

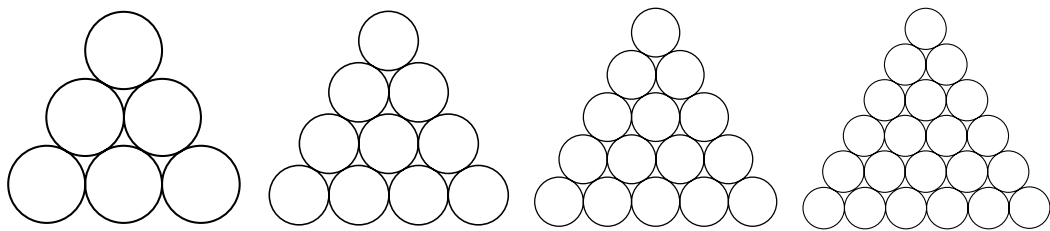
三角地雷區

摘要

利用歸納法、窮舉法，將指定顆數的圈圈劃完，劃下最後一顆者輸。並利用觀察旋轉、對稱圖形等方式，化簡所需研究之棋盤圖形。

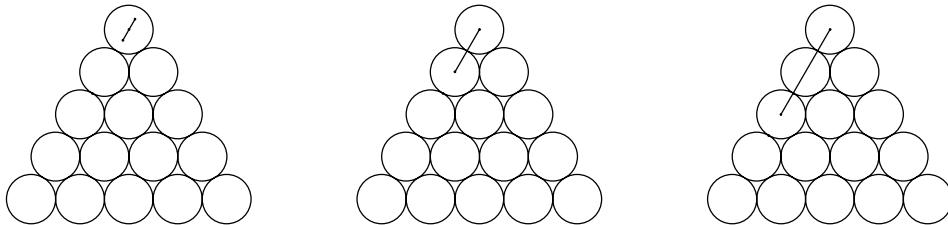
一、 遊戲介紹

「劃圈圈」是一個由二人進行的競賽遊戲，雙方輪流劃掉圈圈並分為「先攻」與「後攻」。棋盤是由數顆圈圈組成的正三角形，如下圖。

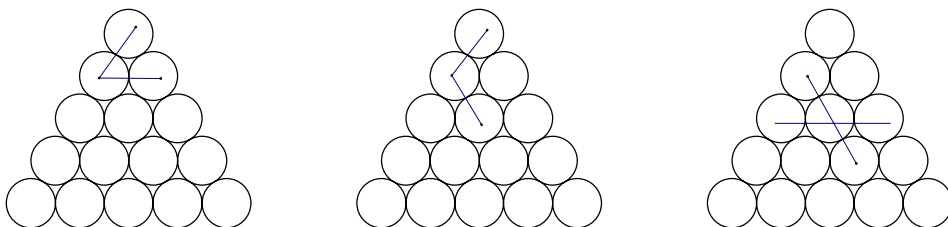


由於「劃圈圈」的規則眾多，棋盤大小也不一樣。從棋盤大小有 6 顆、10 顆、15 顆甚至 21 顆，每次劃掉圈圈的個數也從最多一直線 3 顆到一直線無限制。所以本研究只探討 15 顆圈圈的棋盤與下列規則。

二、 遊戲規則一：一次可畫 1 顆、2 顆，最多為 3 顆。



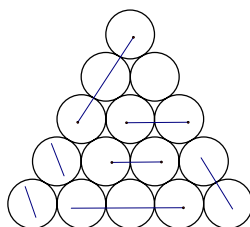
三、 遊戲規則二：劃記只限一直線，不可彎曲，不可重複。



四、 遊戲規則三：不可跨空格劃。



五、規則四：劃下最後一顆者為輸家。例如下圖為後攻者輸棋。



壹、研究動機

某日，我們以及老師在課暇之餘，玩起了一些紙上遊戲，其中有一個遊戲讓我們特別著迷，我們稱它為「劃圈圈」。經過一番揣摩後，我們發現這不是個純粹靠運氣就可以獲勝的遊戲，在經過許多場勝負之後，也發現了有很多技巧可以戰勝對手。事後還上網查了許多資料，發覺「劃圈圈」還有各式各樣的規則以及更多戰勝別人的辦法，於是我們展開了「劃圈圈」遊戲的研究探討，希望能夠整理出這遊戲的規律以及掌握這個遊戲的必勝方式。

貳、研究目的

- 一、探討是否必定出現分出勝負的情況，有無和局的可能。
- 二、整理所有的棋局，並探討「先攻必勝」或「後攻必勝」。
- 三、歸納並探討「劃圈圈」的必勝法則。
- 四、探討此遊戲是否為公平的遊戲。

參、研究設備及器材

棋盤草稿紙、筆、電腦、G S P。

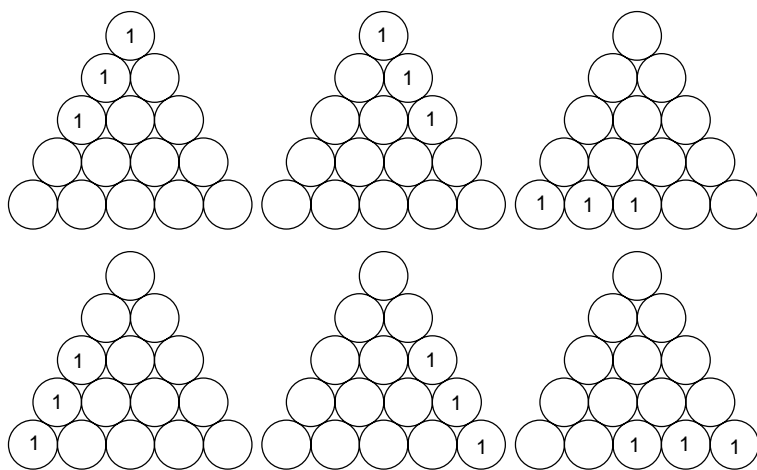
肆、研究過程或方法

- 一、此遊戲是一個由 15 個圈圈組成三角形的遊戲。在輪流劃記的情況之下，最少 6 筆（因為無法雙方每次都劃記 3 顆，所以不是 5 筆。）至多 15 筆（雙方每次 1 顆），一定會將圈圈數全數劃完，所以這是一個會有勝負的遊戲。有一方必定會劃下最後一顆圈圈而成為輸家。

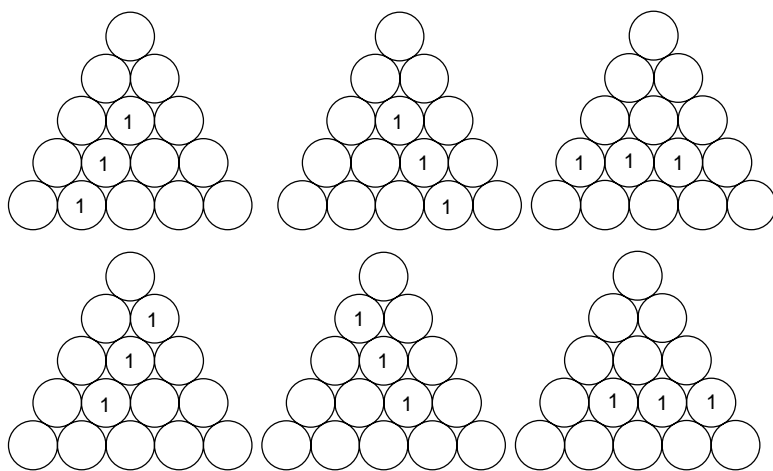
二、 由於棋盤為正三角形，藉由旋轉、翻面等方式會呈現豐富的對稱圖形情況。本研究試圖推演出所有的棋局，再整理出必勝的規律及法則。

