cos(\omega t + \varphi)$

$= X_m\omega\sin(\omega t + \varphi + \dfrac{\pi}{2})$

$\boxed{V = 0,2\pi\sin(5\pi t - \dfrac{\pi}{3}) \;\; = 0,628\sin(5\pi t - \dfrac{\pi}{3})}$

b- à t=0 $\Rightarrow V_0 = 0,628\sin(-\dfrac{\pi}{3}) = 0,628(-\dfrac{\sqrt{3}}{2})$

$V_0 = -0,54 m.s^{-1}$

3) a- Graphiquement $t_1 \simeq 0,13s$

b- Premier passage par le point x_0 ; $V_1 > 0$

$x = 4.10^{-2}\sin(5\pi t_1 - \dfrac{5\pi}{6}) = -2.10^{-2} m$

$\begin{cases} \Rightarrow \sin(5\pi t_1 - \dfrac{5\pi}{6}) = -\dfrac{1}{2} \Rightarrow 5\pi t_1 - \dfrac{5\pi}{6} = -\dfrac{\pi}{6} \text{ ou } \dfrac{5\pi}{6} \\ \cos(5\pi t_1 - \dfrac{5\pi}{6}) > 0 \Rightarrow 5\pi t_1 - \dfrac{5\pi}{6} = -\dfrac{\pi}{6} \end{cases}$

$\rightarrow t_1 = 0,13s$

4) A l'instant $t_1 \Rightarrow \cos(5\pi t_1 - \dfrac{5\pi}{6}) = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$V_1 = V_m\cos(5\pi t_1 - \dfrac{5\pi}{6}) = 0,628\dfrac{\sqrt{3}}{2} = 0,54 m.s^{-1}$

12

1) En équilibre : $\vec{P}+\vec{T}=\vec{0}$

$\|\vec{T}\|=\|\vec{P}\|$

$k\Delta l = m\|\vec{g}\|$

$\boxed{k=\frac{m\|\vec{g}\|}{(l-l_0)}} \Rightarrow k=50N.m^{-1}$

2) a- $x = X_m \sin(\omega t+\varphi)$

Avec $\omega=\frac{2\pi}{T}=20rad.s^{-1}$

$V = X_m\omega\cos(\omega t+\varphi)$

A t=0

① $x_0 = X_m \sin\varphi > 0 \Rightarrow \sin\varphi > 0$

② $V_0 = X_m\omega\cos\varphi < 0 \Rightarrow \cos\varphi < 0$

①/② $\frac{x_0}{V_0}=\frac{tg\varphi}{\omega} \Rightarrow \boxed{tg\varphi=\omega.\frac{x_0}{V_0}}$

$tg\varphi=-1$ et $\left.\begin{matrix}\sin\varphi>0\\ \cos\varphi<0\end{matrix}\right\} \Rightarrow \varphi=\frac{3\pi}{4}$

① $\Rightarrow X_m=\frac{x_0}{\sin\varphi}=0,056m$

$\Rightarrow \boxed{x(t)=0,056\sin(20t+\frac{3\pi}{4})}$

b- b1 : $V_{max}=X_m\omega=1,12m.s^{-1}$

b2 : *à* t=2s $\Rightarrow V=V_{max}\cos(20t+\frac{3\pi}{4})=-0,062m.s^{-1}$

c- c1 : $a=\frac{d^2x}{dt^2}=-\omega^2X_m\sin(\omega t+\varphi=-\omega^2x$

$\Rightarrow \boxed{a+\omega^2x=0}$

c2 : $x=2cm \Rightarrow a=-\omega^2x=-8m.s^{-2}$

ÉTUDE DYNAMIQUE D'UN SOLIDE EN MOUVEMENT DE TRANSLATION

- Deuxième loi de Newton (la relation fondamentale da la dynamique) :

Dans un référentiel galiléen ; la somme vectorielle des forces exercées sur un corps ponctuel est égale au produit de la masse du corps par son vecteur accélération $\vec{a}$ ce qui se traduit par l'écriture mathématique :

$\sum\vec{F} = m\vec{a}$

- Théorème du centre d'inertie :

Soit un système de centre d'inertie G.

La somme vectorielle des forces extérieures agissant sur le système à l'instant t est égale au produit de la masse M du système par le vecteur accélération de son centre d'inertie $\overrightarrow{a_G}$.

Ce qui se traduit par l'écriture mathématique :

$\sum\overrightarrow{F_{ext}} = M.\overrightarrow{a_G}$

Définition

En physique, un référentiel est un système de coordonnées de l'espace-temps lié à un observateur, composé de trois coordonnées d'espace et d'une coordonnée de temps, utilisé pour définir les notions de position, de vitesse et d'accélération.

Habituellement on ne considère que les référentiels pouvant être donnés naturellement par des systèmes physiques, en particulier, en mécanique classique, les référentiels galiléens. Ce cas particulier de référentiel peut se donner sous forme d'une base orthogonale (au sens de la géométrie de l'espace-temps) de trois vecteurs orthonormés d'espace (repère cartésien, repère orthonormé), et d'un vecteur temps. Ainsi, les données physiques du mouvement d'un objet sont données en fonction de ce référentiel. Parfois, on désigne également sous le terme de référentiel la seule donnée d'une direction temporelle (une référence d'immobilité), afin de décrire les phénomènes dans les termes intuitifs habituellement construits sur les notions d'espace et de temps distincts, sans choisir pour autant de repère d'espace.

Référentiel galiléen

En physique, un référentiel galiléen est un référentiel dans lequel un objet isolé (sur lequel ne s'exerce aucune force ou sur lequel la résultante des forces est nulle) est soit immobile, soit en mouvement de translation rectiligne uniforme par rapport à ce référentiel. Cela signifie que le principe d'inertie, qui est énoncé dans la première loi de Newton s'applique.

Si un référentiel est animé d'un mouvement accéléré par rapport à un référentiel galiléen, il faut alors faire intervenir les forces d'inertie.

Les référentiels galiléens, aussi parfois appelés **référentiels inertiels**, sont nommés ainsi en hommage à Galilée et plus particulièrement à la relativité galiléenne.

Référentiels usuels

En mécanique classique, il est impératif de se placer dans un référentiel galiléen de manière à appliquer le principe fondamental de la dynamique, mais il reste alors à en trouver un.

Référentiels usuels pour les observations courantes

Les référentiels suivants peuvent être considérés comme tels avec une précision de plus en plus forte.

Référentiel terrestre

Le référentiel terrestre est le référentiel le plus utilisé : il est centré en un point de la Terre, et ses axes sont liés à la rotation terrestre : un homme "immobile" est donc fixe dans le référentiel terrestre. Par exemple, le référentiel terrestre peut se définir sur un terrain de foot comme un référentiel centré au point de corner, donc les axes sont la ligne de touche, la ligne de but et le poteau de corner.

Le référentiel terrestre peut être considéré comme galiléen dans les expériences usuelles. Il faut une chute libre commençant à une hauteur considérable pour mettre en évidence la déviation vers l'est, due à la rotation terrestre.

On peut utiliser le référentiel terrestre dans une première approximation lorsque la durée de l'expérience est négligeable devant la période de rotation de la Terre, ou lorsqu'il est évident que l'effet de cette rotation est négligeable devant d'autres erreurs.

Référentiel géocentrique

Le référentiel géocentrique a pour origine le centre de gravité terrestre, et ses axes sont définis par rapport à trois étoiles fixes. Deux de ces étoiles sont l'étoile polaire et Beta du Centaure. Ainsi, il n'est pas solidaire de la Terre dans son mouvement de rotation autour des pôles, et ce référentiel peut être considéré comme galiléen sur des expériences terrestres "peu longues" (dont la durée est brève devant une journée), car la rotation de la Terre autour du Soleil n'est alors pas prise en compte et ne faisant pas intervenir des vitesses trop importantes.

Ce référentiel est un solide imaginaire constitué de la terre et d'étoiles suffisamment lointaines pour sembler immobiles.

Référentiel de Kepler

Le référentiel de Kepler (ou référentiel héliocentrique) a pour point fixe le centre du Soleil. Les expériences prouvent que l'on peut le considérer comme galiléen avec une très bonne précision.

Référentiel de Copernic

Le référentiel de Copernic a pour origine le centre de gravité du système solaire, qui n'est pas exactement le centre du Soleil, et ses axes sont définis par rapport à des étoiles. Il est utilisé en tant que référentiel galiléen lorsque l'on considère des expériences terrestres "longues" où la rotation de la Terre, autour du Soleil, ne peut être négligée.

Référentiels construits suivant le problème

Référentiel barycentrique

Le référentiel barycentrique, aussi appelé référentiel du centre de masse, est le référentiel en translation par rapport à un référentiel de référence R (choisi généralement galiléen) et dans lequel le centre de masse est immobile.

On lui associe souvent un système de coordonnées ayant pour origine le centre de masse du système considéré et un système d'axes colinéaires à ceux du référentiel de référence R. Mais ces choix de centre et d'axes ne sont pas obligatoires.

Ce référentiel est particulièrement utilisé dans le cadre des théorèmes de König.

Remarque : Ce référentiel n'est pas nécessairement galiléen.

- Un solide isolé est un solide qui ne subit aucune action extérieure.
- Un solide pseudo isolé est un solide qui subit des actions extérieures qui se compensent :

$$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = \vec{0}$$

ÉNONCÉS

1 Un solide (C) assimilé à un point matériel, de masse m=100g est lancé à t=0s d'un point O origine du repère $(O,\vec{i})$, avec une vitesse initiale $\vec{V_0}$ et de valeur $\|\vec{V_0}\| = 8m.s^{-1}$, vers un point A d'un plan incliné faisant un angle $\alpha = 30°$ avec l'horizontale. Au cours de sa montée le mobile est soumis à une force de frottement $\vec{f}$ constante et opposée au vecteur vitesse. (voir figure 1).

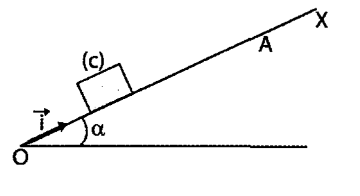


Figure 1

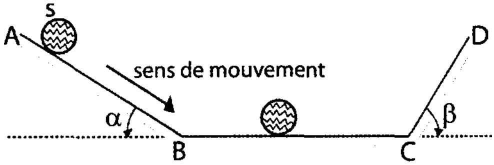
1) Représenter sur un schéma clair, les forces appliquées sur le solide (C).
2) a- Par application de la R.F.D déterminer l'expression de l'accélération a du mouvement.
   b- Déduire la nature du mouvement de (C).
3) La vitesse de (C) s'annule lorsqu'il atteint le point A situé à la distance d=OA=4m.
   a- Calculer l'accélération a.
   b- Déduire la valeur de la force de frottement $\vec{f}$.
4) Déterminer la valeur de sa vitesse lorsqu'il repasse par le point o.

On donne : $\|\vec{g}\| = 10m.s^{-2}$

2 On donne $\|\vec{g}\| = 10m.s^{-2}$

On étudie le mouvement du centre d'inertie G d'un solide (S) de masse m=500g.
(S) glisse sur une piste ABCD (voir figure). La partie AB de longueur AB=2m est inclinée d'un angle $\alpha = 30°$ par rapport à l'horizontale.
La partie BC rectiligne et horizontale.
La partie CD est inclinée d'un angle β=45° par rapport à l'horizontale.

Seule sur la partie AB le mouvement s'effectue avec frottement.



1) Mouvement sur AB :
Le solide (S) est abandonné à lui-même du point A ; sans vitesse initiale ; il arrive en B avec une vitesse $\left\|\overrightarrow{V_B}\right\| = 4m.s^{-1}$. On suppose que les frottements qui s'exercent sur (S) sont équivalentes à une force $\vec{f}$ de valeur constante et opposée au vecteur vitesse.

a- Représenter les forces exercées sur (S).
b- Déterminer la nature du mouvement de (S) entre A et B.
c- Déterminer la valeur de la force de frottement.

2) Mouvement sur BC :
La vitesse de (S) change de direction en B sans changer de valeur.
Montrer que la vitesse de (S) en C est égale à $\left\|\overrightarrow{V_B}\right\|$.

3) Mouvement sur CD :
(S) aborde la portion CD, sa vitesse en C change de direction sans changer de valeur.

a- Déterminer son accélération a.

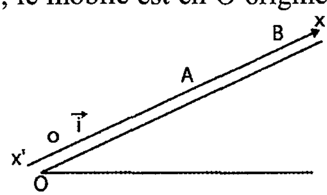
b- Dans le repère R : $(C,\vec{i})$ établir l'équation horaire du mouvement de (S) en prenant comme origine des dates l'instant de son passage par le point C.

c- Déduire la hauteur maximale atteinte par (S).

d- Montrer que le mouvement de (S) comporte 2 phases.

e- Déterminer la durée totale de mouvement de (S) sur la partie CD.

3 Une voiture assimilée à un point matériel mobile de masse M=1000Kg ; monte sur un plan incliné d'un angle α par rapport à l'horizontale $(\sin\ \alpha = 0,08)$. A la date t=0 ; le mobile est en O origine du repère $(o,\vec{i})$ est sa vitesse est $V_0 = 20m.s^{-1}$.



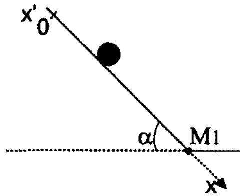
Au cours de la montée entre O et A ; le mobile est soumis à une force de frottement $\vec{f}$ parallèle à x'x opposée au vecteur vitesse et de valeur constante ainsi qu'à une force motrice $\vec{F}$ constante et parallèle à la ligne de plus grande pente du plan incliné ; de vecteur $\|\vec{F}\| = 800N$.

1) En appliquant la R.F.D établir l'expression de l'accélération a_1 du mouvement et en déduire la nature du mouvement de la voiture.

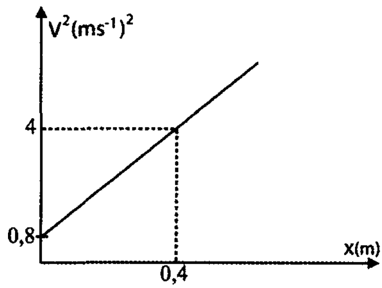
2) Sachant que $V_A = 25m.s^{-1}$; Déterminer a_1.

3) Déduire $\|\vec{f}\|$.

On donne OA=400m



4 Un petit solide S de masse m est lancé vers le bas sur un plan incliné d'un angle par rapport à l'horizontale à partir d'un point O, avec une vitesse $\vec{V_0}$ parallèle à la ligne de plus grande pente x'Ox suivant laquelle le solide glisse (voir figure).
L'origine des dates est choisie à l'instant auquel S est lancé du point O.
A l'aide d'un capteur lié à un système d'acquisition adéquat on peut mesurer la vitesse instantanée de S au passage par la position M d'abscisse OM = x (S) effectue un mouvement rectiligne uniformément varié.
Plusieurs mesures sont réalisées, dont les résultats ont permi de tracer la courbe suivante :



1)a- Déduire que V^2=A.x+B avec A et B deux constantes que l'on détermine les valeurs.

b- En déduire la valeur algébrique de l'accélération $\vec{a}$ du mouvement.

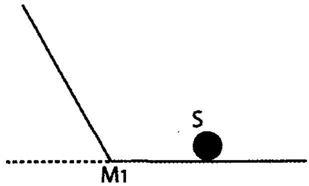
c- Ecrire les lois horaires du mouvement de S.

d- Déterminer la valeur de la vitesse $\vec{V_1}$ de passage de S par le point M_1, d'abscisse $x_1 = 1m$.

e- En déduire la date t_1 de passage de S par le point M_1.

2) Les actions de frottement subies par (S)

sont équivalentes à une force $\vec{f}$ colinéaire et opposée à son vecteur vitesse, supposée constante.



a- Faire l'inventaire des forces appliquées à S, les représenter.

b- Déterminer la valeur de la force $\vec{f}$ en supposant que l'accélération du mouvement est de valeur $4m.s^{-2}$.

on donne : m=600g ; $\alpha = 30°$ et $g = 10m.s^{-2}$.

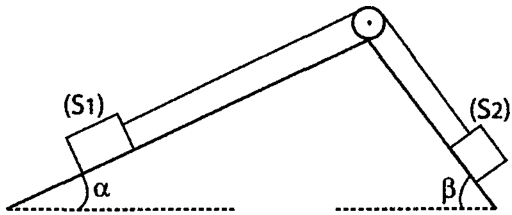
3) Le plan incliné précédent est raccordé au point M_1 à un plan horizontal, sur lequel (S) peut glisser sans frottement. On supposera qu'au passage par M_1 la vitesse de (S) change de direction sans changer de valeur.

a- Montrer que S est pseudo-isolé sur le plan horizontal.

b- Calculer alors la distance d qu'il parcourt sur le plan horizontal pendant une durée $\Delta t = 2s$.

5 Deux solides S_1 et S_2 des masses respectives m_1=0,5Kg et m_2=0,72Kg glissent sans frottements sur deux plan inclinés qui font respectivement des angles β et α avec l'horizontale.

S_1 et S_2 sont liés entre eux par un fil inextensible de masse négligeable et qui passe sur la gorge d'une poulie de masse négligeable fixée au sommet des deux plans.



1) Etudier les mouvements de deux chariots S_1 et S_2 montrer que $\|\vec{a_1}\| = \|\vec{a_2}\| = \|\vec{a}\|$.

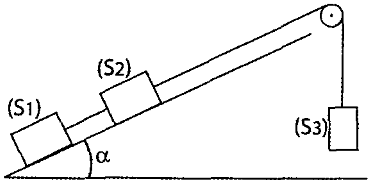
2) Calculer les tensions des fils.

On donne : $\|\vec{g}\| = 10m.s^{-2}$; $\alpha = 30°$; $\beta = 60°$

On néglige les forces de frottements.

6 Le système de la figure ci-contre est formé par :

- Deux solides (S_1) et (S_2) de masses respectives $m_1 = m_2 = 0,6Kg$; se trouvant sur un plan incliné lisse faisant un angle $\alpha = 30°$ avec le plan horizontal.



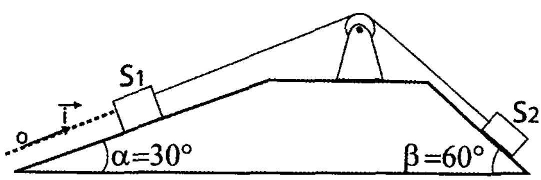
(S_1) et (S_2) sont reliés par un fil (1).

- Un solide (S_3) de masses m relié à un fil (II) qui passe sur la gorge d'une poulie de masse négligeable.

Les fils (I) et (II) sont inextensibles est sans masses.
On abandonne le système à lui-même sans vitesse initiale.
1) Exprimer en fonction de m l'accélération a_3 de (S_3).
2) Discuter selon la valeur de m_3 la nature et le sens du mouvement du solide (S_3)
On donne : $\|\vec{g}\| = 10 m.s^{-2}$

7 Deux solides S_1 et S_2 sont reliés par un fil inextensible, de masse négligeable, passant sur une poulie de masse négligeable. Soient m_1 et m_2 les masses respectives de S_1 et S_2 ; S_1 se déplace sans frottement sur un plan incliné d'un angle α par rapport à l'horizontale et S_2 se déplace sur un plan rugueux et incliné d'un angle β par rapport à l'horizontale. Les frottements sur ce plan sont équivalents à une force constante $\vec{f}$ opposée au mouvement et de valeur $\|\vec{f}\| = 0,2N$.

A la date t=0s, le système est abandonné à lui-même sans vitesse initiale. Le solide S_1, initialement au repos en O se met en mouvement dans le sens positif du repère $(O,\vec{i})$.



1) Déterminer la nature du mouvement de chacun des solides S_1 et S_2.

2) a- A la date t=1s, S_2 parcourt une distance d=2m ; déterminer la valeur de l'accélération $\vec{a}$.

b- En déduire la valeur de la masse m_1 du solide S_1.

c- Déterminer la valeur de la tension du fil.

A la date t=1s, le fil reliant les deux solides se coupe.

d- Etudier la nature du mouvement ultérieur du solide S_1.

e- Déterminer l'abscisse du point P le plus haut atteint par S_1.

f- Avec quelle vitesse le solide S_1 repassera par le point O ?

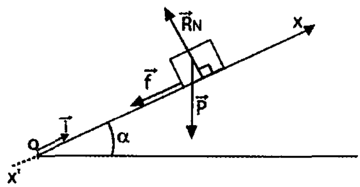
Données : $m_2 = 300g$; $\alpha = 30°$; $\beta = 60°$; $\|\vec{g}\| = 10N.Kg^{-1}$

CORRIGÉS

1

1) *système* $\{C\}$

Bilan des forces $\vec{P}, \vec{R_N}, \vec{f}$



2) a- R.F.D :

$\vec{P}+\vec{R_N}+\vec{f}=m\vec{a}$

Projection selon x'x :

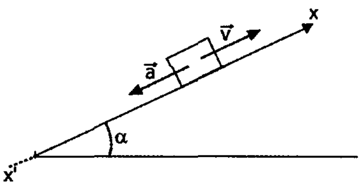
$-\|\vec{P}\|\sin\alpha-\|\vec{f}\|=ma$

$\Rightarrow -m\|\vec{g}\|\sin\alpha-\|\vec{f}\|=ma$

Soit $\boxed{a=-\|\vec{g}\|\sin\alpha-\dfrac{\|\vec{f}\|}{m}}$

b- a= c^{te} $\Rightarrow$ Mouvement rectiligne uniformément varié

Remarque : Au cours de la montée $a<0$; V>0 ; a.V<0 ; le mouvement est rectiligne uniformément retardé.

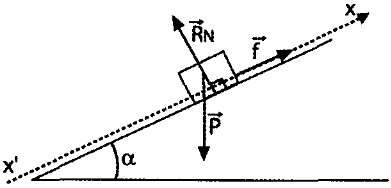


3) a- En appliquant la relation indépendante du temps on peut écrire :

$V_A{}^2-V_0{}^2=2a(x_A-x_0)$

$\Rightarrow V_A{}^2-V_0{}^2=2ad \Rightarrow a=\dfrac{V_A{}^2-V_0{}^2}{2d}$

Avec $V_A=0 \Rightarrow \boxed{a=\dfrac{-V_0{}^2}{2d}}$



$a=-8m.s^{-2}$

b- $\boxed{\|\vec{f}\|=-m\|\vec{g}\|\sin\alpha-ma}$

$\|\vec{f}\|=0,3N$

4) Au cours de la descente (C) est soumis à :

$\vec{P}$; $\vec{f}$; $\vec{R_N}$

N.B :

Le sens de $\vec{f}$ est opposé au vecteur vitesse.

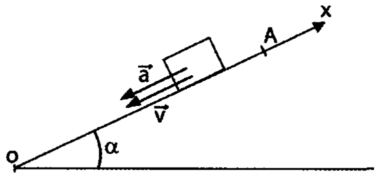
Soit $\vec{a}'$: l'accélération de (C) au cours de la descente en appliquant la R.F.D :

$\vec{P}+\vec{f}+\vec{R_N}=m\vec{a}$

Projection selon x'x : $-\|\vec{g}\|\sin\alpha+\dfrac{\|\vec{f}\|}{m}=a'$

$a'=-2m.s^{-2}$

Remarque : Au cours de la descente $V<0$; $a'<0$; $a'.V>0$: le mouvement est donc rectiligne uniformément accéléré.



Appliquons la relation indépendante du temps entre A et O :

$V_0'^2-V_A^2=2a'(x_0-x_A)$ avec $d=x_A-x_0$ et $V_A=0$

$\Rightarrow V_0'^2=-2a'd$

$\Rightarrow \boxed{V'_0=\pm\sqrt{-2a'd}}$ or $V'_0<0$

$\boxed{V'_0=-\sqrt{-2a'd}}$

$V'_0=-4m.s^{-1}$

$\|\vec{V'_0}\|=4m.s^{-1}$

2

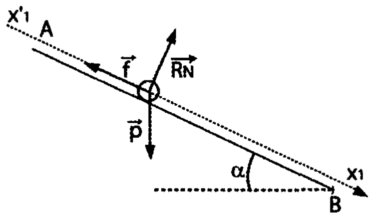
1) a- *Système* $\{S\}$

Bilan des forces

$\vec{P},\ \vec{R_N},\ \vec{f}$

b- R.F.D :

$\vec{P}+\vec{R_N}+\vec{f}=m\vec{a}$



Projection sur x'x : $m\|\vec{g}\|\sin\alpha-\|\vec{f}\|=m.a$

$$\Rightarrow \boxed{a = \left\|\vec{g}\right\|\sin\alpha - \frac{\left\|\vec{f}\right\|}{m}} = c^{te} \neq 0$$

Mouvement rectiligne uniformément varié.

c- Relation indépendante du temps :

$V_B{}^2 - V_A{}^2 = 2a(x_B - x_A) = 2a.AB$

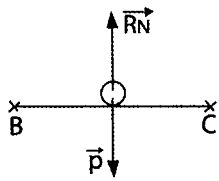
Avec $V_A = 0 \Rightarrow \boxed{a = \frac{V_B{}^2}{2AB}}$ ce qui donne $a = 4m.s^{-2}$

Remarque : $a > 0$; $V > 0$; aV>0 : le mouvement est rectiligne uniformément accéléré entre A et B.

$$\boxed{\left\|\vec{f}\right\| = m(\left\|\vec{g}\right\|\sin\alpha - a)}$$

$\left\|\vec{f}\right\| = 0,5N$

2) Entre B et C : le solide (S) est soumis à $\vec{P}$ et $\vec{R}$ tel que $\vec{P} + \vec{R} = \vec{0}$, il s'agit d'un solide pseudo-isolé.
D'après le principe d'inertie (1[ère] loi de Newton) le mouvement est rectiligne uniforme $\Rightarrow V_C = V_B = 4m.s^{-1}$.



3) a- Sur CD :
Système $\{S\}$

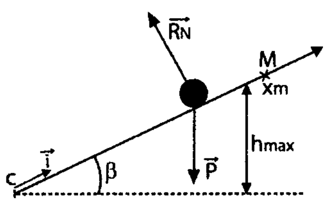
Bilan des forces $\vec{P}, \overrightarrow{R_N}$

R.F.D : $\vec{P} + \overrightarrow{R_N} = m\vec{a}$

Projection selon $(c, \vec{i})$

$-m\left\|\vec{g}\right\|\sin\beta = ma$

$\Rightarrow \boxed{a = -\left\|\vec{g}\right\|\sin\beta}$



$a = -7,07m.s^{-2}$

b- $a = c^{te}$; Mouvement rectiligne uniformément varié $x = \frac{1}{2}at^2 + V_0t + x_0$

avec $V_0 = V_C$ et $x_0 = 0m$

$\Rightarrow \boxed{x = -3,5t^2 + 4t}$

c- Au point M d'abscisse x_M : la vitesse s'annule. En appliquant la relation indépendante du temps.

$V_M{}^2 - V_C{}^2 = 2a(x_M - x_C)$

Avec $V_M = 0 m.s^{-1}$ et $x_C = 0m$

$\Rightarrow -V_C{}^2 = 2a.x_M \Rightarrow \boxed{x_M = -\dfrac{V_C{}^2}{2a}}$

$h_{max} = x_M.\sin\beta \Rightarrow \boxed{h_{max} = -\dfrac{V_C{}^2}{2a}.\sin\beta}$

$h_{max} = 0,8m$

d- $V = \dfrac{dx}{dt} = -7t + 4$

$V = 0 \Rightarrow t = \dfrac{4}{7}s$

t		0,57	
Signe de V	+	0	-
Signe de a	-		-
Signe de a.V	-	0	+
		Arrêt	

$t \in [0\ ;\ 0,57s[$: Mouvement rectiligne uniformément retardé.

$t > 0,57s$: Mouvement rectiligne uniformément accéléré.

e- $x_C = 0 = -3,5t^2 + 4t$

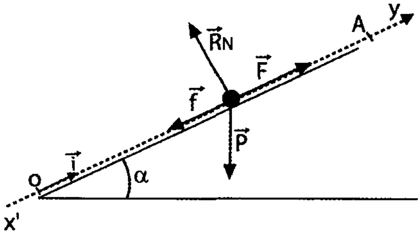
$\Rightarrow t(-3,5t + 4) = 0$

$$\Rightarrow \begin{cases} t_1 = 0 \quad \text{(date de départ)} \\ t_2 = \dfrac{4}{3,5} = 1,14s \quad \text{(date d'arrivée)} \end{cases}$$

La durée totale du mouvement est $\Delta t = t_2 - t_1 = 1,14s$

3

1) Système $\{voiture\}$



Bilan des forces :

$\vec{P}$, $\vec{R_N}$, $\vec{F}$, $\vec{f}$

R.F.D : $\vec{P} + \vec{R_N} + \vec{F} + \vec{f} = m\vec{a_1}$

Projection selon x'x : $-m\|\vec{g}\|\sin\alpha - \|\vec{f}\| + \|\vec{F}\| = m.a_1$

$\Rightarrow \boxed{a_1 = \dfrac{\|\vec{F}\| - \|\vec{f}\|}{m} - \|\vec{g}\| \sin\alpha}$

$a_1 = c^{te} \neq 0$: Mouvement rectiligne uniformément varié.

2) Relation indépendante du temps

$V_A{}^2 - V_0{}^2 = 2a(x_A - x_0)$

$\boxed{a = \dfrac{V_A{}^2 - V_0{}^2}{2OA}}$

$a = 0,28 m.s^{-1}$

3) $\boxed{\|\vec{f}\| = ma_1 + m\|\vec{g}\| \sin\alpha - \|\vec{F}\|}$

$\|\vec{f}\| = 280N$

4

1) a- $V^2 = f(x)$ est une droite affine croissante donc $V^2 = Ax + B$ avec

A : pente de la droite (A>0)

B : ordonné à l'origine

Soit B=0,8(m.s^{-1})^2

$A = \dfrac{4 - 0,8}{0,4 - 0} = 8 m.s^{-1}$

$\Rightarrow \boxed{V^2 = 8x + 0,8}$

b- Relation indépendante du temps :

$V^2 - V_0{}^2 = 2a(x - x_0)$

$avec \quad V_0 = 0 m.s^{-1}$ et $\mathrm{x}_0 = 0$

$\Rightarrow \boxed{V^2 = 2ax + V_0{}^2}$

Par identification terme à terme on peut déduire

$2a = A \Rightarrow a = \dfrac{1}{2} A = 4 m.s^{-2}$

$B = V_0{}^2 \Rightarrow V_0 = \sqrt{B} = 0,89 m.s^{-1}$

c- $x = \dfrac{1}{2} at^2 + V_0 t + x_0 \Rightarrow \boxed{x = 2t^2 + 0,89t}$

$V = at + V_0 \Rightarrow \boxed{V = 4t + 0,89}$

d- Relation indépendante du temps

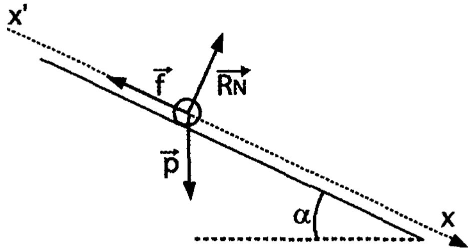
$V_1^2 - V_0^2 = 2a(x_1 - x_0)$ avec $V_1 > 0$

$\Rightarrow \boxed{V_1 = \sqrt{2a(x_1 - x_0) + V_0^2}}$

$V_1 = 2,96 m.s^{-1}$

e- $V_1 = 4t_1 + 0,89 = at_1 + V_0$

$\Rightarrow \boxed{t_1 = \frac{V_1 - V_0}{a}} \Rightarrow t_1 = 0,52s$



2) a- *système* $\{S\}$

Bilan des forces

$\vec{P}$, $\vec{R_N}$ et $\vec{f}$

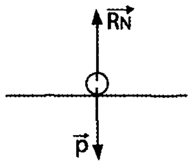
b- R.F.D :

$\vec{P} + \vec{R_N} + \vec{f} = m\vec{a}$

Projection sur x'x : $m\|\vec{g}\|\sin\alpha - \|\vec{f}\| = ma$

$\Rightarrow \boxed{\|\vec{f}\| = m(\|\vec{g}\|\sin\alpha - a)}$

$\|\vec{f}\| = 0,6N$



3)a- $\vec{P} + \vec{R_N} = \vec{0}$

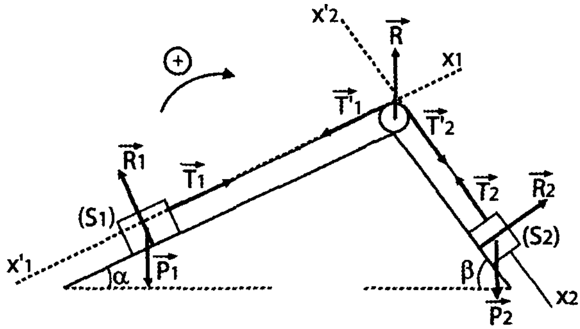
Système pseudo-isolé :

b- D'après le principe d'inertie (S) effectue un mouvement rectiligne uniforme avec une vitesse $V = V_1 = 2,96 m.s^{-1}$

$V_1 = \frac{d}{\Delta t} \Rightarrow \boxed{d = V_1.\Delta t}$

$d = \Delta l = 5,92m$

5



1) système $\{S_1\}$

Bilan des forces : $\vec{P_1}, \vec{R_N}$ et $\vec{T_1}$

Théorème du centre d'inertie $\vec{P_1} + \vec{R_1} + \vec{T_1} = m_1\vec{a_G}$

Projection $x_1'x_1$:

$\boxed{-m_1\left\|\vec{g}\right\|\sin\alpha+\left\|\vec{T_i}\right\|=m_1.a_{G_1}}$ ①

Système $\{S_2\}$

Bilan des forces : $\vec{P_2},\vec{R_N},\vec{T_2}$

Théorème du centre d'inertie : $\vec{P_2}+\vec{R_N}+\vec{T_2}=m_2\vec{a_G}$

$\boxed{m_2\left\|\vec{g}\right\|\sin\beta-\left\|\vec{T_2}\right\|=m_2a_{G_2}}$ ②

Fil inextensible $\Rightarrow \boxed{a_{G_1}=a_{G_2}=a_1=a_2=a}$ ③

Fil de masse négligeable $\Rightarrow \begin{cases}\left\|\vec{T_1}\right\|=\left\|\vec{T_1}'\right\| & ④\\ \left\|\vec{T_2}\right\|=\left\|\vec{T_2}'\right\| & ⑤\end{cases}$

La poulie de masse négligeable $\Rightarrow \boxed{\left\|\vec{T_1}\right\|=\left\|\vec{T_1}'\right\|}$ ⑥

En tenant compte des relations③,④,⑤et ⑥

①+② $\Rightarrow -m_1\left\|\vec{g}\right\|\sin\alpha+m_2\left\|\vec{g}\right\|\sin\beta=(m_1+m_2)a$

$$\Rightarrow \boxed{a=\frac{\left\|\vec{g}\right\|(m_2\sin\beta-m_1\sin\alpha)}{m_1+m_2}}$$

Remarque :

Le système étant initialement au repos :

- Si $m_2\sin\beta-m_1\sin\alpha>0 \Rightarrow a>0$

  Le mouvement se fait dans le sens choisi arbitrairement.

- Si $m_2\sin\beta=m_1\sin\alpha \Rightarrow a=0$

  Le système reste en équilibre.

- Si $m_2\sin\beta<m_1\sin\alpha \Rightarrow a<0$

  Le mouvement se fait dans le sens contraire de celui choisi arbitrairement.

Dans notre cas $a=3m.s^{-2}>0$

Le mouvement dans le sens choisi ; chaque solide effectue un mouvement rectiligne uniformément accélérée.

2) ① $\Rightarrow \boxed{\left\|\vec{T}\right\|=m_1(a+\left\|\vec{g}\right\|\sin\alpha)}$

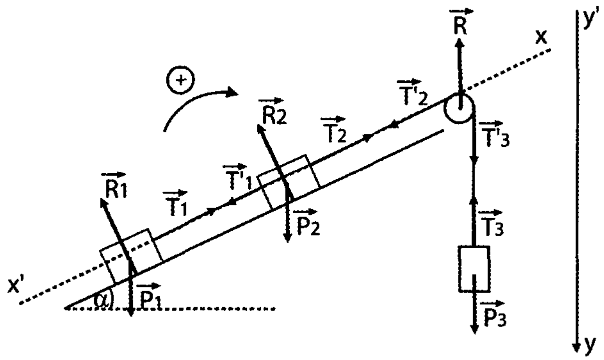
$\left\|\vec{T_1}\right\|=4N$

② $\Rightarrow \boxed{\left\|\overrightarrow{T_2}\right\| = m_2(\left\|\vec{g}\right\|\sin\beta - a)}$

$\left\|\overrightarrow{T_2}\right\| = 4N$

Ce qui confirme bien les relations③,④et ⑤ qui donnent $\left\|\overrightarrow{T_2}\right\| = \left\|\overrightarrow{T_1}\right\|$

6



1) (S_1) : Bilan des forces : $\overrightarrow{P_1}, \overrightarrow{R_1}, \overrightarrow{T_1}$

Théorème de centre d'inertie $\overrightarrow{P_1} + \overrightarrow{R_1} + \overrightarrow{T_1} = m\overrightarrow{a_G}$

Projection sur x'x : $\boxed{-m_1\left\|\vec{g}\right\|\sin\alpha + \left\|\overrightarrow{T_1}\right\| = m_1 a_1}$ ① avec $\overrightarrow{a_1} = \overrightarrow{a_G}$

(S_2) : Bilan des forces : $\overrightarrow{P_2}, \overrightarrow{R_2}, \overrightarrow{T_1}'$ *et* $\overrightarrow{T_2}'$

Théorème du centre d'inertie $\overrightarrow{P_2} + \overrightarrow{R_2} + \overrightarrow{T_1}' + \overrightarrow{T_2}' = m_2\overrightarrow{a_{G_2}}$

Projection sur x'x : $\boxed{-\left\|\overrightarrow{T_1}'\right\| + \left\|\overrightarrow{T_2}\right\| - m_2\left\|\vec{g}\right\|\sin\alpha = m_2 a_2}$ ② avec $a_2 = a_G$

(S_3) : Bilan des forces : $\overrightarrow{P_3}$ et $\overrightarrow{T_3}$

Théorème du centre d'inertie $\overrightarrow{P_3} + \overrightarrow{T_3} = m_3\overrightarrow{a_{G_3}}$

Projection sur y'y : $\boxed{m_3\left\|\vec{g}\right\| - \left\|\overrightarrow{T_3}\right\| = m_3 a_3}$ ③ avec $a_3 = a_{G_3}$

Fils inextensibles : $a_{G_1} = a_{G_2} = a_{G_3} = a$

Fils de masses négligeables : $\begin{cases} \left\|\overrightarrow{T_1}\right\| = \left\|\overrightarrow{T_1}'\right\| \\ \left\|\overrightarrow{T_2}'\right\| = \left\|\overrightarrow{T_2}'\right\| \\ \left\|\overrightarrow{T_3}\right\| = \left\|\overrightarrow{T_3}'\right\| \end{cases}$

Poulie de masse négligeable $\|\vec{T_2}'\| = \|\vec{T_3}'\|$

①+②+③ $\Rightarrow -m_1\|\vec{g}\|\sin\alpha - m_2\|\vec{g}\|\sin\alpha + m_3\|\vec{g}\| = (m_1+m_2+m_3)a$

$$\Rightarrow \boxed{a = \frac{\|\vec{g}\|[m_3-(m_1+m_2)]\sin\alpha}{m_1+m_2+m_3}}$$

2) Si $m_3 > (m_1+m_2)\sin\alpha$

a>0 ; le système initialement au repos le mouvement est donc dans le sens choisi. Chaque solide effectue un mouvement rectiligne uniformément accéléré dans le sens choisi.

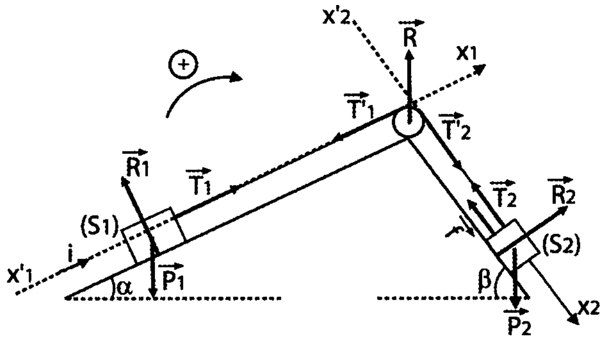
Si $m_3 = (m_1+m_2)\sin\alpha$

a=0 ; le système reste en équilibre.

Si $m_3 < (m_1+m_2)\sin\alpha$

a<0 ; le système est initialement en équilibre donc le mouvement se fait dans le sens contraire du sens choisi.

7



1) (S_1)

Bilan des forces $\vec{P_1}, \vec{R_1}, \vec{T_1}$

Théorème du centre d'inertie $\vec{P_1} + \vec{R_1} + \vec{T_1} = \mathrm{m_1}\vec{a_G}$

Projection selon $x_1'x_1$: $\boxed{-m_1\|\vec{g}\|\sin\alpha + \|\vec{T_1}\| = m_1a_1}$ ①

(S_2)

Bilan des forces : $\vec{P_2}, \vec{T_2}, \vec{R_2}$ *et* $\vec{f}$

Théorème du centre d'inertie $\vec{P_2} + \vec{T_2} + \vec{R_2} + \vec{f} = m_2\vec{a_2}$

Projection selon $x_2^1x_2$ $\boxed{m_2\|\vec{g}\|\sin\beta - \|\vec{T_2}\| - \|\vec{f}\| = m_2a_2}$ ②

Fil inextensible de masse négligeable $\Rightarrow \|\vec{T_1}\| = \|\vec{T_1'}\|$

$$\|\vec{T_2}\| = \|\vec{T_2'}\|$$

$a_1 = a_2 = a$

Poulie de masse négligeable $\|\vec{T_1'}\| = \|\vec{T_2'}\|$

① + ② $\Rightarrow \|\vec{g}\|(m_2 \sin\beta - m_1 \sin\alpha) - \|\vec{f}\| = (m_1 + m_2)a$

$$\boxed{a = \frac{\|\vec{g}\|(m_2 \sin\beta - m_1 \sin\alpha) - \|\vec{f}\|}{m_1 + m_2}}$$

$a = c^{te} \neq 0$

Le système initialement au repos $\Rightarrow$ Le mouvement de chaque solide est rectiligne uniformément accéléré.