三、 先攻下 3 顆時，可分為 4 類共 18 項。

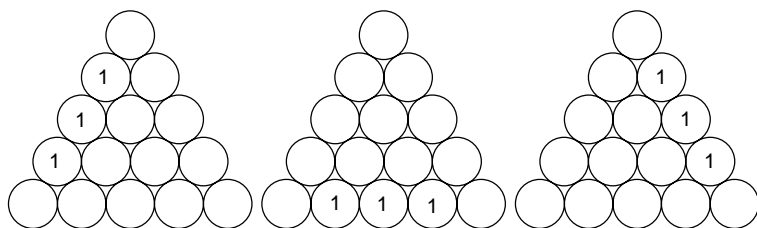
(一) 第一類



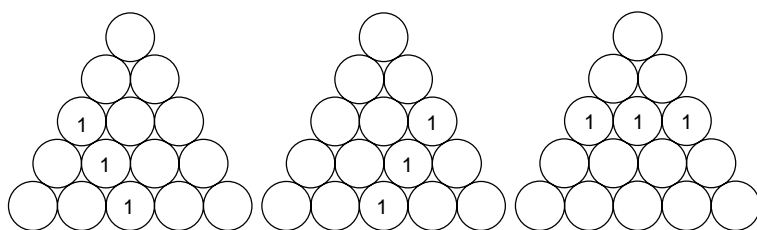
(二) 第二類



(三) 第三類

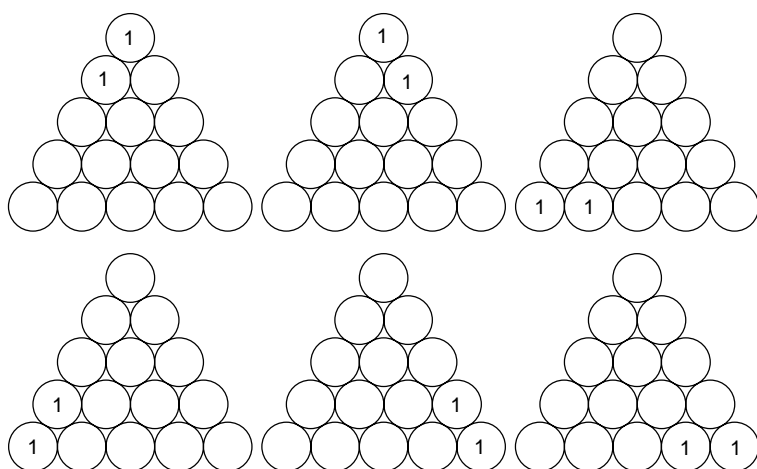


(四) 第四類

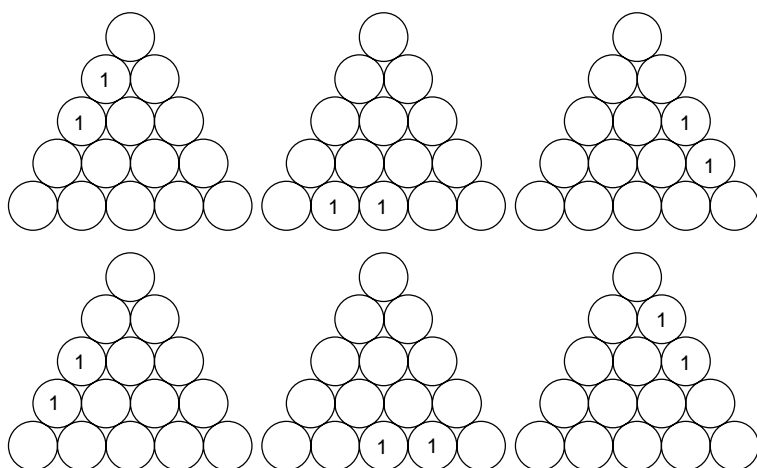


四、 先攻下2顆時，可分為6類共30項。

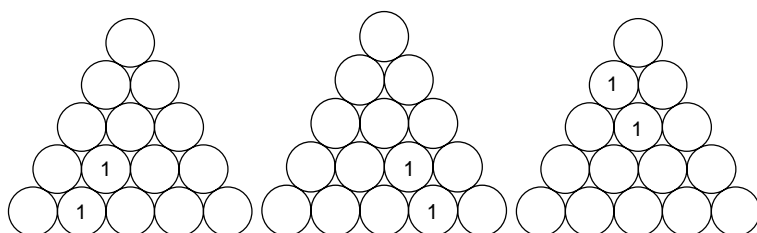
(一) 第一類

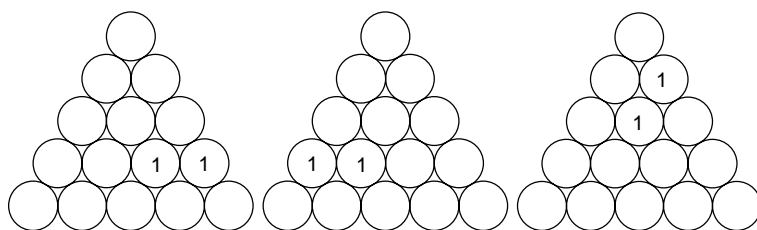


(二) 第二類

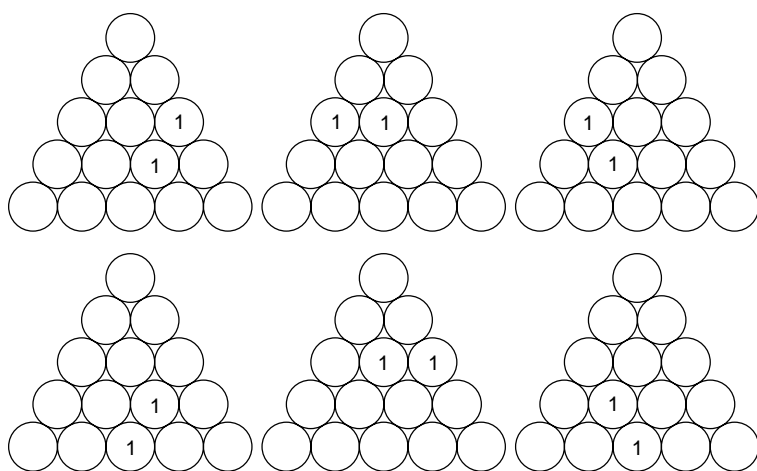


(三) 第三類

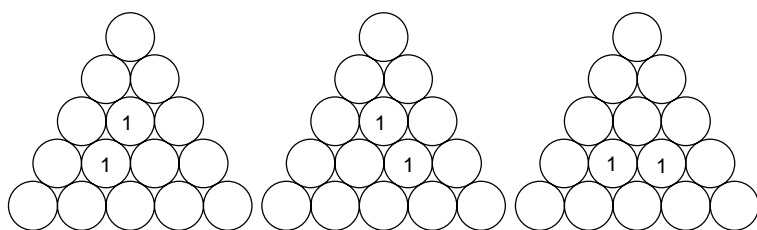




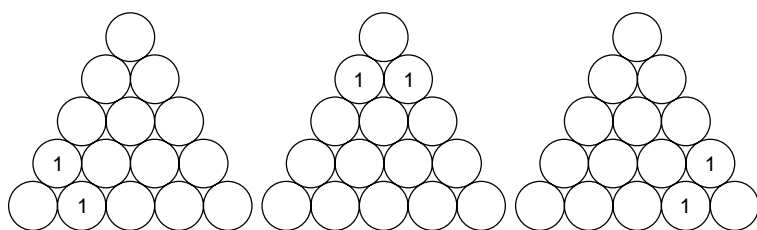
(四) 第四類



(五) 第五類

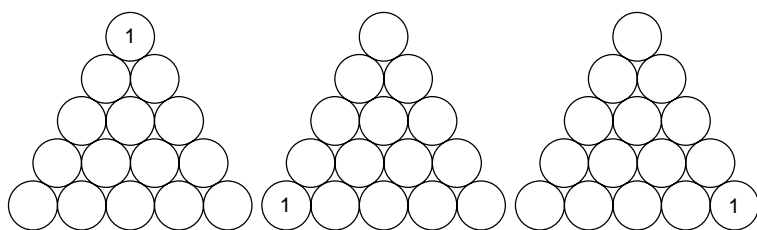


(六) 第六類

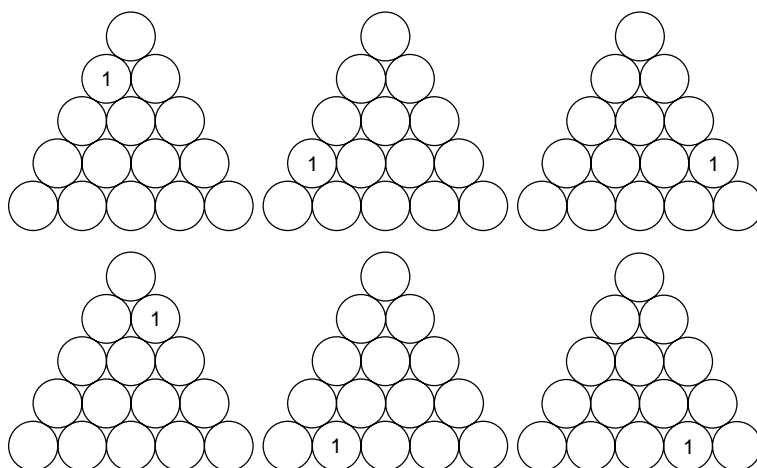


五、 先攻下 1 顆時，可分為 4 類共 15 項。

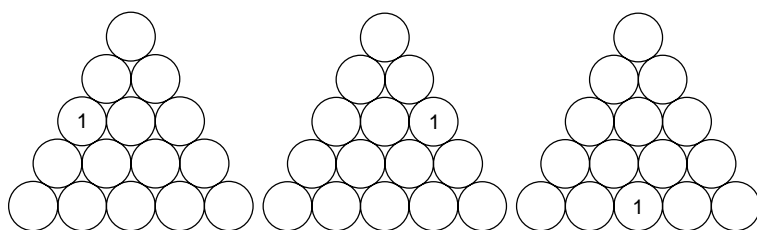
(一) 第一類



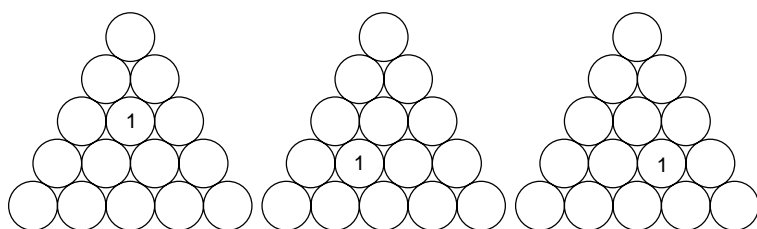
(二) 第二類



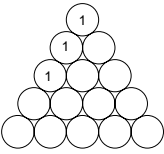
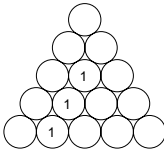
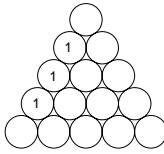
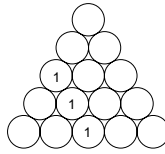
(三) 第三類

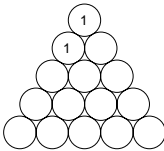
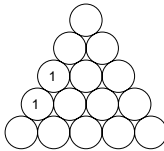
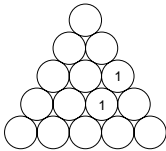
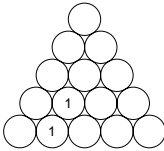
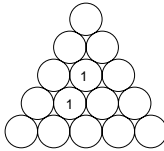
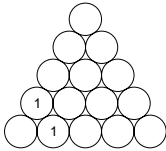
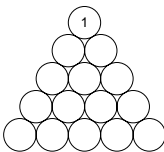
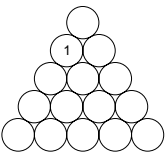
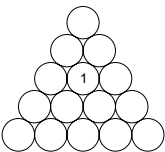
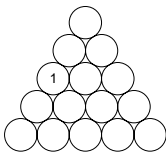


(四) 第四類



六、 先列出所要探討的所有棋局之後，再整理成表格，可歸納如下：

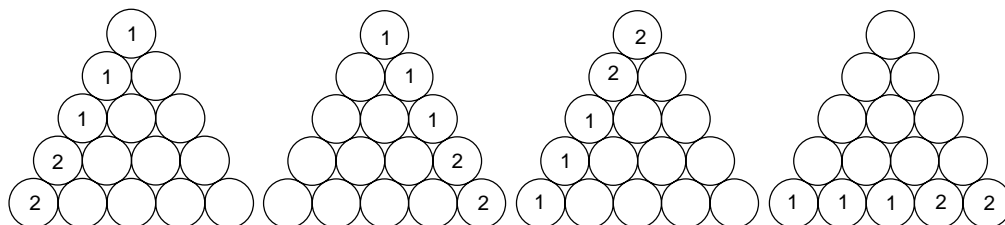
初始狀態	總數	類別	圖例			
先攻劃3顆	18	4				
			第一類	第二類	第三類	第四類

先攻劃2顆	3 0	6	 第一類	 第二類	 第三類	
			 第四類	 第五類	 第六類	
先攻劃1顆	1 5	4	 第一類	 第二類	 第三類	 第四類

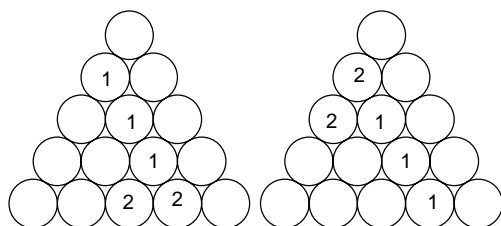
七、 棋局整理

(一) 先攻劃3顆，可分為四類。

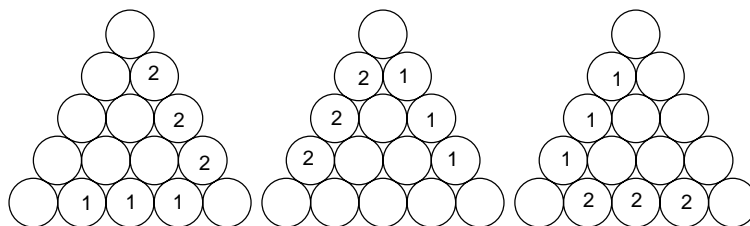
1. 第一類



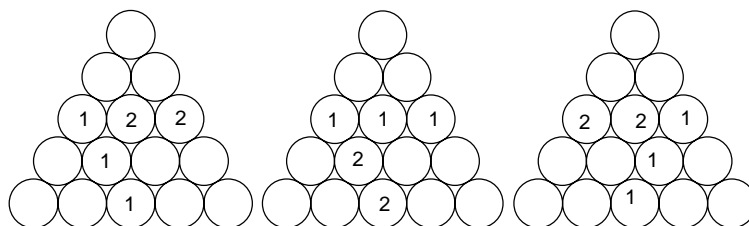
2. 第二類



3. 第三類



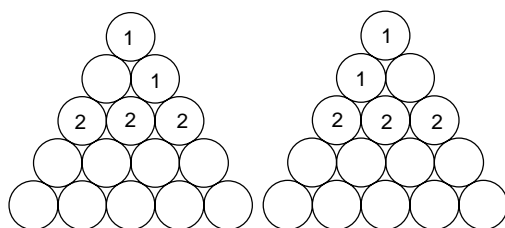
4. 第四類



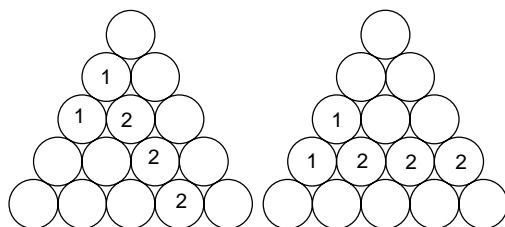
5. 歸納整理得知，先攻劃3顆的情況下，「後攻」可以決定本場遊戲的勝負。

(二) 先攻劃2顆，可分為六類。

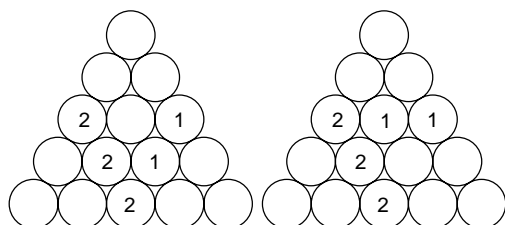
1. 第一類



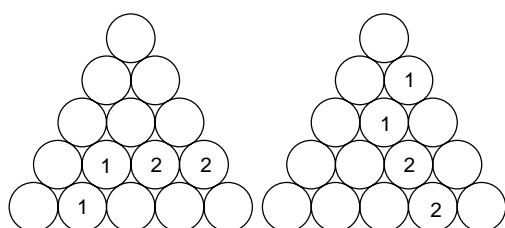
2. 第二類（同：先攻劃3顆，第二類）



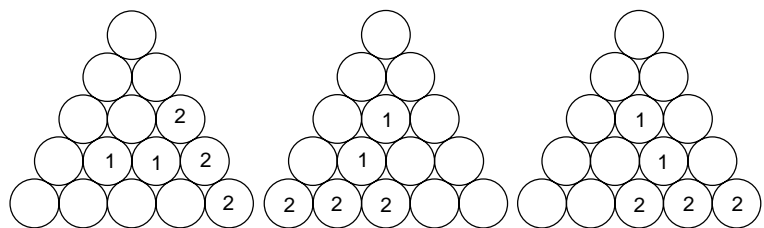
3. 第三類（同：先攻劃3顆，第四類）



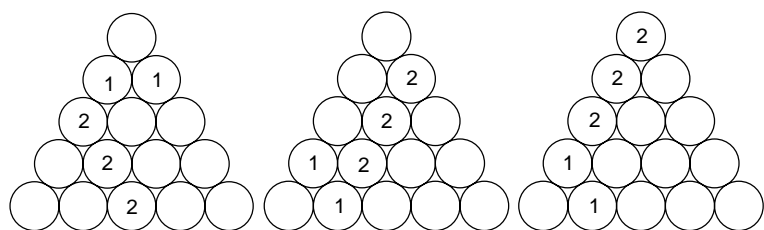
4. 第四類



5. 第五類



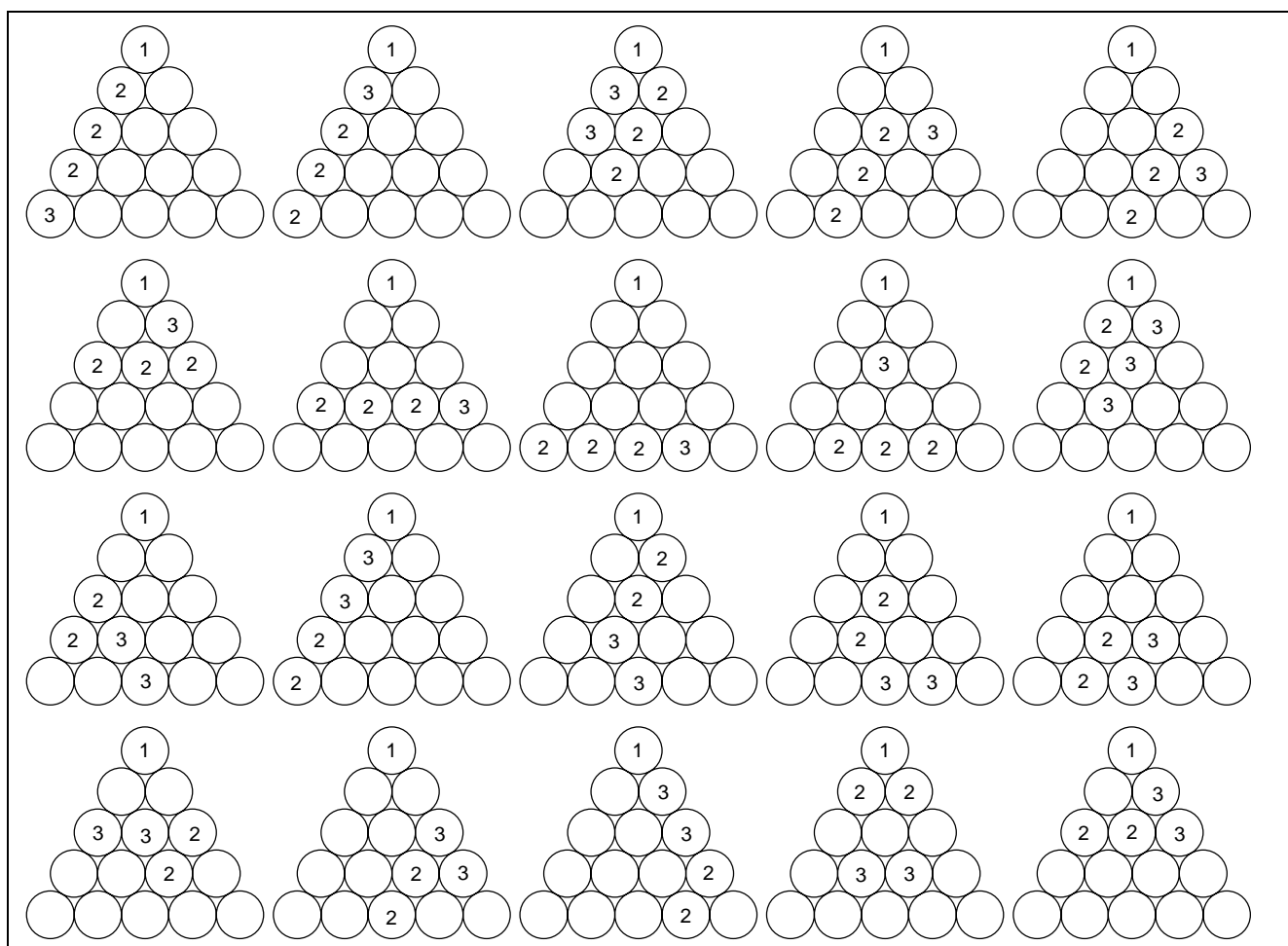
6. 第六類

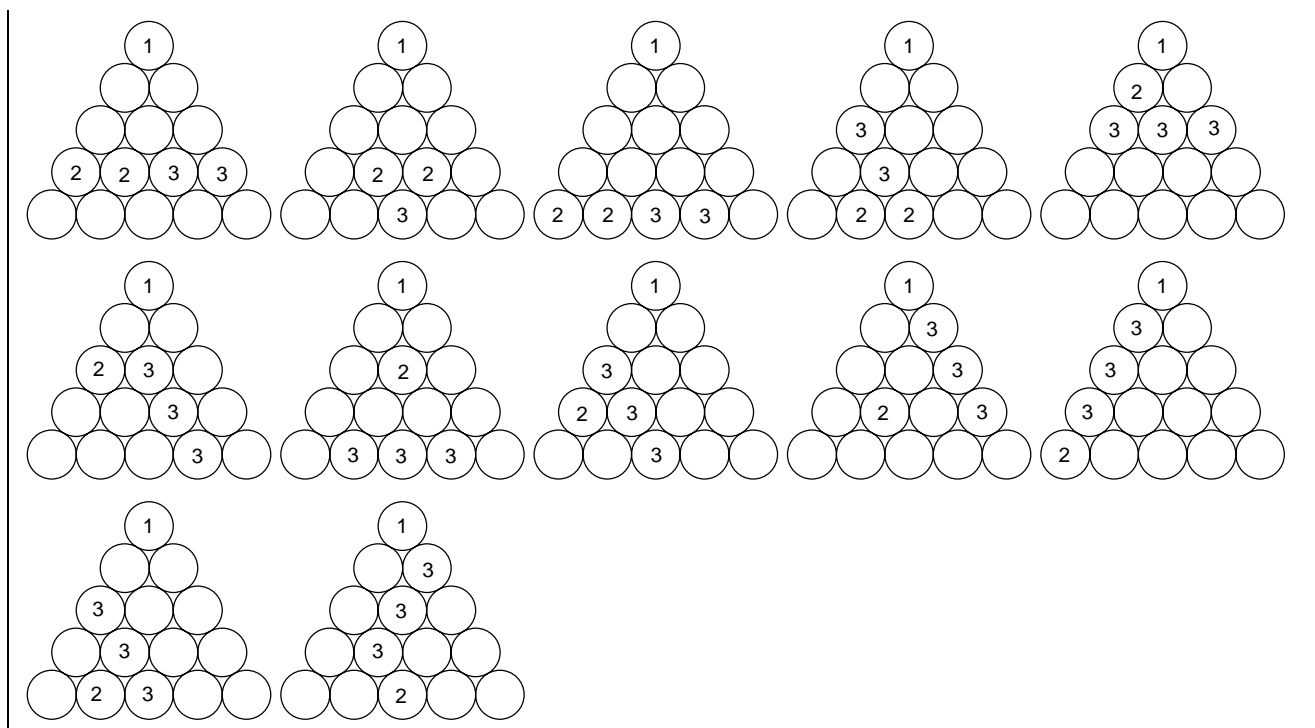