2) a- à $t_0 = 0s$; $x_{0_2} = 0$; $V_{0_2} = 0$

La loi horaire du mouvement s'écrit :

$$x_2 = \frac{1}{2}at^2 + V_{0_2}t + x_{0_2}$$

$$\boxed{x_2 = \frac{1}{2}at^2}$$

A t=1s $x_2 = d = 2m$

$$\Rightarrow \boxed{a = \frac{2x_2}{t^2} = \frac{2d}{t^2}}$$

$a = 4m.s^{-2}$

b- d'après 1°)

$m_2\|\vec{g}\|\sin\beta - m_1\|\vec{g}\|\sin\alpha - \|\vec{f}\| = m_1 a + m_2 a$

$m_1(\|\vec{g}\|\sin\alpha + a) = m_2\|\vec{g}\|\sin\beta - \|\vec{f}\| - m_2 a$

$$\boxed{m_1 = \frac{m_2\|\vec{g}\|\sin\beta - \|\vec{f}\| - m_2 a}{\|\vec{g}\|\sin\alpha + a}}$$

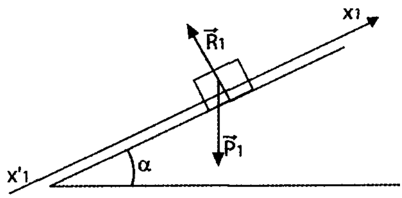
$m_1 = 0{,}13Kg$

c- ① $\Rightarrow \boxed{\|\vec{T_1}\| = m_1(a_1 + \|\vec{g}\|\sin\alpha)}$

$\left\|\vec{T_1}\right\| = 1,17N$

2) à $t_1 = 1s \Rightarrow x_1 = d = 2m$ et $V_1 = at_1 + V_{0_1}$

$V_1 = 4m.s^{-1}$



a- Après la coupure du fil :

(S_1)

Bilan des forces :

$\vec{P_1}, \vec{R_1}$

R.F.D : $\vec{P_1} + \vec{R_1} = m_1\vec{a_1}$

Projection $x_1^{'}x_1$: $-m_1 \left\|\vec{g}\right\| \sin\alpha = m_1 a_1$

$\Rightarrow \boxed{a_1 = -\left\|\vec{g}\right\| \sin\alpha}$

$a_1 = -5m.s^{-1}$

$a_1 = c^{te} \neq 0$; il s'agit d'un mouvement rectiligne uniformément varié (2phases)

b- Soit P le point le plus haut $\Rightarrow V_p = 0$

$V_p{}^2 - V_1{}^2 = 2a_1(x_p - x_1)$

$x_p = x_1 - \dfrac{V_1^2}{2a_1}$

$x_p = 2,4m$

c- Entre P et O (phase de la descente) : le mouvement de s_1 est rectiligne uniformément accéléré $\left(a_1 < 0;\ V<0;\ \alpha V<0\right)$

Soit $V_0^{'2} - V_p^2 = 2a_1\left(x_0 - x_p\right)$ avec $V_p = 0ms^{-1}$

$V_0^{'} = -\sqrt{2a_1\left(x_0 - x_p\right)} < 0$

$V_0^{'} = -4,9ms^{-1}$

MOUVEMENT CIRCULAIRE D'UN POINT MATERIEL

Généralités :

❖ La trajectoire est un cercle ou arc de cercle.

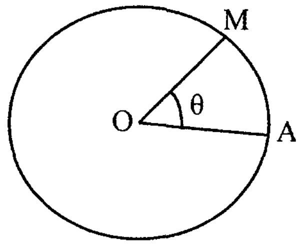
A : origine des espaces

Abscisse angulaire $\boxed{\theta = \overrightarrow{OA}\hat{\ },\overrightarrow{OM}}$

Abscisse curviligne $\boxed{S = OM = R\theta}$

Vitesse $\boxed{V = R.\theta'}$ avec $\boxed{\theta' = \dfrac{d\theta}{dt}}$

$m.s^{-1}$ m $rad.s^{-1}$



O' peut être exprimée en $tours.s^{-1}$ ou en $tours.\min^{-1}$

$$\boxed{1\ tour.s^{-1} = 2\pi\ rad.s^{-1}}$$

$$\boxed{1\ \text{tour.min}^{-1} = \frac{2\pi}{60} rad.s^{-1}}$$

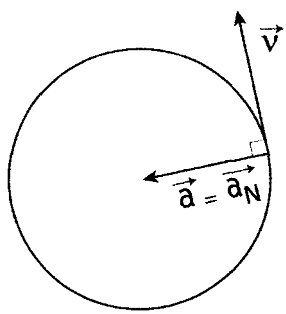
$$\vec{a} = \vec{a_t} + \vec{a_N}$$

$$\boxed{a_t = \frac{dv}{dt} = R\theta''}$$

$$\boxed{a_N = \frac{V^2}{R} = R\theta'^2}$$

Mouvement circulaire uniforme :

- $\boxed{V = cte \iff \theta' = cte}$
- $\boxed{\theta'' = 0}$
- Loi horaire $\boxed{\theta = \theta' t + \theta_o}$
- Accélération $\boxed{\begin{array}{c}\vec{a_t} = \vec{O} \\ \vec{a} = \vec{a_N}\end{array}}$ $\boxed{\vec{V} \perp \vec{a}}$
-



- Le mouvement est périodique :

T : période : durée d'un tour complet sur $\boxed{T = \dfrac{2\pi}{\theta'}}$

N : fréquence : nombre de tours/ seconde $\boxed{N = \dfrac{1}{T} = \dfrac{\theta'}{2\pi}}$

Mouvement rectiligne uniformément varié :

- $\boxed{\theta'' = cte}$
- $\boxed{\theta' = \theta'' t + \theta'_O}$
- $\boxed{\begin{array}{l} Loi \text{ horaire} \\ \theta = \dfrac{1}{2}\theta'' t^2 + \theta'_O \end{array}}$
- Relation indépendante du temps $\boxed{\theta'^2_2 - \theta'^2_1 = 2\theta''(\theta_2 - \theta_1)}$
- $\theta'\theta'' > 0 \Rightarrow$ Mouvement uniformément accéléré

$\theta'\theta'' < 0 \Rightarrow$ Mouvement circulaire uniformément

ÉNONCES

1

Une bille supposée ponctuelle, fixée à l'extrémité d'un fil de longueur R=1,5m décrit un cercle de centre O avec une vitesse de valeur constante $\left\|\vec{V}\right\| = \sqrt{2} m.s^{-1}$

1) Déterminer les caractéristiques de son vecteur vitesse à une date t quelconque.
2) Déterminer les caractéristiques de son vecteur accélération au même instant.
3) Calculer la valeur de sa vitesse angulaire.
4) Donner les lois horaires s(t) et α (t) du mouvement de la bille en prenant s=0 à l'instant t=0s.
5) Calculer la période de ce mouvement.

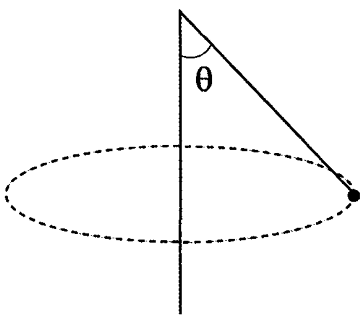
2

Un mobile ponctuel M se déplace avec une vitesse angulaire constante sur un cercle de centre O et de rayon R.
La période et l'accélération du mouvement valent respectivement 0,8s et 24,6m.s $^{-2}$.

Déterminer le rayon R de la trajectoire et la valeur de la vitesse $\vec{v}$ du mobile.

3

Un pendule conique est constitué par une boule ponctuelle A fixée à l'extrémité d'un fil de longueur l.
Le fil est accroché en O à l'axe d'un moteur qui impose à la boule une vitesse de rotation α' constante.



1) Déterminer les caractéristiques des vecteurs vitesse $\vec{v}$ et accélération $\vec{a}$.
On donne : l=m, $\theta = 30°$; $\alpha' = 45 tours/min$
2) Représenter $\vec{a}$ et $\vec{v}$.
3) En supposant qu'à t=0s, la boule est à l'origine des espaces ($\alpha_0 = 0 rad$)
Ecrire l'équation horaire de son mouvement et calculer le temps mis pour que le moteur effectue 20tours.
4) Calculer la valeur de la tension du fil.
On donne : m=20g.

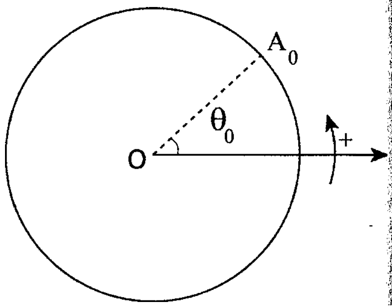
4

Un point matériel (M) se déplace sur un cercle de rayon R=50cm ; avec la vitesse angulaire $\theta' = 4\pi.rad.s^{-1}$. A l'origine des dates t, le point mobile (M) part dans le sens trigonométrique de la position A_0 d'abscisse $\theta_0 = \frac{\pi}{4}$ rad (figure ci-contre).

1) dire en le justifiant si le mouvement du point mobile (M) est uniforme ou uniformément varié.

2) a- Etablir l'équation horaire en abscisse angulaire, du mouvement du point mobile (M).

b- En déduire l'équation horaire en abscisse curviligne, de ce mouvement.



3) Calculer la valeur de la vitesse $\vec{v}$ du point mobile (M)

4) Calculer la valeur de l'accélération $\vec{a}$ du point mobile (M).

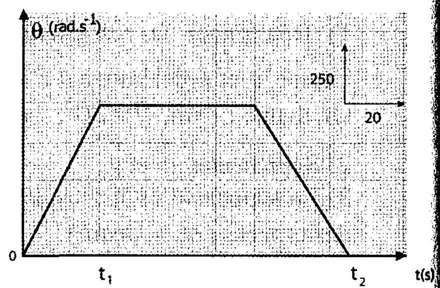
5) Le point mobile (M) passe à l'instant t1=2,25s, par une position A1.

a- Calculer l'abscisse angulaire de cette position.

b- Représenter le vecteur vitesse et le vecteur accélération du point mobile à l'instant t1.

6) Calculer la période T de la fréquence N du mouvement du point mobile (M).

5 On considère un point M de la circonférence d'un disque de centre O et de rayon R. Ce disque est solidaire en O de l'axe d'un moteur électrique. A l'instant $t_0 = 0s$, on alimente le moteur puis on coupe le courant à un instant t_2. Le graphe de la figure ci-contre représente l'évolution temporelle de la vitesse angulaire θ du point du mobile M.



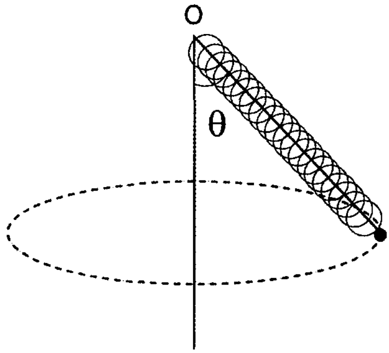
1) Montrer que le mouvement de ce point mobile possède trois phases dont on déterminera la nature.

2) Etablir la loi horaire en abscisse angulaire, de chaque phase du mouvement. On prendra l'origine des temps et l'origine des abscisses angulaires la position du point mobile au départ.

6 Un solide (S) ponctuel de masse m=100g est accroché à l'une des extrémités d'un ressort de raideur k=40Nm^{-1} et de longueur à vide $\ell_0 = 20cm$. L'autre extrémité O du ressort est soudée à une tige verticale mobile (T).

L'ensemble est animé d'un mouvement circulaire uniforme de vitesse angulaire α'.

Le ressort s'allonge alors de x=5cm et son axe fait un angle ϑ avec la tige T.



1) Représenter les forces appliquées au solide (S) ainsi que le vecteur accélération.

2) a- Exprimer le rayon de la trajectoire de (S) en fonction de ℓ_0 ; x et ϑ.

b- En appliquant la R.F.D exprimer la vitesse angulaire α' en fonction de K,x,m et ℓ_0.

c- Calculer sa valeur l'exprimer en tours par seconde.

d- Déterminer l'angle ϑ.

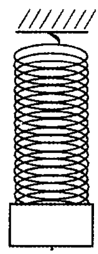
3) Le point de soudure entre (S) et le ressort supporté une tension maximale $\left\|\overrightarrow{T_{\max}}\right\| = 4N$

a- Déterminer l'angle maximale ϑ_m que fait l'axe du ressort avec (T)

b- Calculer la vitesse angulaire $\alpha'_{\max}$ de rupture.

7 On donne $\left\|\vec{g}\right\| = 10 m.s^{-2}$

On dispose d'un ressort de masse négligeable ; de longueur à vide l0=10cm ; et de raideur K.



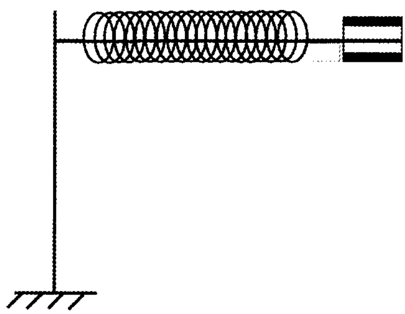
I) Le ressort est disposé verticalement ; l'une des extrémités est fixé, à l'autre extrémité on accroche un solide © de masse m=100g ; supposé ponctuel.

1) Lorsque © est en équilibre la longueur du ressort est l=22cm.

Montrer que la raideur du ressort est K=50Nm $^{-1}$

II) Le ressort est maintenant enfilé sur une tige horizontale une extrémité est fixé à un axe vertical ; à l'autre extrémité est soudé ©.

On fait tourner l'ensemble $\{tige,$ ressort ,c$\}$ autour de l'axe vertical avec une vitesse angulaire constante ϑ'.



La longueur du ressort est donc: $\ell = 29,2cm$.

1) Représenter les forces exercées sur © ainsi que le vecteur accélération.

2) a- Exprimer la vitesse angulaire ϑ' de © en fonction de m,k, ℓ et ℓ_0.

b- Calculer ϑ' l'exprimer en tours par secondes.

CORRIGÉS

1

$$R = 1,5m; \quad \|\vec{V}\| = \sqrt{2}m.s^{-1} = C^{te} \neq 0$$

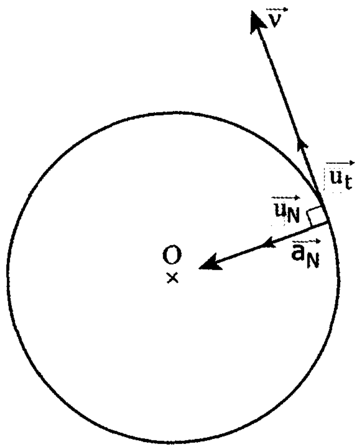
1) La bille effectue un mouvement circulaire uniforme puisque la valeur de sa vitesse est constante. Le vecteur $\vec{V}$ est tangent à la trajectoire à chaque instant :

Soit $\overrightarrow{Ut}$: vecteur unitaire tangent à la trajectoire à l'instant t.

$\boxed{\vec{V} = V.\overrightarrow{Ut}}$ soit $\boxed{\vec{V} = \sqrt{2}.\overrightarrow{Ut}}$

2) Pour un mouvement circulaire uniforme

$$\boxed{\begin{array}{l} \vec{a_t} = \dfrac{dv}{dt}\overrightarrow{Ut} = \vec{0} \\ \overrightarrow{a_N} = \dfrac{V^2}{R}\overrightarrow{U_N} = 2\overrightarrow{U_N} \end{array}}$$



Remarque :

A chaque instant $\vec{a} \perp \vec{V}$

3) $V = R.O' \Rightarrow \boxed{\theta' = \dfrac{V}{R}}$ $\quad O' = \sqrt{2}.rad.s^{-1}$

4) $S = Vt + V_0 \Rightarrow \boxed{S = \sqrt{2}t}$

$\alpha = \theta' t + \alpha_0 \Rightarrow \boxed{\alpha = \sqrt{2}t}$

5) Un mouvement circulaire uniforme est périodique de période

$$\boxed{T = \frac{2\pi}{\theta'}} = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}.\pi s$$

2

1) Mouvement circulaire uniforme.

$T = 0,8s$ et $\|\vec{a}\| = 24,6m.s^{-2}$

$$\begin{cases} ① \; T = \dfrac{2\pi}{\theta'} = \dfrac{2\pi}{\left(\dfrac{V}{R}\right)} = \dfrac{2\pi R}{V} \\ ② \; \|\vec{a}\| = \|\vec{a}_N\| = \dfrac{V^2}{R} \end{cases}$$

② $\Rightarrow V^2 = R\|\vec{a}\|$

①² $\Rightarrow T^2 = \dfrac{4\pi^2 R^2}{V^2} = \dfrac{4\pi^2 R^2}{R\|\vec{a}\|}$

$\Rightarrow T^2 = \dfrac{4\pi^2 R}{\|\vec{a}\|}$

Soit $\boxed{R = \dfrac{\|\vec{a}\| T^2}{4\pi^2}}$

$R = 0,4m$

① $\Rightarrow \boxed{V = \dfrac{2\pi R}{T}}$

$V = 3,14 m.s^{-1}$

3

1) Mouvement circulaire uniforme avec : $R = 0,5m$

Le rayon du cercle décrit $R = \ell.\sin\alpha$

$\boxed{V = R.\theta'} \begin{cases} V \text{ en m.s}^{-1} \\ R \text{ en m} \\ \theta' \; en \text{ rad.s}^{-1} \end{cases}$

Or $\theta' = 45\ tours.\text{min}^{-1} = \dfrac{45 \times 2\pi}{60} = 4,71 rad.s^{-1}$

$\Rightarrow V = 2,35 m.s^{-1}$

$\vec{V} = V.\overrightarrow{Ut}$

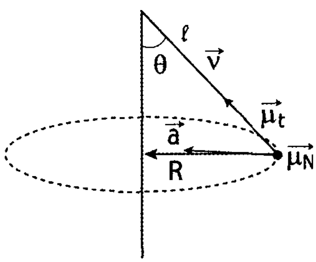
$\vec{V} = 2,35\overrightarrow{Ut}$

$\|\vec{a}\| = \|\vec{a}_N\| = \dfrac{V^2}{R} = 11 m.s^{-2}$

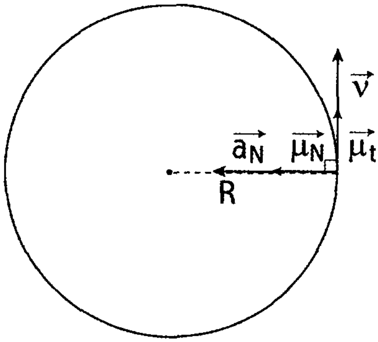
$\boxed{\vec{a} = a\overrightarrow{U_N} = 11\overrightarrow{U_N}}$

2)

vue en perspective



Par une vue de dessus



3) $\alpha = \theta' t + \alpha_0$

$\Rightarrow \boxed{\alpha = 4,71t}$ Equation horaire du mouvement

$\alpha = 20 tours = 20 \times 2\pi = 40\pi.rad$

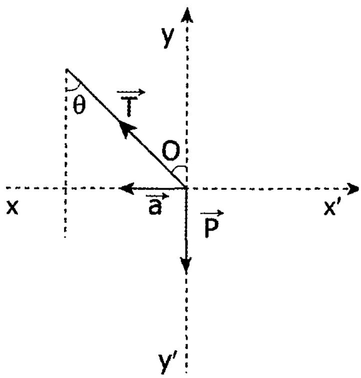
$t = \frac{\alpha}{\theta'} = \frac{40\pi}{4,71} = 26,68s$

4) En appliquant la relation fondamentale de la dynamique à la bille : $\vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}$

Projection selon x'x : $-\|\vec{T}\| \sin\theta = -m\|\vec{a}\|$

$\Rightarrow \boxed{\|\vec{T}\| \frac{m\|\vec{a}\|}{\sin\theta}}$

$\|\vec{T}\| = 0,44N$



4

$R = 0,5m$; $\theta' = 4\pi.\text{rad.s}^{-1}$; à t=0 $\theta = \theta_0 = \frac{\pi}{4} rad$

1) Il s'agit d'un mouvement circulaire uniforme car θ' =constante $\neq 0$

2) a- $\theta = \theta' t + V_0 \Rightarrow \boxed{\theta' = 4\pi t + \frac{\pi}{4}}$

b- $S = R.\theta = R(\theta' t + \theta_0) \Rightarrow \boxed{S = 2\pi t + \frac{\pi}{8}}$

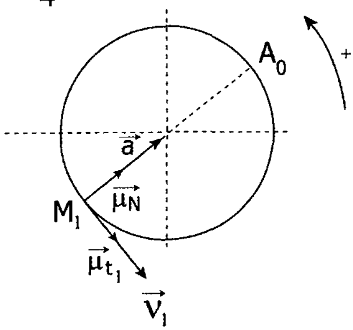
3) $V = R.\theta' = 2\pi.\text{m.s}^{-1}$

4) $\|\vec{a}\| = \|\vec{a_N}\| = \frac{V^2}{R} \Rightarrow \|\vec{a}\| = \frac{(2\pi)^2}{0,5} = 78,95 m.s^{-2}$

5) a- A l'instant t_1=2,25s

$$\theta_1 = 4\pi t_1 + \frac{\pi}{4} = 4\pi(2,25) + \frac{\pi}{4}$$
$$= 9\pi + \frac{\pi}{4}$$
$$= 8\pi + \pi + \frac{\pi}{4}$$
$$= 8\pi + \frac{5\pi}{4}$$
$$= \frac{41\pi}{4}$$
$$= \frac{5\pi}{4}\ rad$$

b-



6) La période $T = \frac{2\pi}{\theta'} = \frac{2\pi}{4\pi} = 0,5s$

La fréquence $N = \frac{1}{T} = 2Hz$

5

1) $t \in [0, t_1[$ avec $t_1 = 20s$

$\theta' = f(t)$ est une droite linéaire de la forme θ'=A.t

$\theta'' = \frac{d\theta'}{dt} = c^{te} > 0 \Rightarrow$ Mouvement circulaire uniforme

$t \in [t_1, t_2]$ avec $t_2 = 60s$

$\theta' = f(t)$ = constante

$\theta'' = \frac{d\theta'}{dt} =$ constante<0 $\Rightarrow \theta'.\theta'' < 0$

Il s'agit d'un mouvement circulaire uniformément retardé.

2) $t \in [0,\ 20s[$

$$A = \frac{1000}{20} = 50 \text{ rad.s}^{-2}$$

$$\Rightarrow \boxed{\theta' = 50t} \Rightarrow \theta' = \frac{d\theta}{dt} \Rightarrow \theta = \frac{1}{2}\theta'' t^2 + \theta_0' t + \theta_0$$

$$\boxed{\theta = 25t^2}$$

A $t \in [20s,\ 60\text{s}]$

$$\theta' = 1000 rad.s^{-2}$$

avec $\theta = \theta' t + \theta_0$

$$\theta_0 = 25t_1^2 = 10^4 rad$$

$$\Rightarrow \boxed{\theta = 10^3 t + 10^4}$$

$$t_2 = 60s \Rightarrow \theta = 7.10^4 \text{ rad}$$

$\text{t} \in]60s,\ 90\text{s}[$: $\theta' = At + B$

Avec $\text{A} = \dfrac{0-1000}{90-60}$

$= -33{,}33 \text{ rad.s}^{-2}$

$$\theta'' = \frac{d\theta'}{dt} = -33{,}33 \text{ rad.s}^{-2}$$

$$\theta = \frac{1}{2}\theta'' t^2 + \theta_0' t + \theta_0 \Rightarrow \boxed{\theta = -16{,}66t^2 + 10^4 t + 7.10^4}$$

6

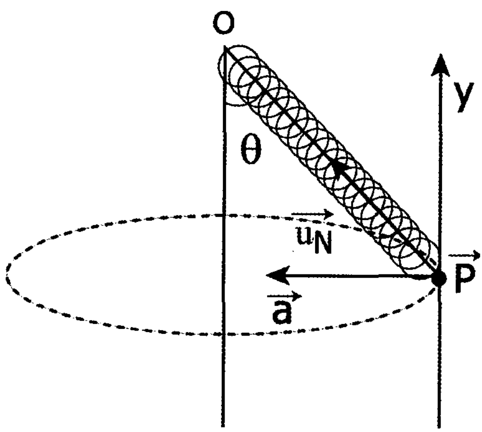
1) Système $\{S\}$

Bilan des forces :

$\vec{P}$: poids

$\vec{T}$: tension du ressort

Le vecteur accélération est centripète.



2) a- $\text{R} = \ell.\sin\theta = (\ell_0 + x)\sin\theta$

b- $R.F.D: \vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}$

Projection selon $\overrightarrow{U_N}$: $\|\vec{T}\|\sin\theta = m.a$

$$= m.\frac{V^2}{R} = m.R.\alpha'^2$$

$$\Rightarrow \alpha'^2 = \frac{\|\vec{T}\|\sin\theta}{m.R} = \frac{K.x.\sin\theta}{m.(\ell_0+x)\sin\theta}$$

$$\Rightarrow \boxed{\alpha' = \sqrt{\frac{k.x}{m(\ell_0+x)}}}$$

$\alpha' = 8{,}94.rad.s^{-1}$

c- $\alpha' = 8{,}94.rad.s^{-1}$

$\alpha' = 1{,}42.tours.s^{-1}$

d- Projection de la R.F.D selon y'y : $-\|\vec{P}\| + \|\vec{T}\|\sin\theta = 0$

$k(\ell_0+x)\sin\theta = m\|\vec{g}\|$

$$\rightarrow \boxed{\sin\theta = \frac{m\|\vec{g}\|}{k(\ell_0+x)}}$$

$\sin\theta = 0{,}1$

$\rightarrow \theta = 5{,}7°$

3) $\|\overrightarrow{T_{max}}\| = 4N$

a- $\sin\theta_{max} = \dfrac{m\|\vec{g}\|}{\|\overrightarrow{T_{max}}\|} = 0{,}25 \Rightarrow \theta_{max} = 14{,}5°$

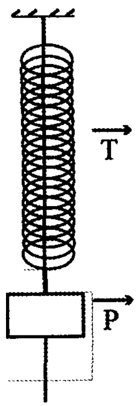
b- $\|\overrightarrow{T_{max}}\| = R.x_{max}$

$$x_{max} = \frac{\|\overrightarrow{T_{max}}\|}{k} = 0{,}1m$$

$$\alpha'_{max} = \sqrt{\frac{kx_{max}}{m(\ell_0+x_{max})}} = 11{,}54rad.s^{-1}$$

7

I) Système $\{C\}$



$\vec{P} + \vec{T} = \vec{0}$

$\Rightarrow m\|\vec{g}\| = k(\ell - \ell_0)$

$\rightarrow \boxed{k = \dfrac{m\left\|\vec{g}\right\|}{\ell - \ell_0}}$

$k = 50N.m^{-1}$

II)

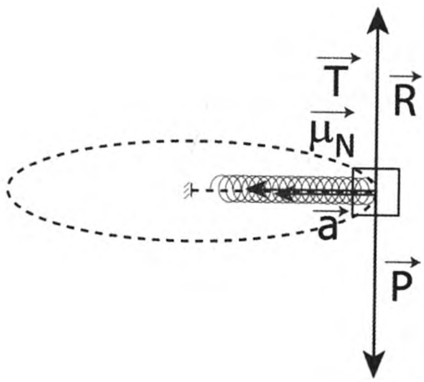
1) Système $\{C\}$

$\vec{P}$: poids

$\vec{R}$: réaction de la tige

$\vec{T}$: tension du ressort

L'accélération est centripète



2) a- $\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = \text{m}\,\vec{a}$

Projection selon $\overrightarrow{U_N}$: $\left\|\vec{T}\right\| = m.a$

$k.(\ell - \ell_0) = m.\ell.\theta'^2$

Avec $k = \ell \Rightarrow \boxed{\theta' = \sqrt{\dfrac{k(\ell - \ell_0)}{m.\ell}}}$

b- $\theta' = 12,55.rad.s^{-1}$

$\theta' = \dfrac{12,55}{2\pi} \simeq 2tours.s^{-1}$

DYNAMIQUE D'UN SOLIDE EN ROTATION AUTOUR D'UN AXE FIXE

- Lorsqu'un solide est animé d'un mouvement de rotation autour d'un axe Δ fixe :
- Tous les points du solide ont des trajectoires circulaires dans des plans perpendiculaires à l'axe de rotation et centrées sur cet axe.
- Tous les points ont à un instant donné, la même vitesse angulaire et la même accélération angulaire.

- 2ème loi de Newton :

$$\boxed{\sum M_{\overrightarrow{Fext}/\Delta} = Js/\Delta \;.\; \theta''}$$

$N.m^{-1}$ $kg.m^{-1}$ $rad.S^{2}$

Avec Js/Δ est le moment d'inertie du solide par rapport à l'axe de rotation Δ ; il traduit l'inertie qu'oppose le solide à la variation de sa vitesse angulaire, (plus le moment d'inertie est grande, plus il sera difficile de mettre le solide en rotation autour de cet axe).

- Moment d'inertie d'un point matériel par rapport à l'axe de rotation Δ.

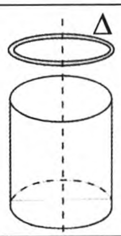
$$\boxed{J = m \;.\; R^2}$$

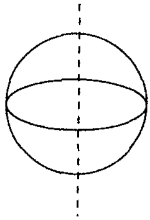
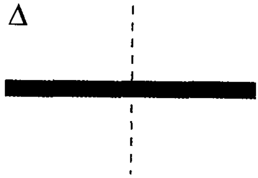
Kg.m^{-2}

Masse du point matériel (kg)

Rayon du cercle décrit (m^2)

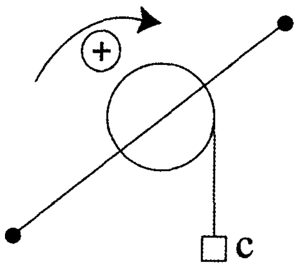
Expression des moments d'inertie de quelques solides homogènes par rapport à leurs axe de symétrie.

Anneau en cylindre creux		$J_s/\Delta = M.R^2$
Disque ou cylindre plein		$Js/\Delta = \frac{1}{2}MR^2$

Sphère pleine	D 	$Js / \Delta = \frac{2}{5} MR^2$
Tige de longueur L	Δ 	$Js / \Delta = \frac{1}{12} ML^2$

ÉNONCÉS

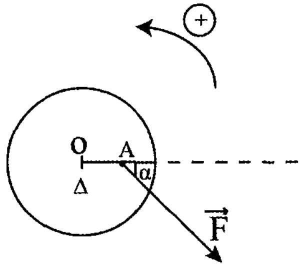
1 Aux extrémités d'une tige de masse négligeable de longueur AB=2l.
On fixe 2 corps ponctuels identiques de masse m chacun.
Cette tige est entrainée par un cylindre plein, mobile autour de son axe horizontal sur lequel est enroulé un fil qui soutient un corps (C) de masse M. Le système est abandonné à lui-même sans vitesse initiale à l'instant t=0s.



1) Déterminer l'accélération $\vec{a}$ du corps (C) et l'accélération angulaire θ'' du système tournant.
2) Déterminer la vitesse angulaire et la vitesse linéaire de l'un des corps ponctuels lorsque la tige a effectué 2 tours.
On donne :
Le moment d'inertie du cylindre $J_0 = 10^{-3} Kg.m^2$
L=20cm
R(rayon)=5cm
m=50g
M=500g

2 Le rotor d'un moteur électrique de moment d'inertie $J = 4.10^{-2}$ kg m² tourne à raison de 1800 tours par minute moment où l'on coupe le courant.
On constate que le rotor cesse de tourner au bout de t=0,6s.
1) Calculer l'accélération angulaire, supposée constante, du rotor après coupure du courant.
2) Calculer le moment du couple M_C produisant l'arrêt.

3 Un volant assimilable à un disque de rayon R=0,5m, de poids P tourne sans frottement autour de son axe de révolution horizontal Δ à raison de 600 tours.min^{-1}.



On lui applique une force de freinage $\vec{F}$ d'intensité : $\|\vec{F}\| = \|\vec{P}\| / 20$ orthogonale à Δ, et faisant constamment un angle α =30° avec le rayon horizontal OA. On donne : OA=R/2.

1) Quelle est la nature du mouvement du volant ?
2) Combien de temps met-il pour s'arrêter ?
3) Combien de tours effectue-t-il avant l'arrêt ?

4 Deux solides S_1 *et* S_2 sont reliés par un fil inextensible ; de masse négligeable, passant sur une poulie assimilée à un cylindre plein de masse M, de rayon R et de moment d'inertie $J = 10^{-3} Kgm^2$.

Soient m_1 *et* m_2 ; G_1 *et* G_2 respectivement les masses et les centres d'inertie de S_1 *et* S_2, α est l'angle du plan incliné sur lequel se translate le solide S_1.

On donne : $\alpha = 30°$; $m_1 = 200g$ *et* $m_2 = 300g$

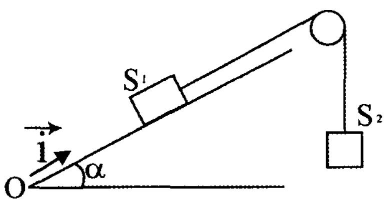
A la date t=0 ; le système est abandonné à lui-même sans vitesse initiale.

Le solide S_1 initialement au repos en O se met en mouvement dans le sens positif du repère R(o, $\vec{i}$).

Les frottements sur le plan incliné sont équivalents à une force $\vec{f}$ opposé au mouvement et de valeur $\|\vec{f}\| = 0,2N$.

On a relevé les dates t de passage de G_1 par des positions d'abscisses x ces résultats ont permis de tracer la courbe x=f(t²) de la fig 2.

Figure 1



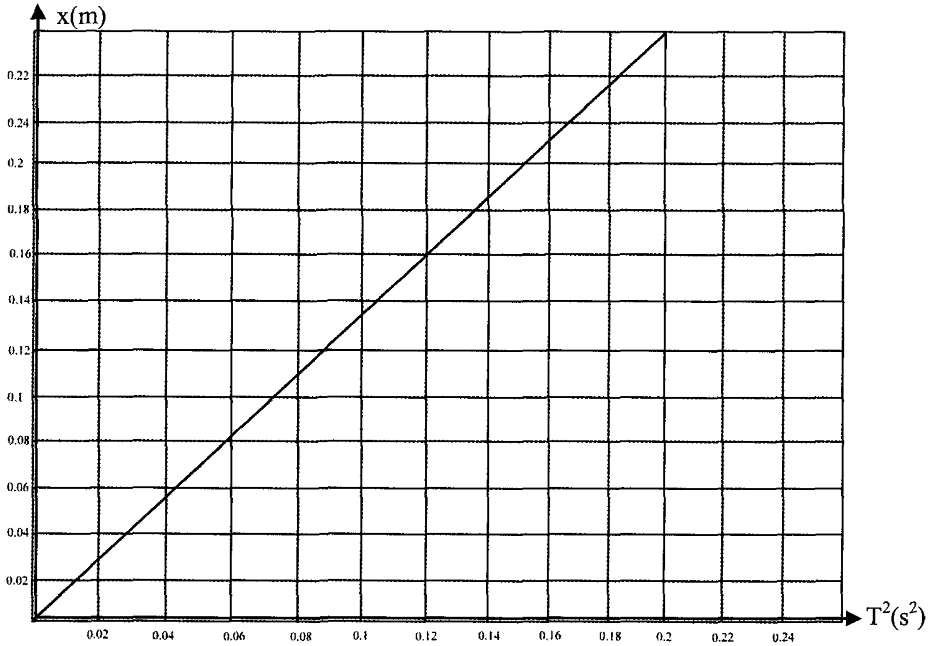


Figure 2

1) a- Montrer que S_1 effectue un mouvement rectiligne uniformément accéléré avec une accélération $a = 3ms^{-2}$ et écrire son équation horaire.

b- Calculer la distance d_1 parcourue par S_1 à l'instant $t_1 = 1s$.

Ainsi que sa vitesse V_1 à cet instant.

2) a- Montrer que les deux solides S_1 *et* S_2 ont la même accélération a.

b- Exprimer a en fonction de $m_1, m_2, M \|\vec{f}\|, \|\vec{g}\| \, et \, \alpha$.

c- Déterminer la masse M de la poulie.

d- Déduire son rayon R.

3) A l'instant $t_1 = 1s$; le fil reliant les deux solides S_1 *et* S_2 se coupe ; G_1 se trouve au point A ; G_2 se trouve à une hauteur h=2m par rapport au sol.

a- Déterminer l'accélération a_1 de S_1 juste après la rupture de fil préciser la nature de mouvement.

b- Déduire la distance AC parcourue par S_1 avant de rebrousser chemin.

c- Calculer la durée tc du parcourt AC.

d- Déterminer l'accélération a_1' de S_1 lors de la descente préciser la nature du mouvement.

e- Déterminer la vitesse $\vec{V_0}$ de (S_1) lorsqu'il repasse par le point O.

CORRIGÉS

1

1) Système {C}

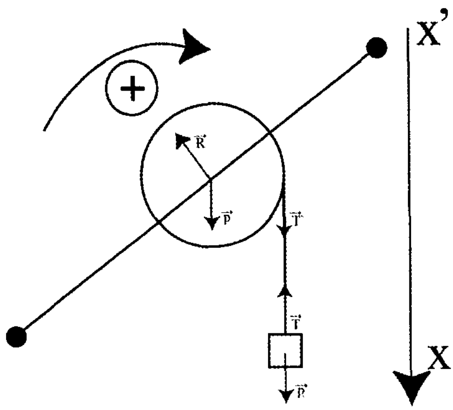
Bilan des forces : $\vec{P_C}$ et $\vec{T}$

Théorème du centre d'inertie :

$$\vec{P_C}+\vec{T}=M.\vec{a_G}$$

Projection selon X'X :

$$\boxed{M\|\vec{g}\|-\|\vec{T}\|=Ma} \quad ①$$



Système {Poulie, tige, les masselotte}

$$J_s/\Delta=J_{poulie}+J_{tige}+J_{masselote}$$

$$\Rightarrow J_s/\Delta=J_0+0+2m.l^2$$

$$\Rightarrow \boxed{J_s/\Delta=J_0+2ml^2}$$

RFD : $\sum_{\overrightarrow{Fext}/\Delta}=J_{S/\Delta}.\theta''$

$$\Rightarrow M_{\vec{P}/\Delta}+M_{\vec{R}/\Delta}+M_{\vec{T}/\Delta}=J_{s/\Delta}.\theta''$$

$$\boxed{\|\vec{T}\|.R=J_{s/\Delta}.\theta''} \quad ②$$

Fil inextensible $\Rightarrow a=a_t$

Fil de masse négligeable $\Rightarrow \|\vec{T}\|=\|\vec{T'}\|$

Avec $\boxed{a_t=R.\theta''}$ ③

$$① \Rightarrow \quad M.\|\vec{g}\|-\|\vec{T}\|=M.a$$

$$② \quad \|\vec{T}\|R=(J_0+2ml^2).\frac{a}{R}$$

$$①\text{-}② \Rightarrow M.\|\vec{g}\|=a\left(\left(\frac{J_0+2ml^2}{R^2}\right)+M\right)$$

$$\Rightarrow \boxed{a=\frac{M.\|\vec{g}\|}{\left(\frac{J_0+2ml^2}{R^2}\right)+M}}$$

A.N : $a=2m.s^{-2}$

$$\boxed{\theta'' = \frac{a}{R}}$$

$\theta'' = 40 rad.s^{-2}$

2) Le corps (C) effectue un mouvement rectiligne uniformément accéléré car a= constante $\neq 0$ et (C) est initialement au repos.
Le système tournant {poulie, tige et masselottes} est en rotation.
Un point de ce système tel que l'une des masselottes effectue un mouvement circulaire uniformément accéléré car l'accélération angulaire est constante non nulle et il était initialement au repos.

3) Le mouvement est circulaire uniformément accéléré avec une accélération angulaire $\theta'' = 40 rad.s^{-2}$ à l'origine des dates t=0 ; $\theta_0 = 0 rad$ et $\theta'_0 = 0 rad.s^{-1}$

Après 2 tours : $\theta = 4\pi$ et on veut déterminer θ'.
Appliquons la relation indépendante du temps.

$$\theta'^2 - \theta_0'^2 = 2\theta''(\theta - \theta_0)$$

$$\Rightarrow \theta'^2 = 2\theta''.\theta \Rightarrow \boxed{\theta' = \sqrt{2\theta''.\theta}}$$

A.N : $\theta' = 31,7 rad.s^{-1}$

$\boxed{V = l.\theta'}$ avec l : rayon du cercle décrit $V = 6,34 m.s^{-1}$

Autrement :
On peut écrire l'équation horaire du mouvement ; déterminer la durée nécessaire pour effectuer 2 tours et déduire la vitesse angulaire.
Equation horaire :

$$\theta = \frac{1}{2}\theta'' t^2 + \theta'_0 t + \theta_0$$

2 tours $\Rightarrow \theta = 4\pi$

$$\Rightarrow \boxed{t = \sqrt{\frac{2\theta}{\theta''}}}$$

$$\theta' = \theta'' t + \theta'_0 \Rightarrow \theta' = \theta''\sqrt{\frac{2\theta}{\theta''}}$$

$\boxed{\theta' = \sqrt{2\theta''\theta}}$ =31,7rad.s $^{-1}$

2

$\theta'' = cte \Rightarrow$ chaque point du rotor effectue un mouvement circulaire uniformément varié.

$$\theta' = \theta'' t + \theta'_0$$

Avec $\theta'_1 = 1800 tours.\min^{-1}$

$$= \frac{1800 \times 2\pi}{60} = 60\pi rad.s^{-1}$$

A t=0,6s ; $\theta' = 0 rad.s^{-1}$

$$\boxed{\theta'' = \frac{\theta' - \theta_0}{t}}$$

A.N : $\boxed{\theta'' = -100\pi rad.s^{-2}}$

2) Système {Rotor}

Bilan des forces $\vec{P}; \vec{R}; \vec{f_1}$ *et* $\vec{f_2}$: couple de frottement.

En appliquant la relation fondamentale de la dynamique : $\sum M_{\vec{C}/\Delta} = J.\theta''$

$$M_{\vec{P}/\Delta} + M_{\vec{R}/\Delta} + M_{\vec{C}/D} = J.\theta''$$

$$\Rightarrow \boxed{M_{C/D} = J.\theta''}$$

A.N : $M_{C/\Delta} = -12,56\, N.m$

3

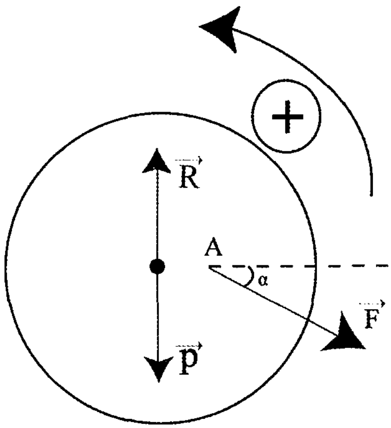
1) Système {volant}

Bilan des forces : $\vec{P}$, $\vec{R}$, *et* $\vec{F}$

Appliquons la R.F.D :

$$\sum M_{\overrightarrow{Fext}/\Delta} = J.\theta''$$

$$M_{\vec{P}/\Delta} + M_{\vec{R}/\Delta} + M_{\vec{F}/\Delta} = J.\theta''$$



$$\text{Avec} \begin{cases} M_{\vec{F}/\Delta} = -\|\vec{F}\|.OA.\sin\alpha \\ J = \frac{1}{2}M.R^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow -\|\vec{F}\|.OA.\sin\alpha = \frac{1}{2}M.R^2.\theta''$$

Avec $\|\vec{F}\| = \dfrac{M\|\vec{g}\|}{20R}$

$$\Rightarrow \theta'' = \frac{-m\|\vec{g}\|.OA.\sin\alpha}{10.M.R^2} \quad avec \;\; OA = \frac{R}{2}$$

$$\boxed{\theta'' = \frac{-\|\vec{g}\|.\sin\alpha}{20.R}}$$

A.N :

$\theta'' = -0,5 rad.s^{-2}$

$\left.\begin{array}{l}\theta' > 0 \\ \theta'' < 0\end{array}\right\} \theta'.\theta'' < 0$

Le mouvement de chaque point du volant est circulaire uniformément retardé.

2) $\theta' = \theta'' t + \theta'_0$

Avec $\theta'_0 = 600 tours.\min^{-1}$

$$= \frac{600 \times 2\pi}{60} = 20\pi rad.s^{-1}$$

A l'arrêt $\theta' = 0 \Rightarrow \theta'' t + \theta'_0 = 0$

$\Rightarrow \theta'' t = -\theta'_0$

Soit $\boxed{t = \frac{-\theta'_0}{\theta''}}$

A.N : $t = 40\pi s$

3) Soit n= nombre de tours

$n = \frac{\theta}{2\pi}$ avec $\theta = \frac{1}{2}\theta'' t^2 + \theta'_0 t + \theta_0$

$$\boxed{n = \frac{\frac{1}{2}\theta'' t^2 + \theta'_0 t}{2\pi}}$$

A.N : $n = 628,3 tours$

4

1) a- La courbe x=f(t²) est une droite linéaire de la forme x=K.t² avec K : pente de la droite.

$$k = \frac{x}{t^2} = \frac{0,06}{0,04} = 1,5 m.s^{-2}$$

$$V = \frac{dx}{dt} = 2Kt = 3t$$

$$a = \frac{dv}{dt} = 3 m.s^{-2} = \text{constantes} \neq 0$$

Le mouvement est donc rectiligne uniformément accéléré car (S_1) est initialement au repos.

La loi horaire du mouvement :

$$x = \frac{1}{2}at^2 + V_0 t + x_0 \; avec \begin{cases} V_0 = 0 m.s^{-1} \\ x_0 = 0 m \end{cases}$$

$$\Rightarrow \boxed{x = 1,5t^2}$$

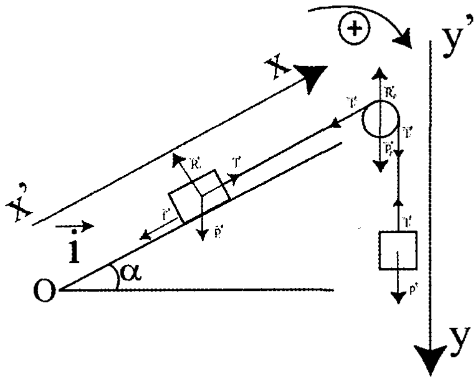
b- à l'instant $t_1 \Rightarrow x_1 = \frac{1}{2}at_1^2$

$x_1 = 1,5m$

$V_1 = at_1 = 3m.s^{-1}$

2) a- $(S_1)\,et\,(S_2)$ sont reliés par un fil inextensible $\Rightarrow a_{G_1} = a_{G_2} = a$

b- Système {poulie}.



Bilan des forces : $\vec{R}, \vec{T_1'}, \vec{T_2'}, \vec{P_p}$

R.F.D : $\sum M_{\overrightarrow{Fext}/\Delta} = J_{s/\Delta}.\theta''$

$$M_{\vec{R}/\Delta} + M_{\vec{P_p}/\Delta} + M_{\vec{T_1'}/\Delta} + M_{\vec{T_2'}/\Delta} = J_{s/\Delta}.\theta''$$

$$-\left\|\vec{T_1'}\right\|R + \left\|\vec{T_2'}\right\|R = J_{s/\Delta}.\theta''$$

Avec $a = a_t = R.\theta'' \Rightarrow = \frac{a}{R}$

Et $J_{s/\Delta} = \frac{1}{2}M.R^2$

$$\Rightarrow -\left\|\vec{T_1'}\right\| + \left\|\vec{T_2'}\right\| = \frac{1}{2}M.R^2.\frac{a}{R.R}$$

$$\Rightarrow \boxed{-\left\|\vec{T_1'}\right\| + \left\|\vec{T_2'}\right\| = \frac{1}{2}M.a} \quad ①$$

Système $\{ S_1 \}$

Bilan des forces : $\vec{R_1}, \vec{T_1}, \vec{f}, \vec{P_1}$

Théorème du centre d'inertie :

$$\vec{P_1} + \vec{R_1} + \vec{T_1} + \vec{f} = m_1.\overrightarrow{a_{G_1}}$$

Projection selon X'X : $\boxed{\left\|\vec{T_1}\right\| - m_1\left\|\vec{g}\right\|\sin\alpha - \left\|\vec{f}\right\| = m_1 a_{G_1}}$ ②

Système $\{S_1\}$

Bilan des forces : $\vec{P_2}, \vec{T_2}$

Théorème du centre d'inertie :

$$\vec{P_2} + \vec{T_2} = m_2\overrightarrow{a_{G_2}}$$

Projection selon Y'Y : $\boxed{m_2\|\vec{g}\|-\|\vec{T_2}\|=m_2a_{G_2}}$ ③

① $\Rightarrow \|\vec{T_1}\|=\|\vec{f}\|+m_1\|\vec{g}\|\sin\alpha+m_1a$

② $\Rightarrow \|\vec{T_2}\|=-m_2a+m_2\|\vec{g}\|$

③ $\Rightarrow -\|\vec{f}\|-m_1\|\vec{g}\|\sin\alpha-m_1a+m_2\|\vec{g}\|-ma=\frac{1}{2}Ma$

$$a(\frac{1}{2}M+m_1+m_2)=m_2\|\vec{g}\|-m_1\|\vec{g}\|\sin\alpha-\|\vec{f}\|$$

$$\Rightarrow \boxed{a=\frac{\|\vec{g}\|(m_2-m_1\sin\alpha)-\|\vec{f}\|}{m_1+m_2+\frac{1}{2}M}}$$

c- $\boxed{M=\frac{2[\|\vec{g}\|(m_2-m_1\sin\alpha)-\|\vec{f}\|]}{a}-(m_1+m_2)}$

A.N : $M=0,1Kg=100g$

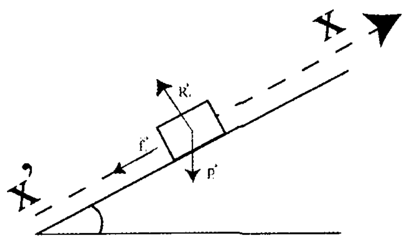
d- $J=\frac{1}{2}MR^2 \Rightarrow R=\sqrt{\frac{2J}{M}}$

$R=0,14m=14cm$

3) a- A l'instant $t_1=1s$ d'après 1)

$V_1=3m.s^{-1}$ et $x_1=1,5m$

$V_1=V_2=3m.s^{-1}$ (les 2 solides reliés par un fil inextensible ont à chaque instant la même vitesse).



Système $\{S_1\}$

Bilan des forces : $\vec{P_1}, \vec{R_1}, \vec{f}$

R.F.D : $\vec{P_1}+\vec{R_1}+\vec{f}=m_1.\vec{a_1}$

Projection selon X'X : $-m_1\|\vec{g}\|\sin\alpha-\|\vec{f}\|=m_1a_1$

$$\Rightarrow a_1=\frac{-m_1\|\vec{g}\|\sin\alpha-\|\vec{f}\|}{m_1}$$

Soit $\boxed{a_1 = -\|\vec{g}\|\sin\alpha - \dfrac{\|\vec{f}\|}{m_1}} \Rightarrow a_1 = -6m.s^{-2}$

$\left.\begin{array}{l} V > 0 \\ a_1 = cte < 0 \end{array}\right\} a.V < 0$

Juste après la rupture du fil le mouvement est rectiligne uniformément retardé.

b- En C, V_C=0

Appliquons la relation indépendante du temps : $V_C^2 - V_1^2 = 2a_1(x_C - x_1)$

$\Rightarrow -V_1^2 = 2a_1AC$

$\Rightarrow \boxed{AC = \dfrac{-V_1^2}{2a_1}}$ $AC = 0,75m$

c- On choisit l'instant du rupture comme origine des dates.

A t=0 ; $x_0 = x_1 = 1,5m$

$V_0 = V_1 = 3m.s^{-1}$

La loi horaire du mouvement : $x = \dfrac{1}{2}at^2 + V_0t + x_0$

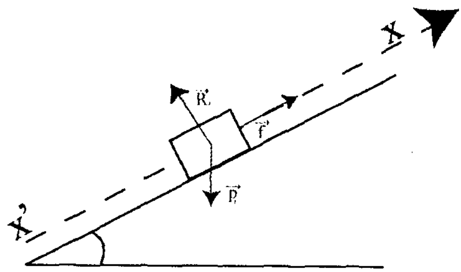
$x = -3t^2 + 3t + 1,5$

$x_C = x_A + 0,75 = 2,25m$

$V = -6t + 3$

$V_C = 0 \Rightarrow -6t_c + 3 = 0 \Rightarrow \boxed{t_c = 0,5s}$

d- R.F.D :



$\vec{P_1} + \vec{R_1} + \vec{f} = m_1\vec{a_1}$

projection : $\|\vec{f}\| - m\|\vec{g}\|\sin\alpha = m_1\overline{a_1}$

$\boxed{a_1' = \dfrac{\|\vec{f}\|}{m_1} - \|\vec{g}\|\sin\alpha}$

$a_1' = -4m.s^{-2} = cte < 0 \; et \; V < 0 \Rightarrow$ Mouvement rectiligne uniformément accéléré.

e- $V_0' < 0$

$V_0'^2 - V_c^2 = 2a'(x_0 - x_C)$

$\boxed{V_0' = -\sqrt{-2a'OC}} \Rightarrow V_0' = -4,24m.s^{-1}$

ENERGIE CINETIQUE

L'énergie cinétique d'un point matériel de masse m animé d'une vitesse V ;

- est donnée par la relation : $\boxed{E_C = \frac{1}{2} m V^2}$

Avec $E_C(J)$; $m(Kg)$; $V(m.s^{-1})$

E_C est une grandeur positive.

- L'énergie cinétique d'un solide : de masse M, en translation est donnée par la relation.

$$\boxed{E_C = \frac{1}{2} M.V_G{}^2}$$

Avec V_G : la vitesse du centre d'inertie du solide ($m.s^{-1}$)

$M(Kg)$ et $E_C(J)$

- L'énergie cinétique d'un solide en rotation est donnée par l'expression

$$\boxed{E_C = \frac{1}{2} J_{S/\Delta}.\theta'^2}$$

Avec $J_{S/\Delta}$: le moment d'inertie du solide par rapport à l'axe $\Delta(kg.m^{-2})$

θ' : vitesse angulaire$\left(\mathrm{rad.s^{-1}}\right)$

$E_C(J)$

- Le moment d'inertie d'un système est égale à la somme des moments d'inertie des différents constituants de ce système.

Théorème de l'énergie cinétique :

- Dans un référentiel galiléen la variation de l'énergie cinétique d'un système déformable ou indéformable entre deux instants t_i et t_f est égale à la somme algébrique des travaux de toutes les forces intérieures et extérieures qui sont appliquées à ce système entre les instants t_i et t_f.

- Translation :

$$\Delta E_C = E_{CF} - E_{CI} = \frac{1}{2} m V_F{}^2 - \frac{1}{2} m V_i{}^2 = \sum \omega \overrightarrow{F_{\text{int}}} + \sum \omega \overrightarrow{F_{ext}}$$

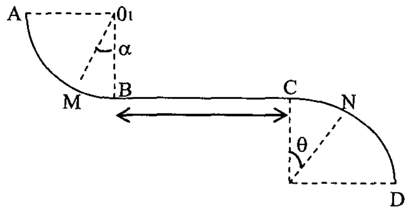
ÉNONCÉS

1 On considère la piste représentée sur la figure. On lâche, sans vitesse initiale du point A une bille, de masse m supposée ponctuelle.

1) Déterminer l'expression de la valeur de la vitesse $\vec{V}$ de la bille au point M de la piste AB défini par
$MO_1B = \alpha$.

2) Calculer sa valeur au point B.

3) Les frottements sur la partie BC sont équivalents à une force $\vec{f}$ constante. Lorsque la bille atteint le point C et sous l'effet de ces frottements, elle perd 25 % l'énergie cinétique aqueuse en B.



a- Déterminer la valeur de la vitesse de la bille en C.

b- Déterminer $\|\vec{f}\|$.

4) Finalement la bille aborde la partie CD.

a- Par application du théorème de l'énergie cinétique, exprimer la valeur de la vitesse de la bille au point N défini par NO_2 C = θ , en fonction de $\|\vec{V}_C\|$, $\|\vec{g}\|$, R_2 *et* θ .

b- Exprimer la valeur de la réaction de la piste CD au point N en fonction de m, $\|\vec{V}_C\|$, $\|\vec{g}\|$, R_2 *et* θ.

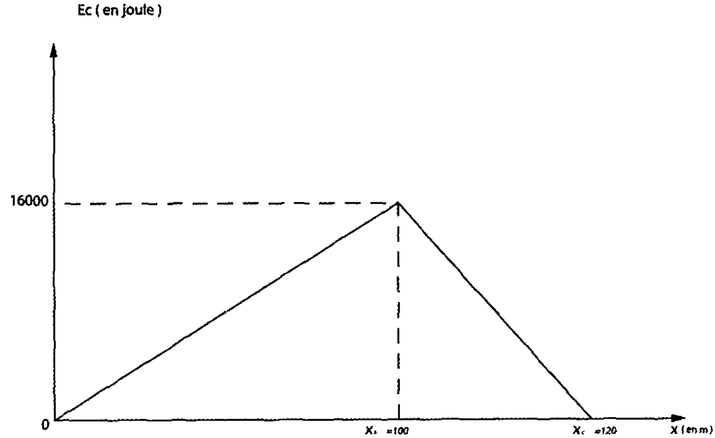
c- Déterminer la valeur θ_0 de l'angle θ pour que la bille décolle de la piste CD.

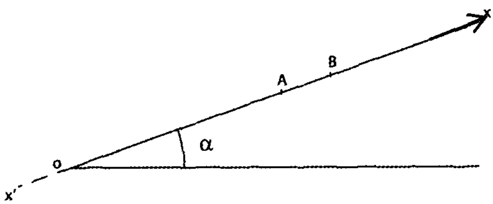
On donne $n = 100g$; $R_1 = 1m$; $BC = 4m$; $R_2 = 2m$, $\alpha = 60°$; $\theta = 30°$; $\|\vec{g}\| = 10m.s^{-1}$

2 Un skieur de masse M=80Kg est mis en mouvement sur une piste inclinée d'un angle $\alpha = 30°$ par rapport à l'horizontale, à partir de sa position de repos en O, à l'aide d'un câble est représentée par une force T dont la droite d'action est parallèle à la ligne de plus grande pente du plan incliné. Le skieur est soumis à une force de frottement $\vec{f}$ de valeur supposée constante.

A partir du point A ; l'effet de la force attractive $\vec{T}$ s'annule.

On donne la courbe de la variation de l'énergie cinétique du skieur $E_C = f(x)$ sur la trajectoire OC .



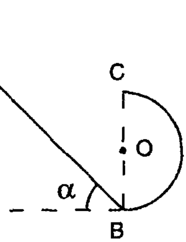


1) En appliquant le théorème de l'énergie cinétique au système $\{skieur\}$, exprimer E_C en fonction de x, M, $\|\vec{g}\|$, $\|\vec{f}\|,\|\vec{T}\|$ et α dans l'intervalle $[0,100m]$; puis E_C en fonction de x, M, $\|g\|$, $\|f\|$, x_A ; E_{C_A} et α dans l'intervalle $[100,120m]$

2) En déduire les valeurs de $\|\vec{f}\|$ et $\|\vec{T}\|$ (on prendra $\|\vec{g}\| = 10m.s^{-2}$)

3 Une piste est constituée d'une partie rectiligne AB de longueur $\ell = 5$m ; inclinée d'un angle $\alpha = 15°$ avec l'horizontale suivi d'une partie circulaire de rayon r = 0,5m. L'ensemble de la piste est située dans un plan vertical.

1) Un mobile ponctuel de masse m = 200g est lâché de A sans vitesse initiale. Il est soumis, le long du trajet AB à une force de frottement constante $\vec{f}$. Il passe en B à la vitesse $\|\vec{V}_B\|$ = 3ms^{-1} .Exprimer et calculer la force de frottement ; on donne $\|\vec{g}\|$ = 10ms^{-1}.



2) Le mobile se déplace maintenant sans frottements. On le lâche d'un point D situé entre A et B tel que DB = x.

a- Exprimer la vitesse V_c du mobile en C en fonction de r ; α ; x et $\|\vec{g}\|$.

b- Exprimer en fonction de r ; α ; x ; $\|\vec{g}\|$ et m la valeur de la réaction exercée par la piste sur le mobile en C.

c- Quelle valeur minimale faut-il donner à x pour que le mobile quitte la partie circulaire de la piste en C.

4

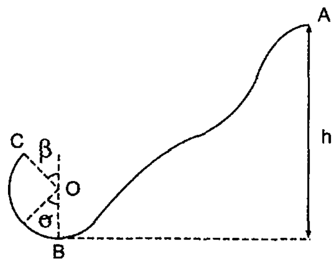
Un solide de petites dimensions assimilable à un point matériel (S) est lâche sans vitesse initiale d'un point A d'une point A d'une glissière (ABC) comportant une partie circulaire BC de centre O et de rayon r.
Le déplacement s'effectue sans frottement.
Le segment OC fait avec la verticale un angle $\beta = 60°$.

1) Exprimer puis calculer la vitesse V_B du solide u point B. On prendra h = 2 m.

2) Lorsque le solide est au point M tel que OM fait avec le verticale l'angle θ :

a- Exprimer sa vitesse en fonction de h, r, θ et $\|\vec{g}\|$.

b- Trouver l'expression de la norme de la réaction R exercée par la piste circulaire.

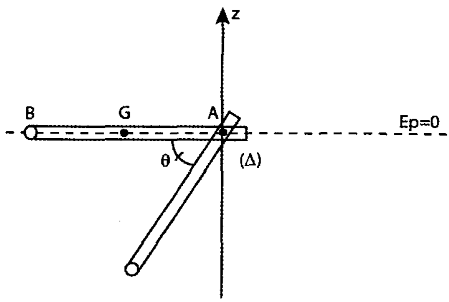


3) a- Exprimer $\|R\|$ au point C en fonction de m, $\|g\|$, h , r et β.

b- Montrer qu'à partir d'une valeur r_0 de r qu'on calculera le solide (S) n'atteindra plus le point C

5

On considère un système constitué d'une barre AB homogène de longueur L, de masse M. A l'extrémité A, on fait passer un axe horizontal (Δ) et en B on fixe une bille supposée ponctuelle de masse m. Le système peut osciller autour de l'axe (Δ) (voir figure).



1. Donner l'expression du moment d'inertie J_Δ par rapport à l'axe Δ du système en fonction de m, M et L. (on donne le moment d'inertie de la barre par rapport à Δ est $J = \frac{1}{3}ML^2$)

Calculer J_Δ pour m=50g ; M= 600g et L=1,2m

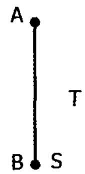
2. La barre étant horizontale, on lâche le système sans vitesse initiale en absence de tout frottement.

a/ En appliquant le théorème de l'énergie cinétique, déterminer l'expression de la vitesse angulaire ω_1 après une rotation d'un angle θ.

b/ calculer ω_1 pour $\theta = 60°$.

3. Donner l'expression de la vitesse linéaire du point B lorsque le système passe par la position verticale descendante. Calculer cette vitesse.

6 Une tige T, de masse m=0,15Kg et de longueur l=0,5m, peut tourner sans frottement autour d'un axe horizontal D passant par l'une de ses deux extrémités A.



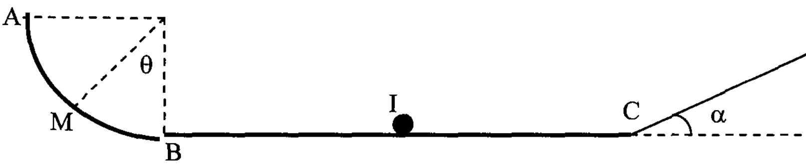
En sa deuxième extrémité ponctuel, de masse m^1=0,25Kg.
On écarte la tige de sa position d'équilibre d'un angle $\theta = \frac{\pi}{2}$ et on la lâche sans vitesse initiale.

Le moment d'inertie d'une tige de longueur L et de masse M, par rapport à un axe perpendiculaire à la tige et passant par son extrémité est $J_{T/\Delta} = \frac{1}{3}ML^2$.

On prendra $\|\vec{g}\| = 10 m.s^{-2}$

1) Exprimer la valeur du vecteur vitesse $\vec{V_s}$ de S en fonction de m, m',l, $\|\vec{g}\|$ et θ, lorsque la tige fait un angle θ avec sa position d'équilibre.
2) Calculer la valeur de Vs au passage de la tige par sa position d'équilibre.
3) Au passage par la position d'équilibre le solide S se détache de la tige.
   a- Déterminer alors l'abscisse angulaire maximale de la tige T.
   b- Le solide S aborde un plan horizontal. Il s'arrête après avoir glissé sur une distance d=2m. Déterminer la valeur de la force de frottement $\vec{f}$, supposée constante, exercée sur S au cours du glissement.

7



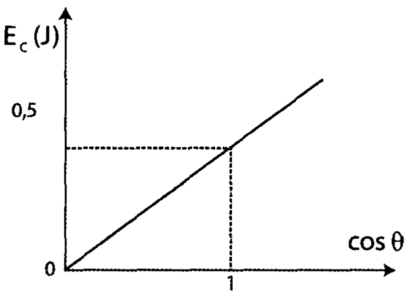
Une piste AB située dans un plan verticale et formée de 3 parties :

AB : ¼ de cercle de rayon r

On néglige les frottements :

Une bille (B_1) de masse m_1 = 100 g est abandonnée sans vitesse de la position A.

La courbe suivante représente l'énergie cinétique de (B_1) en fonction de $\cos\alpha$. Lors de son mouvement sur la portion AB.



$\vartheta = (\widehat{OM, OB})$ avec M la position de la bille à une date t.

1) a- Déduire à partir de la courbe, la vitesse V_1 de la bille lorsqu'elle passe par B.

b- En appliquant le théorème de l'énergie cinétique ; exprimer l'énergie cinétique de (B_1), lorsqu'elle passe par le point M en fonction de m_1, r_1 $\|\vec{g}\|$ et ϑ

c- Déterminer le rayon r de la portion AB.

2) a- Quelle est la nature du mouvement de (B_1) entre B et C ?

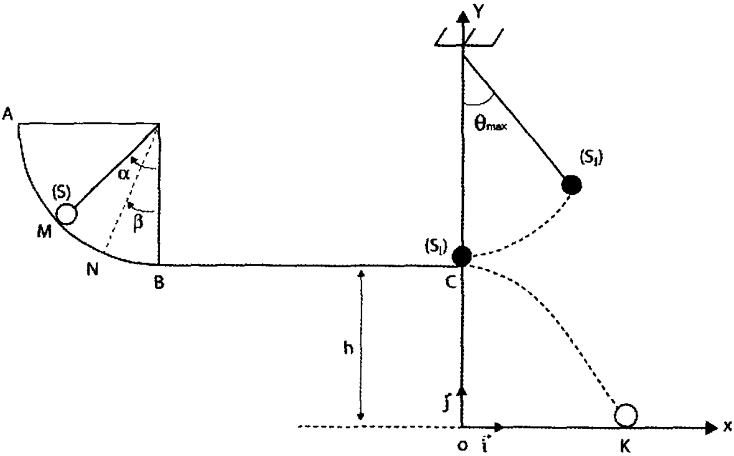
b- La bille (B_1) initialement au repos ; un choc se produit ; les vitesses après le choc sont V'1=0 ; V'2

Sachant que le choc est élastique, déterminer V'2.

c- A près le choc (B_2) glisse jusqu'au point C ; ou elle rencontre le plan incliné CE ; sur le quel elle s'arrête en un point D situé entre D situé entre C et E. En appliquant le théorème de l'énergie cinétique, Calculer CD.

d- En réalité B_2 s'arrête 20 cm avant D ; ceci se traduit par les frottements sur la position ICE qui ne sont pas négligeable et qui équivalentes à une force $\vec{f}$ constante. Déterminer $\|\vec{f}\|$.

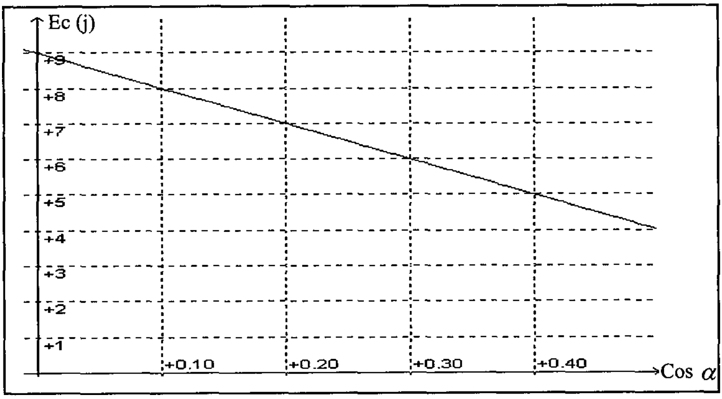
8 Un solide (S) ponctuel de masse m = 1 Kg vient de parcourir la piste ABC. Voir figure.
AB : piste circulaire lisse de rayon R = 1m.
BC : piste rectiligne rugueux de longueur BC = 1 m.



On lâche le solide (S) sans vitesse initiale à partir d'un point M repéré d'un angle α par rapport à la verticale .
1) Enoncer le théorème de l'énergie cinétique.
2) Appliquer ce théorème et déterminer l'expression de la vitesse du solide (S) lors de son passage par le point N .
3) Déterminer l'expression de la réaction du plan au point N en fonction de R, $\|\vec{g}\|$, α et β.
II – Arrivant au point B , le solide (S) glisse avec frottement sur la piste BC .
Les frottement sont équivalents à une force $\vec{f}$ constante .
1) En appliquant le théorème de l'énergie cinétique , entre M et B puis B et C montrer que l'énergie cinétique au point C vérifie la relation :

$$Ec_c = - m\|\vec{g}\| R \cos \alpha + (m \|\vec{g}\| R - \|\vec{f}\| BC)$$

2) Pour différentes inclinaison α , on mesure au moyen d'un dispositif approprié l'énergie cinétique du solide (S) au point C .
Les résultats des mesures ont permis de tracer la courbe suivante :



a – Etablir l'équation numérique de la courbe .

b – Déterminer :

*la valeur de l'intensité de pesanteur $\|\vec{g}\|$.

*la valeur de la force de frottement $\|\vec{f}\|$.

III – On se place dans le cas ou $\alpha = \dfrac{\pi}{2}$.

Arrivant au point C le solide (S) heurte un solide (S_1) de masse m_1 = 0,5Kg attaché a un pendule simple de longueur l = 2,5m initialement au repos . Sachant que le choc est élastique .

1) Déterminer la valeur de la vitesse du solide (S) juste avant choc .

2) Sachant que la valeur de la vitesse du solide (S) juste après choc est 1,41 m s^{-1}.

a – Déterminer en justifiant la valeur de la vitesse du solide (S_1) juste après choc.

b – Calculer la hauteur maximale h_{max} par rapport à l'horizontal passant par C atteint par (S_1) après le choc Déduire la valeur de θ max .

9 Une piste est constituée d'une partie rectiligne AB , de longueur l = 5 m , inclinée d'un angle α = 15° par rapport a l'horizontale , suivie d'une partie circulaire de rayon r = 0,5m. L'ensemble de la piste est situé dans un plan vertical (voir figure 1)

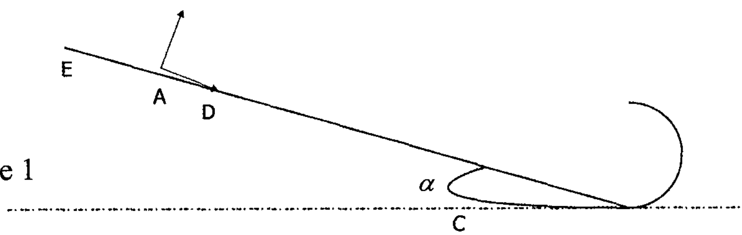
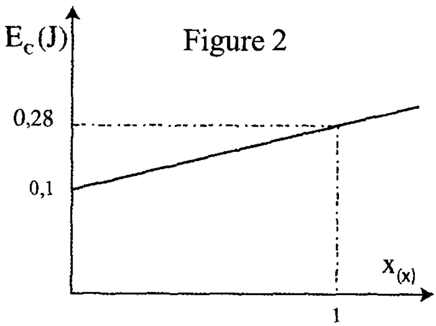


Figure 1

1) Un mobile ponctuel de masse m = 200 g est lâché à partir de E sans vitesse initiale d'abscisse x_E définie relativement au repère d'espace $(A,\vec{i},\vec{j})$.

Il passe en A avec la vitesse $\vec{V}_A$. Il est soumis, le long du trajet AB, à une force de frottement constante $\|\vec{f}\|$.

A l'aide d'un dispositif approprié, on trace le diagramme de la figure 2 correspondant à la variation de l'énergie cinétique du mobile en fonction de l'abscisse x à partir du point A.



a- En appliquant le théorème l'énergie cinétique au mobile, entre la position A et une position quelconque M d'abscisse x par rapport au repère $(A,\vec{i},\vec{j})$,

- montrer que :$E_C(M)=(m\|\vec{g}\|\sin\alpha - \|\vec{f}\|)\, x + E_C(A)$

b- En exploitant le diagramme de la figure 2, déterminer les valeurs de la force de frottement $\|\vec{f}\|$ et de la vitesse au point A.

c- Calculer la norme $\|\vec{V}_B\|$ de la vitesse du mobile au point B.

2) Le mobile se déplace maintenant sans frottement. On le lâche sans vitesse d'un point D situé entre A et B tel que DB = y. On suppose que le changement de pente en B ne provoque pas de variation de la vitesse.

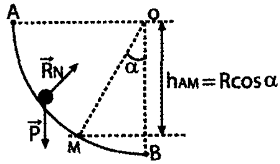
a- Exprimer la norme de la vitesse $\|\vec{V}_C\|$ du mobile au point C en fonction de r, α , y et $\|\vec{g}\|$.

b- Déterminer l'expression de la réaction $\|\vec{R}\|$ exercée par la piste sur le mobile au point C en fonction de m, y, r et $\|\vec{g}\|$.

c- Quelle valeur minimale faut-il donner à y, pour que le mobile quitte la partie circulaire de la piste en C ?

CORRIGÉS

1



1) Système $\{bille\}$

Bilan des forces: $\vec{P}$; $\overrightarrow{R_N}$

Théorème de E_C :

$$\Delta_{Ec} = \sum \omega \overrightarrow{f_{ext}} + \sum \omega \overrightarrow{f_{int}}$$

$$E_C(M)\text{-}E_C(A) = \omega \vec{P}_{A\to M} + \omega \vec{R}_{A\to M}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} mV_M^2 - \frac{1}{2} mV_M^2 = m\|\vec{g}\| hAM + 0$$

avec $V_A = 0m.s^{-1}$ et $h_{AM} = R\cos\alpha$

$$\Rightarrow \boxed{V_M = \sqrt{2\|\vec{g}\| R_1 \cos\alpha}}$$

2) en B; on a $\alpha = 0$

$$\rightarrow \boxed{V_B = \sqrt{2\|\vec{g}\| R_1}}$$

$V_B = 4{,}47m.s^{-1}$

1) a- $E_C(c) = \frac{75}{100} E_C(B) \Rightarrow \frac{1}{2} mV_C{}^2 = \frac{75}{100} \times \frac{1}{2} mV_B{}^2$

$$\Rightarrow \boxed{V_C = \frac{\sqrt{3}}{2} . V_B}$$

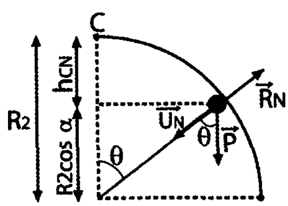
$V_B = 3{,}87m.s^{-1}$

b- $(\Delta_{E_C})_B^C = E_C(C)\text{-}E_C(B) = \omega \vec{P}_{B\to C} + \omega \vec{R}_{N_{B\to C}} + \omega \vec{f}_{B\to C}$

$$= \frac{3}{4} E_C(B)\text{-}E_C(B) = -\|\vec{f}\|.B.C = \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} m.V_B{}^2$$

$$\Rightarrow \boxed{\|\vec{f}\| = \frac{mV_B^2}{8.B.C}}$$

$AN \quad \|\vec{f}\| = 0{,}0625N$



2) a- Théorème de E_C :

$$(\Delta_{E_C})_C^N = \sum \omega \vec{f}_{ext} + + \sum \omega \overrightarrow{f_{int}}$$

$$E_C(N)-E_C(C)=\omega\vec{P}_{C\to N}+\omega\vec{R}_{R\to N}$$

$$\frac{1}{2}mV_N{}^2-\frac{1}{2}mV_C{}^2=m\|\vec{g}\|hCN$$

avec $\mathrm{hCN}=R_2-R_2\cos\theta$

$$=R_2(1-\cos\theta)$$

$$\Rightarrow\frac{1}{2}m(V_N{}^2-V_C{}^2)=m\|\vec{g}\|R_2(1-\cos\theta)$$

$$\Rightarrow\boxed{V_N=\sqrt{V_C^2+2\|\vec{g}\|R_2(1-\cos\theta)}}$$

b- $R.F.D:\ \sum\vec{F}_{ext}=m\vec{a}$

projection selon $\overrightarrow{U_N}$: $-\|\overrightarrow{R_N}\|+\|\vec{P}\|\cos\theta=n.a_N$

$$\Rightarrow\|\overrightarrow{R_N}\|=m\|\vec{g}\|\cos\theta-\frac{m}{R_2}(V_C{}^2+2\|\vec{g}\|R_2(1-\cos\theta))$$

$$=m\|\vec{g}\|\cos\theta-\frac{mV_C{}^2}{R_2}-2m\|\vec{g}\|R_2+2m\|\vec{g}\|\cos\theta$$

$$\Rightarrow\boxed{\|\overrightarrow{R_N}\|=m\|\vec{g}\|.(3\cos\theta-2)-m\frac{V_C{}^2}{R_2}}$$

c- La bille décolle de la piste lorsque la réaction s'annule :

$$\|\overrightarrow{R_N}\|=m\|\vec{g}\|(3\cos\theta-2)-m\frac{V_C{}^2}{R_2}=0$$

$$\Rightarrow\ \|\vec{g}\|(3\cos\theta_0-2)=\frac{V_C^2}{R_2}$$

$$\boxed{\cos\theta_0=\frac{1}{3}\left(\frac{V_C^2}{\|\vec{g}\|R_2}+2\right)}$$

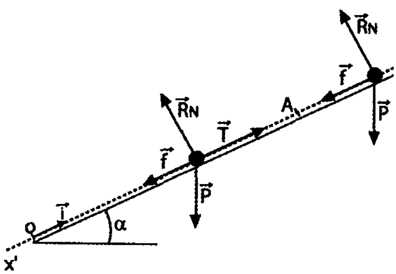
$\cos\theta_0=0,91$

$\theta_0=24°,5$

2

1) Théorème de E_C entre 0 et A :

$$E_C-E_C(0)=\omega\vec{P}+\omega_{RN}+\omega\vec{T}+\omega\vec{f}$$



$E_C = -m\|\vec{g}\| x \sin\alpha + \|\vec{T}\| x - \|\vec{f}\| x$

$$\boxed{E_C = \left(\|\vec{T}\| - m\|\vec{g}\|\sin\alpha - \|\vec{f}\|\right).x} (1)$$

$E_C - E_{CA} = \omega_{\vec{P}} + \omega_{RN} + \omega_f$

$E_C = E_{CA} - m\|\vec{g}\|(x - x_A)\sin\alpha - \|\vec{f}\|(x - x_A)$

$$\boxed{E_C = E_{CA} + m\|\vec{g}\| x_A \sin\alpha + \|\vec{f}\| x_A - x\left(m\|\vec{g}\|\sin\alpha + \|\vec{f}\|\right)} \quad (2)$$

2) La relation (1) confirme l'allure de la courbe $E_C = f(x)$: droite linéaire de la forme $y = A.x$

$\boxed{E_C = A.x}$ $(1')$ sur l'intervalle $[0; x_A = 100m]$

Avec A : pente de la droite

$$A = \frac{16000}{100} = 160 J.m^{-1}$$

Par identification terme à terme des relations (1) et $(1')$

$$\boxed{A = -m\|\vec{g}\|\sin\alpha - \|\vec{f}\| + \|\vec{T}\|} (3)$$

La relation (2) confirme l'allure de la courbe

(2') $\boxed{y = A'x + B'}$

Avec A' = pente de la droite

B' = ordonné à l'origine.

Soit $A' = \dfrac{-16000}{120-100} = -800$ J.min^{-1}.

Par identification terme à terme des relations (2) et (2')

$$\boxed{A' = -m\|\vec{g}\|\sin\alpha + \|\vec{f}\|} \qquad (4)$$

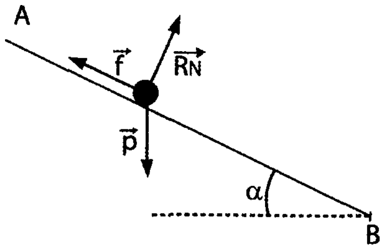
D'après (4) => $\boxed{\|\vec{f}\| = -A' - m\|\vec{g}\|\sin\alpha}$

A.N $\|\vec{f}\| =$ 400 N

D'après (3) $\boxed{\|\vec{T}\| = A + m\|\vec{g}\|\sin\alpha + \|\vec{f}\|}$

$\|\vec{T}\| = 960$ N

3) 1) Système {C}



Bilan des forces : $\vec{P}$; $\vec{R_N}$; $\vec{f}$

Th de EC :

$$Ec(B) - Ec(A) = W_{\vec{P}_{A\to B}} + W_{\vec{R_N}_{A\to B}} + W_{\vec{f}_{A\to B}}$$

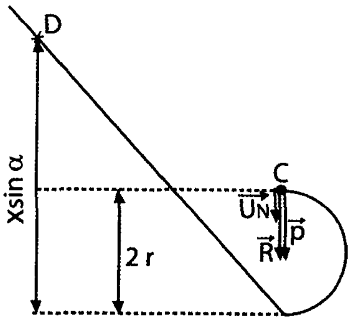
$$\frac{1}{2}mV_B^2 - \underbrace{\frac{1}{2}mV_A^2}_{0} = m\|\vec{g}\|.\ell.\sin\alpha - \|\vec{f}\|.\ell$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mV_B^2 = - \|\vec{f}\|.\ell + m\|\vec{g}\|.\ell.\sin\alpha$$

$$\Rightarrow \boxed{\|\vec{f}\| = m\|\vec{g}\|\sin\alpha - \frac{1}{2\ell}mV_B^2}$$

$\|\vec{f}\| = 0{,}34$ N

2) a- Th de Ec



$$Ec(C) - Ec(D) = W_{\vec{P}_{D\to C}} + W_{\vec{R_N}_{D\to C}}$$

$$\frac{1}{2}mV_C^2 = m\|\vec{g}\| (x\sin\alpha - 2r)$$

$$\Rightarrow \boxed{V_C = \sqrt{2\|\vec{g}\| (x\sin\alpha - 2r)}}$$

b- RFD : $\vec{P} + \vec{R} = m\,\vec{a}$

Projection selon $\vec{u_N}$ $\|\vec{P}\| + \|\vec{R_C}\| = m.a_N = m\frac{V_C^2}{r}$

$$\|\vec{R_C}\| = \frac{m}{r}(2\|\vec{g}\| (x\sin\alpha - 2r)) - m\|\vec{g}\|$$

$$\Rightarrow \boxed{\|\vec{R_C}\| = m\|\vec{g}\| \left(\frac{2x\sin\alpha}{r} - 5\right)}$$

c- Le mobile quitte le piste en C => $\|\vec{R_C}\| = 0$.

$$\Rightarrow \frac{2x\sin\alpha}{r} - 5 = 0 \quad \Rightarrow \boxed{x_{min} = \frac{5r}{2\sin\alpha}}$$

A.N $x_{min} = 4{,}8$ m

<u>Remarque :</u>

Si x < 4,8 m => la bille n'atteint pas C.