7. 歸納整理得知，先攻劃2顆的情況下，「後攻」可以決定本場遊戲的勝負。

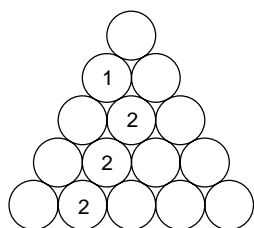
(三) 先攻劃1顆，可分為四類。

1. 第一類





2. 第二類（同：先攻劃2顆，第三類）



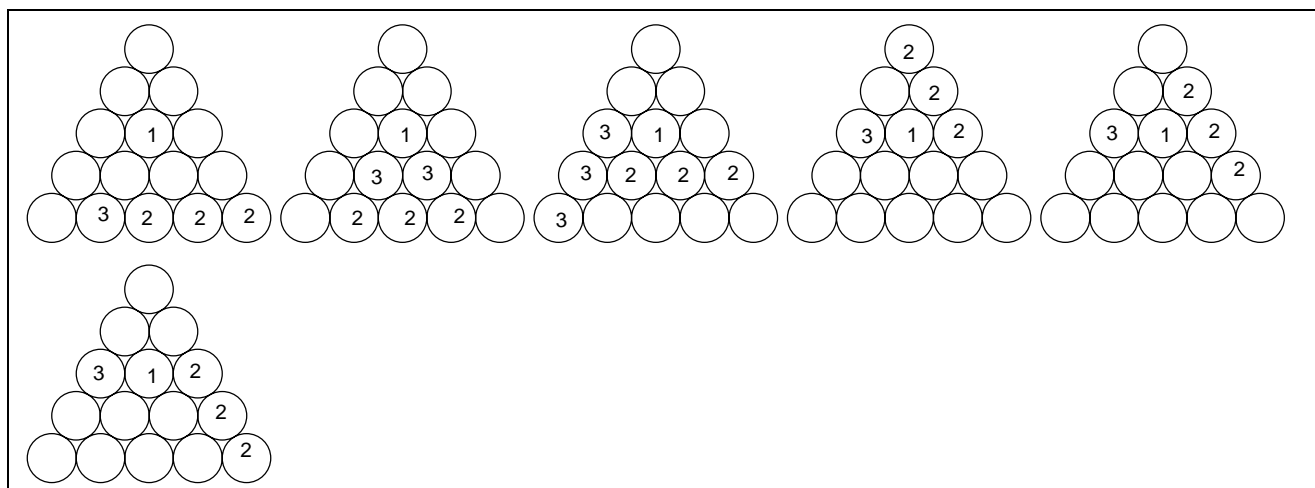
3. 第三類

第一組：後攻劃3顆

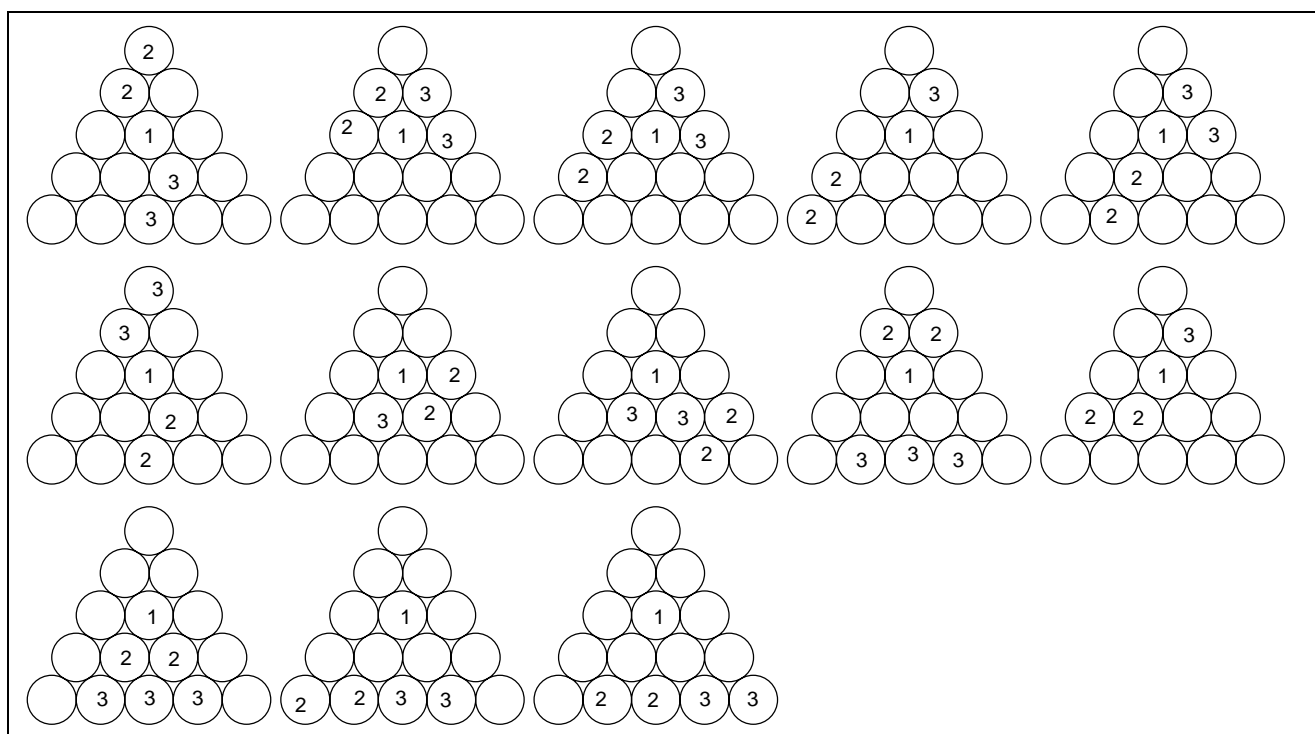
第二組：後攻劃2顆

第三組：後攻劃1顆

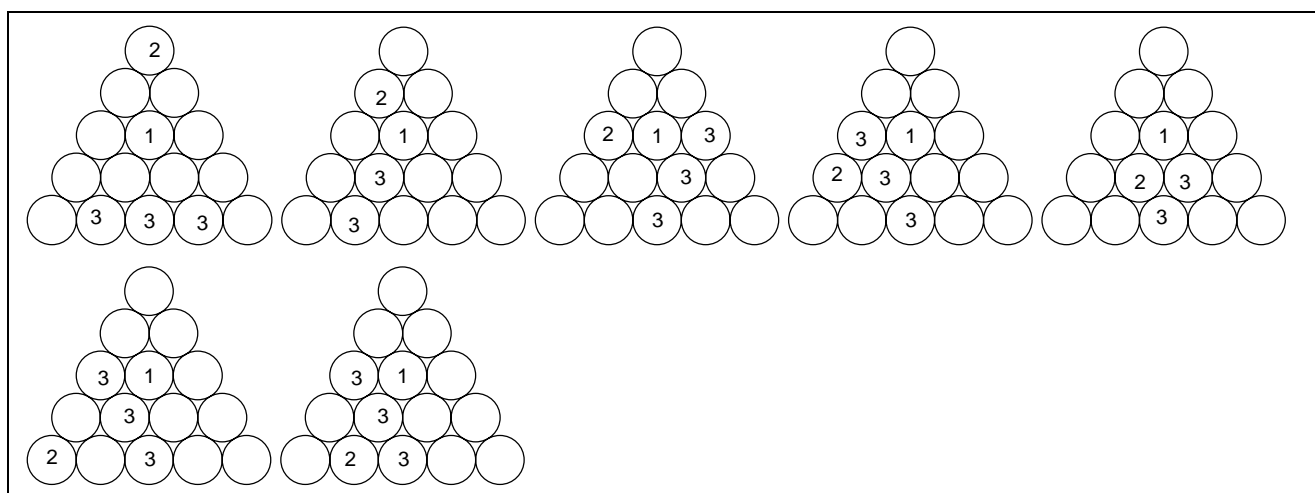
(1) 第一組



(2) 第二組



(3) 第三組



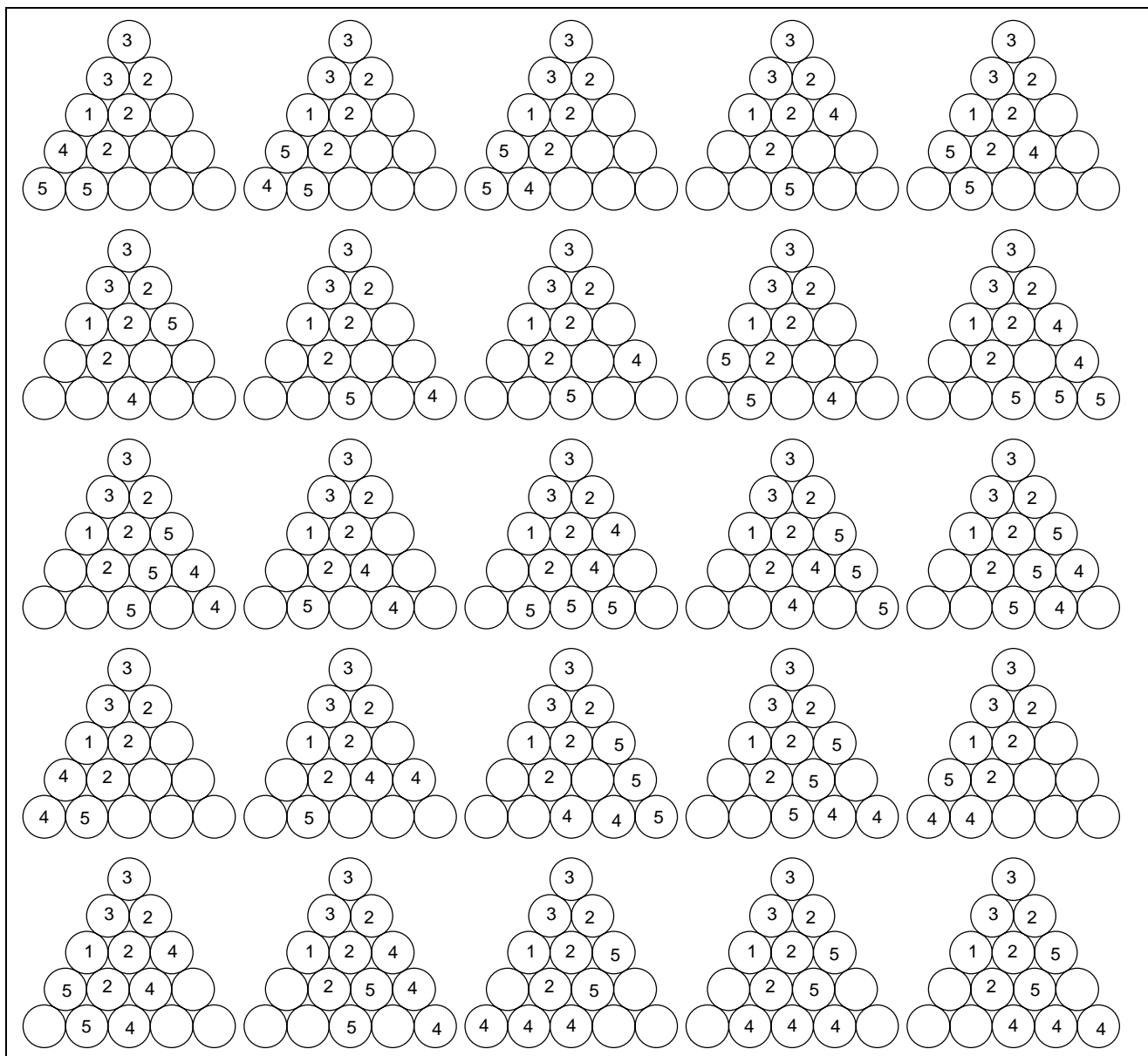
4. 第四類

第一組～第十三組：後攻劃 3 顆

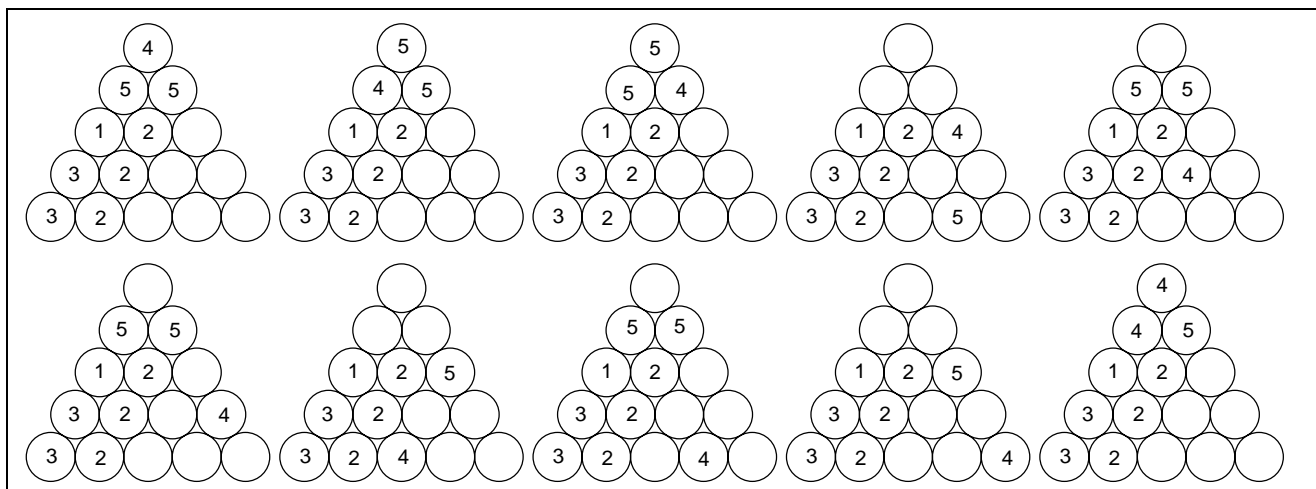
第十四組：後攻劃 2 顆

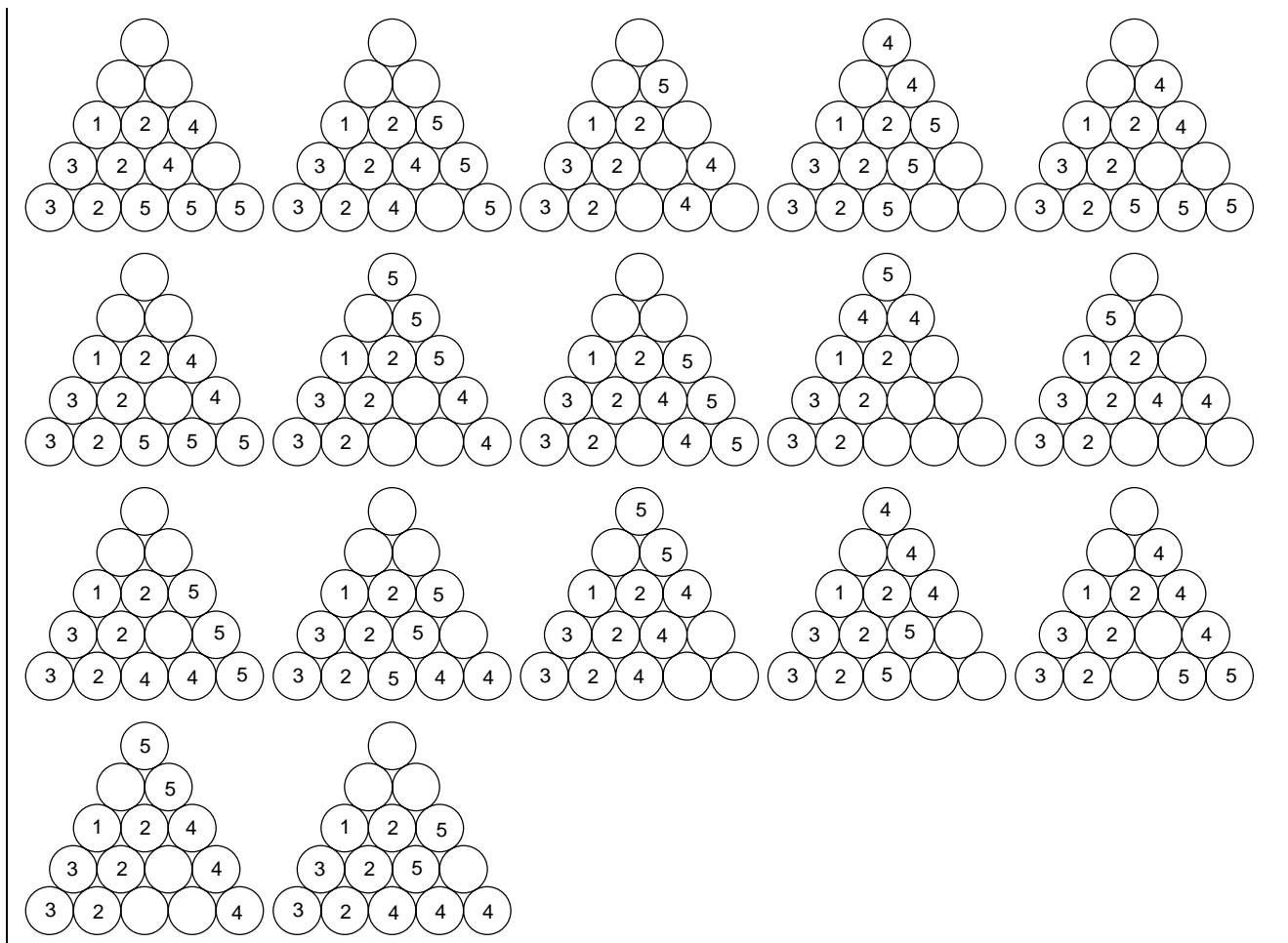
第十五組：後攻劃 1 顆

(1) 第一組：

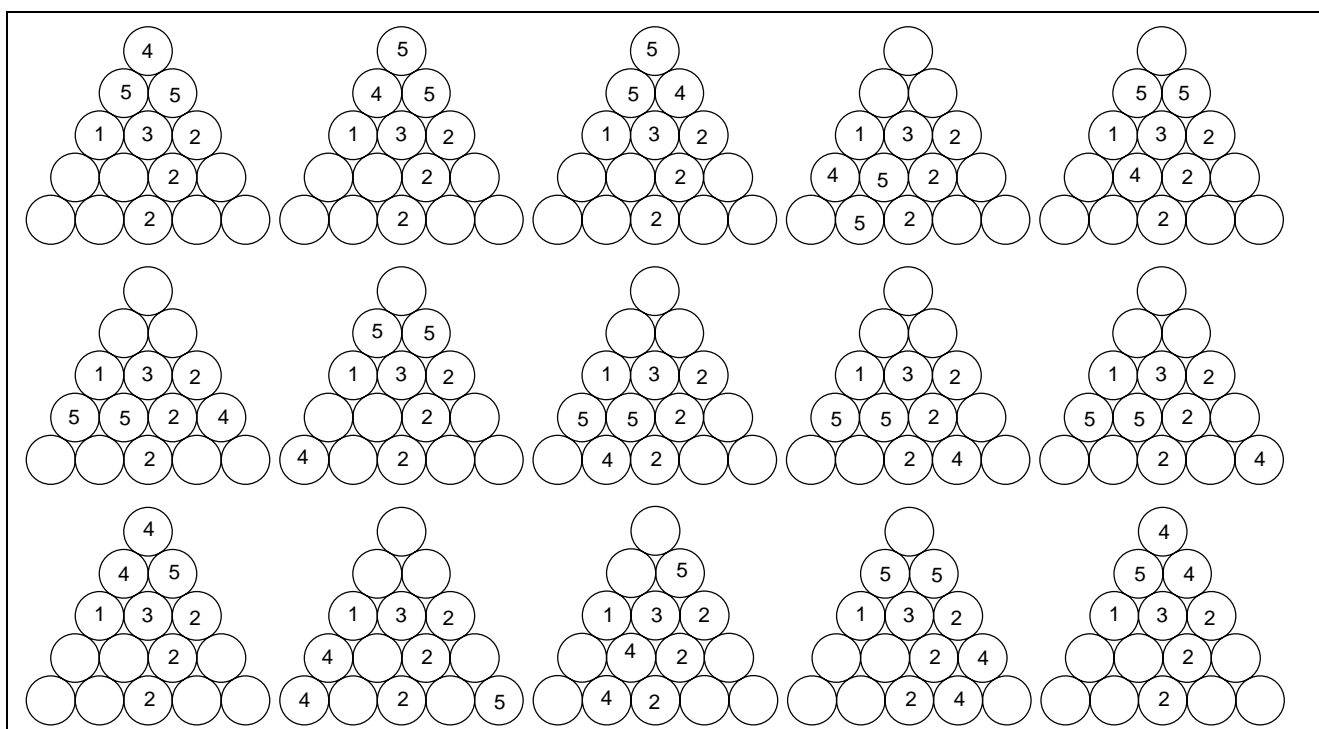


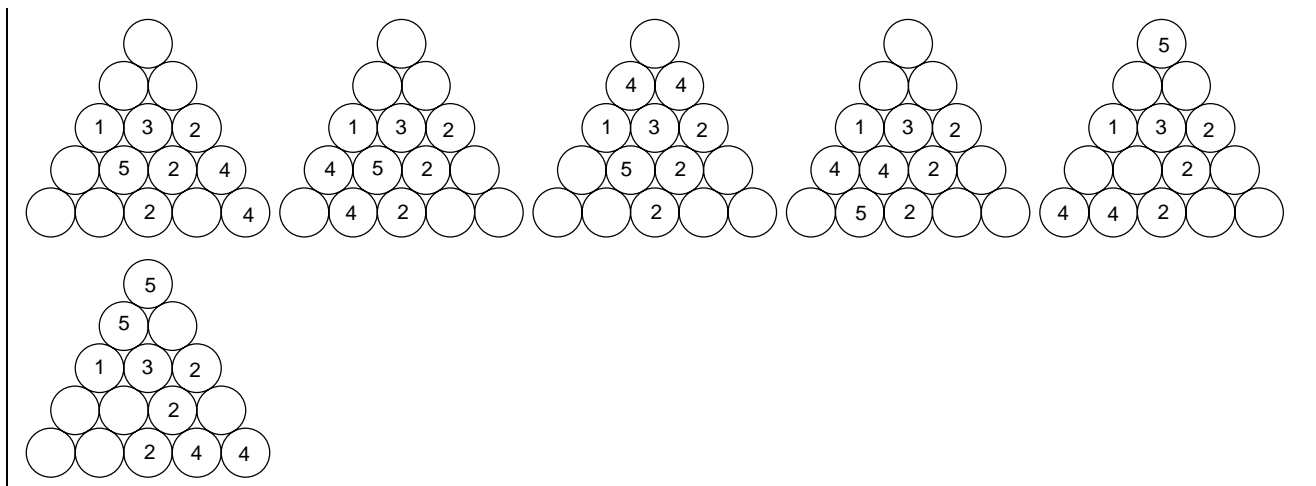
(2) 第二組



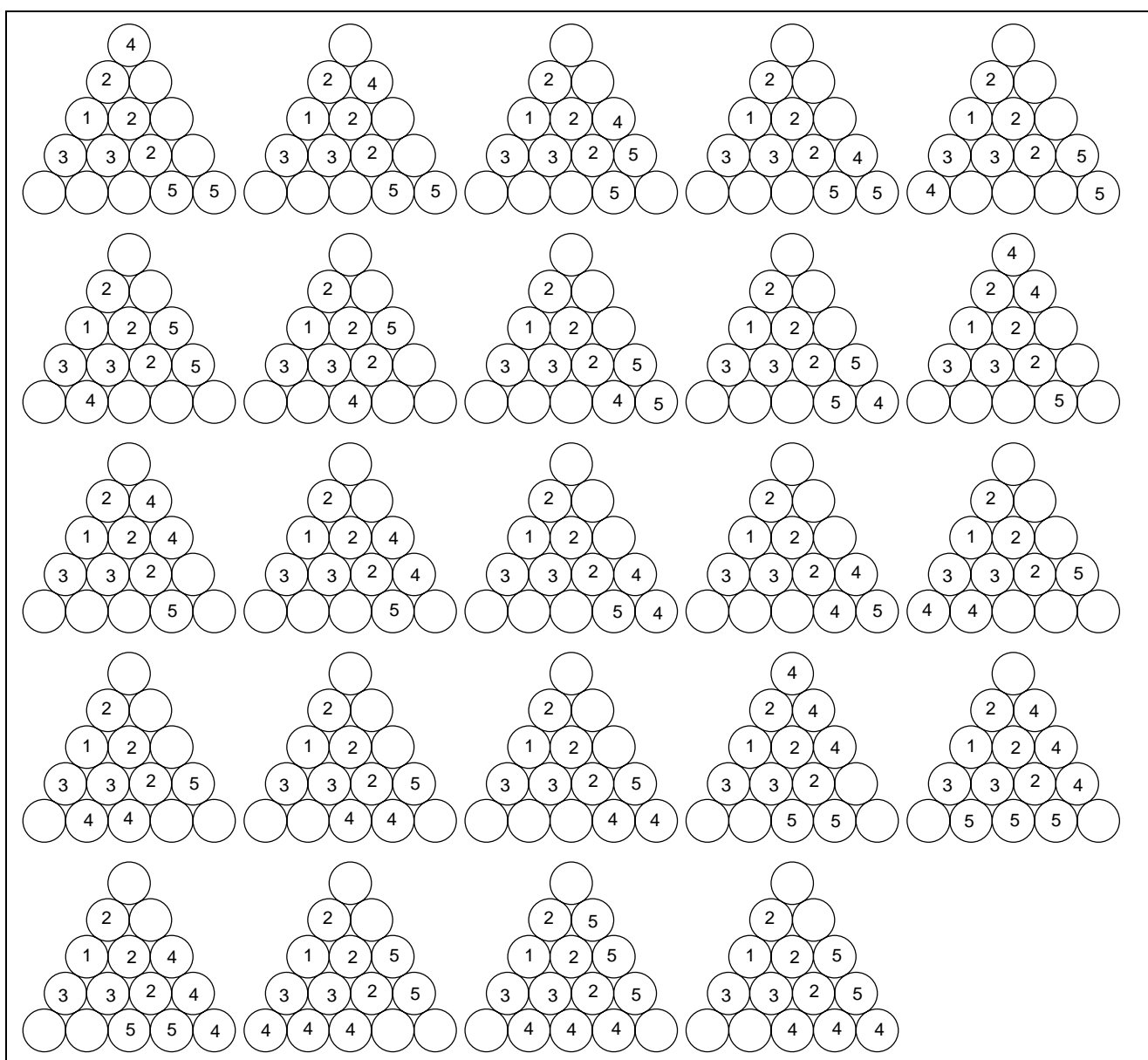


(3) 第三組

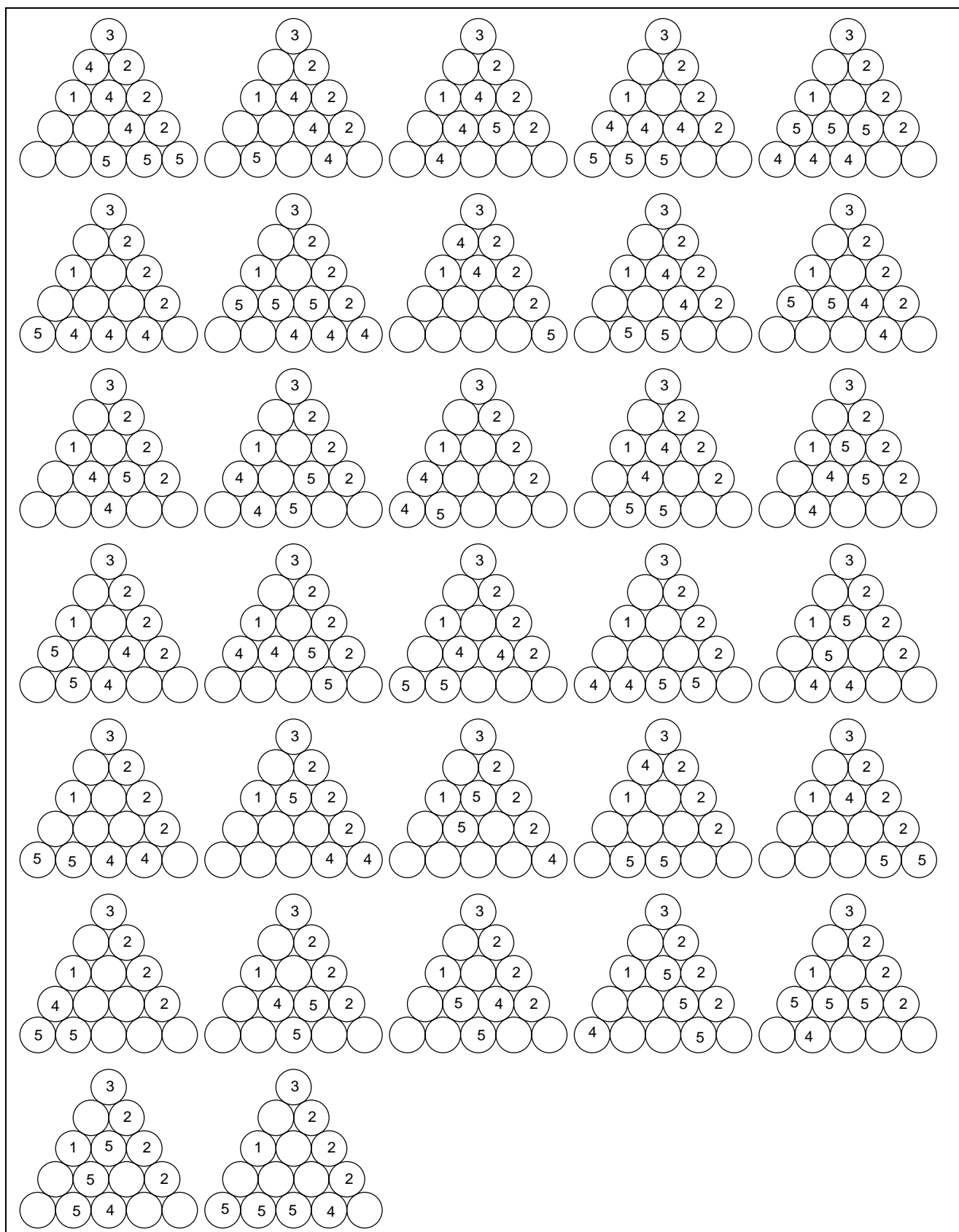