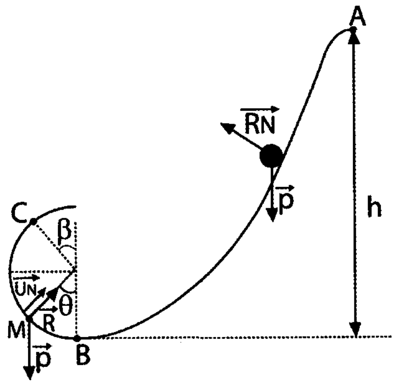
Si x = 4,8 m => la bille quitte la piste en C.

Si x > 4,8 m => la bille dépasse le point C.

4

1) Système {C}

Bilan des forces : $\vec{P}$; $\overrightarrow{R_N}$



Th de EC :

$$Ec(B) - Ec(A) = W_{\vec{P}_{A\to B}} + W_{\overrightarrow{R_N}_{A\to B}}$$

$$\frac{1}{2}mV_B^2 = m\|\vec{g}\|.h_{AB}$$

$$\Rightarrow \boxed{V_B = \sqrt{2\|\vec{g}\|.h}}$$

$V_B = 6{,}33\ m.s^{-1}$

2) a- Th de Ec

$$Ec(M) - Ec(B) = W_{\vec{P}_{B\to M}} + W_{\overrightarrow{R_N}_{B\to M}}$$

$$\frac{1}{2}mV_M^2 - \frac{1}{2}mV_B^2 = -m\|\vec{g}\|\ R\ (1 - \cos\theta)$$

$$\Rightarrow V_M^2 = V_B^2 - 2\|\vec{g}\|\ R\ (1 - \cos\theta)$$

Avec $V_B^2 = 2\|\vec{g}\|.h$

$$\Rightarrow \boxed{V_M = \sqrt{2\|\vec{g}\|\ (h - R\ (1 - \cos\theta))}}$$

b- RFD en M :

$$\vec{P} + \vec{R} = m\,\vec{a}$$

Projection selon $\overrightarrow{u_N}$ $m\|\vec{g}\|\cos\theta - \|\overrightarrow{R_N}\| = m.a_N$

$$\Rightarrow \|\overrightarrow{R_N}\| = m\|\vec{g}\|\cos\theta + \frac{2m\|\vec{g}\|}{R}(h - R\ (1 - \cos\theta))$$

$$= m\|\vec{g}\|\cos\theta + 2m\|\vec{g}\|\frac{h}{R} - 2m\|\vec{g}\| + 2m\|\vec{g}\|\cos\theta$$

$$\Rightarrow \boxed{\|\overrightarrow{R_N}\| = m\|\vec{g}\|\ (3\cos\theta - 2 + \frac{2h}{R})}$$

3) a- En C : $\theta = \pi - \beta$

$$\Rightarrow \boxed{\|\overrightarrow{R_C}\| = m\|\vec{g}\|\ (\frac{2h}{R} - 3\cos(\beta) - 2)}$$

b- Le solide (S) ne peut atteint C que si $\|\overrightarrow{R_C}\| \geq 0$

$$\Rightarrow \frac{2h}{R} - 3\cos(\beta) - 2 \geq 0$$

$$\frac{2h}{R} \geq 3\cos(\beta) + 2$$

$$R \leq \frac{2h}{3\cos(\beta) + 2}$$

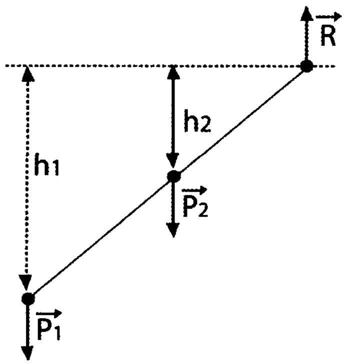
Soit $R_0 = \dfrac{2h}{3\cos(\beta) + 2}$

Si R dépasse $R_0 = 0{,}87$ m ; le solide n'atteint plus le point C.

5

1- $J_{S/\Delta} = J_{bille/\Delta} + J_{tige/\Delta}$

$$\boxed{J_{S/\Delta} = m.L^2 + \frac{1}{3}M.L^2}$$



2- Th de Ec

$$Ec(F) - Ec(I) = W_{\vec{P_1}} + W_{\vec{P_2}} + \underbrace{W_{\vec{R}}}_{0}$$

$$\frac{1}{2}J_{S/\Delta}\omega_1^2 - \underbrace{\frac{1}{2}J_S\omega_0^2}_{0} = m\|\vec{g}\|h_1 + M\|\vec{g}\|h_2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}J_{S/\Delta}\omega_1^2 = m\|\vec{g}\|.L.\sin\theta + M\|\vec{g}\|.\frac{L}{2}\sin\theta$$

$$\Rightarrow \boxed{\omega_1 = \sqrt{2\|\vec{g}\|.L.\sin\theta \times \frac{(m+\frac{M}{2})}{J_{S/\Delta}}}}$$

b- $\theta = 60° \Rightarrow \omega_1 = \sqrt{\dfrac{2\times10\times1,2\times\sin 60(0,05+\frac{0,6}{2})}{0,36}}$

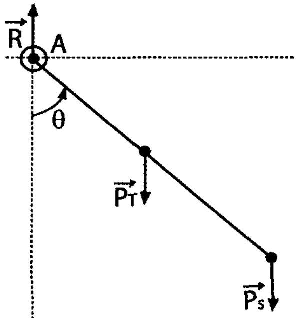
$\omega_1 = 4{,}5\ \text{rad.s}^{-1}$

3- Lorsque le point B passe par la verticale $\theta = \dfrac{\pi}{2} \Rightarrow \sin\theta = 1$ et $V_B = L.w_2$.

$$\boxed{V_B = L \times \sqrt{\frac{2\|\vec{g}\|.L(m+\frac{M}{2})}{J_{S/\Delta}}}}$$

$V_B = 5{,}8\ \text{m.s}^{-1}$

6



1- Système {tige + bille}

Bilan des forces :

$\vec{P_s}$: Poids du solide.

$\vec{P_T}$: Poids de la tige

$\vec{R}$: Réaction de l'axe

Th de l'énergie cinétique :

$Ec_2 - Ec_1 = W_{\vec{P_S}} + W_{\vec{P_T}} + W_{\vec{R}}$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} J_{S/\Delta}\theta'^2 - 0 = \frac{1}{2} m\|\vec{g}\|.\ell.\cos\theta + m'\|\vec{g}\|.\ell.\cos\theta$$

Avec $J_{S/\Delta} = J_{T/\Delta} + J_{bille/\Delta}$

$$= \frac{m.L^2}{3} + m'.L^2 = \boxed{(\frac{m}{3} + m').L^2 = J_{S/\Delta}}$$

Et $\boxed{\theta'^2 = \left(\frac{V_S}{\ell}\right)^2}$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}(\frac{m}{3} + m').\left(\frac{V_S}{\ell}\right)^2 = \frac{1}{2}(m+m').\ell.\|\vec{g}\|.\cos\theta$$

$$\Rightarrow \boxed{V_S = \sqrt{\frac{(m + 2m').\ell.\|\vec{g}\|.\cos\theta}{(\frac{m}{3} + m')}}}$$

2- En passant par la position d'équilibre $\theta = 0 \rightarrow \cos\theta = 1$

$$\boxed{V_S = \sqrt{\frac{(m+2m')}{(\frac{m}{3} + m')}.\ell.\|\vec{g}\|}} \Rightarrow V_S = 3{,}29 \text{ m.s}^{-1}$$

3- a- Appliquons le théorème de l'énergie cinétique entre les instants t_2 et t_3 avec t_2 est l'instant de passage par la position d'équilibre.

$$Ec_2 = \frac{1}{2} J_T.\theta'^2$$

$$Ec_2 = \frac{1}{2} J_{T/\Delta}.\frac{V_S^2}{\ell^2}$$

t_3 : l'instant où la tige atteint son abscisse angulaire maximale ; sa vitesse s'annule => $Ec_3 = 0$

Th de Ec

$Ec_3 - Ec_2 = W_{\vec{P_T}} + W_{\vec{R}}$

$$0-\frac{1}{2}J_{T/\Delta}\frac{V_S^2}{\ell}=-\frac{1}{2}m.\|\vec{g}\|.\ell.(1-\cos\theta_{max})$$

Avec $J_{T/\Delta}=\dfrac{m\ell^2}{3}$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\frac{m\ell^2}{3}\frac{V_S^2}{\ell}=\frac{1}{2}m.\|\vec{g}\|.\ell.(1-\cos\theta_{max})$$

$$\Rightarrow \boxed{\cos\theta_{max}=1-\frac{V_S^2}{3\|\vec{g}\|\ell}}$$

A.N. $\cos\theta_{max}=0{,}28 \Rightarrow \theta_{max}=74°$

b- $\triangle Ec = Ec(M) - Ec(S)$

$$= W_{\vec{P}_{S\to M}} + W_{\vec{R}_{S\to M}} + W_{\vec{f}_{S\to M}}$$

Avec $Ec(M) = 0$

$Ec(S) = \dfrac{1}{2}m' V_S^2$ et $SM = d$

$$\Rightarrow Ec(M) - Ec(S) = W_{\vec{P}} + W_{\vec{R}} + W_{\vec{f}}$$

$$0 + \frac{1}{2}m'V_S^2 = 0 + 0 - \|\vec{f}\|.d$$

$$\Rightarrow \boxed{\|\vec{f}\|=\frac{m'V_S^2}{2d}} \qquad \|\vec{f}\| = 0{,}6\ N$$

7

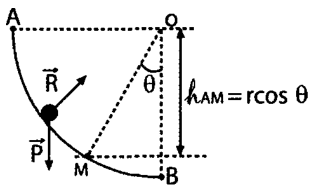
1) En B : $\cos\theta = 1$ ($\theta = 0rad$)

D'après la courbe $Ec(B) = 0{,}5$ J

$$Ec(B) = \frac{1}{2}mV_1^2 \Rightarrow V_1 = \sqrt{\frac{2Ec(B)}{m}} \Rightarrow V_1 = 3{,}16\ m.s^{-1}$$

2) Système $\{B_1\}$

Bilan des forces : $\vec{P};\vec{R}$



Th de Ec :

$$Ec(M) - Ec(A) = W_{\vec{P}_{A\to M}} + W_{\vec{R}_{A\to M}}$$

$$\frac{1}{2}mV_M^2 - \frac{1}{2}mV_A^2 = m\|\vec{g}\|.r.\cos\theta + 0$$

Avec $V_A = 0$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mV_M^2 = m\|\vec{g}\|.r.\cos\theta \Rightarrow \boxed{V_M=\sqrt{2\|\vec{g}\|r.\cos\theta}}$$

3) D'après la courbe $Ec = K.\cos\theta$ (1)

Avec K : coefficient directeur de la droite $K = 0{,}5$ J

Or d'après b- $\boxed{Ec(M) = m\|\vec{g}\|.r.\cos\theta}$ (1')

Par identification terme à terme de deux relations (1) et (1')

=> $K = m\|\vec{g}\|r$

=> $\boxed{r = \dfrac{K}{m\|\vec{g}\|}}$ => r = 0,5 m

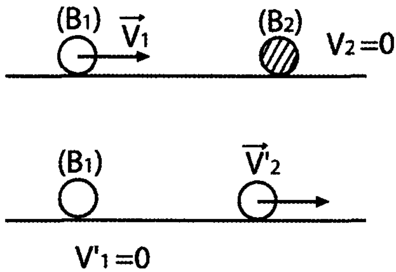
2) a- entre B et C la bille (B_1) est soumise à son poids $\vec{P}$ et la relation $\vec{R}$ $\left(\vec{P}+\vec{R}=\vec{0}\right)$

C'est un système pseudo isolé

D'après le principe d'inertie (B_1) effectue un moment rectiligne uniforme

b- avant le choc

Système $\{(B_1);(B_2)\}$



Le choc est élastique ⇨conservation de l'énergie cinétique :

Ec(avant le choc) =EC(après le choc)

$$\frac{1}{2}m_1V_1^2+\frac{1}{2}m_2V_2^2=\frac{1}{2}m_1'V_1'^2+\frac{1}{2}m_2'V_2'^2$$

Avec $V_2=0$ et $V_1'=0$ et $m_1=m_2$ (Les 2 billes sont identiques)

$$\frac{1}{2}m_1V_1^2=\frac{1}{2}m_2V_2'^2$$

$$V_2'=V_1=V_B$$

c- Th de EC entre I et D

$$Ec(D)-Ec(I)=W_{\vec{P}_{I\to D}}+W_{\vec{R}_{I\to D}}$$

$$0-\frac{1}{2}m_2V_B^2=-m_2\|\vec{g}\|CD\sin\alpha$$

$$\Rightarrow CD=\frac{V_C^2}{2\|\vec{g}\|\sin\alpha} \quad A.N\ \ CD=1m$$

d- th de Ec entre I et N

$$Ec(N)-Ec(I)=W_{\vec{P}_{I\to D}}+W_{\vec{f}_{I\to D}}$$

Avec $W_{\vec{f}_{I\to D}}=W_{\vec{f}_{I\to C}}+W_{\vec{f}_{I\to N}}$

$$=-\|\vec{f}\|\frac{BC}{2}-\|\vec{f}\|CN$$

et Ec(N)=0

$$\Rightarrow -\frac{1}{2}m_2V_B^2 = -m_2\left\|\vec{g}\right\|C\sin\alpha - \left\|\vec{f}\right\|\left(\frac{BC}{2}+CN\right)$$

$$\Rightarrow \left\|\vec{f}\right\| = \frac{-\frac{1}{2}m_2V_B^2 - m_2\left\|\vec{g}\right\|C\sin\alpha}{\frac{BC}{2}+CN} \quad et\ CN = CD - 0,2m \Rightarrow \left\|\vec{f}\right\| = 0,16N$$

8

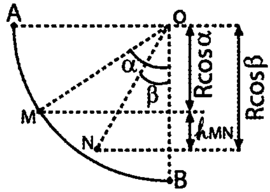
1) Théorème de l'énergie cinétique :

La variation de l'énergie cinétique d'un système en mouvement entre deux instants est égale à la somme algébrique des travaux de toutes les forces intérieurs et extérieurs exercées au système entre ces deux instants :

$\Delta E_C = E_{C_F} - E_{C_I} = \sum \omega_{\overrightarrow{fext}} + \sum \omega_{\overrightarrow{fint}}$

2) –Système $\{s\}$

- Bilan des forces : $\vec{P}$, $\overrightarrow{R_N}$



Théorème de E_C :

$E_C(N) - E_C(M) = \omega\vec{P}_{M\to N} + \omega\vec{R}_{N\to M}$

$\frac{1}{2}mV_M{}^2 - 0 = m\left\|\vec{g}\right\|h_{MN} + 0$

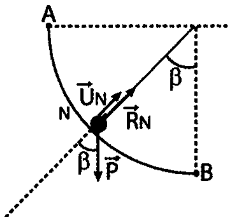
Avec $h_{MN} = R\cos\beta - R\cos\alpha = R(\cos\beta - \cos\alpha)$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mV_N{}^2 = m\left\|\vec{g}\right\|R(\cos\beta - \cos\alpha)$$

$$\Rightarrow \boxed{V_N = \sqrt{2\left\|\vec{g}\right\|R(\cos\beta - \cos\alpha)}}$$

3) RFD au point N :

$\overrightarrow{R_N} + \vec{P} = m\vec{a}$



Projection selon $\overrightarrow{U_N}$

$-\left\|\vec{P}\right\|\cos\beta + \left\|\overrightarrow{R_N}\right\| = m.a_N$

Avec $a_n = \frac{V_N{}^2}{R} = \frac{2\left\|\vec{g}\right\|R(\cos\beta - \cos\alpha)}{R}$

$\Rightarrow \left\|\overrightarrow{R_N}\right\| = m\left\|\vec{g}\right\|\cos\beta + ma_N$

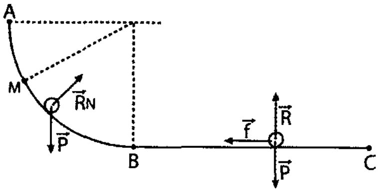
$= m\left\|\vec{g}\right\|\cos\beta + 2m\left\|\vec{g}\right\|(\cos\beta - \cos\alpha)$

$$\Rightarrow \left\|\overrightarrow{R_N}\right\| = m\left\|\vec{g}\right\|(3\cos\beta - 2\cos\alpha)$$

II) 1) Théorème de E_C entre M et B :

$E_C(B) - E_C(M) = \omega_{\vec{P}_{M\to B}} + \omega_{\vec{R}_{M\to B}}$

$$\boxed{E_C(B) = m\left\|\vec{g}\right\|R(1-\cos\alpha)}$$



Théorème de E_C entre B et C :

$$E_C(B) - E_C(n) = \omega_{\vec{P}_{M\to B}} + \omega_{\vec{R}_{B\to C}} + \omega_{\vec{f}_{B\to C}}$$

$$\Rightarrow E_C(C) = E_{CB} - \left\|\vec{f}\right\|.BC$$

$$\Rightarrow E_C(C) = m\left\|\vec{g}\right\|R(1-\cos\alpha) - \left\|\vec{f}\right\|BC$$

$E_C(C) = (-m\left\|\vec{g}\right\|R)\cos\alpha + (m\left\|\vec{g}\right\|R - \left\|\vec{f}\right\|BC)$ de la forme :

$$E_C = A\cos\alpha + B$$

Avec $A = -m\left\|\vec{g}\right\|R$: Coefficient directeur de la droite

$B = m\left\|\vec{g}\right\|R - \left\|\vec{f}\right\|BC$: Ordonné à l'origine

2) D'après la courbe : $A = \dfrac{E_{C_2} - E_{C_1}}{\cos\alpha_2 - \cos\alpha_1} = -10J$

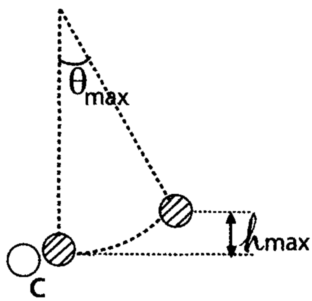
B : ordonné à l'origine.

B=9J

$$A = -m\left\|\vec{g}\right\|R \Rightarrow \left\|\vec{g}\right\| = \frac{-A}{mR} = 10N.Kg^{-1}$$

$$B = m\left\|\vec{g}\right\|R - \left\|\vec{f}\right\|BC \Rightarrow \boxed{\left\|\vec{f}\right\| = \frac{-B + m\left\|\vec{g}\right\|R}{BC}}$$

$$\left\|\vec{f}\right\| = 1N$$



III)1) Pour $\alpha = \dfrac{\pi}{2} \Rightarrow \cos\alpha = 0$

$$E_C(C) = 9J$$

$$\Rightarrow V_C = \sqrt{\frac{2E_C}{m}} = 4,24m.s^{-1}$$

Choc élastique $\Rightarrow$ Conservation de E_C

Ec(Avant le choc) = $E_{C_1} = \dfrac{1}{2}mV_C^2 + \dfrac{1}{2}m_1V_1^-$

Ec(juste après le choc) = $E_{C_1} = \dfrac{1}{2}mV_C'^2 + \dfrac{1}{2}m_1V_1'^2$

$m = 2m_1$

Ec(Avant le choc) = Ec(juste après le choc)

$$\frac{1}{2}m_1V_C^2=\frac{1}{2}2m_1V_C'^2+\frac{1}{2}m_1V_1'^2$$

$$\Rightarrow 2V_C^2=2V_C'^2+V_1'\Rightarrow V_1'=\sqrt{2\left(V_C^2-V_1'^2\right)}$$

$$\Rightarrow V_1'=5,65m.s^{-1}$$

b- (S_1) atteint sa hauteur maximale $\Rightarrow V_D=0$ théorème de E_C entre C et D :

$$\Delta E_C=E_C(D)-E_C(C)=\omega\vec{P}_{C\to D}$$

$$-E_C(C)=-m\left\|\vec{g}\right\|h_{max}$$

$$\Rightarrow h_{max}=\frac{E_C(C)}{m\left\|\vec{g}\right\|}$$

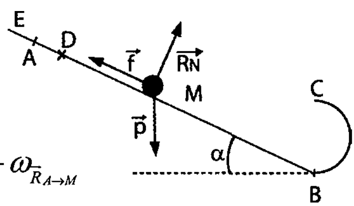
$$h_{max}=1,6m$$

$$h_{max}=\rho(1-\cos\alpha)\Rightarrow\cos\alpha=1-\frac{h_{max}}{\rho}$$

$$\alpha_{max}=69^\circ$$

9

1) a- Système $\{C\}$



Bilan des forces : $\vec{P},\ \vec{R},\ \vec{f}$

Théorème de E_C :

$$\Delta E_C=E_C(M)-E_C(A)=\omega_{\vec{P}_{A\to M}}+\omega_{\vec{f}_{A\to M}}+\omega_{\vec{R}_{A\to M}}$$

$$E_C(M)-E_C(A)=-\left\|\vec{f}\right\|x+\left\|\vec{P}\right\|x\sin\alpha$$

$$\Rightarrow E_C(M)=(m\left\|\vec{g}\right\|\sin\alpha-\left\|\vec{f}\right\|)x+E_C(A)$$

b- $E_C=f(x)$ est une fonction affine de la forme

A: pente de la droite

$$A=\frac{E_{C_2}-E_{C_1}}{x_2-x_1}=\frac{0,28-0,1}{1}=0,18J.m^{-1}$$

B : ordonné à l'origine $\Rightarrow$ B=0,1J

En comparant les deux écritures de E_C :

$$A=m\left\|\vec{g}\right\|\sin\alpha-\left\|\vec{f}\right\|$$

$$\boxed{\Rightarrow\left\|\vec{f}\right\|=m\left\|\vec{g}\right\|\sin\alpha-A}\Rightarrow\left\|\vec{f}\right\|=0,33N$$

$$E_C(A) = 0,1J = \frac{1}{2} m V_A{}^2$$

$$\Rightarrow V_A = \sqrt{\frac{2E_C A}{m}}$$

$$V_A = 1 m.s^{-1}$$

c- $E_C(B) = \frac{1}{2} m V_B{}^2 = (m\|\vec{g}\|\sin\alpha - \|\vec{f}\|)AB + E_C(A)$

$$\Rightarrow V_B{}^2 = \frac{2}{m}((m\|\vec{g}\|\sin\alpha - \|\vec{f}\|)AB + E_C(A)$$

$$\Rightarrow \boxed{V_B = \sqrt{\frac{2}{m}((m\|\vec{g}\|\sin\alpha - \|\vec{f}\|)AB + E_C(A)}}$$

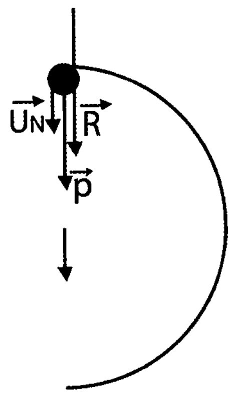
$$V_B = 3,16 m.s^{-1}$$

2) a- Théorème de E_C :

$$(\Delta E_C)_D^C = E_C(C) - E_C(D) = \omega_{\vec{P}_{B\to C}} + \omega_{\vec{R}_{B\to C}}$$

$$\frac{1}{2} m V_C{}^2 - 0 = m\|\vec{g}\|(y\sin\alpha - 2r) + 0$$

$$\Rightarrow \boxed{V_C = \sqrt{2\|\vec{g}\|(y\sin\alpha - 2r)}}$$



b- RFD : $\vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$

Projection selon $\vec{U_N}$:

$$m\|\vec{g}\| + \|\vec{R}\| = m a_n = m.\frac{V_C{}^2}{r}$$

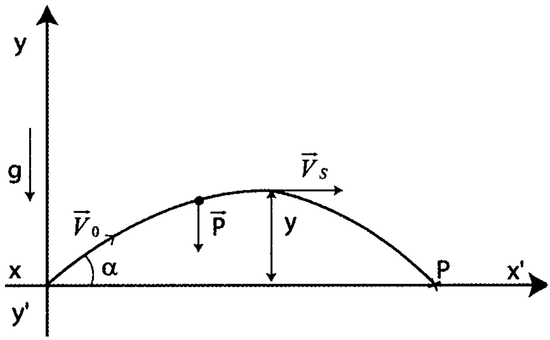
$$\Rightarrow \|\vec{R_C}\| = -m\|\vec{g}\| + \frac{m}{r}(2\|\vec{g}\|(y\sin\alpha - 2r))$$

$$\boxed{\|\vec{R_C}\| = m\|\vec{g}\|\left(\frac{2y\sin\alpha}{r} - 5\right)}$$

$$\Rightarrow \|\vec{R_C}\| = 0$$

$$\Rightarrow \frac{2y\sin\alpha}{r} - 5 = 0 \Rightarrow \boxed{y\frac{5r}{2\sin\alpha}}$$

MOUVEMENT DANS UN CHAMP GRAVITATIONNEL : PROJECTILE



Mouvement dans un champ gravitationnel projectile.

En chute libre avec une vitesse initiale $\vec{V_0}$, faisant un angle α avec l'horizontale ; le centre d'inertie G décrit une trajectoire parabolique située dans le plan vertical contenant le vecteur $\vec{V_0}$.

La valeur accélération a pour cordonnées :

$$\vec{a}\begin{pmatrix} a_x = 0 \\ a_y = -\|\vec{g}\| \end{pmatrix}$$

Le vecteur vitesse est $\vec{V}\begin{pmatrix} V_x = \|\vec{V_0}\| \cos\alpha \\ V_y = -\|\vec{g}\| t + \|\vec{V_0}\| \sin\alpha \end{pmatrix}$

Le vecteur position $\overrightarrow{OM}\begin{cases} x = \|\vec{V_0}\| \cos\alpha t + x_0 \\ y = -\dfrac{1}{2}\|\vec{g}\| t^2 + \|\vec{V_0}\| \sin\alpha t + y_0 \end{cases}$

Dans le cas étudié $x_0 = y_0 = 0m$

L'équation de la trajectoire s'écrit :

$$\boxed{y = -\frac{1}{2}\|\vec{g}\| \frac{x^2}{\|\vec{V_0}\|^2 \cos^2\alpha} + (tg\alpha)x}$$

La flèche représente la hauteur maximale atteinte par le projectile.

Au sommet de la trajectoire $V_{sy} = 0$

$$-\|\vec{g}\| t_s + \|\vec{V_0}\| \sin\alpha = 0 \Rightarrow t_s = \frac{\|\vec{V_0}\| \sin\alpha}{\|\vec{g}\|}$$

$$y_s = -\frac{1}{2}\|\vec{g}\| t_s^2 + \|\vec{V_0}\| (\sin\alpha) t_s$$

$$\Rightarrow \boxed{y_s = \frac{1}{2}\frac{\|\vec{V_0}\|^2 \sin^2(\alpha)}{\|\vec{g}\|}}$$

La portée x_p : représente l'abscisse du point d'impact P sur le sol.

On a $y_p = 0$

$$\rightarrow \boxed{x_p = \frac{\|\vec{V_0}\|^2 \sin(2\alpha)}{\|\vec{g}\|}}$$

Remarque1 :

La dernière relation permet de calculer α pour une valeur donnée de V_0

$$\sin(2\alpha) = \frac{\|\vec{g}\| . x_p}{V_0^{\ 2}}$$

Cette équation admet deux solutions α_1 et α_2 telles que $2\alpha_2 = \pi - 2\alpha_1$

Remarque2 :

x_p dépend de l'angle de tir pour une valeur donnée de V_0 elle est maximale si $\sin(2\alpha) = 1 \rightarrow 2\alpha = \frac{\pi}{2} \rightarrow \alpha = \frac{\pi}{4}$ donc pour une valeur donnée de V_0 ; la portée est maximale pour $\alpha = 45°$.

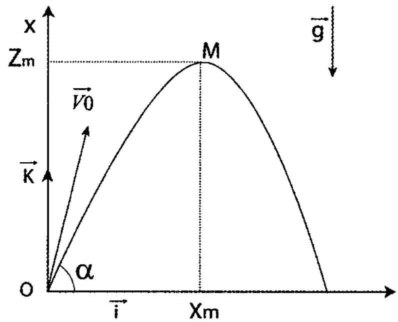
ÉNONCÉS

1

Mouvement parabolique dans le champ de pesanteur.

Un dispositif permet de lancer une balle de tennis à la vitesse $V_0 = 16m.s^{-1}$. Le centre d'inertie G de la balle part d'un point O vers le haut suivant une direction faisant l'angle α avec l'horizontale.

On négligera les frottements dus à l'air $g = 9,8m.s^{-2}$.



1) Déterminer les équations horaires de G dans le repère terrestre.

2) Etablir en fonction de V_0, α et g l'équation de la trajectoire.

3) Calculer la portée horizontale du lancer et sa durée.

AN : $\alpha = 40°$

4) Calculer la flèche du lancer c'est-à-dire l'altitude maximale atteinte. Quelle est la vitesse de la balle en ce point ?

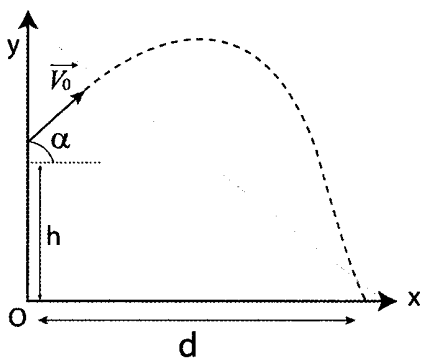
5) On veut que la balle tombe en un point P de l'axe O d'abscisse $X_p = 14m$

Montrer qu'il y a deux angles de tir α_1 et α_2 permettant d'atteindre ce point. La vitesse initiale est toujours V_0.

2

Du toit d'un immeuble de hauteur h=30m ; on lance un projectile avec la vitesse $\|\vec{V_0}\| = 20m.s^{-1}$; le vecteur vitesse $\vec{V_0}$ faisant un angle $\alpha = 60°$ avec l'horizontal.

Le projectile tombe jusqu'au sol on néglige la résistance de l'air et on prend $\|\vec{g}\| = 10m.s^{-2}$.



1) Donner l'équation horaire du mouvement du projectile.

2) Déterminer la durée de la chute.

3) Quelle est la distance horizontale d entre le point de lancement et le point d'impact sur le sol horizontal.

4) La vitesse du projectile lorsqu'il touche le sol.

3

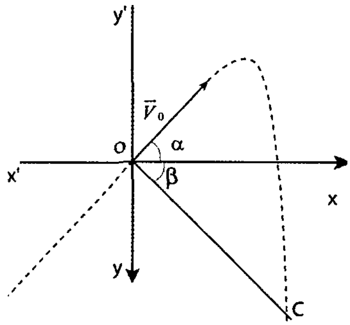
Un skieur parcourt un cote inclinée d'un angle $\alpha = 40°$ par rapport à l'horizontal. Au sommet O de ce coté ; sa vitesse est $\vec{V_0}$ tel que $\| \vec{V_0} \| = 12 m.s^{-1}$.

Après O se présente une descente inclinée d'un angle $\beta = 45°$ sur l'horizontal.

Le skieur accomplit un saut et reprend contact avec la piste au point C.

On néglige la résistance de l'air, on prend $\| \vec{g} \| = 10 m.s^{-2}$

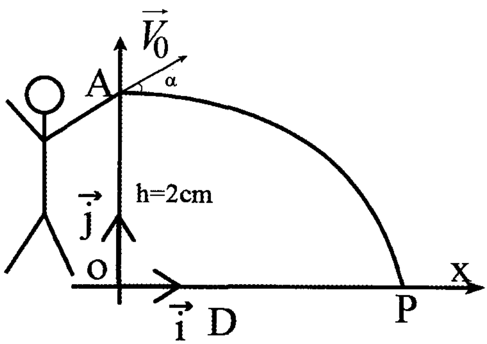
1) Déterminer la nature de la trajectoire.
2) Calculer la longueur OC.
3) Quelle est la durée de la chute ?



4

Dans une séance d'éducation physique, en lancement de poids, les élèves cherchent à lancer le « poids » le plus loin possible. Ici, la poussée de l'athlète reste prépondérante et on constate que l'angle de tir est effectivement proche de 45°.

On étudie le mouvement du « poids » dans le repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ l'origine O étant le point du sol situé à la verticale du centre d'inertie du poids à la date t=0 (schéma ci-dessous).



Données : si

$\alpha = 45°$; $\sin^2\alpha = \cos^2\alpha = 0,5$ et $\tan\alpha = 1$; $18^2=324$; $g=10 N.Kg^{-1}$; $\sqrt{1,8} \simeq 1,3$

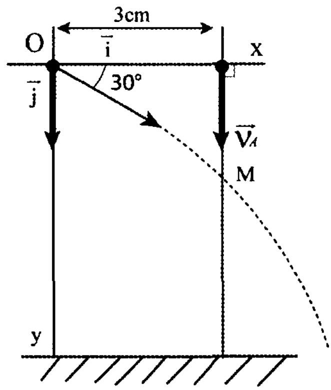
1) Calculer à t=0s, les cordonnées du vecteur position $\overrightarrow{OA}$ et du vecteur vitesse $\vec{V_0}$ dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ sous forme littérale.

2) Etablir sous forme littérale les équations horaires du mouvement du centre d'inertie M du « poids » dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$.
3) En déduire l'équation littérale de la trajectoire et préciser sa nature.
4) En déduire que, pour $\alpha = 45°$, le carré de la vitesse initiale peut se mettre sous la forme littérale $V_0^2 = g.D^2/(D+h)$,D étant la distance mesurée au sol pour ce lancer.
5) Calculer l'énergie cinétique initiale du poids de masse 4,0Kg ainsi lancé dans une compétition féminine, la performance étant réalisée pour un lancer D égal à 18m et $\alpha = 45°$.
6) Pour un autre lancer d'un athlète jeune, on mesure la vitesse initiale à $10 m.s^{-1}$ et $\alpha = 45°$.
Déterminer la distance D réalisée.

5

Dans tout le problème on négligera l'action de l'air. On prendra $\|\vec{g}\| = 10 m.s^{-2}$.

On raisonnera dans un repère $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ lié à la Terre. On choisira comme origine des dates l'instant ou les mobiles quittent le plan horizontal contenant les points O et I.
1) Une bille A, assimilable à un point matériel passe en I à l'instant t=0 avec une vitesse verticale, vers le bas, de norme $V_A = 7 m.s^{-1}$.
Etablir l'équation horaire du mouvement de la bille.
2) A l'instant t=0 ; on lance d'un point O une deuxième bille B, assimilable à un point matériel, dans les conditions précises sur la figure : $(\overrightarrow{Ox},\overrightarrow{V_B})$=30° ; $OI = 3m$.

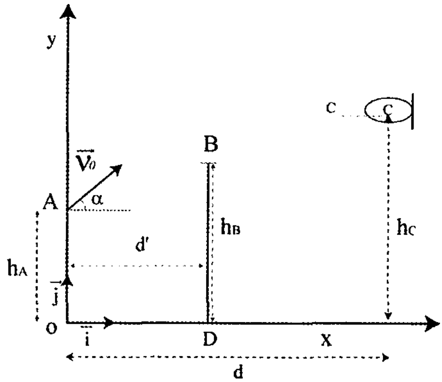


a- Etablir l'équation horaire du mouvement projeté sur l'axe O_x ainsi que celle du mouvement projeté sur l'axe O_y.

b- Calculer la norme V_B de la vitesse initiale pour le choc entre les deux billes se produise. Déterminer l'instant et l'endroit du choc.

6

On étudie la trajectoire du centre d'inertie d'un ballon de basket-ball lancé par un joueur. On ne tiendra pas compte ni de la résistance de l'air, ni de la rotation éventuelle du ballon sur lui-même. Le lancer est effectué vers le haut ; on lâche le ballon lorsque son centre d'inertie est en A (voir schéma). Sa vitesse initiale est représentée par le vecteur $\overrightarrow{V_0}$ situé dans le plan vertical $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ et faisant hc



Un angle α avec l'axe horizontal.

1) Etablir les équations horaires du mouvement du centre d'inertie du ballon. En déduire l'équation de sa trajectoire.

2) Calculer la vitesse initiale du ballon, pour celui-ci (le centre d'inertie du ballon) passe exactement par le point C, centre du panier.

3) Un défenseur BD, placé entre l'attaquant et le panneau de basket saute verticalement pour intercepter le ballon : l'extrémité de sa main se trouve en B à l'attitude h_B=3,10 m. A quelle distance horizontale maximale d' de l'attaquant doit-il se trouver pour toucher le ballon du bout des doigts ?

Données :

$$\left\|\vec{g}\right\| = 10 m.s^{-2} ; \alpha = 40° ; h_A = 2,40m ; h_B = 3,10m ; h_C = 3,05m ; d = 6,25m$$

CORRIGÉS

1

1) Système {balle}

Bilan des forces : $\vec{P}$

R.F.D : $\vec{P} = m\vec{g} = m\vec{a}$

Dans le repère choisi :

$$\vec{a}\begin{pmatrix} a_x = 0 \\ a_y = -\|\vec{g}\| \end{pmatrix}$$

$$\vec{V_0}\begin{pmatrix} \|\vec{V_0}\|\cos\alpha \\ \|\vec{V_0}\|\sin\alpha \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{OM_0}\begin{pmatrix} x_0 = 0 \\ y = 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} \Rightarrow \vec{V} = \int \vec{a}dt \Rightarrow \vec{V}\begin{pmatrix} V_x = \|\vec{V_0}\|\cos\alpha \\ V_y = -\|\vec{g}\|t + \|\vec{V_0}\|\sin\alpha \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{OM}\begin{pmatrix} x = \|\vec{V_0}\|\cos\alpha.t + x_0 \\ y = -\frac{1}{2}\|\vec{g}\|t^2 + \|\vec{V_0}\|\sin\alpha - t + y_0 \end{pmatrix}$$

$$\boxed{\begin{cases} x = \|\vec{V_0}\|(\cos\alpha).t \\ y = -\frac{1}{2}\|\vec{g}\|t^2 + \|\vec{V_0}\|(\sin\alpha)t \end{cases}}$$

2) Equation de la trajectoire :

$$x = \|\vec{V_0}\|.(\cos\alpha)t \Rightarrow t = \frac{x}{\|\vec{V_0}\|.\cos\alpha}$$

$$\Rightarrow \boxed{y = -\frac{1}{2}\|\vec{g}\|\left(\frac{x}{\|\vec{V_0}\|\cos\alpha}\right)^2 + x\ tg\alpha}$$

3) La portée : x_p ?