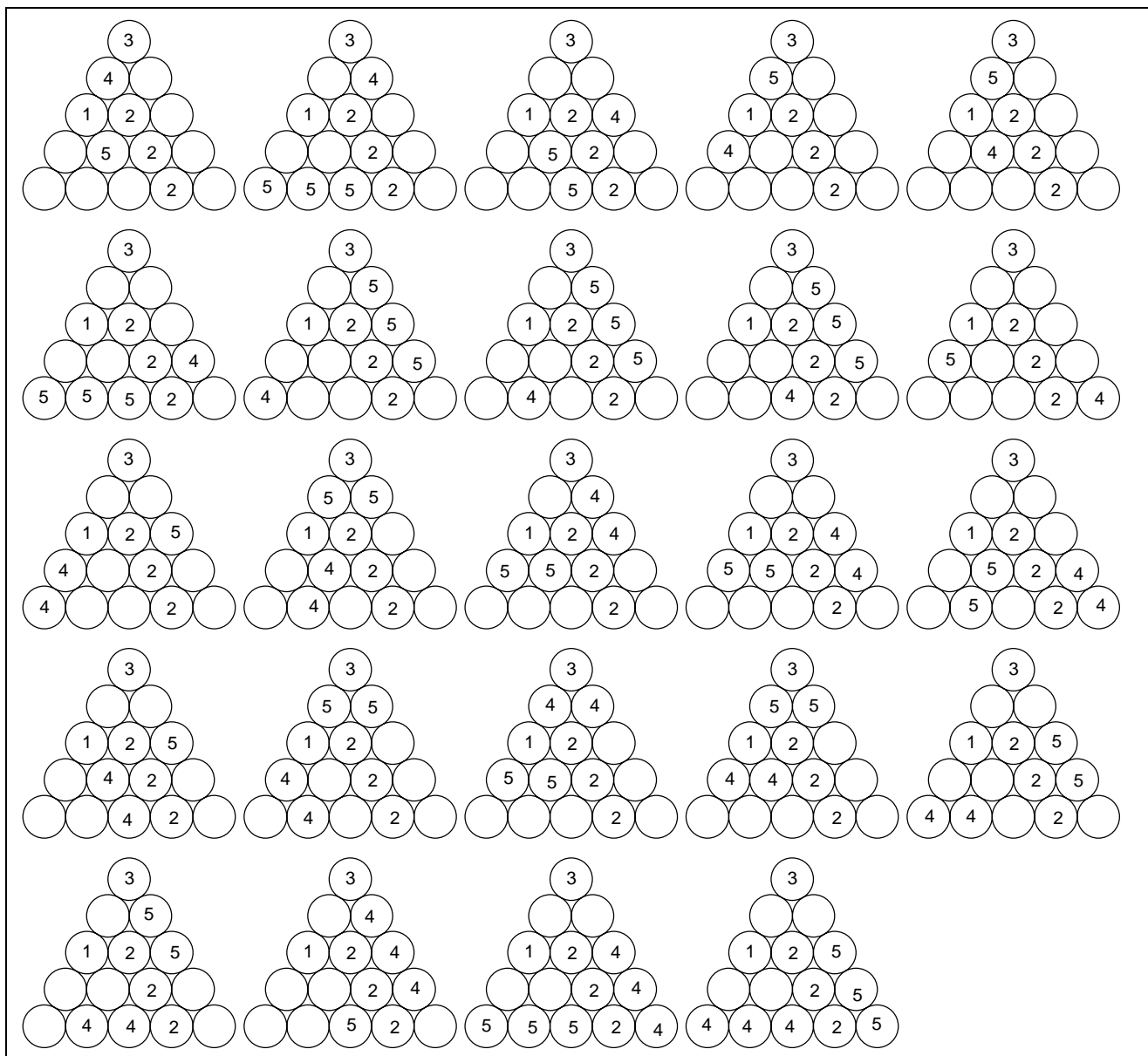
(4) 第四組



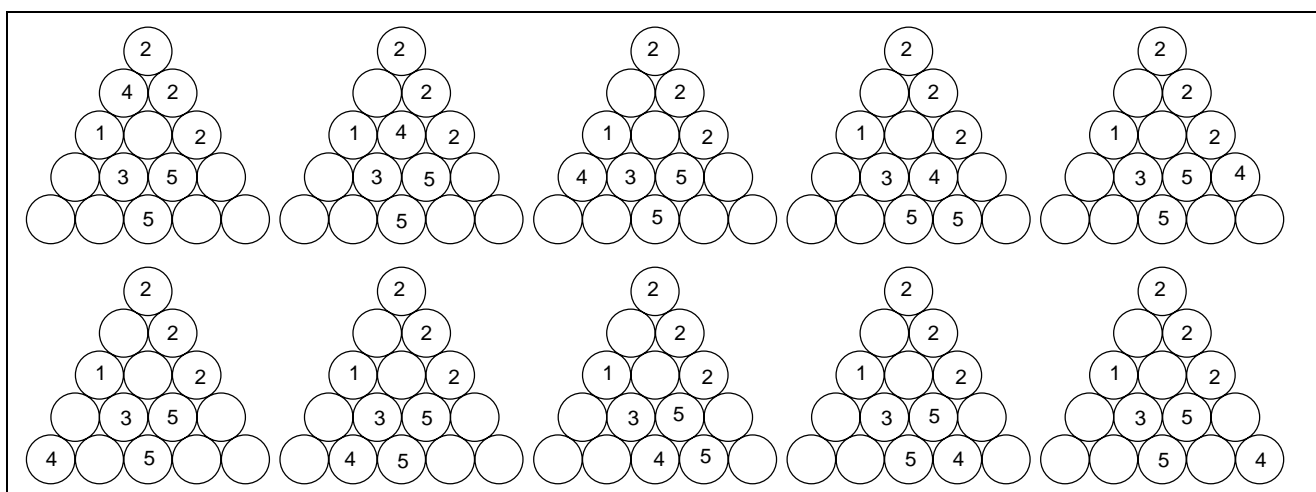
(5) 第五組

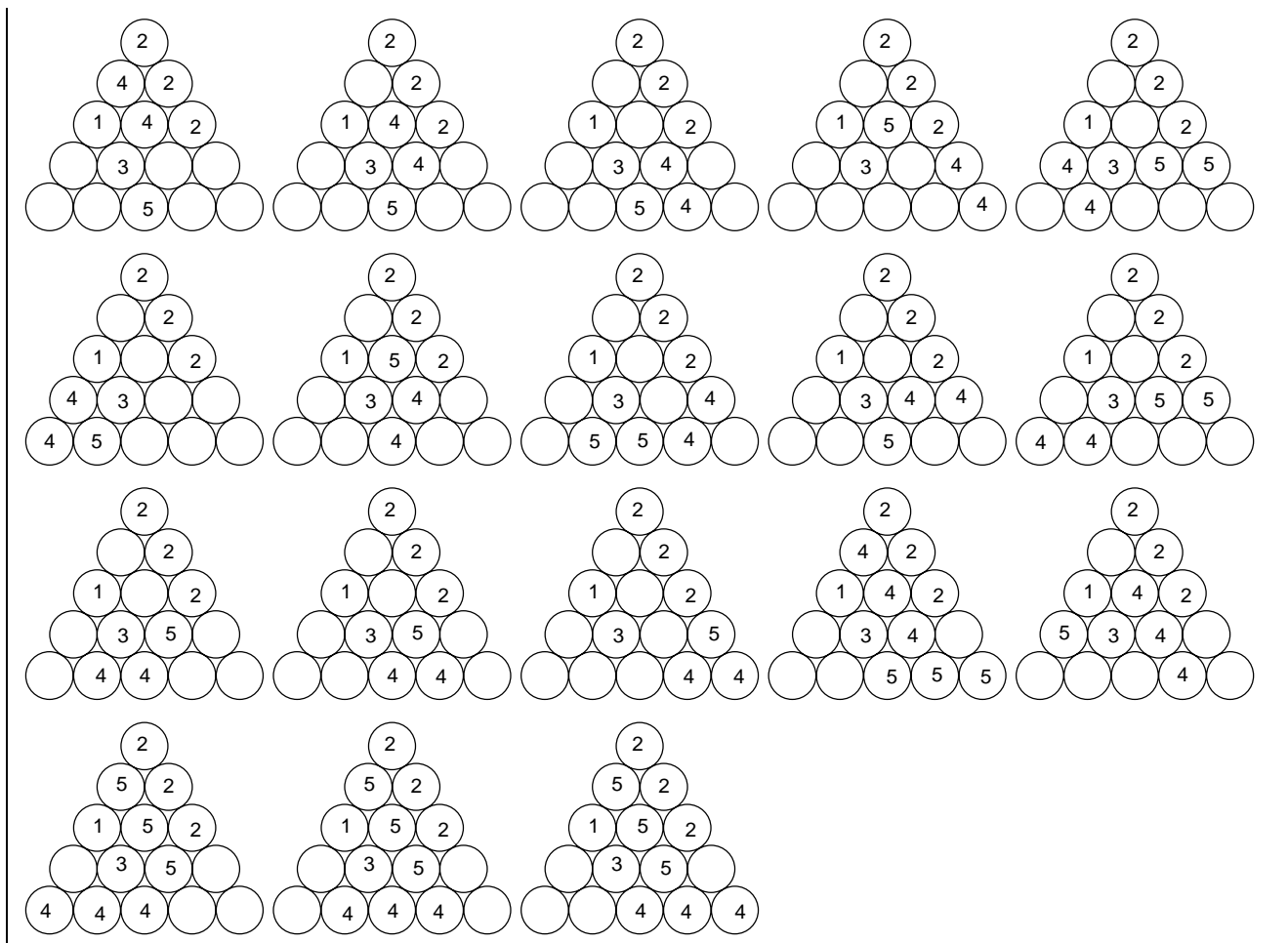


(6) 第六組

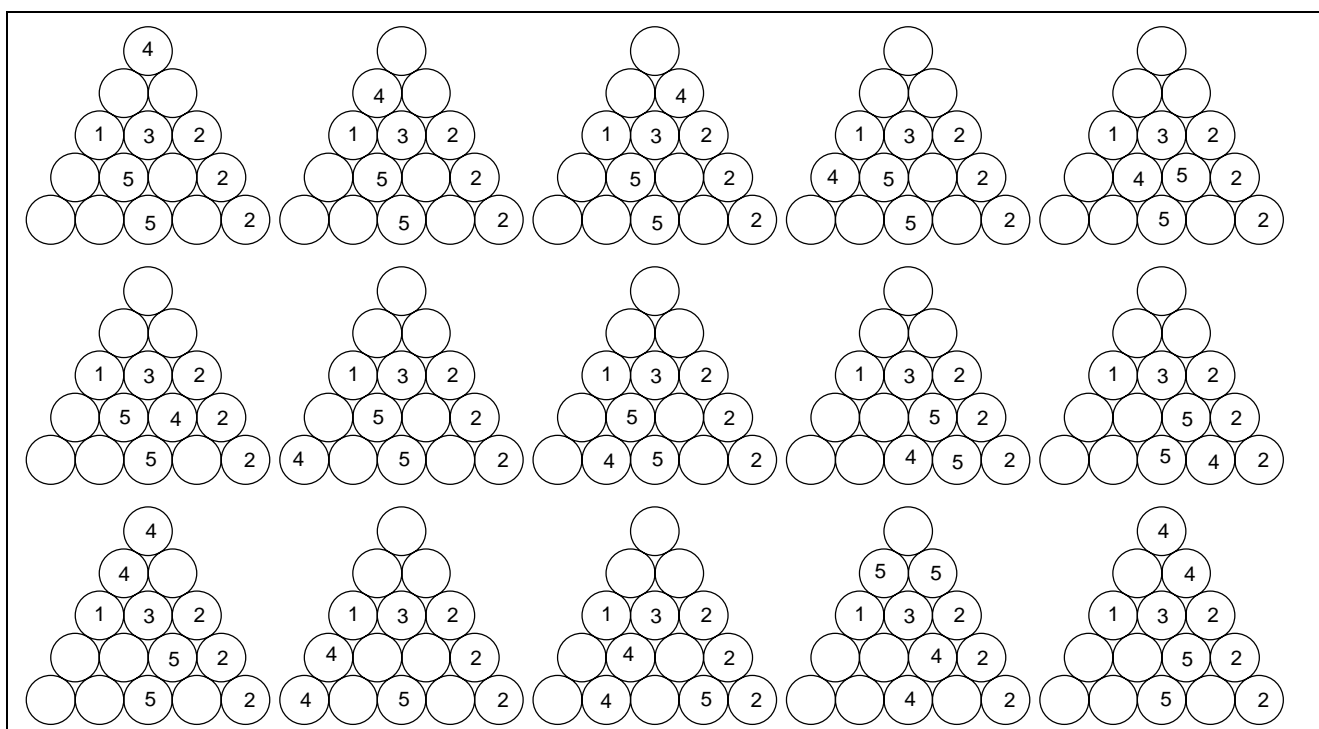


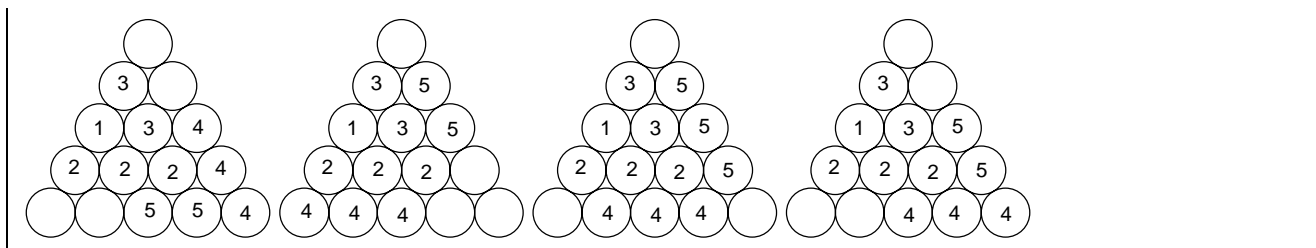
(7) 第七組



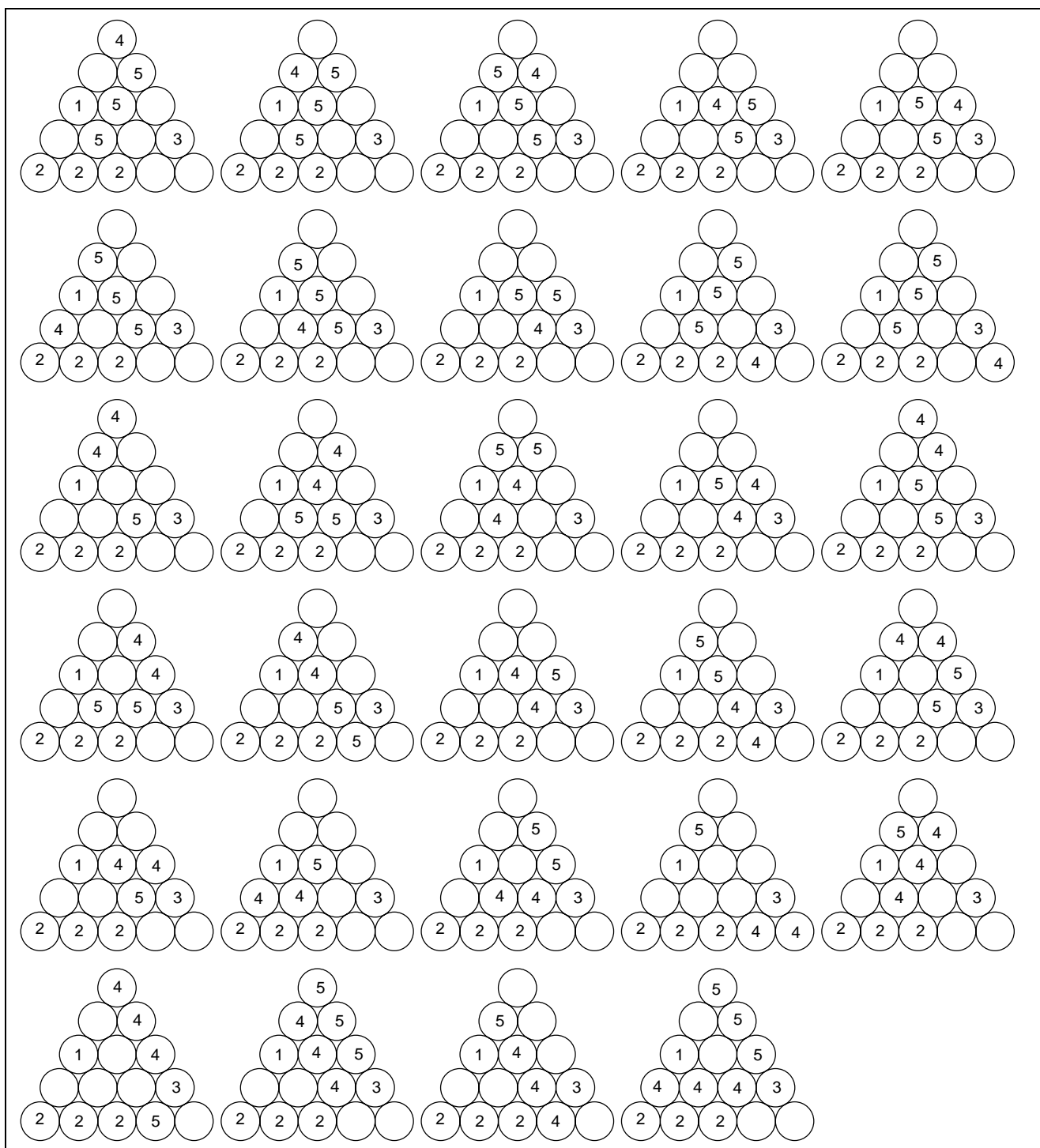


(8) 第八組

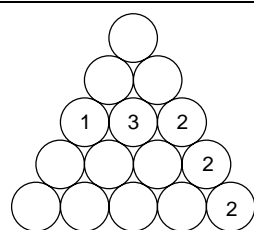




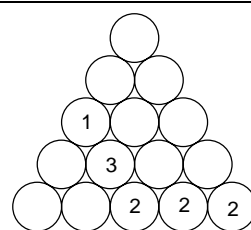
(10) 第十組



(11) 第十一組（與第八組翻面對稱相同）

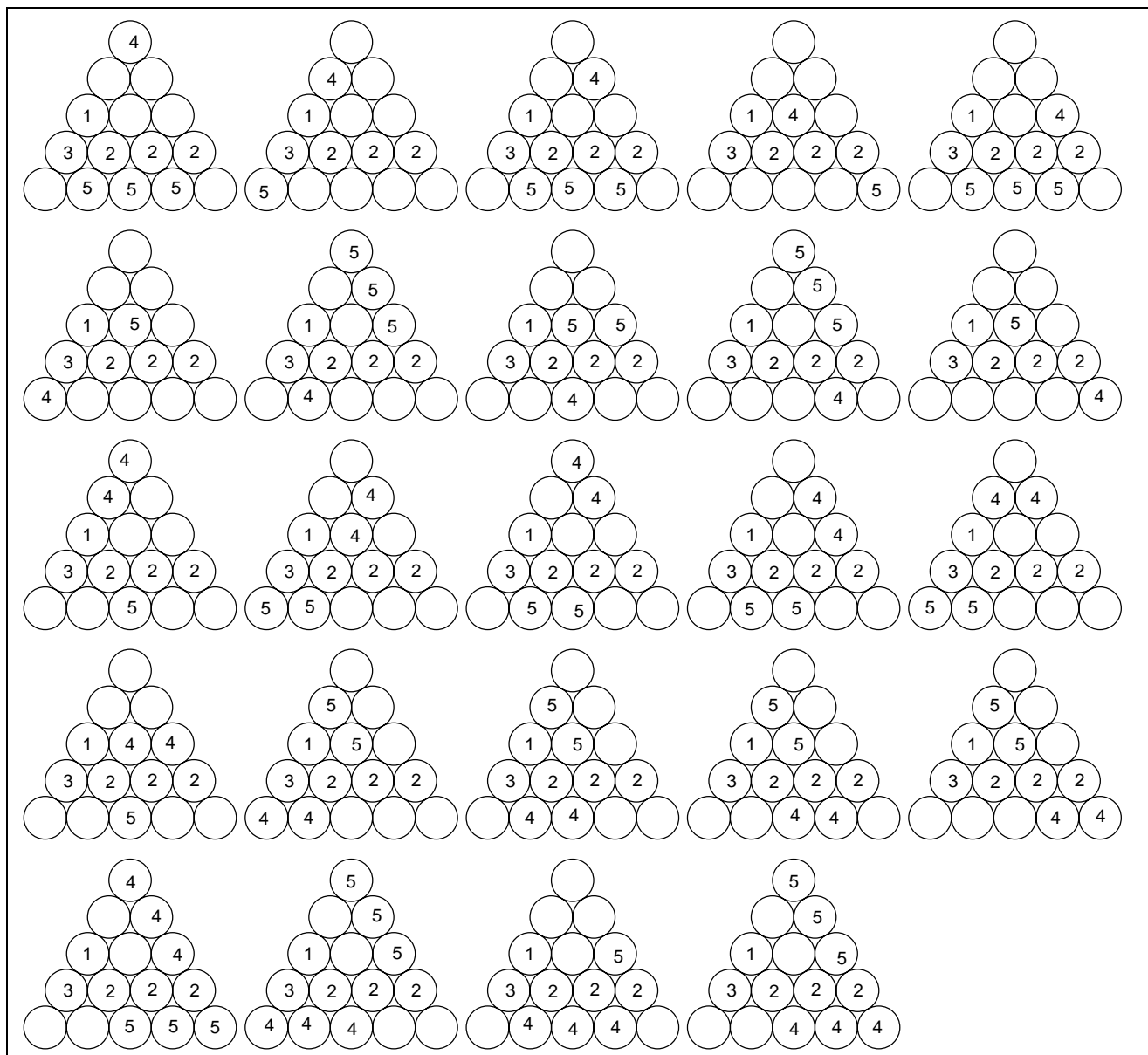


第八組

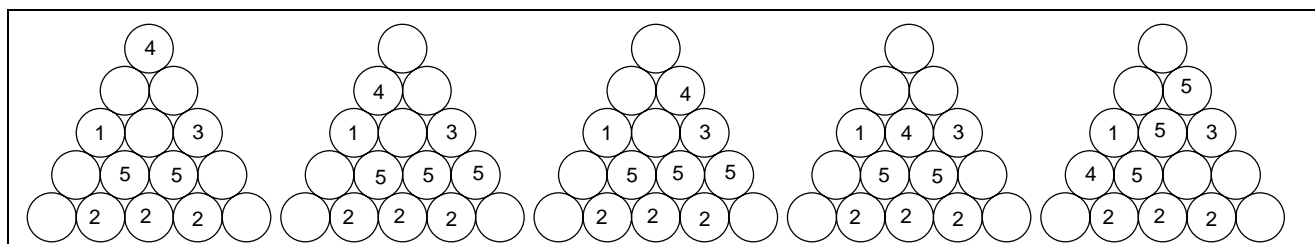


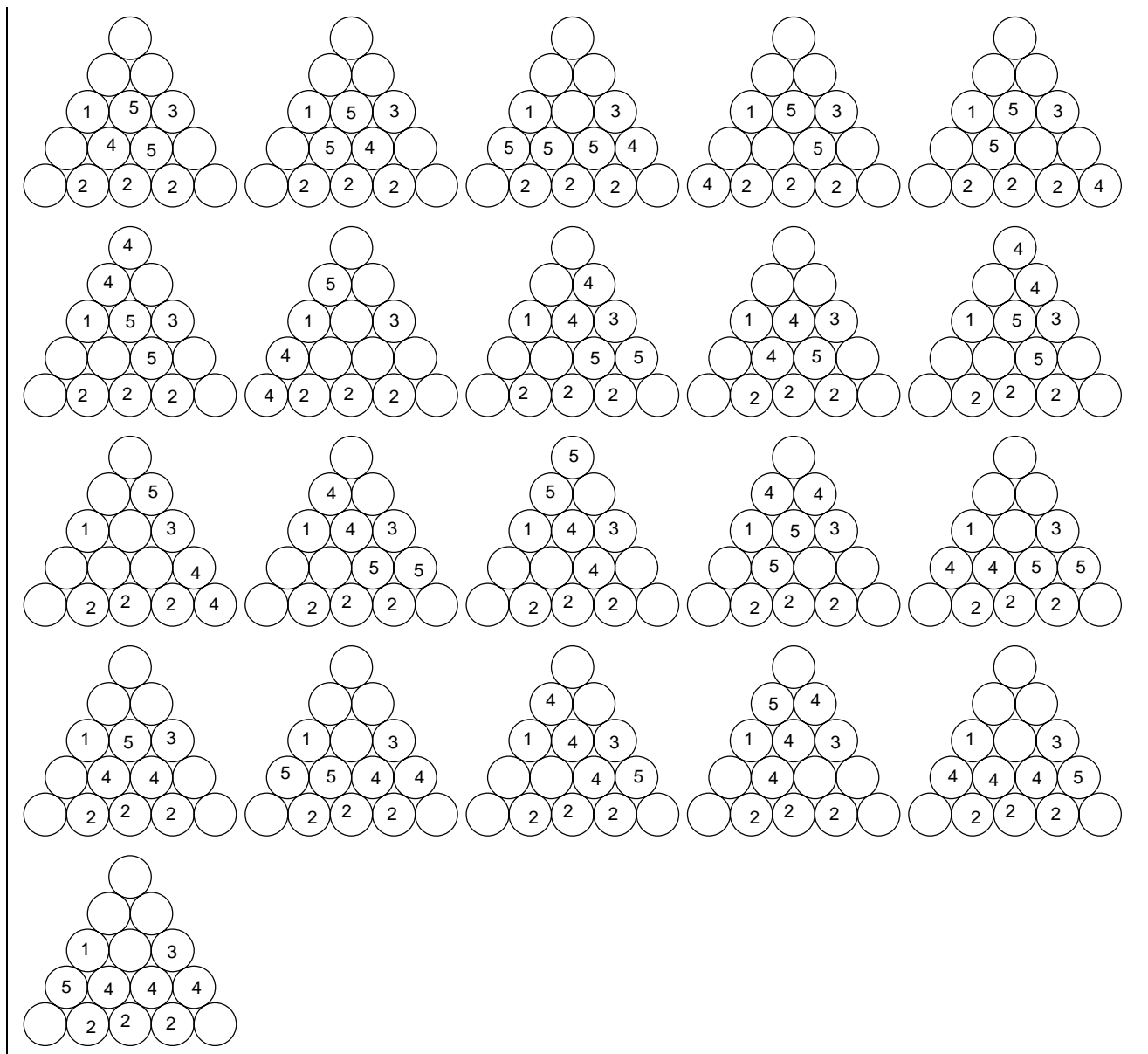
第十一組

(12) 第十二組

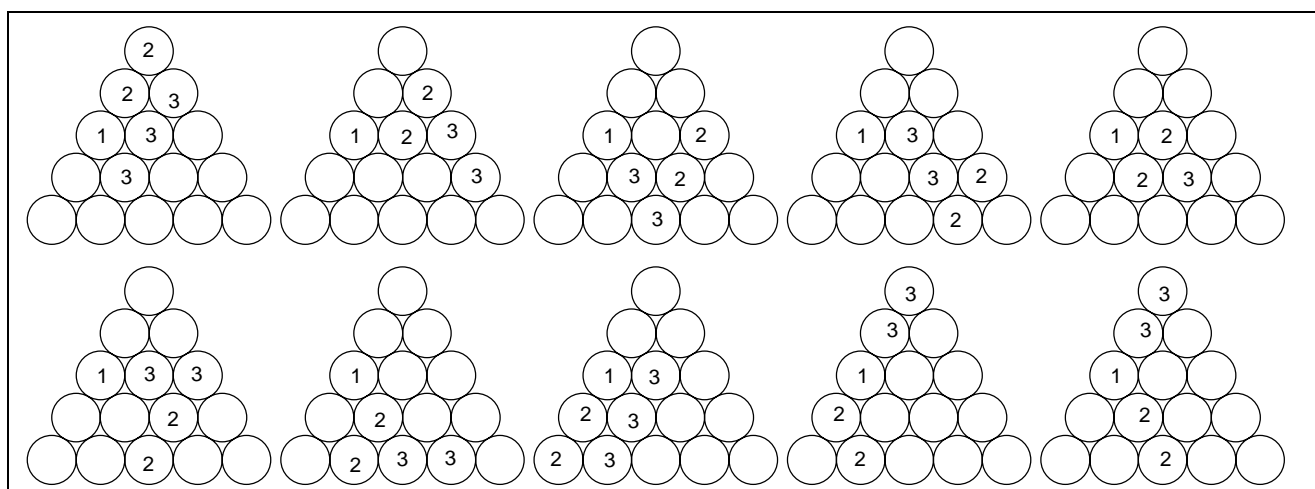


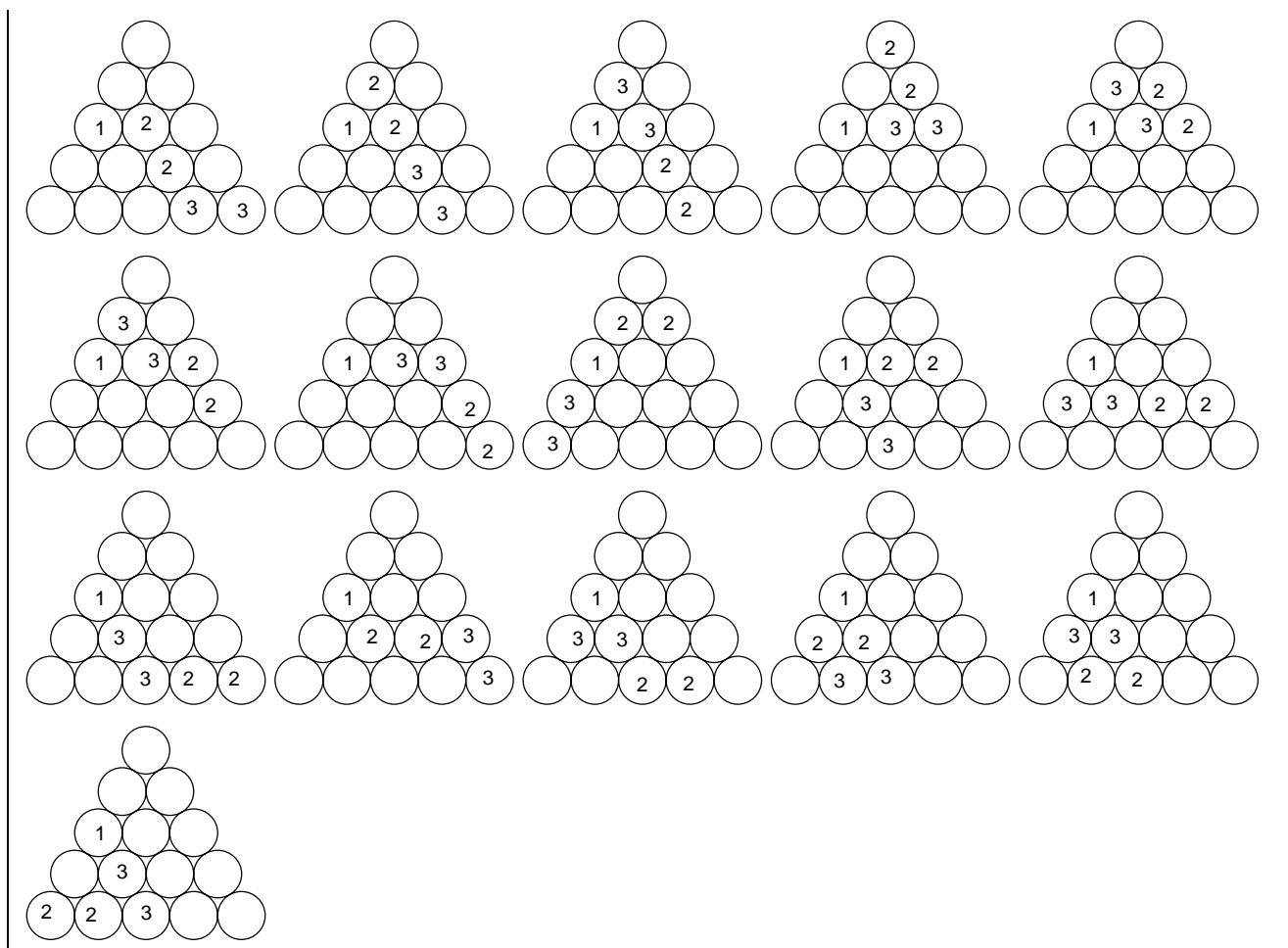
(13) 第十三組



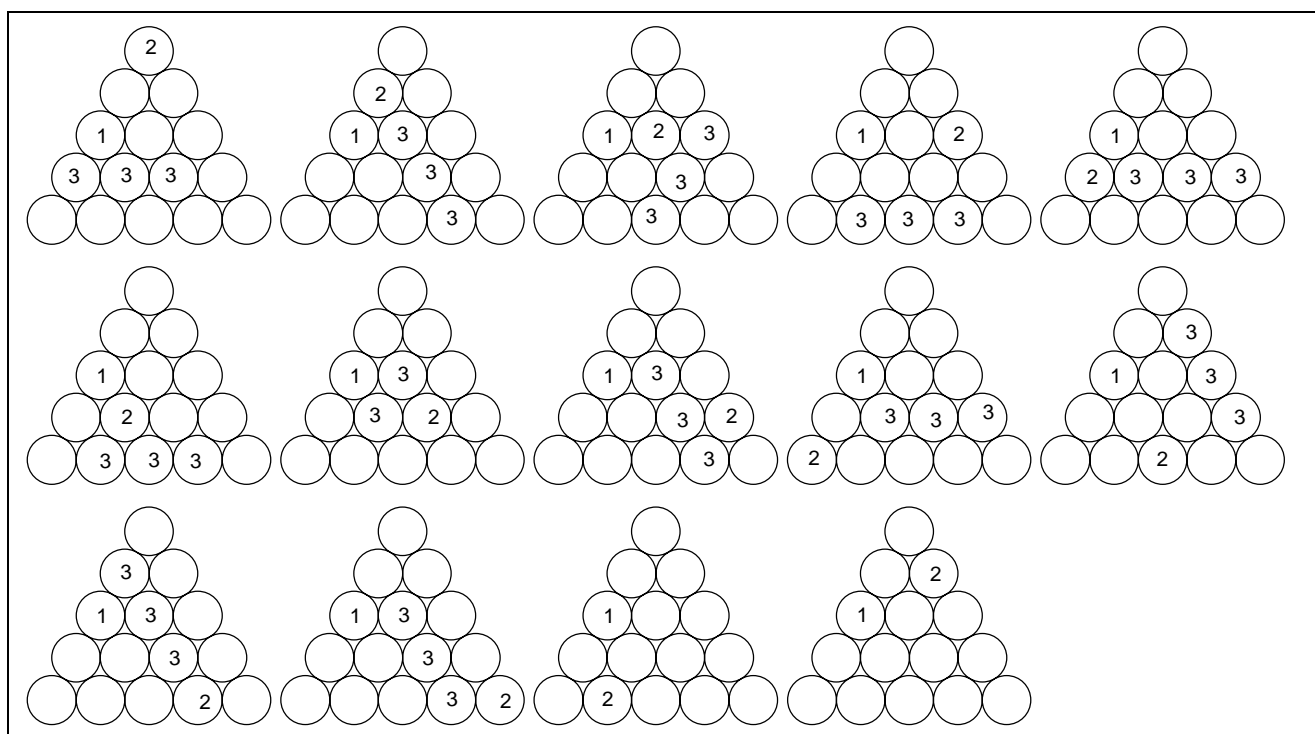


(14) 第十四組





(15) 第十五組



伍、研究成果

- 一、以先攻的進攻方式爲分水嶺，將棋局分爲三個面項：先攻劃3顆、先攻劃2顆、

先攻劃 1 顆。再逐步歸納分析各棋局的勝出佈局。

二、 雖然第一個面項（先攻劃 3 顆）與第二個面項（先攻劃 2 顆），兩者的總數分別高達 18 項與 30 項，但整理之後可歸納出 4 個類別及 6 個類別。但也因為劃記的數量多，導致在後面的分類難度其實不高。很快的我們就發現這兩個面項：「後攻決定了遊戲的關鍵」，換句話說就是後攻必定勝出。

三、 而第三個面項（先攻劃 1 顆），總數只有 15 個，分為 4 個類別。卻是分類最細的。絕大部分的棋局要以樹枝圖細分到第 4 步甚至第 5 步才能確定勝負。而到目前為止，我們只能猜測先攻下一顆為必勝。

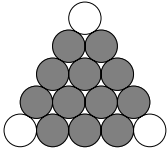
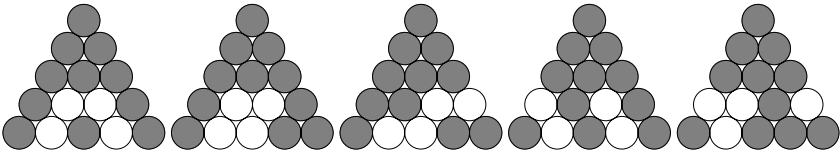
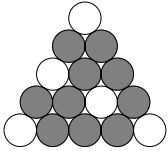
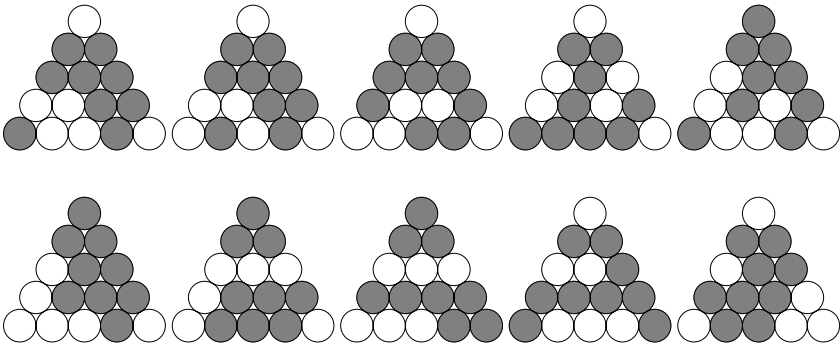
四、 原本計畫能夠找出遊戲的規律或是必勝的方式，但在經過大量的統計歸納之後仍然無法以數學的模式推得必勝規律。不過還是可以將必勝的方式整理成表格。

初始狀態	總數	類別	圖例
先攻劃 3 顆	18	4	後攻者必勝
先攻劃 2 顆	30	6	後攻者必勝
先攻劃 1 顆	15	4	<p>第一類：先攻者必勝</p> <p>第二類：後攻者必勝（同：先攻劃 2 顆，第三類）</p>  <p>第三類：先攻者必勝</p> <p>第四類：先攻者必勝</p>

陸、討論

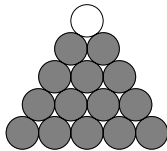