Le point a pour coordonnées $(x_p ; y_p = 0)$

$$y_p = 0 \Rightarrow -\frac{1}{2}\left\|\vec{g}\right\|\frac{x_p{}^2}{V_0{}^2\cos^2\alpha} + x_p tg\alpha = 0$$

$$\Rightarrow x_p\left(-\frac{1}{2}\left\|\vec{g}\right\|\frac{x_p}{V_0{}^2\cos^2\alpha} + tg\alpha\right) = 0$$

$$x_p \neq 0; \ \Rightarrow \frac{1}{2}\left\|\vec{g}\right\|\frac{x_p}{V_0^2\cos^2\alpha} = tg\alpha$$

$$\Rightarrow x_p = \frac{2.V_0^2\cos^2\alpha \ tg\alpha}{\left\|\vec{g}\right\|}$$

Soit $\boxed{x_p = \frac{2V_0{}^2\cos\alpha\ \sin\alpha}{\left\|\vec{g}\right\|} = \frac{\left\|\vec{V_0}\right\|^2\sin 2\alpha}{\left\|\vec{g}\right\|}}$

AN : $x_p = 25{,}72m$

Or $x_p = \left\|\vec{V_0}\right\|\cos\alpha\ t_p \Rightarrow \boxed{t_p = \frac{x_p}{\left\|\vec{V_0}\right\|\cos\alpha}}$

$t_p = 2{,}1s$

4) La flèche = la hauteur maximale au point sommet de la trajectoire $V_y = 0$

$$\Rightarrow t_s = \frac{\left\|\vec{V_0}\right\|\sin\alpha}{\left\|\vec{g}\right\|} = 1{,}05s$$

$$\Rightarrow y_{\max} = -\frac{1}{2}\left\|\vec{g}\right\|t_s{}^2 + \left\|\vec{V_0}\right\|(\sin\alpha)t_s$$

$y_{\max} = 5{,}4m$

$\left\|\vec{V_1}\right\| = |V_x| = |V_0\cos\alpha| = 12{,}25m.s^{-1}$

5) $x_p = \frac{V_0^2\ \sin 2\alpha}{\left\|\vec{g}\right\|}$

$$\Rightarrow \boxed{\sin 2\alpha = \frac{x_p.\left\|\vec{g}\right\|}{V_0^2}}$$

$\sin 2\alpha = 0{,}535$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2\alpha = 32,4° \rightarrow \alpha = 16,2° \\ ou \\ 2\alpha = 180 - 32,4 = 147,6° \Rightarrow \alpha = 73,8° \end{cases}$$

2

1) Système {S}

R.F.D : $\vec{P} = m\vec{g} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g}$

$$\vec{a}\begin{pmatrix} a_x = 0 \\ a_y = -\|\vec{g}\| \end{pmatrix} \quad \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \Rightarrow \vec{V} = \int \vec{a}dt$$

$$\vec{V}\begin{pmatrix} V_x = \|\vec{V_0}\|.\cos\alpha \\ V_y = -\|\vec{g}\|t + \|\vec{V_0}\|\sin\alpha \end{pmatrix}$$

$$\vec{V} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} \Rightarrow \overrightarrow{OM} = \int \vec{V}dt \Rightarrow \overrightarrow{OM}\begin{pmatrix} V_x = \|\vec{V_0}\|.\cos\alpha.t \\ y = -\frac{1}{2}\|\vec{g}\|t^2 + \|\vec{V_0}\|\sin\alpha t + h \end{pmatrix}$$

2) La chute se termine au point $P(x_p; y_p)$

$$\rightarrow y_p = -\frac{1}{2}\|\vec{g}\|t^2 + \|\vec{V_0}\|\sin\alpha.t + h = 0$$

$$\Rightarrow -5t^2 + 17,3t + 30 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = -1,2s < 0 : \text{ à rejeter} \\ t = 4,7s >: \text{ à accepter} \end{cases}$$

3) d = portée = x_p

$$x_p = \|\vec{V_0}\|.\cos\alpha.t_p \Rightarrow x_p = 47m$$

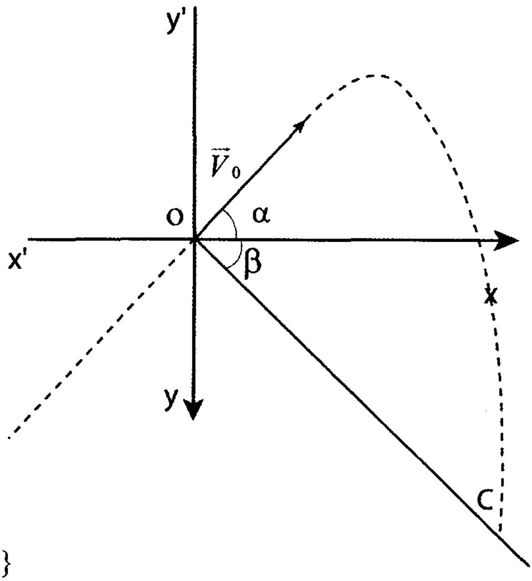
4) $\vec{V_p} = \vec{V}(t = t_p)$

$$\vec{V_p}\begin{pmatrix} V_{p_x} = \|\vec{V_0}\|\cos\alpha = 10m.s^{-1} \\ V_{p_y} = -\|\vec{g}\|t_p + \|\vec{V_0}\|\sin\alpha = -30m.s^{-1} \end{pmatrix}$$

$$\|\vec{V_p}\| = \sqrt{V_{p_x}{}^2 - V_{p_y}{}^2}$$

$$\|\vec{V_p}\| = 81,6m.s^{-1}$$

3



1) Système {C}

R.F.D : $\vec{P} = m\vec{g} = m\vec{a} \Rightarrow \boxed{\vec{a} = \vec{g}}$

$$\vec{a}\begin{pmatrix} a_x = 0 \\ a_y = \|\vec{g}\| \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} \Rightarrow \vec{V} = \int \vec{a}dt$$

$$\vec{V}\begin{pmatrix} V_x = \|\vec{V_0}\|\cos\alpha \\ V_y = \|\vec{g}\|t + \|\vec{V_0}\|\sin\alpha \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{OM}\begin{pmatrix} x = \|\vec{V_0}\|.\cos\alpha.t \\ y = \frac{1}{2}\|\vec{g}\|t^2 + \|\vec{V_0}\|\sin\alpha.t \end{pmatrix}$$

$$t = \frac{x}{\|\vec{V_0}\|\cos\alpha}$$

$$\boxed{y = \frac{1}{2}\frac{\|\vec{g}\|}{V_0^2\cos^2\alpha}x^2 - (tg\ \alpha).x}$$ Trajectoire parabolique.

2) C représente l'intersection entre la trajectoire et la droite OC.
Avec (OC) d'équation y=x.

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\frac{\|\vec{g}\|}{V_0^2\cos^2 2}x^2 - tg\alpha.x = x$$

$$\Rightarrow x[\frac{1}{2}\frac{\|\vec{g}\|}{V_0^2\ \cos^2\alpha}x - -tg\ \alpha + 1] = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{x_C = \frac{(tg\alpha+1)(2\|\vec{V_0}\|^2\cos^2\alpha}{\|\vec{g}\|}}$$

$OC^2 = x_C{}^2 + y_C{}^2$ avec $y_C = x_C = 30,5m$

$OC = \sqrt{2}x_C = 42,5m$

3) $x_C = \|\vec{V_0}\|\cos\alpha.t_C$

$$\Rightarrow \boxed{t_C = \frac{x_0}{\|\vec{V_0}\|\cos\alpha}} \Rightarrow t_C = 3,32s$$

4

1) Dans le repère choisi :

$$\overrightarrow{OA}\begin{pmatrix} x_0 = 0 \\ y_0 = OA = h = 2m \end{pmatrix}$$

$$\vec{V_0}\begin{pmatrix} V_{0x} = \|\vec{V_0}\|\cos\alpha \\ V_{0y} = \|\vec{V_0}\|\sin\alpha \end{pmatrix}$$

2) R.F.D : $\vec{P} = m\vec{g} = m\vec{a} \Rightarrow \boxed{\vec{a} = \vec{g}}$

$$\Rightarrow \vec{a}\begin{pmatrix} a_x = 0 \\ a_y = -\|\vec{g}\| \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} \Rightarrow \vec{V} = \int \vec{a}dt$$

$$\vec{V}\begin{pmatrix} V_x = \|\vec{V_0}\|\cos\alpha \\ V_y = -\|\vec{g}\|t + \|\vec{V_0}\|\sin\alpha \end{pmatrix}$$

$$\vec{V}=\frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}\Rightarrow\overrightarrow{OM}=\int\vec{V}dt\Rightarrow\overrightarrow{OM}\begin{pmatrix}x=\left\|\overrightarrow{V_0}\right\|\cos\alpha t\\ y=-\frac{1}{2}\left\|\vec{g}\right\|t^2+\left\|\overrightarrow{V_0}\right\|\sin\alpha+h\end{pmatrix}$$

3) $t=\frac{x}{\left\|\overrightarrow{V_0}\right\|\cos\alpha}\Rightarrow\boxed{y=-\frac{1}{2}\frac{\left\|\vec{g}\right\|}{V_0^2\cos^2\alpha}x^2+tg\alpha.x+h}$ Trajectoire parabolique

4) Pour $\alpha=45°\rightarrow\cos^2\alpha=0,5$ et $\text{tg}\alpha=1$

L'équation de la trajectoire devient donc :

$$y=-\frac{1}{2}\frac{\left\|\vec{g}\right\|x^2}{0,5\ V_0^2}+x+h$$

$$y=-\frac{\left\|\vec{g}\right\|x^2}{V_0^2}+x+h$$

Si $x_p=D$; $y_p=0\Rightarrow 0=-\frac{\left\|\vec{g}\right\|D^2}{V_0^2}+D+h$

$$\frac{\left\|\vec{g}\right\|.D^2}{\left\|\overrightarrow{V_0}\right\|^2}=D+h\Rightarrow\boxed{V_0^2=\frac{\left\|\vec{g}\right\|D^2}{V_0^2}+D+h}$$

5) $E_{C0}=\frac{1}{2}mV_0^2=\frac{1}{2}m\frac{\left\|\vec{g}\right\|D^2}{D+h}$

$E_{C0}=324J$

6) $\left\|\overrightarrow{V_0}\right\|=10m.s^{-1}$; $y_p=0=-\frac{\left\|\vec{g}\right\|D^2}{V_0^2}+D+h$

$$\Rightarrow-\frac{\left\|\vec{g}\right\|D^2}{\left\|\overrightarrow{V_0}\right\|^2}+D+h=0$$

$$\Rightarrow-0,1D^2+D+2=0$$

$$\Rightarrow\begin{cases}D_1=11,5m\\ ou\\ D_1=-1,5m<0 \text{ à rejeter}\end{cases}$$

5

1) La bille (A) est en chute libre selon y'y : son mouvement est rectiligne uniformément varié.
La loi horaire du mouvement s'écrit :

$$y_A = \frac{1}{2}\|\vec{g}\|t^2 + V_A t + y_0$$

Avec $y_0 = 0 \Rightarrow y_A = \frac{1}{2}\|\vec{g}\|t^2 + V_A t$

$\Rightarrow \boxed{y_A = 5t^2 + 7t}$

2) a- Système {B}
Dans le repère choisi à t=0

$$\vec{V_0}\begin{pmatrix} V_{0x} = \|\vec{V_0}\|\cos\alpha \\ V_{oy} = \|\vec{V_0}\|\sin\alpha \end{pmatrix}$$

$x_0 = 0m \;\; y_0 = 0m$

R.F.D : $\vec{P} = m\vec{g} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g}$

$$\vec{a}\begin{pmatrix} a_x = 0 \\ a_y = \|\vec{g}\| \end{pmatrix} \; ; \quad \vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} \Rightarrow \vec{V} = \int \vec{a}dt$$

Soit $\vec{V}\begin{pmatrix} V_x = \|\vec{V_0}\|\cos\alpha \\ V_y = \|\vec{g}\|t + \|\vec{V_0}\|\sin\alpha \end{pmatrix}$

$$\vec{V} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} \Rightarrow \overrightarrow{OM} = \int \vec{V}dt$$

$$\overrightarrow{OM}\begin{pmatrix} x = \|\vec{V_0}\|.\cos\alpha.t \\ y = \frac{1}{2}\|\vec{g}\|t^2 + \|\vec{V_0}\|\sin\alpha.t \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \boxed{\begin{cases} x_B = V_B.\frac{\sqrt{3}}{2}t \\ y_B = 5t^2 + \frac{V_B}{2}t \end{cases}}$$

b- Le choc a lieu sur la verticale de I.
soit pour $x_B = 3m$ et pour $y_A = y_B$ d'où le système d'équation

$$\begin{cases} V_B = V_B \dfrac{\sqrt{3}}{2} t = 3 \\ 5t^2 + \dfrac{V_B}{2} t = 5t^2 + t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_B \dfrac{\sqrt{3}}{2} t = 3 \\ \dfrac{V_B}{2} = 7 \end{cases}$$

$$\Rightarrow V_B = 14 m.s^{-1}$$

Et $t = \dfrac{6}{V_B\sqrt{3}} = 0,25s$

6

1) Dans le repère choisi :

$$\vec{V_0} \begin{vmatrix} V_{0x} = \|\vec{V_0}\| \cos\alpha \\ V_{0y} = \|\vec{V_0}\| \sin\alpha \end{vmatrix} \qquad \overrightarrow{OM_0} \begin{pmatrix} x_0 = 0 \\ y_0 = h_A \end{pmatrix}$$

R.F.D : $\vec{P} = m\vec{g} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g}$

$$\vec{a} \begin{pmatrix} a_x = 0 \\ a_y = -\|\vec{g}\| \end{pmatrix} ; \quad \vec{V} = \int \vec{a} dt$$

$$\vec{V} \begin{pmatrix} V_x = \|\vec{V_0}\| \cos\alpha \\ V_y = -\|\vec{g}\| t + \|\vec{V_0}\| \sin\alpha \end{pmatrix}$$

$$\vec{V} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} \Rightarrow \overrightarrow{OM} \begin{pmatrix} x = \|\vec{V_0}\| \cos\alpha t + x_0 \\ y = -\dfrac{1}{2}\|\vec{g}\| t^2 + \|\vec{V_0}\| \sin\alpha t + y_0 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \|\vec{V_0}\| \cos\alpha . t \\ y = -\dfrac{1}{2}\|\vec{g}\| t^2 + \|\vec{V_0}\| \sin\alpha t + h_A \end{cases}$$

$$t = \frac{x}{\|\vec{V_0}\| \cos\alpha}$$

$$\Rightarrow \boxed{y = -\frac{1}{2}\|\vec{g}\| \frac{x^2}{\|\vec{V_0}\|^2 \cos\alpha^2} + tg\alpha x + h_A}$$

Trajectoire parabolique.

2) $C(x_C = d;\ y_C = h_C)$

Pour que la balle passe par C ; les coordonnées de C doivent vérifier l'équation de la trajectoire.

$$\Rightarrow h_C = -\frac{1}{2}\left\|\vec{g}\right\|\frac{d^2}{V_0^2\cos^2\alpha} + xtg\alpha + h_A$$

$$\Rightarrow h_C - xtg\alpha - h_A = -\frac{1}{2}\left\|\vec{g}\right\|\frac{d^2}{\left\|\vec{V_0}\right\|^2\cos^2\alpha}$$

Soit $\boxed{\begin{array}{l}\left\|\vec{V_0}\right\| = \sqrt{\dfrac{\left\|\vec{g}\right\|d^2}{(h_A + xtg\alpha - h_C)\times 2\cos^2\alpha}} \\ \left\|\vec{V_0}\right\| = 15{,}9m.s^{-1}\end{array}}$

3) Pour que le joueur intercepte la balle, le point B doit vérifier l'équation de la trajectoire.

$x_B = d'$? $\quad y_B = h_B$

$$h_B = \frac{-\frac{1}{2}\left\|\vec{g}\right\|.d^2}{\left\|\vec{V_0}\right\|^2\cos^2\alpha} + tg\alpha.d^2 + h_A$$

$$\Rightarrow \frac{-\frac{1}{2}\left\|\vec{g}\right\|}{\left\|\vec{V_0}\right\|^2\cos^2\alpha}.d'^2 + tg\alpha.d' + (h_A - h_B) = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{-0{,}034d'^2 + 0{,}83d' - 0{,}7 = 0}$$

Avec $0 \leq d' < d$

$d_1' = 23{,}53m$ à rejeter ($d_1' > d$)

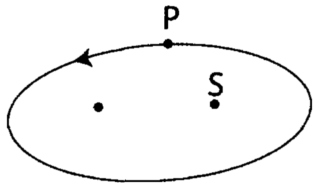
$d_2' = 0{,}87m$ à accepter ($d_2' < d$)

MOUVEMENT DES SATELLITES

Les lois de Keepler :

❖ ***1ère loi*** :

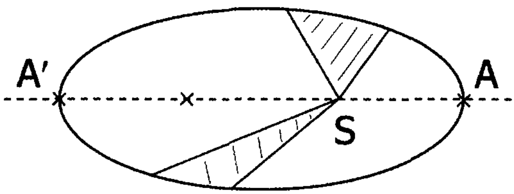
Dans un repère de Copernic, la trajectoire d'une planète est une ellipse dont le soleil occupe l'un des foyers.



❖ ***2ème loi*** :

Le segment de droite reliant le soleil et la planète balaie des aires égales pendant des durées égales.

AA'=2a
S est le soleil.



❖ ***3ème loi :***

Pour toutes les planètes, le rapport entre le cube du demi grand axe a de la trajectoire et le carré de la période de révolution est le même.

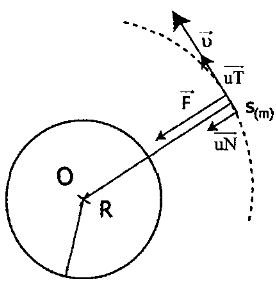
$$\frac{T^2}{a^3} = Kp = \text{constante}$$

Calcul de la vitesse d'un satellite en orbite circulaire :

Le système étudié est le satellite supposé ponctuel de masse M.
Sa trajectoire est circulaire de rayon $r = R + z$.
Le satellite est soumis à la seule attraction gravitationnelle exercée par la Terre

$$\vec{F} = M\vec{G} = M\vec{a_G}$$

Dans la base de Frenet $\vec{a}_G = \vec{G}\begin{cases} a_T = \dfrac{dv}{dt} \\ a_N = \dfrac{V^2}{r} \end{cases}$



$\overrightarrow{F}$ est centripète radiale.

$$a_T = 0 \qquad \Rightarrow \frac{dv}{dt} = 0 \quad \Rightarrow \vartheta = C^{te}$$

Le mouvement d'un satellite à trajectoire circulaire est un mouvement uniforme (la vitesse est constante)

$$G = \frac{\vartheta^2}{r} = \frac{v^2}{R+z} = G_0 \frac{R^2}{(R+z)^2} = g_0 \frac{R^2}{(R+z)^2}$$

$$V^2 = g_0 \frac{R^2}{R+z}$$

$\boxed{V = R\sqrt{\frac{g_0}{R+z}}}$ à savoir retrouver

- La vitesse du satellite n'est fonction que de son altitude z.
- Elle diminue quand l'altitude augmente.
- Elle ne dépend pas de la masse du satellite.

❖ Calcul de la période de révolution d'un satellite en orbite circulaire.

La période de révolution T d'un satellite est la durée d'un tour

$$V = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi(R+z)}{T} = R\sqrt{\frac{g_0}{R+z}}$$

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{(R+z)^3}{g_0 R^2}}}$$

Cette durée est mesurée dans le référentiel géocentrique (elle est différente pour un observateur terrestre entrainé dans le mouvement de rotation terrestre).
Des satellites de masses différentes évoluant à la même altitude ont la même période.

ÉNONCÉS

1 1) Enoncer la troisième loi de Kepler.

2) Etudions le mouvement d'un satellite, de masse m, porté à l'aide d'une fusée en un point M de l'espace d'altitude h par rapport à la terre supposée parfaitement sphérique de centre O.

Le satellite décrit une orbite circulaire de rayon R, dont le centre coïncide avec celui de la Terre.

a- Donner l'expression de la force d'attraction gravitationnelle que la terre exerce sur un satellite en fonction de R_T, h, G, M_T et m avec M_T : masse de la terre ; R_T : rayon de la terre : G : constante de gravitation universelle.

b- Faire un schéma clair représentant la terre, le satellite et sa trajectoire ainsi que la force de gravitation exercée par la terre sur le satellite.

c- Montrer que le satellite a une accélération centripète et un mouvement uniforme.

d- Etablir l'expression suivante donnant la vitesse linéaire $v = \sqrt{(G \times M_T / (R_T + h))}$

e- En déduire l'expression de la période T de révolution du satellite.

f- Retrouver la troisième loi de Kepler.

2 On se propose de déterminer la masse M de Jupiter en étudiant le mouvement de ses principaux satellites : 10, Europe, Ganymède et Callisto.

1) Le mouvement d'un satellite, de masse m, est étudié dans un repère considéré comme galiléen, ayant son origine au centre de Jupiter et ses axes dirigés vers des étoiles lointaines considérées comme fixes.

a- En supposant que Jupiter et ses satellites ont une répartition de masse à symétrie sphérique et qu'un satellite (S_1) se déplace sur une trajectoire circulaire, à la distance R_1 du centre de Jupiter, déterminer la nature du mouvement de (S_1) et l'expression qui relie la valeur $\left\|\vec{V}\right\|$ de sa vitesse R_1 , à la masse M et la constante de gravitation universelle G.

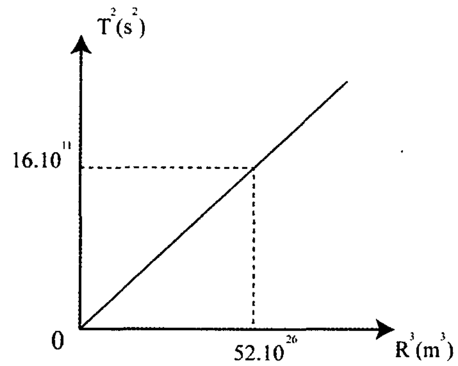
b- En déduire l'expression de la période T_1 de révolution du satellite.

c- Montrer que, pour un satellite mobile sur une trajectoire circulaire de rayon R avec une période T, la troisième loi de Kepler est vérifiée.

2) Par des méthodes de mesures appropriées, les périodes de révolution et les rayons des orbites des satellites de Jupiter ont été déterminés. Leurs valeurs sont consignées dans le tableau suivant :

Satellite	IO	Europe	Ganymède	Callisto
Période T(heure)	42,5	85,2	171,7	400,5
Rayon R(10^6 m)	422	671	1070	1883

En utilisant les données du tableau, on représente dans un système d'axes, le graphe donnant les variations de T^2 en fonction de R^3 :



a- partir du graphe, écrire l'équation qui relie T^2 à R^3.

b- Déduire la masse M de Jupiter.

On donne :
La constante G de gravitation universelle :G=6,67.10^{11} Nm²Kg²

3 Titan le plus gros satellite de Saturne, situé à une distance R de Saturne. L'excentricité orbitale des satellites étant très faible, on supposera leurs trajectoires circulaires.
Saturne (de centre S) et ses satellites sont des corps dont la répartition des masses est à symétrie sphérique.
Les rayons des orbites des satellites sont supposés grands devant leur taille.
On considère que la seule force gravitationnelle exercée sur Titan provient de Saturne.
Données : $G = 6,67.10^{-11} S.I$: constante de gravitation universelle.

Titan : $R_T = 1,22.10^6 km$ (rayon de l'orbite de Titan)

Saturne : $R_S = 6,0.10^4 km$ (rayon de la planète Saturne) ; $T_s = 10h39\min$ (période de rotation de Saturne sur elle-même)

$M_S = 5,69.10^{26} Kg$ (masse de Saturne)

1) Définir le référentiel d'étude.
2) Nommer la (les) force(s) extérieure(s) appliquée(s) au satellite Titan, de masse M_T.

3) Schématiser Saturne, Titan et la (les) force(s) extérieure(s) appliquée(s) au satellite Titan.
4) Donner l'expression vectorielle de cette (ces) force(s)
5) Exprimer l'accélération vectorielle du centre d'inertie T de Titan en précisant la loi utilisée.
6) On se place dans le repère orthonormé ($(T,\overrightarrow{u_t},\overrightarrow{u_n})$ centrée en T avec $\overrightarrow{u_t}$ unitaire porté par la tangente à la trajectoire et orienté dans le sens du mouvement et $\overrightarrow{u_n}$ un vecteur unitaire perpendiculaire à $\overrightarrow{u_t}$ et dirigé vers l'intérieur de la trajectoire $\vec{a} = a_1\overrightarrow{u_t} + a_n\overrightarrow{u_n}$
Donner les expressions littérales de a_t et de a_n en fonction de la vitesse v du satellite.
7) A quelle composante se réduit l'accélération vectorielle $\vec{a}$ de Titan dans le repère $(\overrightarrow{u_t},\overrightarrow{u_n})$?
Compléter le schéma précédant, avec le repère $(\overrightarrow{u_t},\overrightarrow{u_n})$ et l'accélération vectorielle $\vec{a}$ de Titan.
8) Montrer que le mouvement de Titan est uniforme.
9) Retrouver l'expression de la vitesse de Titan en orbite autour de Saturne :
$$v = \sqrt{\frac{G.M_s}{R_T}}$$
10) Après le survol de Titan, la sonde Cassini a survolé le satellite Encelade en février 2005.
Dans le référentiel saturno-centrique, le satellite Encelade a un mouvement de révolution circulaire uniforme, dont la période (en jour terrestre) est $T_E = 1,37$ et le rayon est R_E.
10) Déterminer une relation liant la période T d'un satellite, sa vitesse v et le rayon R de son orbite.
11) Retrouver la troisième loi de Kepler $\frac{T^2}{R_E^3} = \frac{4\pi^2}{(G.M_s)}$
12) Déterminer la valeur du rayon R_E de l'orbite d'Encelade.

CORRIGÉS

1

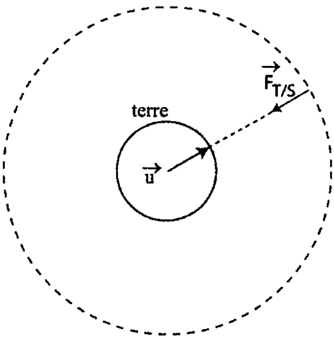
1) La troisième loi de Kepler :

Le carré de la période de révolution d'une planète est proportionnel au cube de la demi longueur du grand axe de son orbite.

$$\frac{T^2}{a^3} = K_p$$

2) a- $\vec{F}_{T/S} = -G.\frac{M_T.m}{(R_T + r)^2}\vec{u}$

b-



c- Deuxième loi de Newton :

$$\vec{F}_{T/S} = m\vec{G}(h) = m.\vec{a}$$

$$-G\frac{M_T.m}{(R_T + h)^2} = m.\vec{a}$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{a} = -G\frac{M_T}{(R_T + h)^2}\vec{u}}$$

L'accélération du satellite est centripète :

$\|\vec{a}\| = \|\vec{a_N}\|$ et $\|\vec{a_t}\| = 0$

$$\Rightarrow \frac{dv}{dt} = 0 \Rightarrow V = C^{te}$$

Il s'agit d'un mouvement circulaire uniforme.

d- $\|\vec{a}\| = \|\vec{a_N}\| = \frac{V^2}{R}$

$$\rightarrow V^2 = \left\|\overrightarrow{a_N}\right\|.R = G.\frac{M_T}{(R_T+h)^2}.(R_T+h)$$

$$\Rightarrow \boxed{V = \sqrt{\frac{G.M_T}{(R_T+h)}}}$$

e- $T = \dfrac{2\pi}{\theta'}$ avec $\theta' = \dfrac{V}{R}$

$$\Rightarrow T = \frac{2\pi}{\sqrt{\dfrac{G.M_T}{(R+h)^3}}} = \sqrt{\frac{4\pi^2(R_t+h)^3}{G.M_t}}$$

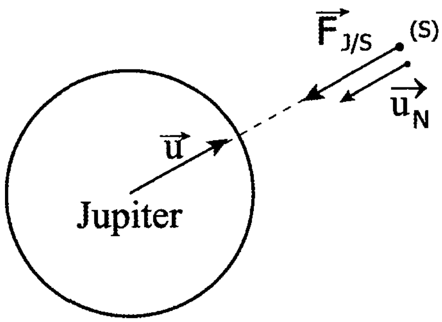
f- $\dfrac{T^2}{R^3} = \dfrac{4\pi^2(R_t+h)^3}{G.M_t(R_t+h)^3} = \dfrac{4\pi^2}{G.M_t} = K_p$

C'est la $3^{ème}$ loi de Kepler.

2/

1) a- $\overrightarrow{F_{J/s}}$: force exercée par Jupiter sur l'un des satellites.

$$\vec{F} = -G.\frac{m_s.M_J}{R_1^2}\vec{u}$$



$2^{ème}$ loi de Newton :

$$\vec{F} = m_s\vec{a}$$

$$\Rightarrow -G.\frac{m_s.M_J}{R_1^2}\vec{u} = m_s\vec{a}$$

$$\Rightarrow \vec{a} = -\frac{G.M}{R_1^2}\vec{u}$$

$$\vec{u} = -\overrightarrow{u_N}$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{a} = \frac{G.M}{R_1^2}\overrightarrow{u_N}}$$ Accélération centripète.

$\vec{a} = \overrightarrow{a_N}$ et $\overrightarrow{a_t} = \vec{0}$

$$a_t = \frac{dv}{dt} = 0 \Rightarrow V = \text{constante}$$

Il s'agit donc d'un mouvement circulaire uniforme avec une vitesse $\|\vec{V}\|$

Tel que $a = a_N = \frac{G.M}{R_1^2} = \frac{V^2}{R_1^2}$

$$\Rightarrow \boxed{\|\vec{V}\| = \sqrt{\frac{G.M}{R_1}}}$$

b- $T = \frac{2\pi}{\theta'} = \frac{2\pi R}{V}$

$$T = 2\pi R_1 \sqrt{\frac{R_1}{G.M}}$$

$$\Rightarrow \boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{R_1^3}{G.M}}}$$

c- Vérification de la troisième loi de Kepler

$$\frac{T^2}{R^3} = \frac{\frac{4\pi^2 R^3}{G.M}}{R^3} = \frac{4\pi^2}{G.M} = \text{ constante}$$

2) a- $T^2 = f(R^3)$ est une droite linéaire d'équation $T^2 = K.R^3$

Avec K : pente de la droite

$$K = \frac{16.10^{11}}{52.10^{26}} = 0,31.10^{-15} S^2.m^{-3}$$

b- On a : $T^2 = \frac{4\pi^2}{G.M}.R^3$

et $T^2 = K.R^3$

Par identification terme à terme.

$$K = \frac{4\pi^2}{G.M}$$

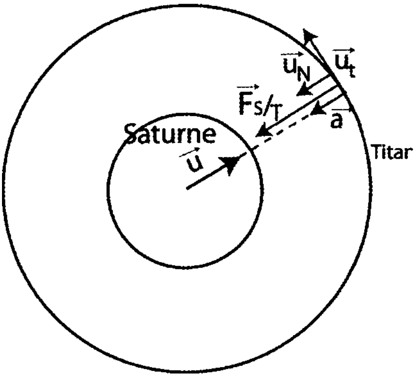
$$\boxed{M = \frac{4\pi^2}{G.K}}$$

AN : $\underline{M = 19,1.10^{26} Kg}$

3 1) On utilise un référentiel saturno-centrique galiléen dont l'origine est le centre de Saturne et les axes orientés vers 3 étoiles lointaines.

2) $\overrightarrow{F}_{s/t}$: force exercée par Saturne sur Titan force orientée vers le centre de Saturne.

3) Voir figure



4) $\overrightarrow{F}_{S/T} = -G.\dfrac{M_s.M_t}{R^2}\vec{u} = G.\dfrac{M_s.M_t}{R^2}\overrightarrow{u_N}$

5) 2ème loi de Newton :

$\overrightarrow{F}_{S/T} = M_T\vec{a}$

$\Rightarrow G.\dfrac{M_s.M_t}{R^2}\overrightarrow{u_N} = M_t\vec{a}$

$\Rightarrow \boxed{\vec{a} = \dfrac{G.M_s}{R_t^{\ 2}}\overrightarrow{u_N}}$

6) $\vec{a} = a_t\overrightarrow{u_t} + a_N\overrightarrow{u_N}$

Avec $a_t = \dfrac{dv}{dt}$ et $a_N = \dfrac{\vartheta^2}{R}$

7) $\vec{a} = \dfrac{G.M_s}{R_t^2}\overrightarrow{u_N} = \overrightarrow{a_N}$

8) $a_t = \dfrac{dv}{dt} = 0 \Rightarrow V = cte$

La vitesse est donc constante, le mouvement de Titan est uniforme.

9) $a_N = \dfrac{V^2}{R_t} = \dfrac{G.M_s}{R_t^{\,2}}$

$\Rightarrow \boxed{V = \sqrt{\dfrac{G.M_s}{R_t}}}$

10) $T = \dfrac{2\pi}{\theta'} = \dfrac{2\pi R}{V} = 2\pi R\sqrt{\dfrac{R}{G.M_s}}$

11) $\dfrac{T^2}{R^3} = 4\pi^2 \dfrac{R^3}{G.M_s.R^3} = \dfrac{4\pi^2}{G.M_s}$

12) $R_E^{\,3} = \dfrac{T_E^2.G.M_s}{4\pi^2}$

D'où $R_E = \sqrt[3]{\dfrac{T_E^2.G.M_s}{4\pi^2}}$

AN : $R_E = 2,83.10^5\,Km$

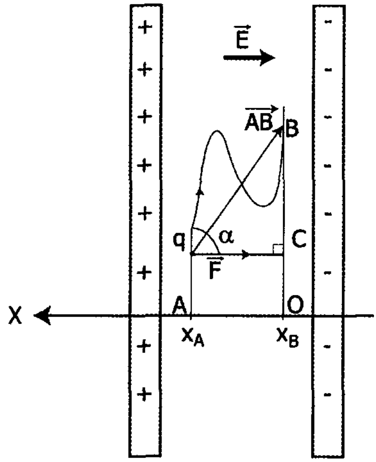
MOUVEMENT D'UNE PARTICULE CHARGEE DANS UN CHAMPS ÉLECTRIQUE UNIFORME

Travail d'une force électrique :

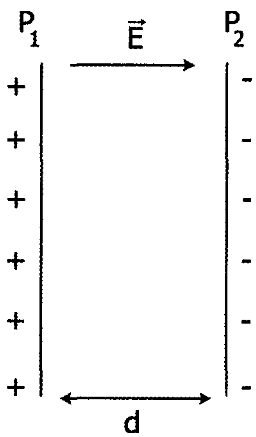
Une particule chargée portant une charge q , qui se déplace de A vers B sous l'effet d'une force électrique $\vec{F} = q.\vec{E}$ effectue un travail indépendant du chemin suivi tel que : $\boxed{\omega_{\vec{F}_{A\to B}} = \vec{F}.\overrightarrow{AB} = q.\vec{E}.\overrightarrow{AB}}$

avec $\vec{E}.\overrightarrow{AB} = V_A - V_B$

donc $\boxed{\underbrace{\omega_{\vec{F}_{A\to B}}}_{J} = \underbrace{q}_{C}.\underbrace{(V_A - V_B)}_{V}}$



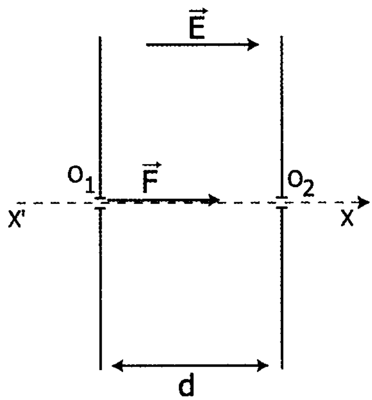
Les caractéristiques du champ électrique uniforme crée entre deux plaques parallèles est donc



$\vec{E}$:

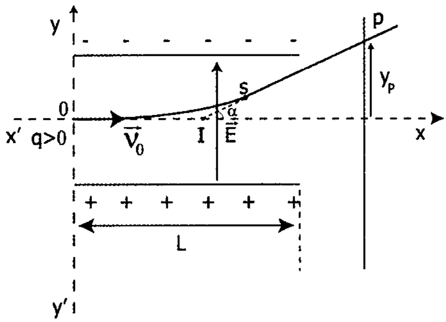
- *Direction* : perpendiculaire aux plaques.
- *Sens* : du potentiel le plus élevé vers le potentiel le moins élevé.
- *Valeur* : $\boxed{\underbrace{\|\vec{E}\|}_{V.m^{-1}} = \frac{\overbrace{|V_{p1} - V_{p2}|}^{V}}{\underbrace{d}_{m}} = \frac{U}{d}}$

Mouvement d'un particule chargée dans un champs uniforme $\vec{E}$ ***:***



- Le poids d'un particule chargée est négligeable devant la force électrique : $\dfrac{\|\vec{F}\|}{\|\vec{P}\|} > 10^2$.
- La particule effectue un mouvement rectiligne uniformément varié selon X'X avec une accélération $\vec{a}$ $\boxed{a = \dfrac{|q|.U}{m.d}}$

Mouvement d'une particule chargée entre deux plaques déflectrices :



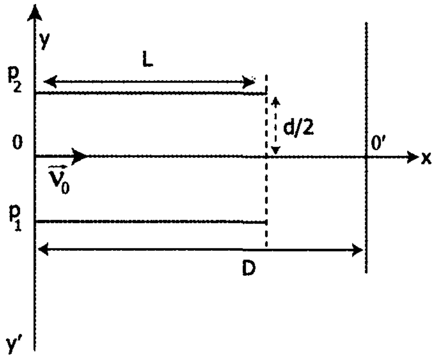
Le mouvement d'une particule chargée qui entre au point O avec un vitesse $\overrightarrow{V_O}$ horizontal est parabolique tel que l'équation de la trajectoire est : $\boxed{Y = \dfrac{1}{2}.\dfrac{|q|.U}{m.d}.\dfrac{x^2}{V_0^2}}$

avec q : charge de la particule
U : différence de potentielle entre les plaques.
d : distance entre les deux plaques.
V_0 : vitesse à l'instant t=0s

- A la sortie du champ ; la particule effectue un mouvement rectiligne un forme avec une vitesse Vs : vitesse au point de sortie S.
- Soit P : le point d'impact de la particule sur l'écran.
- on peut montrer que $Y_P = \dfrac{q.\ell}{\|\vec{V}_0\|^2.m}.U$ d'où $Y_P = K.U$
- Y_P est proportionnelle à la tension entre les deux plaques

ÉNONCÉS

1 Dans tout l'exercice on néglige l'effet de la pesanteur.



Une particule de masse $m = 1,6.10^{-27} kg$ et de charge électrique $q = e = 1,6.10^{-19} C$, pénètre avec une vitesse horizontale $\vec{V_0}$ et de valeur $\|\vec{V_0}\| = 10^6 m.s^{-1}$ entre deux plaques métalliques P_1 et P_2 horizontales de longueur $L = 10cm$, distantes de $d = 4cm$ et soumise à une tension $U = V_{p1} - V_{p2} > 0$ (voir figure).

1) a- Etablir dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$, les équations horaires du mouvement de le particule.

b- Déduire l'équation de la trajectoire de la particule.

c- Déterminer la valeur maximale du champ $\|\vec{E}_{max}\|$ pour que la particule quitte le champ sans qu'elle rencontre l'une des plaques.

2) Soit $\|\vec{E}\| < \|\vec{E}_{max}\|$ la déviation verticale de la particule à la sortie du champ en un point S est $y_S = 1cm$.

a- Déterminer les coordonnées (x_M, y_M) du point d'impact M de la particule sur un écran perpendiculaire à (Ox) et situé à la distance $D = 2L$ du point O.

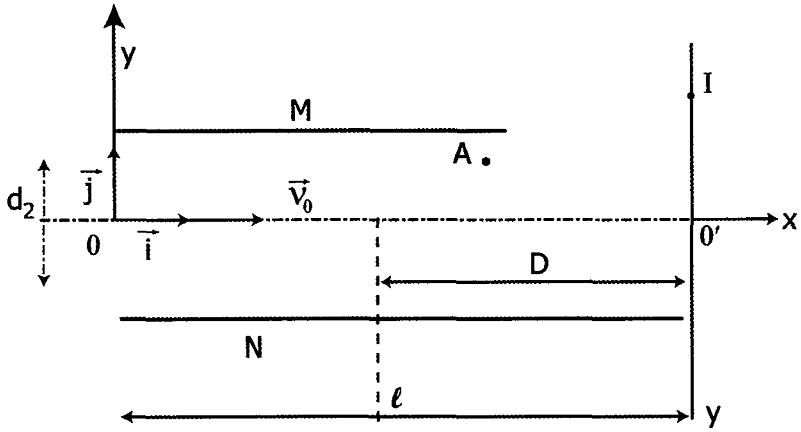
b- Déterminer la valeur de la vitesse $\|\vec{V}_M\|$ avec laquelle la particule atteint de l'impact M de l'écran E.

c- Montrer que y_M est proportionnelle à la valeur de la tension U appliquée entre les plaque P_1 et P_2.

d- Calculer la constante de proportionnalité.

2 **On donne pour tous l'exercice : $d =$ 1cm ; $\ell = 5,5cm$; $D = 30cm$; $U = 20V$; $m = 9,1.10^{31} kg$; $q = -e = -1,5.10^{-19} C$; $V_0 = 2,7.10^7 m.s^{-1}$**

On travaille dans le vide et on négligera le poids de l'électron devant la force électrique qu'il subit. Soient M et N deux plaques métalliques horizontales, chargées, de longueur ℓ est distantes de d.



A l'instant t = 0, un électron de masse m, animé d'une vitesse V_0, pénètre en O dans l'espace champ électrique uniforme E crée par ce deux plaque (O est égale à la distance de M et N). Une tension positive $U = U_{MN}$ est appliquée entre M et N.

1) a- Reproduire la figure et représenter le champ $\vec{E}$ ainsi la force $\vec{F}$ appliquée sur l'électron.

b- Etablir l'équation cartésienne de sa trajectoire. Représenter son allure.

2) L'électron quitte le champ électrique au point A avec une vitesse V_A

a- Déterminer les coordonnées du point A.

b- En appliquant le théorème de l'énergie cinétique, calculer la valeur de la vitesse V_A

3) a- quelle est la nature de mouvement de l'électron à la sortie des plaques? Justifier la réponse.

b- En un point I, l'électron percute un écran fluorescent perpendiculaire en O à l'axe (Ox). La distance séparant l'écran au milieu H des deux plaques est $D = O'H$. Etablir l'expression puis calculer la valeur de la déflexion électrique $Y = O'I$ ainsi que celles de la déviation α

3 *Principe de fonctionnement de l'oscilloscope.*

Un l'oscilloscope comporte un tube cathodique qui se divise en quatre parties :

- Un canon à l'électron où le faisceau d'électron est créé et les électrons accélérés.

- Un condensateur plan C_1 d'armature (ou plaques) verticale, à l'intérieur duquel les électrons sont déviés horizontalement.
- Un condensateur plan C_2 d'armature (ou plaques) horizontale, à l'intérieur duquel les électrons sont déviés verticalement.
- Un écran fluorescent, sur lequel l'impact du faisceau laisse une trace lumineuse : le spot.

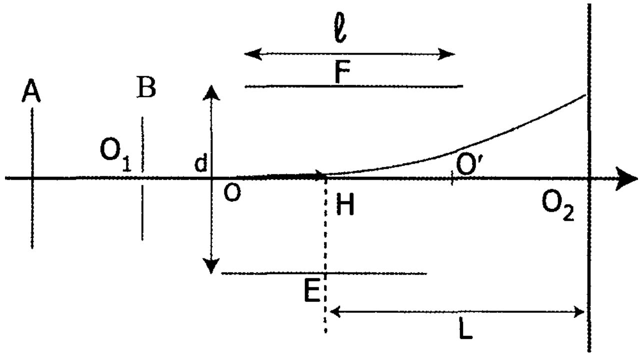


Figure 1

Dans l'exercice, on se propose d'analyser quelques éléments du fonctionnement d'un oscilloscope.
On étudie le système $\{électron\}$, dans le référentiel du laboratoire supposé galiléen, la charge de l'électron est notée $q=-e$ avec $e=+1,6.10^{-19}C$. La masse d'un électron est notée $m(m=9.10^{-31}kg)$. L'effet du poids de l'électron sera toujours négligé.

I) Etude du canon à électrons :

Le canon à électrons est constitué d'un filament qui, lorsqu'il est porté à haute température, émet des électrons de vitesse initiale négligeable. Ces électrons sont ensuite accélérés à l'intérieur d'un condensateur plan dont les armateures A et B sont verticales et distantes de d. la différence de potentiel entre les deux plaques est $U_{AB}=-1,8kV$. $(U_{AB}=V_A-A_B)$

1) Rappeler les trois caractéristiques du vecteur champ électrique à l'intérieur d'un condensateur plan.

2) Montrer à l'aide du théorème de l'énergie cinétique que la tension U_{AB} aux bornes du condensateur doit être négative pour permettre à un électron d'être accéléré.

3) Déterminer l'expression de la vitesse V_0 d'un électron lorsqu'il parvient à la plaque B du condensateur en fonction de e, m et U_{AB}.

4) Calculer la valeur de cette vitesse.

II) Étude de la déflexion due au condensateur C_2

Dans cette partie, on ne s'intéresse qu'à la déviation du faisceau dans le condensateur C_2, celui-ci est soumis à une tension $U_{FE}=U$ positive.

On considère que le mouvement de l'électron est plan et s'effectue dans le plan (O,x,y). Un électron arrive en O avec la vitesse V_0 de direction Ox à la date $t_0 = 0$. On appelle M la position de l'électron à la date t.

1) En utilisant le théorème du centre d'inertie, exprimer, en fonction de e, U, d et m les composantes du vecteur accélération de l'électron sur les deux axes Ox et Oy.

2) En déduire :
- Les expressions des coordonnées du vecteur vitesse v de l'électron.
- Les expressions des coordonnées du vecteur position à l'intérieur du condensateur C_2.
- L'équation de la trajectoire.

3) L'électron sort du condensateur C_2 en un point S, avec une vitesse V_S faisant un angle α avec horizontale. Puis vient frapper l'écran en un point I. on appelle H la projection orthogonale du point S sur l'écran. On définit la distance $h = HI$. La distance du point J au centre P de l'écran est appelée déflexion, on la note D. on note l longueur d'une plaque, d la distance entre les plaques, et la distance OP (Voir figure 2)

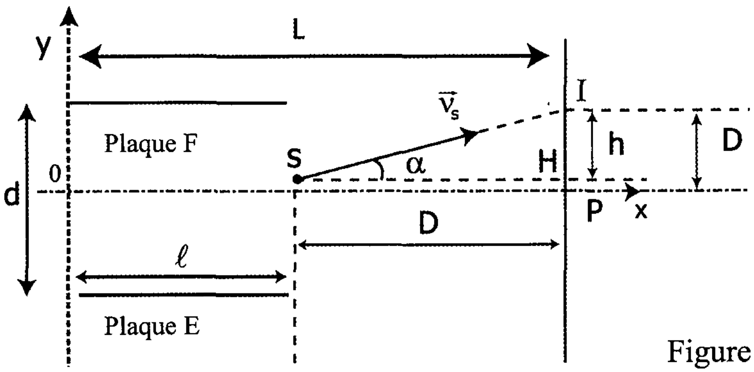


Figure 2

a- Quelle est la nature de la trajectoire entre S et I ? Justifier.

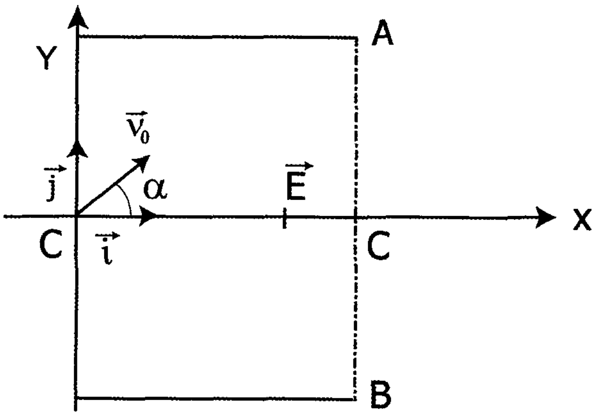
b- Exprimer les composantes du vecteur vitesse au point S. En déduire une expression de $\tan\alpha$ en fonction de e, U, I, m, d et V_0.

c- Exprimer $\tan\alpha$ en fonction de $h, L,$ et I à l'aide de figure 2. Exprimer h.

d- On peut démontrer que la déflexion D a pour expression : $D = \dfrac{eUIL}{(2mV_0^2)}$ cet appareil peut être utilisé comme Voltmètre. Justifier cet emploi à partir de l'expression donné ci-dessus.

4 Un condensateur est constitué de deux plaques parallèle métalliques rectangulaire horizontales A et B de longueur L = 12 cm, séparées par une distance d = 2 cm. Le point O est équidistant des deux plaques. Un faisceau homocinétique d'électron pénètre en O avec une vitesse V_0 formant un angle $\alpha = 14°$ avec l'axe horizontale.

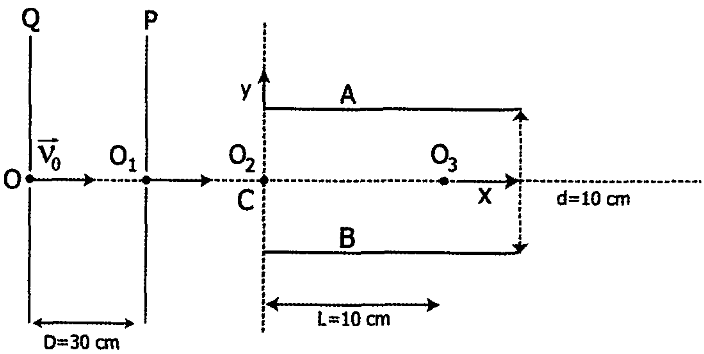
$e = 1,6.10^{-19} C$; masse électron $m = 9.10^{-31} kg$; $E = 1000 V/m$



1) Préciser le signe et la valeur de la tension U_{AB}.
2) Etablir l'équation cartésienne de la trajectoire en fonction de V_0, α, e, E et m
3) Déterminer la valeur de la vitesse initiale V_0 pour que le faisceau passe par le point C $\left(x_C = L,\ y_C = 0\right)$.

5 **On néglige dans tout l'exercice le poids de la particule.**

Une particule α(ion He^{2+} de masse $m = 6,64 \times 10^{-27}$ kg et de charge $q = 3,2 \times 10^{-19}$ C pénètre en un point O, avec une vitesse $\vec{V_0}$ horizontale, d'intensité 10000km/s dan un champ électrique uniforme $\vec{E}$, créé entre deux plaques verticales et parallèles p e Q, distante de $D = 30$ cm.



I)

1) Justifier sans calcule ; le signe de U_{PQ} pour que la particule α soit ralentie entre O et O_1.

2) Calculer U_{PQ} à fin qu'a l'arrivée en O_1, la vitesse de la particule soit égale à $V_{O1} = 9000 km.s^{-1}$.

3) Répondre par vrai ou faux. Justifier et calculer éventuellement les vraies valeurs.

   a- Le mouvement entre les deux plaques Q et P est rectiligne uniforme.

   b- L'accélération augmente entre Q et P.

   c- La durée du trajet O_1O_2 est $t = 31,6.10^{-9} s$.

II) La particule α pénètre dans un champ uniforme $\vec{E}$ crée entre des plaques horizontales A et B avec une vitesse $V_{02=}V_{01=}9000km.s^{-1}$, la tension $U_{AB} = 2.10^4 V$.

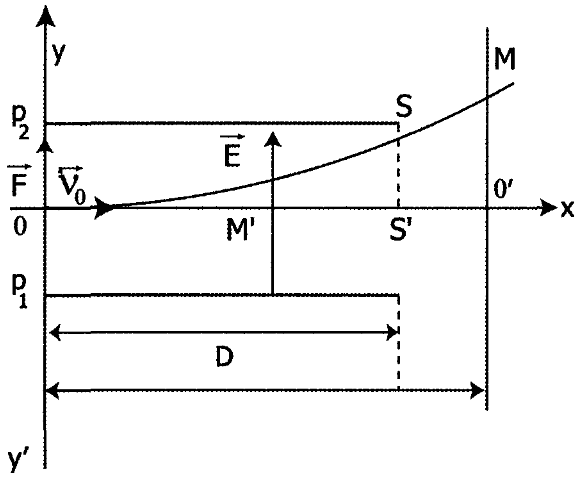
1) Etablir sans calcul que la particule α va dévier. Préciser dans quel sens et expliquer.

2) Etablir l'équation de la trajectoire des particules α entre A et B.

3) Calculer la déviation y_s subie par la particule à la sortie de ce champ électrique.

CORRIGÉS

1



1) a- Système $\{\text{Particule}\}$

Bilan des forces: $\vec{P}$: Poids da la particule

$\vec{F}$: Force électrique.

- La valeur du poids est négligeable devant la valeur de la force électrique. $\left(\|\vec{P}\| << \|\vec{F}\|\right)$.
- Appliquons la relation fondamentale da la dynamique

$$\vec{F} = q \times \vec{E} = m.\vec{a} \Leftrightarrow \vec{a} = \frac{q}{m}.\vec{E}$$

$$\text{avec } \vec{E} \begin{cases} \perp \text{ Plaques } P_1 \text{ et } P_2 \\ \text{Orienté de } P_1 \text{ vers } P_2 \\ \|\vec{E}\| = \dfrac{|V_{P_1} - V_{P_2}|}{d} = \dfrac{U}{d} \end{cases}$$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} ax = 0 \\ ay = \dfrac{q}{m}\|\vec{E}\| = \dfrac{qU}{md} \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} \Leftrightarrow \vec{V} = \int \vec{a}dt; \ \vec{V} \text{ est la primitive de } \vec{a}$$

$$\vec{V} = \begin{pmatrix} Vx = V_{ox} = \|\vec{Vo}\| \\ Vy = \dfrac{qU}{md}.t + Voy = \dfrac{qU}{md}.t \end{pmatrix} \qquad (Voy = 0)$$

$$\vec{V} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = \int \vec{V}dt$$

$$\overrightarrow{oM} \begin{pmatrix} x = \|\vec{Vo}\| \times t + x_0 \\ y = \dfrac{1}{2}\dfrac{qU}{md}.t^2 + y_0 \end{pmatrix} \qquad \text{avec } x_0 = y_0 = 0m$$

Les équations horaires du mouvement : $\begin{cases} x = \|\vec{V_0}\| t + x_0 \\ y = \dfrac{1}{2}\dfrac{qU}{md}.t^2 + y_0 \end{cases}$

b- $t = \dfrac{x}{\|\vec{V_0}\|} \Rightarrow \boxed{y = \dfrac{q.U}{2mdV_0^2}x^2}$ trajectoire parabolique

c- Pour que la particule puisse sortir du champ il faut que $y_s < \dfrac{d}{2}$ avec S : point de sortie.

Pour $x_s = L;\ y_s < \dfrac{d}{2}$

$$\Rightarrow \frac{q.\|\vec{E}\|.L^2}{2mV_0^2} < \frac{d}{2}$$

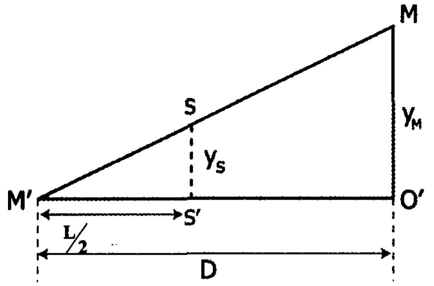
$$\Rightarrow \|\vec{E}\| < \frac{m.d.V_0^2}{q.L^2}$$

$$\Rightarrow \|\vec{E}_{max}\| = \frac{m.d.V_0^2}{q.L^2}$$

A.N $\|\vec{E}_{max}\| = 4.10^4.V.m^{-1}$

2) a- Entre les points S et M ; <u>l'effet du poids est négligeable</u> →la particule peut être considérée comme isolée.
D'après le principe d'inertie le mouvement est rectiligne uniforme suivant la direction de $\vec{V_S}$ avec $\vec{V_S}$: vitesse de sortie au point de sortie S.

<u>Rappel mathématique</u> : la tangente à une parabole passant par O_2 au point d'abscisse x coupe l'axe d'abscisse $\dfrac{x}{2}$



D'après le théorème de Thalès :

$$\frac{SS'}{O'M'}=\frac{M'S'}{M'O'}$$

$$\Rightarrow O'M'=\frac{SS'.M'O'}{M'S'}$$

$$Y_M=\frac{\left(D-\frac{L}{2}\right)}{\frac{L}{2}}.Y_S \text{ avec } D=2L$$

$Y_M=3Y_S \qquad Y_M=3cm$

Donc $M\left(x_M=D=2L=20cm;\ Y_M=3cm\right)$

b- $\left\|\overrightarrow{V_M}\right\|=\left\|\overrightarrow{V_S}\right\|$ puisque le mouvement est rectiligne uniforme entre M et S.

1ère Méthode :

t_S : L'instant d'arrivée da la particule en S :

$$x_S=L=\left\|\overrightarrow{V_0}\right\|.t_S\Rightarrow t_S=\frac{L}{\left\|\overrightarrow{V_0}\right\|}$$

$$\overrightarrow{V_S}\begin{pmatrix} V_{SX}=\left\|\overrightarrow{V_0}\right\| \\ V_{SY}=\frac{q.U}{m.d}.\frac{L}{\left\|\overrightarrow{V_0}\right\|}\end{pmatrix}$$

$$\left\|\overrightarrow{V_S}\right\|=\left\|\overrightarrow{V_M}\right\|=\sqrt{\left(V_{SX}\right)^2\left(V_{SY}\right)^2}$$

A.N $\left\|\overrightarrow{V_S}\right\|\simeq 10^6 m.s^{-1}$

2ème Méthode :

En appliquant le théorème de l'énergie cinétique :

$$E_C(s)-E_C(0)=\omega_{\vec{F}_{0\to S}}$$

$$\frac{1}{2}m.V_S^2-\frac{1}{2}m.V_0^2=\vec{F}.\overrightarrow{0S}$$

avec $\vec{F}\begin{pmatrix}Fx=0\\ Fy=\left\|\vec{F}\right\|\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{OS}\begin{pmatrix}X_S=L\\ Y_S=\frac{1}{2}.\frac{q.U}{m.d}.\frac{L^2}{\left\|\overrightarrow{V_0}\right\|^2}\end{pmatrix}$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}m\left(V_S^2 - V_0^2\right) = \left\|\vec{F}\right\|.\left(Y_S - Y_0\right) \text{ avec } Y_0 = 0m$$

$$\Rightarrow \left\|V_S\right\| = \sqrt{\frac{2Y_S.\left\|\vec{F}\right\|}{m} + V_0^2}$$

$$\boxed{\left\|\overrightarrow{V_S}\right\| = \sqrt{\frac{q.U.L^2.\left\|\vec{F}\right\|}{m.d.\left\|\overrightarrow{V_0}\right\|^2} + V_0^2}}$$

A.N $\left\|\overrightarrow{V_M}\right\| = \left\|\overrightarrow{V_S}\right\| \simeq 10^6 m.s^{-1}$

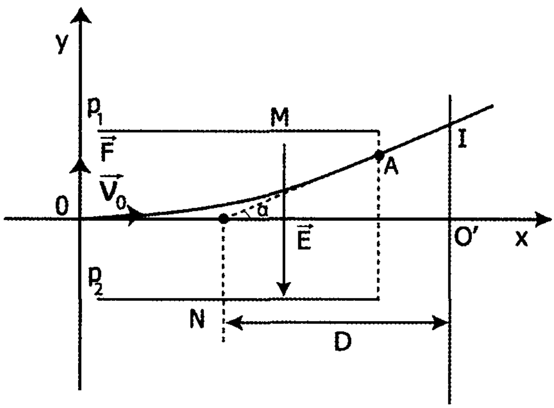
c- $Y_M = \dfrac{D - \frac{L}{2}}{\frac{L}{2}} Y_S = 3Y_S$ ***(d'après 2) a-)***

$$Y_M = \frac{3}{2}\frac{q.L^2}{m.V_0^2.d}.U$$

De la forme $Y_M = K.U$ avec $K = \dfrac{3.q.L^2}{2m.V_0^2 d}$ constante de proportionnalité

Soit $K = 3{,}75.10^{-5} m.V^{-1}$.

2 1) a-



Système {électron}

Bilan des forces : $\vec{F} = q.\vec{E} = -e\vec{E}$

$\vec{F}$ et $\vec{E}$ sont de sens opposée or $\vec{E}$ est orienté de M vers N $\left(U_{MN} = V_M - V_N > 0\right)$

b- R.F.D : $\vec{F} = -e.\vec{E} = m.\vec{a} \Rightarrow \boxed{\vec{a} = -\frac{e}{m}.\vec{E}}$

$$\vec{a}\begin{pmatrix} ax = 0 \\ ay = \dfrac{-e.\left(-\|\vec{E}\|\right)}{m} = \dfrac{e - \|\vec{E}\|}{m} \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} \Rightarrow \vec{V} = \int \vec{a}\ dt \quad \text{soit } \vec{V}\begin{pmatrix} Vx = \|\vec{V_0}\| \\ Vy = \dfrac{e.\left(\|\vec{E}\|\right)}{m}.t \end{pmatrix}$$

$$\vec{V} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} \Rightarrow \overrightarrow{OM} = \int \vec{V}\ dt \Rightarrow \overrightarrow{OM}\begin{pmatrix} x = \|\vec{V_0}\|.t \\ y = \dfrac{1}{2}\dfrac{e.\left(\|\vec{E}\|\right)}{m}.t^2 \end{pmatrix}$$

$$x = \|\vec{V_0}\|.t \Rightarrow t = \frac{x}{\|\vec{V_0}\|}$$

$$y = \frac{1}{2}\frac{e.\left(\|\vec{E}\|\right)x^2}{m\|\vec{V_0}\|^2} \qquad \text{A.N} : y = 0,24.x^2 \quad \text{trajectoire parabolique}$$

2) a- $\begin{cases} x_A = \ell = 5,5.10^{-2}\,m \\ y_A = 0,24\ell^2 = 7,26.10^{-4}\,m \end{cases}$

b- $\Delta E_C = E_C(A) - E_C(0) = \omega \vec{F}_{0\to A}$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mV_A^2 - \frac{1}{2}mV_0^2 = \vec{F}.\overrightarrow{OA} = \|\vec{F}\|.(y_A - y_0)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mV_A^2 = \frac{1}{2}mV_0^2 - |q|.\frac{U}{d}.y_A \Rightarrow \boxed{\|\vec{V_A}\| = \sqrt{V_0^2 + \frac{2e.U}{d}.y_A}}$$

A.N $\|\vec{V_A}\| = 2,8.10^7\,m.s^{-1}$

3) a- A la sortie des plaques, l'effet du poids est négligeable, l'électron peut être supposé isolé donc d'après le principe d'inertie le mouvement est rectiligne un forme.

b- Thalès : $\dfrac{y_A}{y} = \dfrac{\ell}{2D} \Rightarrow y = \dfrac{2D.y_A}{\ell}$ A.N $\boxed{y = 7,92.10^{-3}m}$

$$tg\alpha = \frac{y}{D} = 0,0264 \rightarrow \alpha \simeq 1,5°$$

3

I) 1) Le champ électrique est uniforme à l'intérieur d'un condensateur plan.

$$\vec{E}\begin{cases}\text{direction : perpendiculaire aux armatures (plaques)}\\ \text{sens : du potentiel le plus élevé vers le potentiel le moins élevé}\\ \text{Valeur : } \|\vec{E}\| \text{ est constante soit } \|\vec{E}\| = \dfrac{|U_{AB}|}{d_{AB}}\end{cases}$$

2) Système $\{\text{électron}\}$

Bilan des forces : $\vec{F} = q.\vec{E}$

Théorème de l'énergie cinétique : $E_{CO_1} - E_{C_A} = \omega\vec{F}_{O_1\to A}$

avec $\omega\vec{F}_{O_1\to A} = q(V_A - V_B) = -e(U_{AB})$

la vitesse en A étant négligeable $E_C(A) = OJ$

$$E_{CO_1} = \frac{1}{2}mV_0^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mV_0^2 - 0 = -e.U_{AB}$$

$$\boxed{\Rightarrow U_{AB} = \frac{-mV_0^2}{2e}}$$

$m > 0$; $e > 0$; donc $U_{AB} = V_A - V_B < 0$.

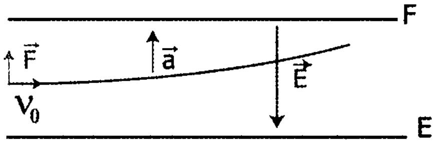
3) Déterminons V_O

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mV_0^2 = -e.U_{AB}$$

$$\boxed{\Rightarrow V_0 = \sqrt{\frac{-2e.U_{AB}}{m}}}$$

4) A.N $V_0 = 2{,}53.10^7\,m.s^{-1}$

1) le champ électrique $\vec{E}$ est orienté de F vers E car $U_{FE} = V_F - V_E > 0$ ($\vec{E}$ orienté vers le potentiel le moins élevé)



$\vec{F} = q.\vec{E} = -e.\vec{E} \Rightarrow \vec{F}$ et $\vec{E}$ sont colinéaires de sens contraire

2ème Loi de Newton :

$\vec{F} = -e.\vec{E} = m\vec{a}$

$$\Rightarrow \vec{a} = \frac{-e}{m}.\vec{E} \text{ avec } \|\vec{E}\| = \frac{U_{FE}}{d}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} a_X = 0 \\ a_Y = \frac{-e}{m}\left(\left\|\vec{E}\right\|\right) = \frac{e.U_{FE}}{m.d} \end{pmatrix}$$

2) $\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} \Rightarrow \vec{V} = \int \vec{a}dt$

$$\Rightarrow \vec{V}\begin{pmatrix} V_X = \left\|\vec{V_0}\right\| \\ V_Y = \frac{e.U_{FE}}{m.d}.t \end{pmatrix}$$

$$\vec{V} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} \Rightarrow \overrightarrow{OM} = \int \vec{V}dt$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{OM}\begin{pmatrix} x = \left\|\vec{V_0}\right\|.t \\ y = \frac{1}{2}\frac{e.U_{FE}}{m.d}.t^2 \end{pmatrix}$$

$x = \left\|\vec{V_0}\right\|.t \to t = \frac{x}{\left\|\vec{V_0}\right\|}$ $\boxed{\Rightarrow y = \frac{1}{2}\frac{e.U_{FE}}{m.dV_0^2}.x^2}$ équation d'une trajectoire barabolique

3) a- l'effet de poids est négligeable, l'électron peut être considéré comme isolé, d'après le principe d'inertie le mouvement est rectiligne uniforme.

b- L'abscisse de s est $\ell \Rightarrow x_S = \ell = \left\|\vec{V_0}\right\| t_S$

$\to t_S = \frac{\ell}{\left\|\vec{V_0}\right\|}$ avec tous t_S : l'instant d'arrivé au point S

$$\Rightarrow \overrightarrow{V_S}\begin{pmatrix} V_X = \left\|\vec{V_0}\right\| \\ V_Y = \frac{e.U_{FE}}{m.d}.\frac{\ell}{\left\|\vec{V_0}\right\|} \end{pmatrix}$$

$$tg\alpha = \frac{V_Y}{V_X} = \frac{e.U_{FE}.\ell}{m.d.V_0^2}$$

c- $tg\alpha = \frac{h}{L-\ell}$

$$\Rightarrow h = (L-\ell)tg\alpha = (L-\ell)\frac{e.U_{FE}.\ell}{m.d.V_0^2}$$

d- La déflexion : $D = \frac{e.\ell.L}{2m.V_0^2}.U$

e, ℓ, L, m et V_0^2 sont des constantes d'où $D = K.U$ avec K constante $K = \frac{e.\ell.L}{2m.V_0^2}$

→ La déflexion D est proportionnelle à la tension appliquée entre les plaques. Donc cet appareil peut être utilisé en voltmètre.

4 1) le champ électrique entre les deux plaques est uniforme orienté du potentiel le plus élevé vers potentiel le moins élevé or $\vec{E}$ est orienté de la plaque B vers la plaque A donc $V_B > V_A$

$U_{AB} = V_A - V_B < 0;\ U_{AB} = -\|\vec{E}\| \times d = -1000 \times 0,02 = -20V$

2) Système $\{$électron$\}$

Bilan des forces: $\vec{P}$: Poids de l'électron

$\vec{F}$: Force électrique.

Or $\|\vec{P}\| = m.\|\vec{g}\| = 9.10^{-30}\,N$

$\|\vec{F}\| = |q|.\|\vec{E}\| = e.\|\vec{E}\| = 1,6.10^{-16}\,N \quad \Rightarrow \frac{\|\vec{P}\|}{\|\vec{F}\|} = \frac{9.10^{-30}}{1,6.10^{-16}} = 5,6.10^{-14}$

$\|\vec{P}\|$ est négligeable devant $\|\vec{F}\|$ $\qquad \|\vec{P}\| << \|\vec{F}\|$

R.F.D : $\vec{F} = m.\vec{a} = q.\vec{E} = -e\vec{E}$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{a} = \frac{-e}{m}\vec{E}}$$

$$\vec{a}\begin{pmatrix} a_X = 0 \\ a_Y = \dfrac{-e}{m}\|\vec{E}\| \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \vec{V} = \int \vec{a}dt$$

$$\vec{V}\begin{pmatrix} V_X = \|\vec{V_0}\|\cos\alpha \\ V_Y = \dfrac{-e}{m}\|\vec{E}\|.t + \|\vec{V_0}\|\sin\alpha \end{pmatrix}$$

$$\vec{V} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} \Rightarrow \overrightarrow{OM}\begin{pmatrix} x = \|\vec{V_0}\|\cos\alpha.t \\ y = -\dfrac{1}{2}\dfrac{e}{m}\|\vec{E}\|.t^2 + \|\vec{V_0}\|\sin\alpha.t \end{pmatrix}$$

On élimine le temps $t = \dfrac{x}{\|\vec{V_0}\|\cos\alpha}$

$$y = -\frac{e\|\vec{E}\|}{2m\|\vec{V_0}\|^2\cos^2\alpha.}.x^2 + x.tg\alpha \text{ trajectoire parabolique}$$

3) $y = -\frac{9,45.10^{13}}{V_0^{\,2}}.x^2 + 0,25x$

Au point C : $x_C = L = 0,12m$; $y_C = 0m$

$$\frac{e\|\vec{E}\|}{2m\|\vec{V_0}\|^2 \cos^2\alpha}.L^2 = L.tg\alpha$$

$$\Rightarrow V_0^2 = \frac{e\|\vec{E}\|.L}{2m.tg\alpha.\cos^2\alpha} = \frac{e\|\vec{E}\|.L}{2m.\sin\alpha.\cos\alpha}$$

$$\boxed{\|V_0\| = \sqrt{\frac{e\|\vec{E}\|.L}{2m.\sin\alpha.\cos\alpha}}} \quad \text{A.N} \quad \|V_0\| = 6,73.10^6 m.s^{-1}$$

5

I) 1) pour ralentir la particule chargée positivement, la force électrique $\vec{F}$ doit être orienté de P vers Q.

En un point quelconque entre O et O_1, le vecteur vitesse $\vec{V}$ et la valeur $\vec{a}$ sont de sens contraires.

$$\left.\begin{array}{l}\vec{F} = m.\vec{a} \\ m > 0\end{array}\right\} \vec{F} \text{ et } \vec{a} \text{ de même sens de P vers Q}$$

et

$$\left.\begin{array}{l}\vec{F} = q.\vec{E} \\ q > 0\end{array}\right\} \vec{F} \text{ et } \vec{E} \text{ colinéaires de même sens}$$

et $\vec{E}$: du potentiel le plus élevé de P vers le moins élevé.

$\Rightarrow V_P > V_Q \Rightarrow U_{PQ} = V_P - V_Q > 0$

2) Appliquons le théorème de l'énergie cinétique :

$$\Delta E_C = E_C(O_1) - E_C(0) = W\vec{F}_{0\to O_1}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mV_{O_1}^2 - \frac{1}{2}mV_O^2 = \vec{F}.\overrightarrow{QP} = q.\vec{E}.\overrightarrow{QP}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}m\left(V_{O_1}^2 - V_O^2\right) = q.U_{QP} = -qU_{PQ}$$

$$\Rightarrow \boxed{U_{PQ} = \frac{m\left(V_{O_1}^2 - V_O^2\right)}{2q}}$$

A.N $U_{PQ} \simeq 1,97.10^5 V$

3) a- Faux : Le mouvement n'est pas rectiligne uniforme il s'agit d'un mouvement rectiligne uniformément retardé.

b- Faux : l'accélération est constante en appliquant la R.F.D

$\vec{F} = m.\vec{a} = q.\vec{E} \Rightarrow \vec{a} = \dfrac{q.\vec{E}}{m}$

$\Rightarrow \|\vec{a}\| = \dfrac{|q|.\|\vec{E}\|}{m} = cte$

c- On doit calculer la durée du mouvement entre O et O_1

$\|\vec{a}\| = \dfrac{|q|}{m}\|\vec{E}\| = \dfrac{|q|}{m}.\dfrac{U_{PQ}}{D} \simeq 3{,}16.10^{13} m.s^{-2}$

le mouvement étant rectiligne uniformément retardé $\vec{a} = -\|\vec{a}\|.\vec{i}$

$a = -3{,}16.10^{13} ms^{-2}$

$V = at + V_0 \Rightarrow t = \dfrac{V - V_0}{a}$

$t = 3{,}16.10^{-8} s \simeq 31{,}6s \ = 31{,}6.10^{-9} s$

II) 1) entre les plaques A et B règne un champ électrique uniforme. Les particules α sont soumises à une force électrique $\vec{F} = q.\vec{E}$, $\vec{E}$ et $\vec{F}$ de même direction et de même sens et comme $\vec{E}$ est orienté du potentiel le plus élevé vers le potentielle moins élevé donc de A vers B. les particules vont être dérivées vers le bas.

2) Dans $R'(O_2, \vec{i}, \vec{j})$

Système $\{\text{particule } \alpha\}$, théorème de centre d'inertie :

$\vec{F} = m.\vec{a} = q.\vec{E}$

$\Rightarrow \vec{a} = \dfrac{q}{m}.\vec{E}$

$$\vec{a}\begin{pmatrix} a_X = 0 \\ a_Y = \dfrac{-q}{m}\|\vec{E}\| = \dfrac{-q}{m}\dfrac{U_{AB}}{d} \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} \Rightarrow \vec{V}\left| \begin{array}{l} Vx = \|\vec{V_{O_2}}\| \\ Vy = -\dfrac{q}{m}.\dfrac{U_{AD}}{d}.t \end{array} \right. \Rightarrow \vec{V} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} \Rightarrow \overrightarrow{OM}\left| \begin{array}{l} x = \|\vec{V_{O_2}}\|.t \\ y = -\dfrac{1}{2}\dfrac{q}{m}.\dfrac{U_{AB}}{d}.t^2 \end{array} \right.$$

On élimine le temps : $t = \dfrac{x}{\|\vec{V_0}\|^2}$

$\boxed{y = -\dfrac{1}{2}\dfrac{q.U_{AB}}{m.d.V_O^2}.x^2}$ trajectoire parabolique.

3) En S, $x_S = L$

$\Rightarrow y_S = -\dfrac{1}{2}\dfrac{q.U_{AB}}{m.d.V_O^2}.L^2$

A.N $y_S = -5{,}95.10^{-4} m$ Soit $y_S \simeq -0{,}59mm$

MOUVEMENT D'UNE PARTICULE CHARGEE DANS UN CHAMPS MAGNETIQUE UNIFORME

Force magnétique (de Lorentz)

Une particule chargée animée d'une vitesse $\vec{V}$ dans un champ magnétique caractérisé par le vecteur $\vec{B}$ subit une force magnétique $\vec{F}$ dont les caractéristiques sont les suivantes :

$\vec{F}$:
- Direction : perpendiculaire au plan formé par $\overrightarrow{qv}$ et $\vec{B}$
- Sens : déterminé par la règle des 3 doigts de la main droite ou la règle de l'observateur d'Ampère (voir figure 1)
- Valeur : $\boxed{\|\vec{F}\| = |q|.\|\vec{V}\|.\|\vec{B}\|.\sin(\widehat{\vec{V},\vec{B}})}$ avec $\|\vec{F}\|$ en N, $|q|$ en C, $\|\vec{V}\|$ en $m.s^{-1}$, $\|\vec{B}\|$ en T

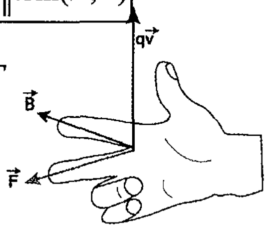


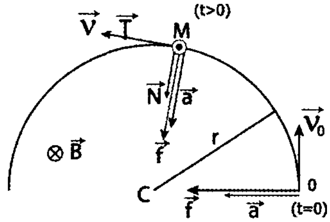
Figure 1

Etude du mouvement d'une particule chargée dans un champ magnétique uniforme :

Une particule chargée, de masse m portant une charge q pénètre avec une vitesse $\vec{V}_0$ dans une région de l'espace où règne un champ magnétique uniforme $\vec{B}$; est animée d'un <u>mouvement circulaire uniforme</u>.

Le rayon de la trajectoire est :

$$\boxed{R = \frac{m.\|\vec{V_0}\|}{|q|.\|\vec{B}\|}}$$



La vitesse linéaire de la particule est : $\boxed{\| V \| = \frac{|q|.\|\vec{B}\|.R}{m}}$

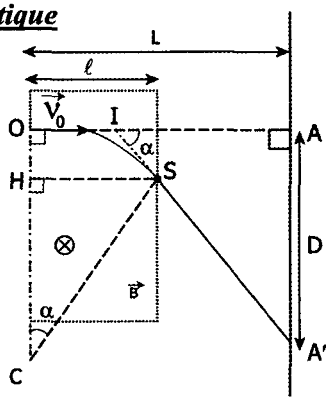
La vitesse angulaire est : $\boxed{\theta' = \dfrac{V}{R} = \dfrac{|q|.\|\vec{B}\|}{m}}$

La période du mouvement est : $T = \dfrac{2\pi}{\theta'} \Rightarrow \boxed{T = 2\pi \dfrac{m}{|q|.\|\vec{B}\|}}$

La fréquence est reliée à la période par : $N = \dfrac{1}{T} \Rightarrow \boxed{N = \dfrac{1}{2\pi}\dfrac{|q|.\|\vec{B}\|}{m}}$

Applications :

- ***Déflexion magnétique***



$\ell << L$ et α très petit. En absence de champ les particules arrivent en A.
Etudions la déflexion D.
$\alpha = (\overrightarrow{CO}, \overrightarrow{CS}) = (\overrightarrow{IA'}, \overrightarrow{IA})$ sont deux angles à cotés $\perp$.

Pour le triangle HCS : sin $\alpha = \dfrac{HS}{CS} = \dfrac{\ell}{R}$.

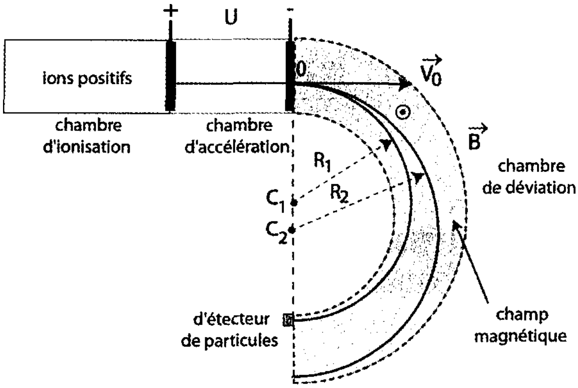
Pour le triangle A'AI : $\tan\alpha = \dfrac{AA'}{IA} = \dfrac{D}{IA}$

Première approximation : $\ell << L \Rightarrow IA \approx OA = L$

Deuxième approximation : $\alpha \leq 10° \Rightarrow \alpha(rad) \approx \sin\alpha \approx \tan\alpha$

Donc $\dfrac{\ell}{R} = \dfrac{D}{L} \Rightarrow D = \dfrac{\ell L}{R}$ or $R = \dfrac{mV_0}{|q|B}$ d'où $D = \dfrac{|q|}{m} \times \dfrac{\ell LB}{V_0}$

Spectrographe de masse :



Chambres d'ionisation : on y produit des ions de même charge q mais de masses m_1 et m_2 différentes.

Chambres d'accélération : a travers une première fente, les ions pénètrent dans cette chambre avec une vitesse négligeable. Ils sont accélérés par la tension U>0 et sortent avec une vitesse

$$V_0 = \sqrt{2\,|\,q\,|\,\frac{U}{m}}$$

Chambre de déviation : les ions sont déviés par un champ magnétique $\vec{B}$ et ont pour trajectoire des demi-cercles dont les rayons R_1 et R_2 dépendent des masses m_1 et m_2.

Les expressions de R et de V_0 *donnent* $R_1 = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2Um_1}{|\,q\,|}}$ et $R_2 = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2Um_2}{|\,q\,|}}$

Le rayon de la trajectoire augmente avec la masse.

On arrive ainsi à recueillir sur le détecteur des particules de même masse ; la position du détecteur permet de déterminer le rayon R de la trajectoire. Connaissant la charge q, on détermine la masse m de la particule.

C_1C_2 est la distance entre les deux points d'impact :

$$C_1C_2 = 2R_2 - 2R_1 = \sqrt{\frac{8U}{|\,q\,|\,B^2}}(\sqrt{m_2} - \sqrt{m_1})$$

- ***Cyclotron***

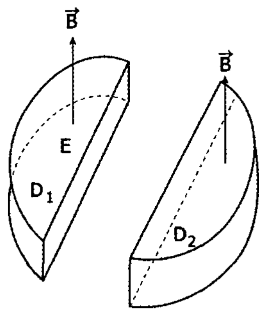
Un cyclotron est un accélérateur de particules chargées. Il comporte deux électrodes creuses (des demi-cylindres plats) en forme de la lettre « D », les « dee » (en anglais) ou dés (en français), entre lesquelles est appliquée une tension alternative haute fréquence. Les deux « dés » baignent dans un champ magnétique uniforme.

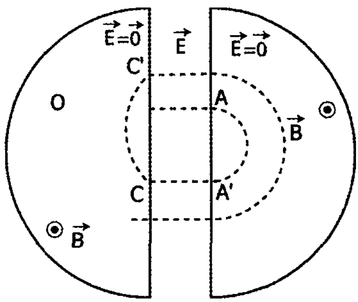
En son centre (point O) se trouve une source qui fournit des ions, le plus souvent positif : protons, deutons (particules formées d'un proton et d'un neutron), particule alpha (particules formées par deux protons et deux neutrons), etc....
Ces particules sont accélérées vers le dé supérieur, où elles arrivent en A_1 avec une vitesse V_{A_1}. Elles décrivent alors avec la vitesse V_{A_1} constante un demi-cercle. Au moment précis ou elles s'apprêtent à sortir du dé (point B_1), la tension appliquée entre les deux « dés » a changé de signe : les particules sont accélérées vers le « dé » inférieur (entre B_1 et C_1) : sa nouvelle vitesse est $V_{C1} > V_{A1}$. Dans le « dé » inférieur le particules décrivent aussi un demi-cercle, de rayon supérieur au précédent, avec la vitesse V_{C1} constante. Lorsqu'elles sortent (point D_1) la polarité des « dés » a encore changé : le particules sont accélérées vers le « dé » supérieur (entre D_1 et A_2) et entrent dans ce « dé » avec la vitesse $V_{A2} > V_{C1}$.
A chaque traversée de l'intervalle entre les « dés », la tension appliquée accélère les particules.
Lorsque les particules sont à l'intérieur des « dés », elles décrivent des demi-cercles avec des vitesses de plus en plus grandes, et donc avec des rayons de plus en plus grands.
La durée de parcours des demi-cercles est constante et égale à la demi-période :

$$\frac{T}{2} = \frac{\pi m}{|q| B}$$

Après avoir tourné quelques centaines de tours, les particules arrivent à la périphérie des « dés » (rayon R) et sortent tangentiellement à la trajectoire avec la vitesse v. elles peuvent alors être utilisées comme projectiles corpusculaires de haute énergie.

Vitesse : $v = |q| \dfrac{BR}{m}$

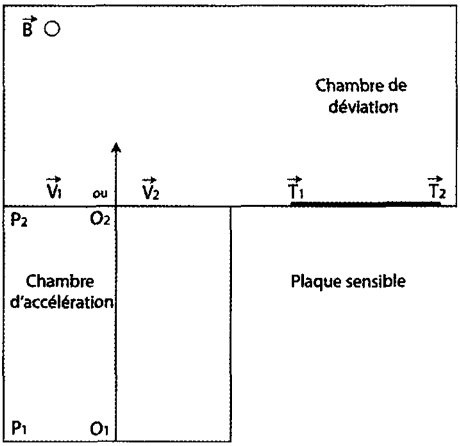




ÉNONCÉS

1 On introduit dans un spectrographe de masse des ions potassium ${}^{A1}_{19}K^+$ et ${}^{A2}_{19}K^+$

A_1 et A_2 désignent les nombres de masse des deux ions de même charge q et de masses respectives m_1 et m_2.



Sachant qu'en O_1 leurs vitesses sont pratiquement nulles les ions sont accélérés dans le champ créé entre les deux plaques P_1 et P_2 par une tension U.

1) a- Représenter sur un schéma le champ électrique $\vec{E}$ régnant entre les deux plaques P_1 et P_2 et préciser le signe de $U = V_{P_1} - V_{P_2}$.

b- Exprimer les vitesses $\|\vec{V_1}\|$ et $\|\vec{V_2}\|$ des ions en fonction de q, U et des masses respectives m_1 et m_2

2) Les ions pénètrent ensuite dans une chambre de déviation où règne un champ magnétique uniforme de vecteur $\vec{B}$ perpendiculaire au plan de la figure.

a- Quel doit être le sens de $\vec{B}$ pour que les ions soient déviés vers la plaque sensible ? (Voir schéma).

b- Montrer que le mouvement des ions est circulaire uniforme et exprimer littéralement les rayons R_1 et R_2 de leurs trajectoires en fonction de $U, \|\vec{B}\|, q$ et des masses respectives m_1 et m_2.