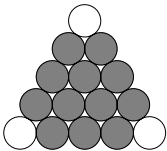
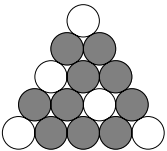
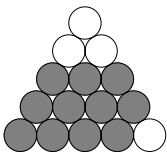
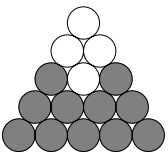
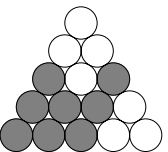
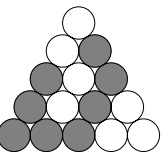
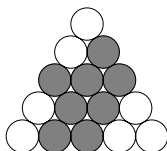
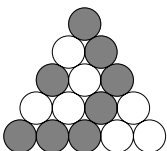
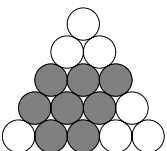
一、 雖然本次研究我們找不到相當漂亮的數學規律，但經過整理這些棋局之後，我們仍然可以列出一些必勝的局部棋局。只要下列圖形留給對手，必可得到勝利。

剩餘圈數	必勝圖形
------	------

3 顆	
4 顆	
5 顆	
6 顆	

二、在整理上述必勝的局部棋局中，我們發現了一些有趣的規律。

(一) 意義相同

	=		=			
	=		=		=	
=		=		=		

(二) 因此可得知，在圖形完全分割的前提下，可以將勝的局部棋局作適當的推廣。

三、可以在網路上許多討論或發問查詢到各項必勝的討論以及整理。但在完成本研究之後，在相同的規則下，可以發現網路上的資料或多或少都有些許的錯誤。

四、 若將每次劃圈圈的個數條件放寬到「一次最多四顆」或是「一次最多五顆」，甚至改成劃下最後一顆者得勝，則必勝策略還有待探討，但執行上的難度就會降低。