3) Deux taches T_1 et T_2 se forment sur la plaque sensible. En admettant que le rapport des masses des ions est égal à celui de leurs nombres de masse, calculer la valeur de A_2 sachant que : La tache T_1 correspond à l'ion de masse m_1.

$A_1 = 39,\ O_2T_1 = 102,9cm$ et $O_2T_2 = 106,8cm$

2 Le potassium naturel est un mélange de deux isotopes ${}^{39}K$ et ${}^{x}K$. L'isotope ${}^{39}K$ est le plus abondant.

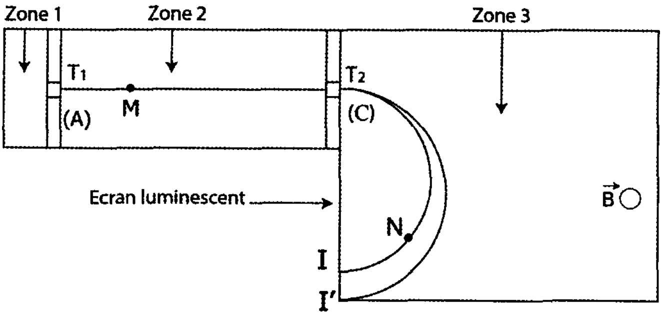
On se propose de déterminer le nombre de nucléons x du deuxième isotope ainsi que le pourcentage de chacun des isotopes dans le potassium naturel.

On utilise pour cela un spectromètre de masse (voir figure page3) comportant essentiellement trois zones :
- Dans la zone (1) un échantillon de potassium est vaporisé et ionisé sous forme d'ions $^{39}K^{+}$ *et* $^{x}K^{+}$.
- Dans la zone (2) les ions sont accélérés par un champ électrique $\vec{E}$.
- Dans la zone (3) les ions sont déviés par un champ magnétique $\vec{B}$ (perpendiculaire au plan de la figure) pour atteindre un écran luminescent.

Un vide poussé a été fait dans les trois zones. Le poids des ions est négligeable par rapport aux autres forces.

On assimilera la masse d'un ion à la somme des masses des nucléons de son noyau. Ainsi, la masse d'un ion $^{39}K^{+}$ sera m=39m$_0$ et la masse d'un ion $^{x}K^{+}$ sera $m' = x m_0$, $m_0 \cong m_{proton} \cong m_{neutron} \cong 1,67.10^{-27} kg$

La charge élémentaire, représentée par e, a pour valeur : $e \cong 1,60.10^{-19} C$



I. Etude de l'accélération (zone2)

Entre les plaques A et C règne un champ électrique uniforme $\vec{E}$. Les ions pénètrent en T_1 avec une vitesse pratiquement nulle et ressortent en T_2 avec une vitesse de direction T_1T_2.

1) Représenter qualitativement la force électrique $\overrightarrow{Fe}$ exercée sur un ion se trouvant en M. En déduire la direction et le sens du champ électrique $\vec{E}$ ainsi que le signe de la tension entre les plaques A et C : $U = U_{AC} = V_A - V_C$

2) * Les deux types d'ions sont-ils soumis à la même force électrique ?
   * Les deux types d'ions subissent-ils la même accélération ?
   * Les deux types d'ions ont-ils la même énergie cinétique à leur passage en T_2 ?
   * Les deux types d'ions ont-ils la même vitesse à leur passage en T_2 ?

Chaque réponse sera justifiée. Aucun calcul numérique n'est demandé.

3) Donner l'expression du travail de la force électrique exercée sur un ion lorsque celui-ci passe de la plaque A à la plaque C.

4) Etablir l'expression de la vitesse V des ions ${}^{39}K^+$ à leur passage en T_2, en fonction de e, U et m_0.

En déduire sans nouveau calcul, l'expression de la vitesse V' des ions ${}^{x}K^+$ à leur passage en T_2 en fonction de e, U, x et m_0.

II. Etude de la déviation (zone3)

Les ions issus de T_2 pénètrent dans la zone3 avec des vitesses perpendiculaires à la plaque C. Leur mouvement s'effectue dans le plan de la figure sur des trajectoires circulaires.

1) En un point N de l'une des trajectoires, représenter qualitativement le vecteur vitesse d'un ion ainsi que la force magnétique $\overrightarrow{F_m}$ exercée sur cet ion. En déduire le sens du vecteur $\vec{B}$ (compléter la figure).

2) Montrer que les ions sont animés d'un mouvement uniforme. Que peut-on dire du vecteur accélération ? Représenter qualitativement le vecteur accélération au point N.

3) Montrer que la trajectoire des ions ${}^{39}K^+$ a un rayon $R = \dfrac{1}{\|\vec{B}\|}\sqrt{\dfrac{78m_0U}{e}}$. En déduire (sans nouveau calcul) l'expression du rayon R' de la trajectoire des ions ${}^{x}K^+$.

4) Calculer numériquement la distance D entre T_2 et le point d'impact sur l'écran luminescent des ions ${}^{39}K^+$ dans le cas où $U = 1,00.10^3 V \ et \ B = 1,00.10^{-1} T.$

III. Exploitation

Sur l'écran luminescent on observe deux taches I et I'. La tache I' est la moins lumineuse.

1) A quel type d'ion correspond chaque tache ? L'isotope ${}^{x}K^+$ est-il « plus lourd ou léger » que l'isotope ${}^{39}K^+$? Justifier.

2) Exprimer $IT_2 \ et \ I'T_2$ en fonction des rayons des trajectoires et montrer que $\dfrac{I'T_2}{IT_2} = \sqrt{\dfrac{x}{39}}$.

3) On ajuste les valeurs de U et de $\vec{B}$ de telle sorte que $IT_2 = 60cm$.

On mesure ensuite la distance I'I entre les deux taches. On trouve $I'I = 1,5cm$.

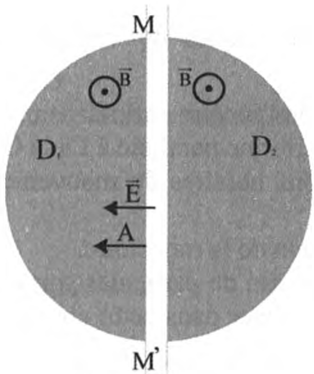
En déduire la valeur de x.

D'après vous quel avantage présente ce protocole expérimental ?

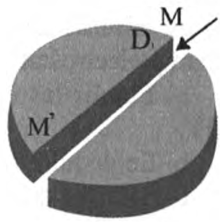
4) En I et I' on place des « compteurs » de particules. Pendant la même durée on a pu dénombrer n=2216 impacts au point I et n'=163impacts au point I'.
Déduire de cette mesure la composition isotopique du potassium naturel (pourcentage de chacun des isotopes).

3 Un cyclotron à fréquence fixe est un accélérateur de particules constitué par deux demi-cylindres conducteurs creux (D_1) *et* (D_2) les « dees », séparés par un intervalle étroit. Un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ est créé dans $(D_1)\,et\,(D_2)$ parallèlement à l'axe des demi-cylindres. Un champ électrostatique $\vec{E}$ est créé dans un intervalle étroit entre les « dees » perpendiculairement aux surfaces qui délimitent l'intervalle entre $(D_1)\,et\,(D_2)$. La tension électrique établie entre les deux « dees » et qui crée le champ électrostatique, est alternative de fréquence N et de valeur maximale U_m.
Le champ électrostatique est nul à l'intérieur des « dees ».
Les particules accélérées sont des protons ; ils pénètrent en A avec une vitesse $\vec{V_0}$; $\vec{V_0}$ est orthogonale à $\vec{B}$ et à MM'.

1) Montrer que dans un « dee » le mouvement d'un proton est circulaire uniforme. On admet que le poids du proton est négligeable devant la force magnétique qu'il subit.
2) la fréquence N de la tension alternative. On néglige le temps de transfert dans l'intervalle étroit des « dees ».
3) a- Déterminer l'énergie cinétique ΔE_C transmise au proton à chaque tour ?



Vue de dessus



Vue en perspective

b- On veut que la vitesse finale des protons soit $v = 20\,000 Km.s^{-1}$; quel est le nombre de tours effectués par les protons pour acquérir cette vitesse ?
on admet que la vitesse finale v_0 des protons, quand ils pénètrent dans le cyclotron, a une valeur très faible par rapport à v.
Application numérique $B = 1,00T;\ U_m = 4000V;$ masse du proton : $m = 1,67\times10^{-27} Kg$ charge du proton : $e = 1,6.10^{-19} C$

4 Dans cette étude on négligera le poids de particule chargée devant les autres forces. Un faisceau de particules de charge $q=1,6.10^{-19}C$ et de masse $m=1,6.10^{-27}Kg$ pénètre par le trou A d'un accélérateur (zone1) avec une vitesse nulle. Ces particules chargées sont accélérées sous l'action d'une d.d.p positive $U=V_p-V_N=200V$ établie entre les fonctions de q, m et U plaques parallèles et verticales P et N.

1) a- Sachant que le mouvement est rectiligne uniformément varié. Etablir l'expression de la vitesse V_C au point C en fonction de q, m et U.

b- Calculer $\left\|\overrightarrow{V_C}\right\|$

2) Le faisceau pénètre ensuite dans la région où règne un champ magnétique uniforme (zone2) dans laquelle il décrit un quart de cercle de rayon R=20cm avant de passer à travers le trou D.

a- Etablir l'expression de la valeur du champ magnétique en fonction de m ; q ; R et V_c puis en fonction de U ; R et V_C.

b- Calculer $\left\|\overrightarrow{B}\right\|$

c- Donner les caractéristiques du vecteur vitesse V_D des particules à la traversée du trou D.

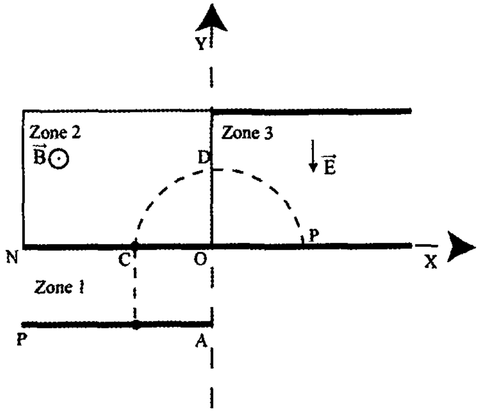
3) Le faisceau de particules pénètre enfin dans une région dans laquelle règne un champ électrostatique uniforme parallèle à l'axe OY (zone3).

a- Etablir les équations horaires du mouvement projeté sur les axes OX et OY.

b- En déduire l'équation de la trajectoire.

c- Sachant que le faisceau de particules sort par le trou H situé à la distance R=20cm du point O. Exprimer dans cette condition la valeur du vecteur champ électrostatique E en fonction de m ; q ; V_C et R puis en fonction de U et R.

Calculer $\left\|\overrightarrow{E}\right\|$.



CORRIGÉS

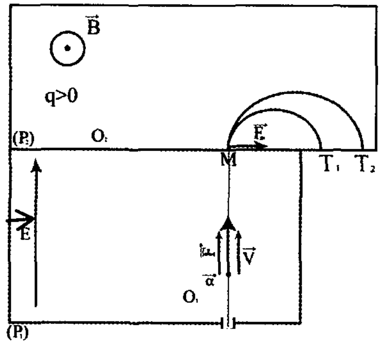
1 1) a- ${}^{A1}_{19}K^+$; ${}^{A2}_{19}K^+$ la charge de chaque particule est q = e > 0.

$U = V_{P1} - V_{P2}$

Les particules sont accélérés : le mouvement est rectiligne uniformément accéléré donc les vecteurs $\vec{a}\ et\ \vec{V}$ sont de même sens et d'après la R.F.D : $\vec{F} = m\vec{a}$

$m > 0 \Rightarrow \vec{F}\ et\ \vec{E}$ de même sens.

$\vec{E}$ orienté du potentiel le plus élevé vers le potentiel le moins élevé donc $V_{p1} > V_{p2}$ donc $U = V_{p1} - V_{p2} > 0$



b- Théorème de l'énergie cinétique :

$E_C(O_2) - E_C(O_1) = W_{\vec{F}_{O_1 \to O_2}}$

$\Rightarrow \frac{1}{2}mV^2 = q(V_{p1} - V_{p2}) = q.U$

$\Rightarrow \boxed{V_1 = \sqrt{\frac{2qU}{m_1}}}\ et\ \boxed{V_2 = \sqrt{\frac{2qU}{m_2}}}$

2) a- Les isotopes arrivent en $T_1\ et\ T_2$

La force magnétique $\vec{F_m}$ est centripète.

En appliquant la règle de l'observateur d'Ampère (ou la main droite) on déduit que $\vec{B}$ est sortant ($\vec{B}\odot$)

b- Système {ion}

$R.F.D : \vec{F} = m\vec{a}$

$\vec{F} = m\vec{a} \perp \vec{V}$ (D'après les caractéristiques de $\vec{F}$)

$\vec{\vartheta}$ est tangente à la trajectoire.

$$\left.\begin{array}{l} \Rightarrow \vec{V} = V.\vec{u_t} \\ et\ \vec{a} \perp \vec{V} \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} \vec{a} = \vec{a_N} \\ \vec{a_t} = \vec{0} \end{array}\right.$$

$a_t = \frac{dv}{dt} = 0 \Rightarrow V = cte \Rightarrow$ Mouvement uniforme.

$\|\vec{F}\| = m.a_N \Rightarrow |q|\,\|\vec{B}\|\|\vec{V_i}\| = \frac{m_i.V_i^2}{R_i}$

$\Rightarrow \boxed{R_i = \frac{m_i V_i}{|q|\,\|\vec{B}\|}}$ = constante : le mouvement est donc circulaire.

Il s'agit donc d'un mouvement circulaire uniforme.

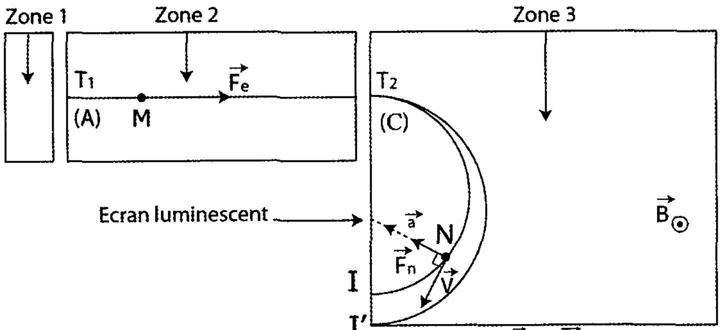
3) $R_i^2 = \dfrac{m_i^2 . V_i^2}{|q|^2 \|\vec{B}\|^2} = \dfrac{m_i^2 \dfrac{2qU}{m_i}}{|q|^2 \|\vec{B}\|^2}$

$\Rightarrow R_i^2 = \dfrac{2m_i U}{|q| . \|\vec{B}\|^2}$

$R_1^2 = \dfrac{2m_1 U}{|q| . \|\vec{B}\|^2}$ *et* $R_2^2 = \dfrac{2m_2 U}{|q| . \|\vec{B}\|^2}$

$\dfrac{R_2^2}{R_1^2} = \dfrac{A_2}{A_1} \Rightarrow \boxed{A_2 = A_1 . \dfrac{R_2^2}{R_1^2}} \Rightarrow A_2 \simeq 42$

2 I-



1)Le mouvement est rectiligne uniformément accéléré $\vec{a}$ *et* $\vec{V}$ colinéaires de même sens.

$\vec{F} = m\vec{a}$ *et* $m > 0 \Rightarrow \vec{F}$ *et* $\vec{V}$ Sont alors de même sens.

$\vec{F} = q.\vec{E};\ q > 0$ Donc $\vec{E}$ est de même sens des potentiels décroissants donc $V_A > V_C$ d'où U>0.

2) Les deux types d'ions sont soumis à la même force électrique car $\vec{Fe} = q.\vec{E}$ et les deux types d'ions ont la même charge q=e et $\|\vec{E}\| =$ constante.

Les deux types d'ions ne subissent pas la même accélération car $\vec{a} = \dfrac{\vec{Fe}}{m}$ et les deux types d'ions n'ont pas la même masse.

Les deux types d'ions ont la même énergie cinétique à leurs passage en T_2 car cette énergie dépend du travail de la force électrique entre T_1 *et* T_2 qui est la même pour tous les ions $W_{\vec{Fe}} = q(V_{T_1} - V_{T_2})$.

Les deux types d'ions n'ont pas la même vitesse à leur passage en T_2 car ils ont la même énergie cinétique mais pas la même masse.

3) $W_{\overrightarrow{F_A} \to C} = q(V_A - V_C) = e.U$

D'après le théorème de l'énergie cinétique $\Delta E = E_C(C) - E_C(A) = W_{\overrightarrow{Fe}A \to C}$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} mV^2 - 0 = eU \Rightarrow V = \sqrt{\frac{2eU}{m}} \text{ avec } \mathrm{m = 39m_0}$$

Soit $\boxed{V = \sqrt{\frac{2eU}{39.m_0}}}$

Pour les ions ${}^{x}K^{+}$ conduit à $\boxed{V' = \sqrt{\frac{2eU}{x.m_0}}}$

II- 1) voir figure.

2) D'après les caractéristiques de la force de Lorentz on a $\vec{F} \perp \vec{V}$ *et* $\vec{F} = m\vec{a}$

D'où $\begin{cases} \vec{a} \perp \vec{\vartheta} \\ \vec{\vartheta} = \vartheta . \overrightarrow{u_t} \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{a_t} = \vec{0}$

$$\Rightarrow \frac{dv}{dt} = 0 \Rightarrow \vartheta = cte$$

Mouvement uniforme et $\vec{a} = \overrightarrow{a_N}$: l'accélération est centripète.

3) Projection selon $\overrightarrow{u_N}$

$$\|\vec{F}\| = m.\|\overrightarrow{a_N}\|$$

$$|q|.\|\vec{V}\|.\|\vec{B}\| = m.\frac{V^2}{R}$$

$$\Leftrightarrow R = \frac{m.\|\vec{V}\|}{|q|.\|\vec{B}\|}$$

$$R = \frac{1}{\|\vec{B}\|}.\frac{m}{|q|}\sqrt{\frac{2qU}{39m_0}}$$

$$\Rightarrow R = \frac{1}{\|\vec{B}\|}\sqrt{\frac{m^2.2.q.U}{q^2.39.m_0}} \quad avec \quad m = 39m_0$$

$$\Rightarrow R = \frac{1}{\|\vec{B}\|}\sqrt{\frac{78m_0.U}{e}}$$

$$R' = \frac{1}{\|\vec{B}\|}\sqrt{\frac{2x.m_0.U}{e}}$$

4) $D = 2R = \dfrac{2}{\|\vec{B}\|}\sqrt{\dfrac{78m_0.U}{e}}$

A.N : $D = 5,71.10^{-1}m = 57,1cm$

III- 1) La tache I correspond à $^{39}K^+$: I' correspond à $^{x}K^+$ car $^{39}K^+$ est le plus abondant donc sa tache est plus lumineuse.

$R' > R \Rightarrow ^{x}K^+$ est plus lourd que $^{39}K^+$

2) $IT_2 = 2R = \dfrac{2}{\|\vec{B}\|}\sqrt{\dfrac{78m_0.U}{e}}$

$$I'T_2 = 2R' = \frac{2}{\|\vec{B}\|} = \sqrt{\frac{2x.m_0U}{e}}$$

$$\frac{I'T_2}{IT_2} = \frac{\sqrt{\dfrac{78m_0U}{e}}}{\sqrt{\dfrac{2x.m_0U}{e}}} = \sqrt{\frac{78}{2x}} = \sqrt{\frac{39}{x}}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{I'T_2}{IT_2} = \sqrt{\frac{x}{39}}}$$

3) $\dfrac{I'T_2}{IT_2} = \dfrac{x}{39} \Rightarrow x = \dfrac{39.I'T_2^2}{IT_2} = 40,98$

x entier donc $x = 41$

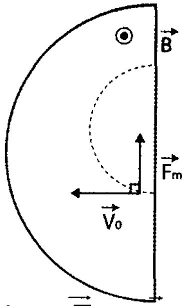
4) $n = 2216$

$n' = 163$

Sur $n + n' = 2379$ ions arrivés sur l'écran ; 163 appartiennent à l'isotope ^{41}K soit un pourcentage de $\dfrac{163}{2379} = 6,85.10^{-2} \simeq 7\%$

Donc le potassium naturel contient 93% d'isotope ^{39}K et 7% d'isotope ^{41}K

3 Système {particule}



Bilan des forces : $\vec{F}$ force magnétique.

$$\vec{F}\begin{cases}\text{direction: } \perp(\vec{B},\vec{V}) \\ \text{sens: voir figure} \\ \|\vec{F}\| = |q|.\|\vec{B}\|.\|\vec{V_0}\|\end{cases}$$

En appliquant la relation fondamentale de la dynamique $\vec{F} = m\vec{a}$

Or $\vec{F} \perp \vec{V} \Rightarrow m\vec{a} \perp \vec{V}$

Et $\vec{V}$ est tangent à la trajectoire : $\vec{V} = V\vec{u_t}$

$$\begin{cases}\vec{V} = V.\vec{u_t} \\ \vec{a} \perp \vec{V}\end{cases} \Rightarrow \boxed{\begin{cases}\vec{a} = \vec{a_N} \\ \vec{a_t} = \vec{0}\end{cases}}$$

L'accélération est centripète.

$a_t = \dfrac{dv}{dt} = 0 \Rightarrow V =$ constante le mouvement est donc uniforme.

$$\|\vec{F}\| = m.a = ma_N$$

$$\rightarrow |q|.\|\vec{B}\|.\|\vec{V_0}\| = \frac{m.V_0^2}{R}$$

$$\rightarrow \boxed{R = \frac{m.V_0}{|q|.\|\vec{B}\|}}$$

R= constante : Le mouvement est donc circulaire uniforme.

2) Le mouvement est circulaire uniforme donc il est périodique de période T.

$\boxed{T = \dfrac{2\pi}{\theta'}}$ avec θ' : vitesse angulaire $(rad.s^{-1})$

Soit $\theta' = \dfrac{V_i}{R_i} \Rightarrow T = \dfrac{2\pi R_i}{V_i} \quad avec\ R_i = \dfrac{m_i\|\vec{U}\|}{e.\|\vec{B}\|}$

$$\Rightarrow \boxed{T = \frac{2\pi m}{e.\|\vec{B}\|}}$$

Remarque : La période ne dépend pas de la vitesse.

$$N = \frac{1}{T} \Rightarrow \boxed{N = \frac{e.\|\vec{B}\|}{2\pi m}}$$

A.N : $N = 15,25.10^6 Hz$

3) a- A l'intérieur des dees le proton garde sa vitesse d'entrée ; la variation de l'énergie cinétique au cours de ce parcours est donc nulle.
La variation de l'énergie cinétique a lieu lorsque le proton passe d'un dee à l'autre.

$$\Delta E_C = W_{\overrightarrow{Fe}_{D1 \to D2}} + W_{\overrightarrow{Fe}_{D2 \to D1}}$$

Avec $\overrightarrow{Fe}$ force électrique.

$$\Rightarrow \Delta E_C = 2W_{\vec{F}D_1 \to D_2}$$
$$= 2.e.U$$

b- Soit n : le nombre de tours effectués par les protons pour acquérir la vitesse V.

l'énergie cinétique est $E_C = n.\Delta E_C = \frac{1}{2} m V^2$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m V^2 = n.2.e.U$$

$$\Rightarrow \boxed{n = \frac{m.V^2}{4.e.U}}$$

A.N : n=261

4 1)a- Système {particule}

Bilan des forces : $\vec{F}$: force électrique

Appliquons le théorème de l'énergie cinétique entre A et C : $(\Delta E_C)_A = W_{\overrightarrow{F_{A \to C}}}$

$$\Rightarrow E_C(C) - E_C(A) = W_{\vec{F}_{A \to C}}$$

$$\frac{1}{2} m V_C^2 - 0 = q.(V_A - V_C) = q(V_P - V_N)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m V_C^2 = q.U$$

$$\Rightarrow \boxed{V_C = \sqrt{\frac{2qU}{m}}}$$

b- $\|\overrightarrow{V_C}\| = 2.10^5 m.s^{-1}$

2) a- On applique la R.F.D : $\vec{F} = m\vec{a}$

$\Rightarrow \vec{F}$ *et* $\vec{a}$ colinéaires de même sens :

Or $\vec{F} \perp \vec{V} \Rightarrow \vec{a} \perp \vec{V}$

$$\Rightarrow \begin{cases} \vec{V} = V.\vec{u_t} \\ \vec{a} = a_N.\vec{u_N} \end{cases}$$

Donc $a_t = 0 = \dfrac{dv}{dt} \Rightarrow \vartheta =$ constante

Le mouvement est donc uniforme.

$$\|\vec{a}\| = \frac{\|\vec{F}\|}{m} = \frac{\vartheta^2}{R} \Rightarrow R = \frac{m.\vartheta^2}{\|\vec{F}\|}$$

$$R = \frac{m\vartheta^2}{|q|.\|\vec{\vartheta}\|.\|\vec{B}\|} \Rightarrow \boxed{R = \frac{m\|\vec{\vartheta}\|}{|q|\,\|\vec{B}\|}}$$

R= constante

Le mouvement est donc circulaire uniforme.

Soit $\boxed{\|\vec{B}\| = \dfrac{m.\vartheta_C}{|q|.R}}$

Ou : $a = \dfrac{\|\vec{F}\|}{m} = \dfrac{\vartheta_C^2}{R}$

$$avec \begin{cases} \|\vec{F}\| = |q|.\|\vec{\vartheta}\|.\|\vec{B}\| \\ et\ \vartheta_C^2 = \dfrac{2qU}{m} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{V_C.\|\vec{B}\|.|q|}{m} = \frac{2qU}{m.R} \Rightarrow \boxed{\|\vec{B}\| = \frac{2U}{R.V_C}}$$

b- $\|\vec{B}\| = 10^{-2}T$

c- $\vec{V_D} \begin{cases} \text{dir: // (OX)} \\ \text{sens: celui de OX} \\ \|\vec{V_0}\| = \|\vec{V_C}\| = 2.10^5 m.s^{-1} \end{cases}$

3) a- R.F.D : $\vec{F} = m\vec{a}$

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{q}{m}\vec{E}$$

$$\vec{a}\begin{pmatrix} a_x = 0 \\ a_y = \frac{q}{m}(-\|\vec{E}\|) = -\frac{q}{m}\|\vec{E}\| \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} \Rightarrow \vec{V}\begin{pmatrix} V_x = V_D \\ V_y = -\frac{q}{m}\|\vec{E}\|t^2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{V} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} \Rightarrow \overrightarrow{OM}\begin{pmatrix} x = V_D t \\ y = -\frac{1}{2}\frac{q}{m}\|\vec{E}\|t^2 + R \end{pmatrix}$$

b- $t = \dfrac{x}{\|\vec{V_D}\|} \rightarrow \boxed{y = \dfrac{-q.\|\vec{E}\|}{2mV_D^2}x^2 + R}$

Trajectoire parabolique

c- Pour y=0m ; x=R ; remplaçons dans l'équation horaire

$$R(\frac{-q\|\vec{E}\|}{2mV_0^2}R + 1) = 0$$

$$R \neq 0 \Rightarrow \frac{-q\|\vec{E}\|}{2mV_0^2}R + 1 = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{\|\vec{E}\| = \frac{2m.V_0^2}{q.R}}$$

Avec $V_0^2 = V_C^2 = \dfrac{2qU}{m}$

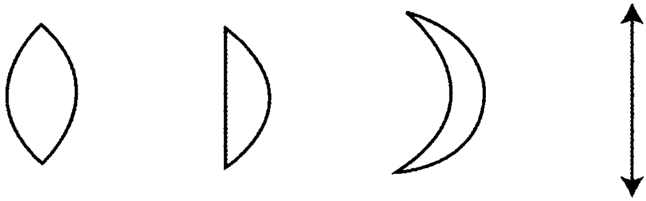
$$\Rightarrow \|\vec{E}\| = \frac{2mV_0^2}{q.R} = \frac{2m\frac{2qU}{m}}{q.R}$$

$$\boxed{\|\vec{E}\| = \frac{4U}{R}}$$

A.N : $\|\vec{E}\| = 4000V.m^{-1}$

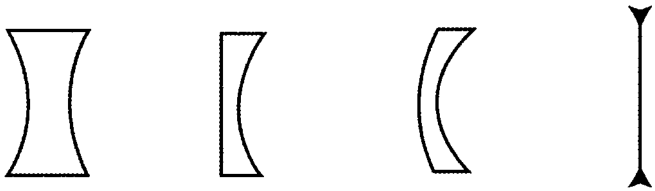
LES LENTILLES MINCES

- Une lentille est un milieu transparent limité par deux surfaces sphériques (ou une surface sphérique et un plan).
- Une lentille convergente est une lentille à bords minces.



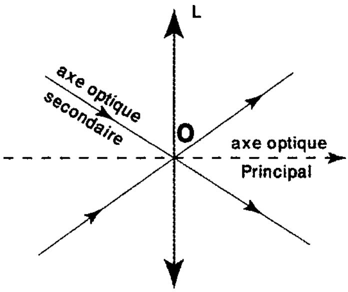
biconvexe — **plan convexe** — **ménisque convergent** — **symbole**

- Une lentille divergente est une lentille à bords épais.

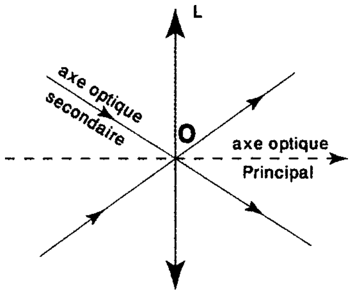


biconcave — **Plan concave** — **ménisque divergent** — **Symbole**

L'axe optique principal est un axe de symétrie de la lentille.
Le centre optique d'une lentille mince est le point où l'axe principal traverse la lentille. On le note toujours O.

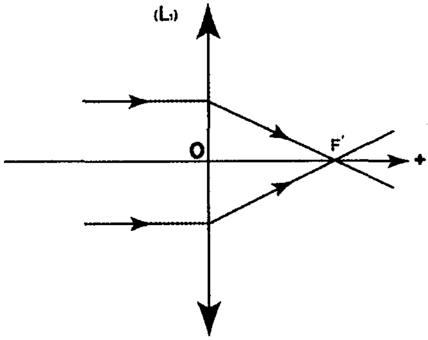


L : lentille convergente
O : centre optique

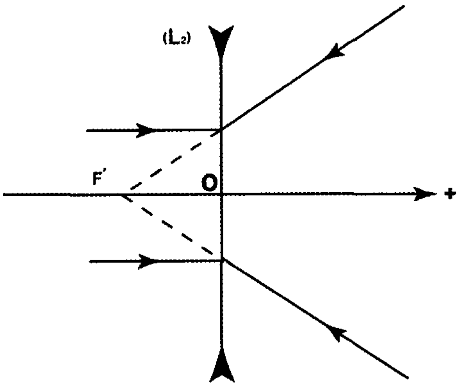


L : lentille divergente
O : centre optique

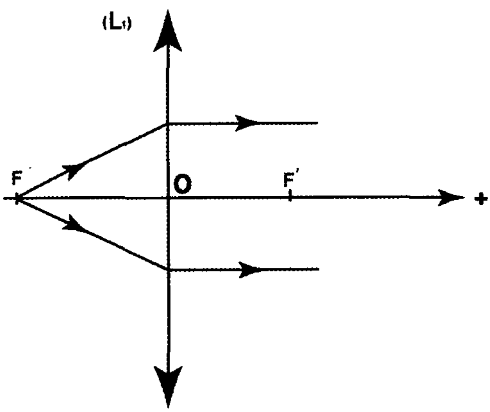
- Tout rayon incident parallèle à l'axe principal d'une lentille convergente en émerge en passant par son foyer principal image F'.



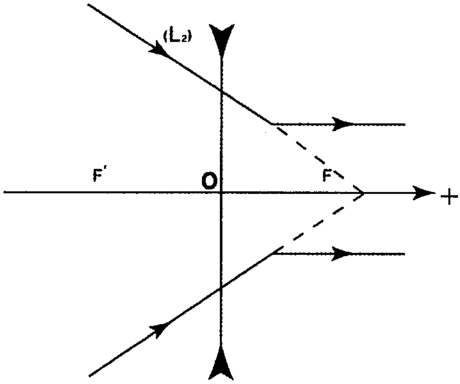
- Tout rayon incident parallèle à l'axe principal d'une lentille divergente en émerge comme s'il provenant de son foyer principal image F'.



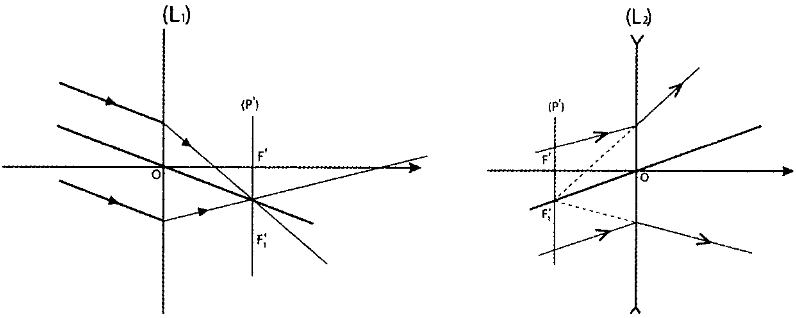
- Tout rayon passant par le foyer principal objet F d'une lentille convergente en émerge parallèlement à l'axe principal.



- Tout rayon incident dont le prolongement passe par le foyer principal objet F d'une lentille divergente émerge parallèlement à l'axe principal.



- Rayon incident parallèle à un axe optique secondaire.



- Le plan focal image, est le plan qui contient les foyers secondaires images.
- Le plan focal objet, est le plan qui contient les foyers secondaires objets.
- Distance focale : $OF = OF' = f$.
- La vergence est l'inverse de la distance focale : $C = \dfrac{1}{OF'}$: elle s'exprime en

dioptries (δ).

$C > 0$ Pour une lentille convergente.

$C > 0$ Pour une lentille divergente.

- Une image est réelle si tous les rayons sortant de la lentille passent réellement par le point de convergence.
- Une image est virtuelle si les rayons sortant de la lentille ne passent pas réellement par le point de convergence de leurs supports.

- Un point objet est réel s'il est le sommet d'un faisceau lumineux divergent qui va frapper l'instrument optique.
- Un point objet est virtuel s'il est le sommet d'un faisceau lumineux qui entre dans l'instrument optique en convergeant.
- Pour une lentille convergente, l'image d'un objet situé à l'infini devant la lentille est dans le plan focal image.
- Le grandissement est : $\gamma = \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \dfrac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$
- La formule de conjugaison : $-\dfrac{1}{\overline{OA}} + \dfrac{1}{\overline{OA'}} = \dfrac{1}{\overline{OF'}}$

ENONCÉS

1

Choisir la ou les bonnes réponses.

1) L'image d'un objet réel très éloigné donnée par une lentille convergente est :

a- Avant le foyer image.
b- Après le foyer image.
c- Au foyer image.
d- Au foyer objet.

2) L'image d'un objet réel étendu AB très éloigné donné par une lentille convergente :

a- Virtuelle et droite.
b- Virtuelle est renversée.
c- Réelle et droite.
d- Réelle et renversée.

3) L'image donnée par une lentille divergente d'un objet situé avant le foyer image F' se trouve :

a- Entre la lentille et le foyer image.
b- Entre le foyer objet F et la lentille.
c- Avant le foyer image F'.

4) L'image donnée par une lentille convergente d'un objet situé avant le foyer objet F se trouve :

a- Entre la lentille et le foyer image.
b- Entre le foyer objet F et la lentille.
c- Après le foyer image F'.

5) Quand l'objet AB se rapproche d'une lentille divergente, son image A'B' :

a- S'approche de la lentille.
b- S'éloigne de la lentille.
c- Sa position ne change pas.

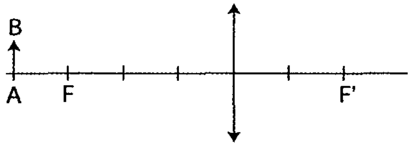
6) La vergence d'une lentille est exprimée en :

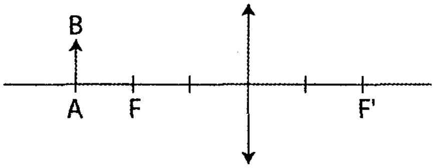
a- Mètre.
b- Sans unité.
c- En dioptries.

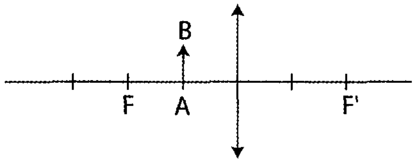
2 Soit L est une lentille convergente.

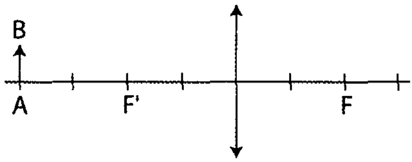
AB est un objet étendu.

Construire dans chacun de ces cas suivants, l'image A'B' de AB et préciser chaque fois la nature de l'objet et de l'image.

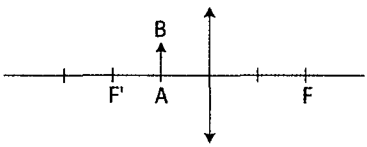
a- 

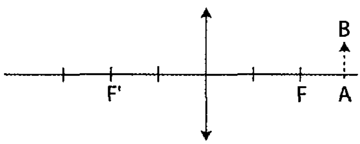
b- 

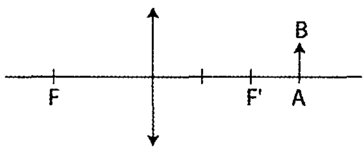
c- 

d- 

3 Soit L une lentille divergente.
AB est un objet étendu.
Construire dans chacun de ces cas suivants, l'image A'B' de AB et préciser chaque fois la nature de l'objet et de l'image.

a- 

b- 

c- 

4 Une lentille mince de centre optique O donne d'un objet réel A, situé à la distance OA=1,2m, une image réelle A' telle que OA'=0,60m. Calculer la distance focale de la lentille.

5 La vergence d'une lentille convergente est égale à 25 dioptries. Le diamètre de la lentille est égal à 4cm.
Un objet AB de longueur 1,5cm est situé à 8cm devant la lentille. AB est perpendiculaire à l'axe optique principal et A se trouve sur ce dernier.
1) Calculer la distance focale de la lentille.
2) a- Faire le schéma à l'échelle, placer les foyers et le centre optique de la lentille puis construire l'image A'B' de AB obtenue par cette lentille.
   b- Préciser les caractéristiques de cette image.
3) Retrouver ces résultats par le calcul.

6 La distance focale d'une lentille divergente est égale à 4cm. Le diamètre de la lentille est égal à 6cm.
Un objet AB de longueur 2,5cm est situé à 6cm devant le lentille. AB est perpendiculaire à l'axe optique principal et A se trouve sur ce dernier.
1) a- Faire le schéma à l'échelle, placer les foyers et le centre optique de la lentille puis construire l'image A'B' de AB obtenue par cette lentille.
   b- Préciser les caractéristiques de cette image.
2) Retrouver ces résultats par le calcul.

7

on veut obtenir, à l'aide d'une lentille convergent, d'un objet réel AB rectiligne et vertical, une image A'B', 5 fois plus grande.
L'image est obtenue sur un écran vertical situé à 360cm de l'objet AB.
   a- Déterminer la position et la distance focale f de la lentille qui permet d'obtenir ce résultat.
   b- Déduire la vergence de la lentille.

8 Un objet fixe est placé à 5m d'un écran également fixe. Quelles sont les deux positions que doit occuper successivement une lentille convergente de distance focale f=0,8m pour former sur l'écran deux images nettes ?

9

Une lentille est placée entre un objet AB et un écran E, tous les deux fixes et verticaux, distants de D=2m. Le point A se trouve sur l'axe principal de la lentille parallèle à AB et à E. on observe deux positions de la lentille distantes de d=1,2m pour les quelles on recueille une image nette sur l'écran.
   a- Quelle est la nature de cette lentille ?
   b- Déterminer la distance focale de la lentille ?

10 La distance entre un objet et son image donnée par une lentille L est d=15cm ; le grandissement de la lentille est $\gamma = 0,2$.

1) L'image obtenue étant réelle, on demande :
   a- La nature et la position de l'objet.
   b- La nature de la lentille L, sa distance focale et sa vergence.
   c- Faire, sans échelle, la construction de l'image.

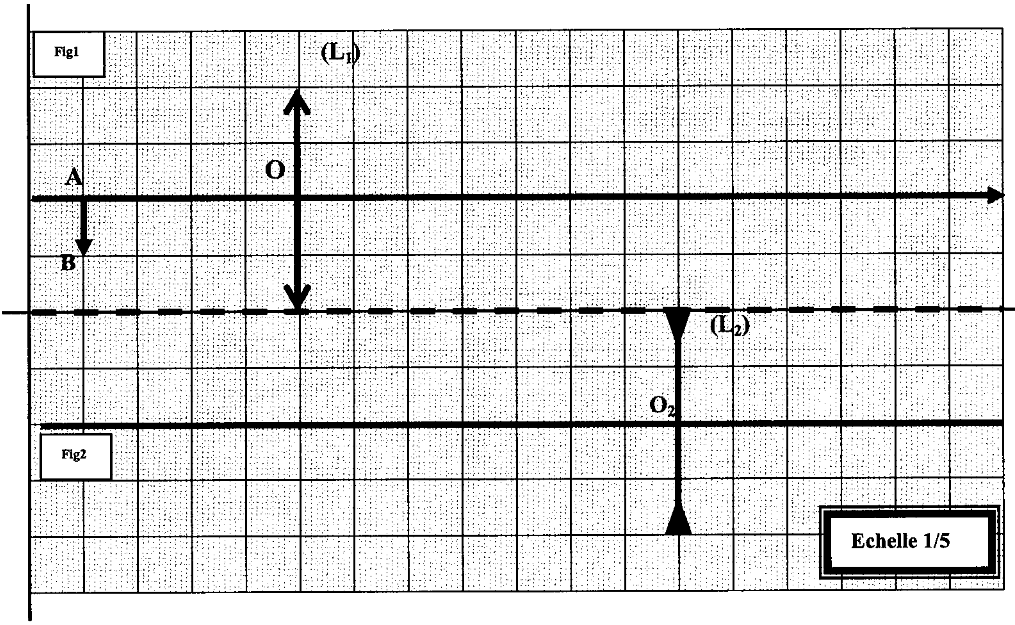
2) Reprendre la même question dans le cas où l'image est virtuelle.