柒、結論

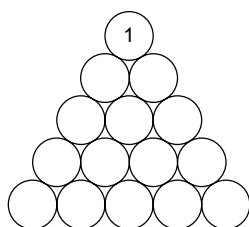
限制在 1 5 顆區圈圈的棋盤，一次劃記 1 顆、2 顆、最多 3 顆圈圈的規則下。

一、 若先攻劃 3 顆，則後攻者必勝。

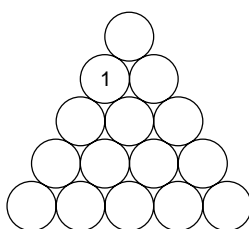
二、 若先攻劃 2 顆，則後攻者必勝。

三、 若先攻劃 1 顆，可分為四類。

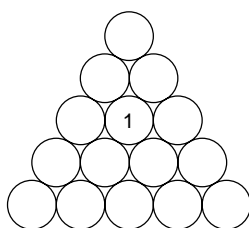
(一) 第一類：若先攻者劃在此圖，則「先攻者」必勝。



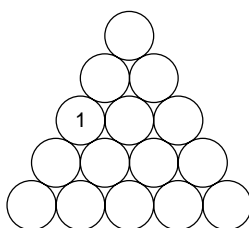
(二) 第二類：若先攻者劃在此圖，則「後攻者」必勝。



(三) 第三類：若先攻者劃在此圖，則「先攻者」必勝。



(四) 第四類：若先攻者劃在左圖，則「先攻者」必勝。



四、 綜合以上所述得知，在雙方都擁有完整的實力之下，先攻者必勝。然而這也證

明了此遊戲並非一個公平的遊戲。

捌、參考資料及其他

一、 **Triangular Nim(2010)**，取自：<http://itunes.apple.com/tw/app/id446060255?mt=8#>

二、 維基百科(2011)，三角棋，取自：

<http://zh.wikipedia.org/wiki/%E4%B8%89%E8%A7%92%E6%A3%8B>

三、 三角棋解析(92.11.28)，取自：

<http://home.educities.edu.tw/oddest/math222.htm>