11 Une lentille convergente de distance focale f est placée entre un objet réel et un écran E.
L'objet est placé à la distance D de l'écran E.
1) Montrer que si D>4f on peut obtenir une image nette de l'objet sur l'écran pour deux positions de la lentille.
2) a- Exprimer la distance focale f en fonction de D et da la distance d qui sépare ces 2 positions.
   b- Comment devient le résultat précédent dans le cas où D=4f ?

12 I) On considère une lentille convergente (L_1) de distance focale $f_1 = 15cm$ et de centre optique O_1
Un objet lumineux AB de hauteur 5cm est placé à une distance d=20cm de O_1 (voir figure1).
1) Rappeler la formule de conjugaison des lentilles en précisant la signification de chaque terme.
2) Déterminer par le calcule la position, la nature et la grandeur de l'image A_1B_1 donnée par la lentille (L_1) de l'objet AB.
3) Vérifier les résultats obtenus par la construction géométrique en complétant le schéma de la figure1.
II) Une lentille divergente L_2 de centre optique O_2 et de distance focale $f_2 = 5cm$ est placée derrière la lentille (L_1) à une distance D= $O_1O_2 = 35cm$ tel que les axes optiques principaux des deux lentilles soient confondus (voir figure 2).
1) Quelle est la nature de l'objet A_1B_2 pour la lentille (L_2) ?
2) a- En complétant le schéma de la figure 2, déterminer la nature, la position et la grandeur de l'image A_2B_2 donnée par la lentille (L_2) de A_1B_1.
   b- Vérifier par le calcul, la position, la nature et la grandeur de l'image A_2B_2.

3) Déterminer le grandissement du système optique formé par L_1 *et* L_2.

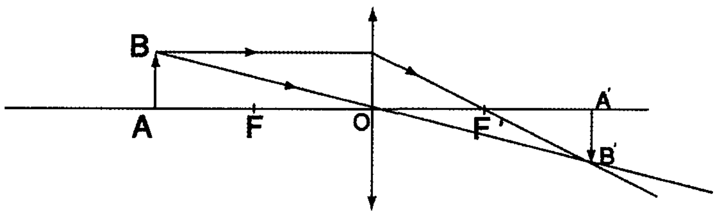
4) On remplace les deux lentilles L_1 *et* L_2 par une seule lentille L de vergence C, qui donne du même objet AB la même image A_2B_2. Déterminer la vergence C et la position de L par rapport à AB.



CORRIGÉS

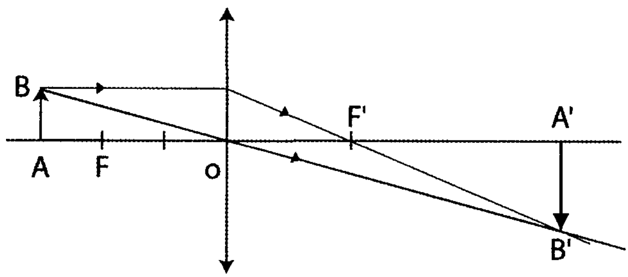
1 1) c- Au foyer image.
2) d- réelle et renversée.
3) a- Entre le foyer image et la lentille.
4) c- Après le foyer image.
5) b- s'éloigne de la lentille.
6) c- en dioptries.

2 a-



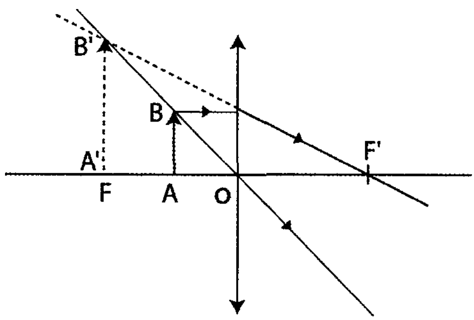
- Objet réel.
- Image réelle

b-



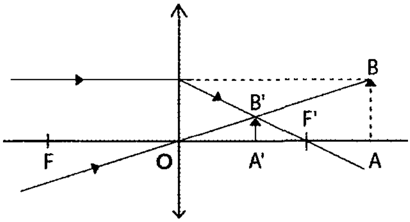
- Objet réel.
- Image réelle

c-



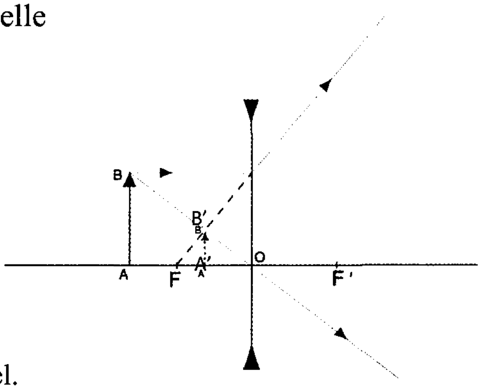
- Objet réel.
- Image virtuelle

d-



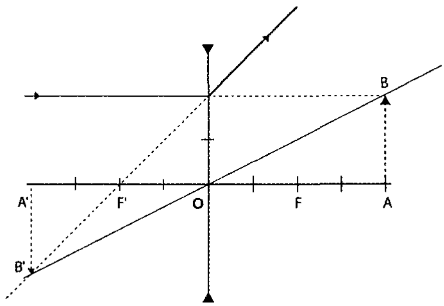
- Objet virtuel
  Image réelle

3 a-



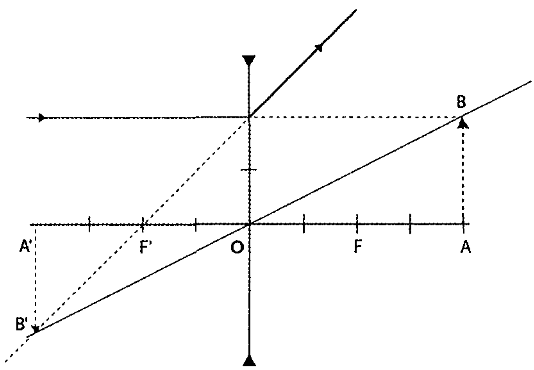
- Objet réel.
- Image virtuelle

b-



- Objet réel.
- Image virtuelle

c-



- Objet virtuel
  Image virtuelle

4 Objet réel $\Rightarrow \overline{OA} = P = -1,2m$

Image réelle $\Rightarrow \overline{OA'} = P' = 0,60m$

Appliquons la formule de conjugaison : $\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OF'}} = \frac{1}{f}$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{P'} - \frac{1}{P} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{P - P'}{P'.P}$$

$$\Rightarrow \boxed{f = \frac{P'.P}{P - P'}}$$

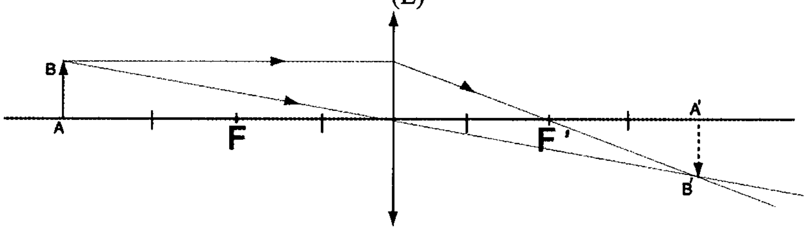
A.N : $f = \frac{0,60(-1,2)}{-1,2 - 0,60} = 0,40m$

5 1) La vergence $C = \frac{1}{\overline{OF'}}$

Dans le cas d'une lentille convergente $\overline{OF'} = f$

$$\Rightarrow C = \frac{1}{f} \Rightarrow f = \frac{1}{C} = \frac{1}{25} = 0,04m = 4cm$$

2)



a- L'image A'B' est :

-réelle.

-renversée.

- de même grandeur que l'objet.

3) Objet réel $\overline{OA} = P = -8cm$

$f = 4cm$

$$\frac{1}{P'} - \frac{1}{P} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{P'}=\frac{1}{P}+\frac{1}{f}=\frac{P+f}{P\times f}\Rightarrow \boxed{P'=\frac{P\times f}{P+f}}$$

A.N : $P'=\dfrac{-8\times 4}{-8+4}=8cm$

$\Rightarrow \overline{OA'}=P'=8cm$

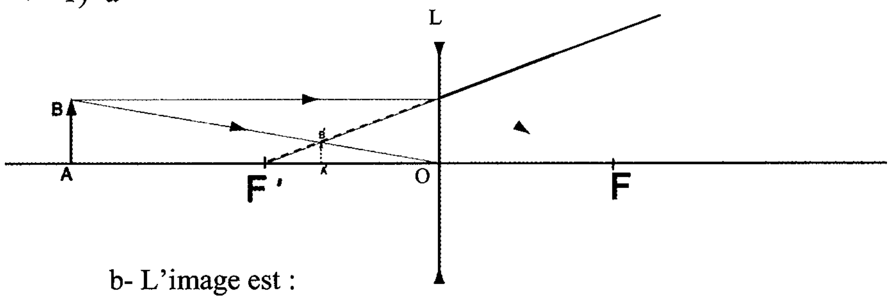
$P'>0\Rightarrow$ l'image est réelle.

Calculons le grandissement $\gamma=\dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}=\dfrac{P'}{P}=\dfrac{8}{-8}=-1$

$\gamma<0\Rightarrow$ l'image est renversée

$|\gamma|=1\Rightarrow$ l'image et l'objet sont de même taille

6 1) a-



b- L'image est :

- Virtuelle
- Droite
- Plus petite que l'objet.

2) $P=\overline{OA}=-6cm$

$\overline{OF'}=-f=-4cm$

$$\frac{1}{P'}-\frac{1}{P}=\frac{1}{\overline{OF'}}=-\frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{P'}=\frac{1}{P}-\frac{1}{f}=\frac{f-P}{P\times f}$$

$\boxed{P'=\dfrac{P\times f}{f-P}}$ $\quad P'=\dfrac{(-6)\times 4}{4+6}=-2,4cm$

$P' < 0 \Rightarrow$ l'image est virtuelle.

Calculons le grandissement γ.

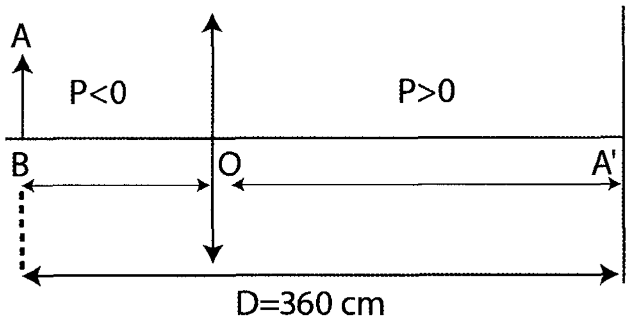
$$\gamma = \frac{P'}{P} = \frac{-2,4}{-6} = 0,4$$

$\gamma > 0 \Rightarrow$ l'image est droite.

$|\gamma| < 1 \Rightarrow$ l'image est plus petite que l'objet.

7 1) a- L'objet est réel $P = \overline{OA} < 0$

L'image est récupérée sur un écran $\Rightarrow$ elle est réelle $\Rightarrow P' = \overline{OA'} > 0$



$P' + |P| = D \Rightarrow P' - P = D$ ①

L'image est 5 fois plus grande que l'objet $\gamma = \dfrac{P'}{P} = -5$

$\Rightarrow P' = -5P$

$\Rightarrow$ ① donne $-5P - P = D$

$$\Leftrightarrow -6P = D \Rightarrow P = \frac{D}{-5} = \frac{-360}{60} = -60cm$$

$\boxed{P = -60cm}$

$P' = -5 \times (-60) = 300cm$

$\boxed{P' = 300cm}$

Détermination de la distance focale f.

$$\frac{1}{P'} - \frac{1}{P} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{P - P'}{P' \times P}$$

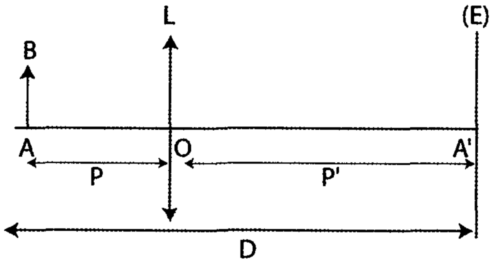
$$\Rightarrow \boxed{f = \frac{P' \times P}{P - P'}}$$

A.N : $f=\dfrac{300\times(-60)}{-60-300}=50cm$

b- $C=\dfrac{1}{f}=\dfrac{1}{0,5}=2$ dioptries

8 P'> 0 image réelle

P < 0 objet réel



$\dfrac{1}{P'}+|P|=\dfrac{1}{f}$

$P'+|P|=D$

$P'-P=D\Rightarrow P'=D+P$

$\Rightarrow\dfrac{1}{D+P}-\dfrac{1}{P}=\dfrac{1}{f}$

$\dfrac{\cancel{P}-D-\cancel{P}}{PD+P^2}=\dfrac{1}{f}\Rightarrow -fD=P^2+PD$

$f=0,8m$

$D=5m$

$\Rightarrow P^2+5P+4=0$

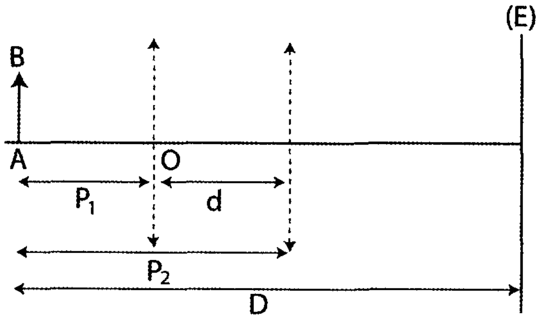
$\Rightarrow\boxed{\begin{array}{l}P_1=-1m\\P_2=-4m\end{array}}$

9 1) a- La lentille est convergente car elle donne d'un objet réel une image réelle.

b- $P_1<0\ et\ P_2<0$

$|P_2|-|P_1|=d$

$P_1-P_2=d=1,2m$



La formule de conjugaison donne :

$$\frac{1}{f}=\frac{1}{P_1'}-\frac{1}{P_1}$$

$$=\frac{1}{D+P_1}-\frac{1}{P_1}$$

$$\frac{1}{f}=\frac{-2}{P_1(2+P_1)}$$

Or $D=P'+|P|$

$=P'-P$

$\Rightarrow P'=D+P$

Avec $D=2m$

$\Rightarrow -2f=P_1(2+P_1)$ ①

De même pour la position P_2.

$$\frac{1}{f}=\frac{1}{P_2^1}-\frac{1}{P_2}$$

$$\frac{1}{f}=\frac{1}{2+P_2}-\frac{1}{P_2}=\frac{-2}{P_2(2+P_2)}$$

$\Rightarrow -2f=P_2(2+P_2)$ ②

①=② $\Rightarrow P_1(2+P_1)=P_2(2+P_2)$

Or $P_1-P_2=1,2 \Rightarrow P_2=P_1-1,2$

$\Rightarrow P_1(2+P_1)=(P_1-1,2)(2+P_1-1,2)$

$2P_1+\cancel{P_1}^2=0,8P_1-0,96-1,2P_1+\cancel{P_1}^2$

$\Rightarrow 2,4P_1=-0,96$

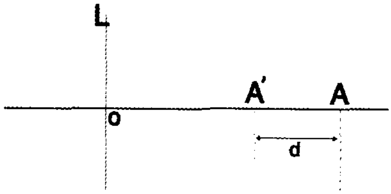
$\boxed{P_1=-0,4m}$

$$\Rightarrow f=-\frac{P_1(2+P_1)}{2}=-\frac{-0,4(2-0,4)}{2}$$

$\boxed{f=0,32m}$

10 1) a- $\gamma = \dfrac{A'B'}{AB} = \dfrac{P'}{P} = 0,2 > 0$

L'image étant réelle $\Rightarrow P' > 0$ puisque $\gamma = \dfrac{P'}{P} > 0 \Rightarrow P > 0 \Rightarrow$ l'objet est virtuel.



$\gamma < 1 \Rightarrow P' < P \Rightarrow$

Or $d = P - P'$

Et $P' = 0,2P$

$\Rightarrow d = P - 0,2P = P(1-0,2) = 0,8P$

$P = \dfrac{d}{0,8} = \dfrac{15}{0,8} = 18,75cm$

$\boxed{P = 18,75cm}$

b- Nature de la lentille

$\dfrac{1}{\overline{OF'}} = \dfrac{1}{P'} - \dfrac{1}{P} = \dfrac{P-P'}{P' \times P} = C$: la vergence

A.N : $P' = 0,2 \times P = 0,2 \times 18,75 = 3,75cm$

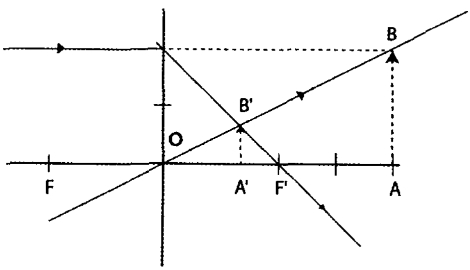
La vergence : $C = \dfrac{18,75 - 3,75}{18,75 \times 3,75} = 0,213cm^{-1} = 21,3$ dioptries

$C > 0 \Rightarrow$ la lentille est convergente

La distance focale :

$C = \dfrac{1}{\overline{OF'}} = \dfrac{1}{f} \Rightarrow f = \dfrac{1}{C} = \dfrac{1}{2} = 4,69.10^{-2} m$

c- Construction de l'image.



2) Cas ou l'image est virtuelle

a- Image virtuelle $P' = \overline{OA'} < 0$

$\gamma = \dfrac{P'}{P} = 0,2 > 0 \Rightarrow P = \overline{OA} < 0 \Rightarrow$ l'objet est réel

$P'<0$ *et* $P<0 \Rightarrow$ l'image est l'objet sont devant la lentille.

$P'=0,2P \Rightarrow$ l'image est plus proche de la lentille que l'objet

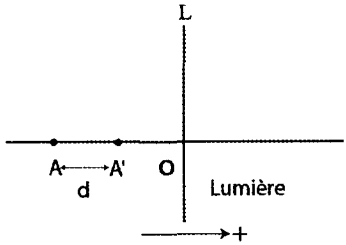
$\Rightarrow d = OA - OA'$

$= |P| - |P'|$

$= -P - (-P')$

$d = P' - P$

Or $P' = 0,2P$



① $\Rightarrow d = 0,2P - P = P(0,2-1) = 0,8P$

$P = \dfrac{d}{-0,8} = \dfrac{15}{-0,8} = -18,75cm$

$P' = 0,2P = -3,75cm$

b- $\dfrac{1}{\overline{OF'}} = \dfrac{1}{P'} - \dfrac{1}{P} = \dfrac{1}{(-3,75.10^{-2})} - \left(\dfrac{1}{-18,75.10^{-2}}\right)$

$= -21,33 = C =$ La vergence

$C<0 \Rightarrow$ la lentille est divergente.

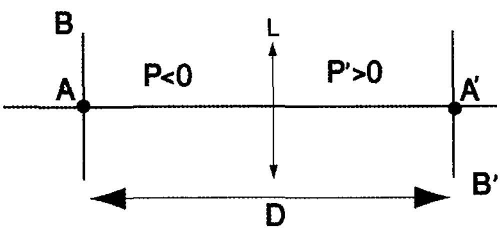
La distance focale $f = \left|\dfrac{1}{C}\right| = 4,69.10^{-2}m$

11 La lentille est convergente sa vergence $C>0 \Leftrightarrow \overline{OF'}>0$

L'objet est réel $\Rightarrow P = \overline{OA} < 0$

L'image est récupérée sur un écran $\Rightarrow$ elle est réelle $\Rightarrow P' = \overline{OA'} > 0$

$\Rightarrow$



La formule de conjugaison $\Rightarrow \dfrac{1}{f} = \dfrac{1}{P'} - \dfrac{1}{P} = \dfrac{P-P'}{P' \times P}$

Or $D = P' - P \Rightarrow P' = D + P$

$\Rightarrow \dfrac{1}{f} = \dfrac{1}{D+P} - \dfrac{1}{P} = \dfrac{P-D-P}{P(D+P)} = \dfrac{-D}{P(D+P)}$

$\Rightarrow P^2 + D.P + f.D = 0$

C'est une équation du second degré en P pour que cette équation admette deux solutions.

$\Rightarrow$ il faut que $\Delta = D^2 - 4fD > 0$

$\Rightarrow D^2 > 4fD$ d'où D>4f

2) a- $P_1 = \dfrac{-D+\sqrt{D^2-4fD}}{2}$

$P_2 = \dfrac{-D-\sqrt{D^2-4fD}}{2}$

$d = P_1 - P_2 = \dfrac{-D+\sqrt{D^2-4fD}}{2} + \dfrac{D+\sqrt{D^2-4fD}}{2}$

$\Rightarrow d = \sqrt{D^2-4fD} \Rightarrow d^2 = D^2 - 4fD$

$\Rightarrow \boxed{f = \dfrac{D^2-d^2}{4D}}$

A.N :

$f = \dfrac{(2,5)^2-(0,8)^2}{4\times 2,5} = 0,561m = 56,1cm$

b- Les deux solutions précédentes P_1 *et* P_2 sont symétriques par rapport au milieu de l'intervalle objet écran.

Lorsque $D = 4f \Rightarrow \Delta = 0 \Rightarrow P_1 = P_2 = \dfrac{-\Delta}{2}$ c'est le milieu de l'intervalle objet écran.

12

I) 1) Formule de conjugaison

$\dfrac{1}{\overline{OF'}} = \dfrac{1}{\overline{OA'}} - \dfrac{1}{\overline{OA}} = \dfrac{1}{P'} - \dfrac{1}{P}$ avec :

O : le centre optique de la lentille.

F' : le foyer principal image.

A : position de l'objet.

A' : position de l'image.

2) $\dfrac{1}{\overline{O_1A_1}} - \dfrac{1}{\overline{O_1A}} = \dfrac{1}{\overline{O_1F_1}} = \dfrac{1}{f_1} \Rightarrow \dfrac{1}{O_1A_1} = \dfrac{1}{f_1} - \dfrac{1}{O_1A} = \dfrac{1}{0,15} - \dfrac{1}{0,2} = 1,666$

$\Rightarrow O_1A_1 = P' = 60cm > 0 \Rightarrow$ l'image est réelle.

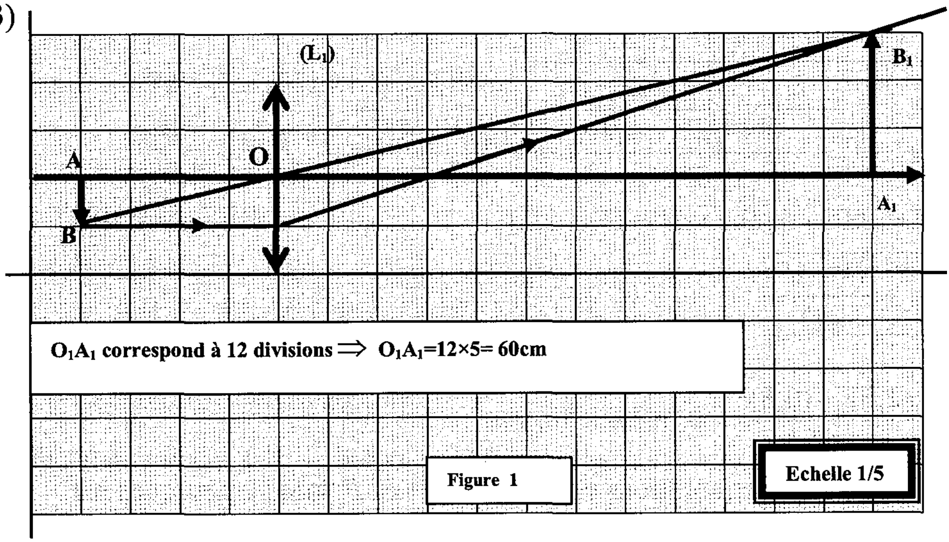
Calculer le grandissement γ

$$\gamma_1 = \frac{\overline{O_1A_1}}{\overline{O_1A}} = \frac{60}{-20} = -3;\ \gamma_1 < 0 \Rightarrow l'image\ est\ renversée$$

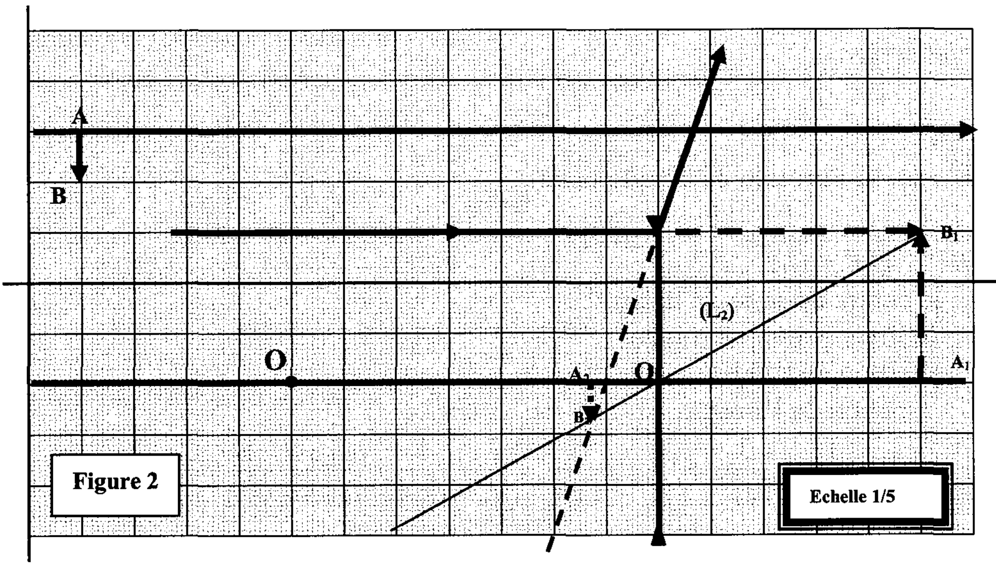
$$\gamma_1 = \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} = -3 \Rightarrow A_1B_1 = 3AB = 3\times5 = 15cm$$

$\Rightarrow$ l'image est plus grande que l'objet.

3)



II) 1)



$P_2 = \overline{O_2A_1} > 0$

$\Rightarrow A_1B_1$ est un objet virtuel pour la lentille (L_2)

2) a- Voir figure 2 ci-dessus.

$\overline{O_2A_2} \simeq -6,2cm$

$\overline{A_2B_2} \simeq -3,75cm$

b- Par le calcul :

$O_2A_1 = O_1A_1 - O_2O_1 = 60 - 35 = 25cm$

$\Rightarrow \overline{O_2A_1} = P_2 = +25cm$

$$\frac{1}{\overline{O_2F_2'}} = \frac{1}{\overline{O_2A_2}} - \frac{1}{\overline{O_2A_1}} \Rightarrow \boxed{\overline{O_2A_2} = \frac{\overline{O_2F_2'} \times \overline{O_2A_1}}{\overline{O_2F_2'} + \overline{O_2A_1}}}$$

Or $\overline{O_2A_1} = 25cm$

$\overline{O_2F_2^1} = -5cm \Rightarrow \boxed{\overline{O_2A_2} = -6,26cm}$

$\overline{O_2A_2} < 0 \Rightarrow$ L'image est virtuelle.

$$\gamma_2 = \frac{\overline{O_2A_2}}{\overline{O_2A_1}} = \frac{-6,25}{25} = -0,25$$

$\gamma_2 < 0 \Rightarrow$ l'image A_2B_2 est renversée par rapport à A_1B_1.

$|\gamma_1| < 1 \Rightarrow A_2B_2$ est plus petite que A_1B_1

$$\gamma_2 = \frac{\overline{A_2B_2}}{\overline{A_1B_1}} \Rightarrow \overline{A_2B_2} = \gamma_2 \times \overline{A_1B_1}$$

$\Rightarrow \overline{A_2B_2} = -0,25 \times 15 = -3,75cm$

3) $\gamma = \dfrac{\overline{A_2B_2}}{\overline{AB}} = \dfrac{-3,75}{-5} = 0,75$

Autrement $\gamma = \dfrac{\overline{A_2B_2}}{\overline{A_1B_1}} \times \dfrac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}}$

$= \gamma_2 \times \gamma_1 = -0,25 \times (-3) = 0,75$

4) $P_2 = \overline{OA_2}$

$P_1 = \overline{OA}$

$$\gamma = \frac{P_2}{P_1} = 0,75 \Rightarrow P_2 = 0,75P_1$$

$AA_2 = AO_1 + O_1O_2 - O_2A_2 = 20 + 35 - 6,25 = 48,75cm$

AB est un objet réel $\Rightarrow P < 0$

A_2B_2 est une image virtuelle $\Rightarrow P' < 0$

$$\gamma = \frac{P_2}{P_1} = 0,75 > 0$$

$\Rightarrow |P_2| < |P_1|$

$\Rightarrow AA_2 = |P_1| - |P_2|$

$= -P_1 + P_2$

Or $P_2 = 0,75P_1$

$\Rightarrow AA_2 = -P_1 + 0,75P_1 = P_1(0,75 - 1)$

$$\Rightarrow P_1 = \frac{AA_2}{-0,25} = \frac{48,75}{-0,25} = -195cm$$

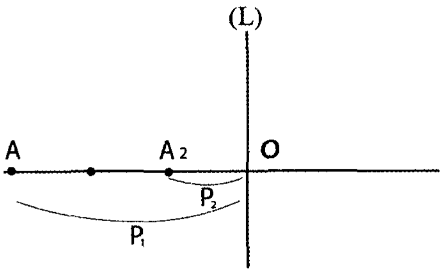
$P_2 = 0,75P_1 = (-195) \times 0,75 = -146,25cm$

La vergence de la lentille

$$C = \frac{1}{\overline{OF'}} = \frac{1}{P_2} - \frac{1}{P_1} = \frac{-1}{1,4625} + \frac{1}{1,95}$$

$= -0,171$ dioptries

C'est une lentille divergente.



LES INTERACTIONS FONDAMENTALES

RAPPEL SUR LES PARTICULES ELEMENTAIRES

1. *L'électron*

Dimension : ponctuel

Masse : $m_{e^-} = 9,1.10^{-31} kg$.

Charge : $q_{e^-} = -1,6.10^{-19} C$.

L'électron a été découvert en 1897 par Thomson.

2. *Neutron et proton*

Le noyau d'un atome est constitué de particules appelées nucléons. Elles sont de deux sortes :

- *Le proton porteur d'une charge électrique élémentaire* $q_P = 1,6.10^{-19} C$, *et de masse* $m_P = 1,673.10^{-27} kg$;
- *Le neutron, dont la charge électrique est nulle, et la masse vaut* $m_N = 1,675.10^{-27} kg$.

Dans un atome, on note Z le nombre de protons (aussi appelé numéro atomique). Puisque l'atome est électriquement neutre, il y a donc Z électrons.

On note A le nombre de nucléons (aussi appelé nombre de masse). $\mathrm{N = A - Z}$ *est le nombre de neutrons.*

On note un nucléide $^{A}_{Z}X$ *où X est le symbole chimique de l'élément auquel il appartient.*

I. *INTERACTIONS FONDAMENTALES*

1. *Interaction gravitationnelle*

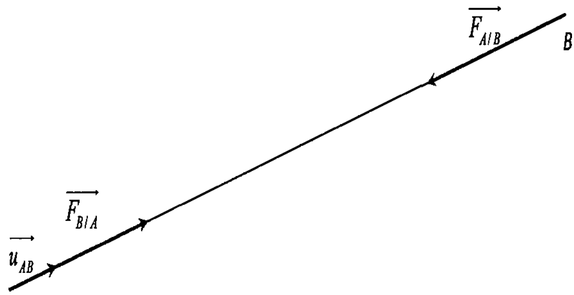
Deux corps ponctuels A et B, de masse m_A *et* m_B, *s'attirent mutuellement :*

A exerce sur B une force notée $\overrightarrow{F_{A/B}}$ *qui attire B.*

B exerce sur A une force notée $\overrightarrow{F_{B/A}}$ *qui attire A.*

Ces forces sont dirigées selon la droite (AB), de valeur $\left\|\vec{F}\right\| = G \times \frac{m_A \times m_B}{AB^2}$ *, et de portée infinie.*

On définit un vecteur unitaire $\overrightarrow{u_{AB}}$ *, alors on a :*



$$\overrightarrow{F_{A/B}} = -G \times \frac{m_A \times m_B}{AB^2} \overrightarrow{u_{AB}}$$

$$\overrightarrow{F_{B/A}} = G \times \frac{m_A \times m_B}{AB^2} \overrightarrow{u_{AB}}$$

$$\overrightarrow{F_{A/B}} + \overrightarrow{F_{B/A}} = \vec{0}$$

$$G = 6{,}67.10^{-11} m^3.kg^{-2}.s^{-2}$$

Lorsque deux corps ne sont pas ponctuels, on prend leur centre de gravité comme référence : la distance qui sépare ces corps est la distance entre leurs centres de gravité, les forces s'appliquent aux centres de gravité.

2. Interaction électrique

a. Phénomènes d'électrisation

Certains objets peuvent être électrisés par frottements : ils attirent alors à distance des corps légers (par exemple une tige de verre, une tige d'ébonite, du PVC).

Quand un corps A électrisé touche un corps B non électrisé, ce dernier s'électrise. Alors A et B se repoussent

Les corps électrisés portent une charge électrique, il y a deux types de corps électrisés donc deux types de charge : des charges positives et des charges négatives.

Deux charges de signe opposé s'attirent, deux charges de même signe se repoussent.

Charge	+	-
+	*Répulsion*	*Attraction*
-	*Attraction*	*Répulsion*

Lors de l'électrisation par frottements, des électrons sont arrachés.

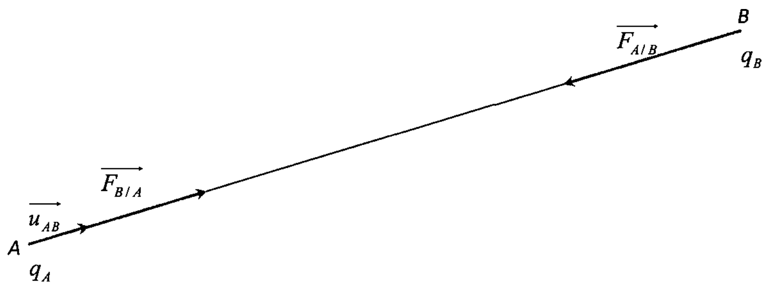
Isolant : un corps solide est isolant si aucun des électrons des atomes qui le constituent ne peut s'y déplacer sur des distances supérieures aux dimensions atomiques (verre, PVC, plastique). La charge électrique est localisée.

Conducteur : un corps solide est un conducteur lorsque certains électrons des atomes qui le constituent peuvent circuler librement. La charge électrique se répartira alors sur tout le solide (par exemple des métaux comme le cuivre, l'or, l'argent, l'aluminium ou le fer).

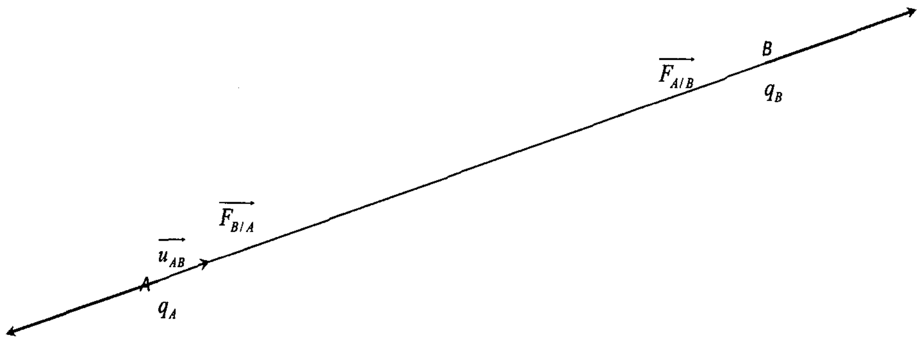
On appelle porteurs de charge les entités dont la taille est microscopique et qui peuvent se déplacer dans les conducteurs (les électrons sont les porteurs de charge dans les métaux, les ions sont les porteurs de charge dans les électrolytes).

b. Interaction électrique entre deux corps chargés

Cas 1 : charges de signe opposé



Cas 2 : charges de même signe



$$\overrightarrow{F_{A/B}} = k \times \frac{q_A \times q_B}{AB^2}\overrightarrow{u_{AB}} \quad \overrightarrow{F_{B/A}} = -k \times \frac{q_A \times q_B}{AB^2}\overrightarrow{u_{AB}}$$

avec $k = 8{,}99.10^9 m^3.kg.s^{-2}.C^{-2}$.

On a toujours $\overrightarrow{F_{A/B}} + \overrightarrow{F_{B/A}} = \vec{0}$, *puisqu'il s'agit d'interactions.*

Il est intéressant de comparer la loi de Coulomb et la loi de Newton :

Loi de Coulomb

$$\overrightarrow{F_{A/B}} = k \times \frac{q_A \times q_B}{AB^2}\overrightarrow{u_{AB}}$$

$$k = 8{,}99.10^9 m^3.kg.s^{-2}.C^{-2}$$

Force attractive ou répulsive

Portée infinie

Loi de Newton

$$\overrightarrow{F_{A/B}} = -G \times \frac{m_A \times m_B}{AB^2}\overrightarrow{u_{AB}}$$

$$G = 6{,}67.10^{-11} m^3.kg^{-2}.s^{-2}$$

Force toujours attractive

Portée infinie

3. ***Interaction forte***

Prenons un exemple d'un noyau d'hélium : qu'est-ce qui assure la cohésion du noyau ? Si l'on regarde les forces qui s'exercent sur les nucléons, on constate qu'ils ne sont soumis qu'à deux forces : une force électrique répulsive et la force gravitationnelle attractive.

Il y a 2 protons, donc deux particules chargées qui se repoussent :

$$F_{électrique} = k \times \frac{q_P^{\ 2}}{d^2} = 8{,}99.10^9 \times \frac{(1{,}6.10^{-19})^2}{(10^{-14})^2} = 2{,}3N$$

Calculons l'interaction gravitationnelle entre 2 particules du noyau :

$$F_{gravitationnelle} = G \times \frac{m_{nucléon}^{\ 2}}{d^2} = 6{,}67.10^{-11} \times \frac{(1{,}67.10^{-27})^2}{(10^{-14})^2} = 1{,}9.10^{-36}N$$

$$\frac{F_{électrique}}{F_{gravitationnelle}} = \frac{2{,}3}{1{,}9.10^{-36}} \approx 10^{36}$$

La force électrique est 10^{36} fois plus forte que la force gravitationnelle, le noyau devrait se désintégrer !

D'après les résultats, il y a donc une troisième force qui agit et permet de maintenir la cohésion du noyau, cette force résulte d'une interaction appelée interaction forte. Sa portée est de l'ordre de $10^{-14}m$, elle n'agit donc qu'au sein du noyau. Elle est environ 100 à 1000 fois plus forte que l'interaction électrique.

II. COHESION DE LA MATIERE

À l'échelle du noyau : interaction forte ($10^{-14}m$).

Les atomes sont stables jusqu'à l'uranium. Au-delà, l'interaction électrique l'emporte et les noyaux se désintègrent : c'est la radioactivité.

À l'échelle de l'atome : interaction électrique ($10^{-10}m$).

L'interaction forte n'agit plus, l'interaction gravitationnelle est trop faible donc négligeable.

À l'échelle macroscopique : interactions électrique et gravitationnelle ($1m$).

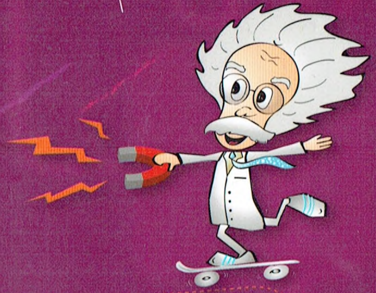
L'interaction électrique agit toujours, elle est notamment responsable de la cohésion des solides et des liquides, la force de réaction entre de solide ou encore les frottements et les forces de Van Der Waals. L'interaction gravitationnelle commence à se faire sentir, essentiellement sous la forme du poids.

À l'échelle astronomique : interaction gravitationnelle ($10^6 m$ ***à plus de*** $10^{20} m$***).***

Les corps apparaissent comme électriquement neutres, c'est la force gravitationnelle qui prédomine et assure la cohésion des systèmes solaires, galaxies et univers.

Exercices corrigés

pour s'entraîner toute l'année



La collection **ATOMIX**

propose pour chacune des notions fondamentales du programme :

> Des rappels de cours
> Des exercices progressifs et classés par thèmes couvrant la totalité du programme
> Tous les corrigés des exercices et des problèmes détaillés et commentés.

Dans la même collection

1ère Année
> Physique & Chimie

2ème Année
• Filière Sciences
> Physique & Chimie

• Filière Technologie de l'Informatique
> Physique & Chimie

3ème Année
• Section Mathématiques
> Physique
> Chimie

• Section Sciences Expérimentales
> Physique
> Chimie

• Section Sciences de l'Informatique
> Physique & Chimie

• Section Sciences Techniques
> Physique
> Chimie

4ème Année
BAC

• Section Mathématiques
> Physique
> Chimie

• Section Sciences Expérimentales
> Physique
> Chimie

• Section Sciences de l'Informatique
> Physique & Chimie

• Section Sciences Techniques
> Physique
> Chimie

Kounouz Editions
www.kounouz-edition.com

Prix: $7^{D}.700$

9 789938 814910
ISBN: 978-9938-814-91-0