

VILNIAUS UNIVERSITETAS  
MATEMATIKOS IR INFORMATIKOS FAKULTETAS  
PROGRAMŲ SISTEMŲ KATEDRA

Bakalaurinis darbas

**Autonominis ketursraigčio skrydžio valdymas**  
**Autonomus Control of Quadcopter Flight**

Atliko: 4 kurso 1 grupės studentas  
Rytis Karpuška .....  
(parašas)

Darbo vadovas:  
Irus Grinis, lekt. ....  
(parašas)

Recenzentas:  
Vytautas Valaitis.....  
(parašas)

Vilnius  
2014

# Turinys

Įvadas .....	2
1. Ketursraigčio techninė įranga .....	3
1.1. Rėmas, varikliai ir propeleriai . . . . .	3
1.2. Valdymo elektronika . . . . .	4
2. Matematinis skrydžio modelis .....	5
2.1. Lokali ir globali koordinačių sistemos . . . . .	5
2.2. Keliamoji jėga . . . . .	6
2.3. Sukamoji jėga . . . . .	7
2.4. Bendras judėjimo modelis . . . . .	9
3. Kampinės padėties skaičiavimas .....	10
3.1. Kvaternionai . . . . .	10
3.2. Sensoriai . . . . .	13
3.3. Kampinės padėties skaičiavimas pagal giroskopą . . . . .	14
3.4. Kampinės padėties skaičiavimas pagal akselerometrą . . . . .	14
3.5. Galutinis kampinės padėties radimas . . . . .	14
4. Kampinės padėties valdymo algoritmas .....	15
4.1. PID valdymo algoritmas . . . . .	15
4.2. PID pritaikymas ketursraigčio valdymui . . . . .	15
5. Skrydžio valdymas .....	16
5.1. Atviro-ciklo valdymas . . . . .	16
5.2. Kampinės pozicijos tikslų lentelė . . . . .	16
5.3. Atviro-ciklo valdymo trūkumai . . . . .	16
6. Programinė įranga .....	17
6.1. Bendroji architektūra . . . . .	17
6.2. Kompiuteriui skirtas klientas . . . . .	17
6.3. Retransmitorius . . . . .	17
6.4. Ketursraigčio pagrindinis valdiklis . . . . .	17
Išvados .....	18
Literatūros sąrašas .....	19

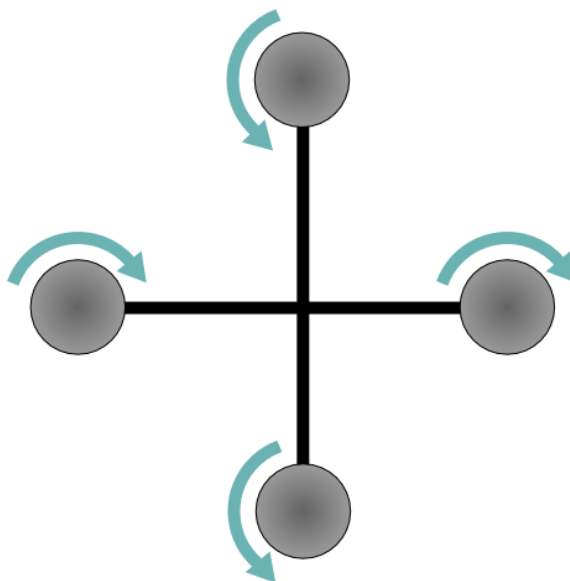
## Ivadas

# 1. Ketursraigčio techninė įranga

Įprasto ketursraigčio techninė struktūra yra palyginus lengvai suprojektuojama bei pagaminama tačiau to negalima pasakyti apie programinę įrangą, bei algoritmus valdančius skrydį.

## 1.1. Rėmas, varikliai ir propeleriai

Ketursraigtyje susideda iš „X“ formos rėmo, kurio galuose yra po elektrinį bešepetėlinį variklį su propeliu. Priešingai nei įprastuose sraigtasparniuose, šių propelių atakos kampas nėra reguliuojamas, o tai leidžia stipriai supaprastinti skraidyklės techninę struktūrą ir atsisakyti sudėtingų mechaninių dalių. Varikliai skirstomi į dvi grupes iš kurių viena sukasi pagal laikrodžio rodyklę, kita – prieš laikrodžio rodyklę. Šių variklių sukimosi greitis yra reguliuojamas siekiant išgauti tinkamą sukamąją bei keliamąją jėgas.



1 pav. Ketursraigčio rėmo ir variklių išdėstymas. Jų sukimosi kryptys.

Šio darbo tikslams pasiekti buvo nupirktas „HobbyKing x525“ 600mm skersmens rėmas, pagamintas iš aliuminio ir stiklo pluošto. Taip pat elektriniai bešepetėliniai 160W galios varikliai „Turnigy D2822“ ir 8 colių ilgio, bei 4 laipsnių atakos kampo propeleriai.

## 1.2. Valdymo elektronika

Stabilaus skrydžio išlaikymas ketursraigtyje yra per sudėtinga užduotis žmogui (pilotui) todėl pasitelkiama pagalbinė elektronika palengvinanti ketursraigčio valdymą.

Valdymo elektronikai išskiriami tokie uždaviniai:

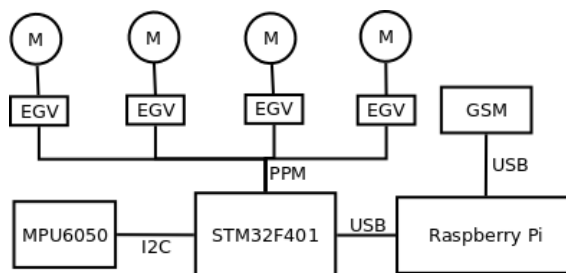
- Skrydžio stabilizavimas bei kontrolė
- Ryšio su pilotu arba valdančia sistema palaikymas
- Sugeneruoti galios signalus reikalingus varikliams

**Skrydžio stabilizavimas bei kontrolė.** Skrydžio stabilizavimui bei kontrolei atlikti naudojami sensoriai pagal kurių duomenis yra paskaičiuojami kokių korekcinųjų veiksmų reikia imtis norint įgyvendinti piloto ar valdančios sistemos komandas. Išskiriami svarbiausi parametrai yra tikslumas bei greitis.

Atsižvelgiant į reikalavimus šioms parametrų, buvo parinktas kompanijos „STMicroelectronics“ procesorius „STM32F401“ bei kompanijos „InvenSense“ sensorius „MPU6050“

**Ryšio su pilotu arba valdančia sistema palaikymas.** Ryšio palaikymas parametrizuojamas pagal duomenų persiuntimo greitį ir latenciją, bei veikimo ribas. Ketursraigčio atveju persiunčiami duomenys yra tik valdymo signalai iš piloto arba valdančios sistemos, todėl buvo pasirinktas GSM ryšys. Taip pat „Raspberry pi“ kompiuteris su „Linux“ operacine sistema atlikdavo viską kas reikalinga GSM ryšiui palaikyti.

**Galios signalų generavimas.** Bešepetėliniai varikliai reikalauja trijų galio signalų jų sukimuisi palaikyti. Šiam tikslui buvo nupirkti 18A elektroniniai greičio valdikliai galintys suvaldyti apie 200W galios, tad puikiai tinkantys 160W galios varikliams.

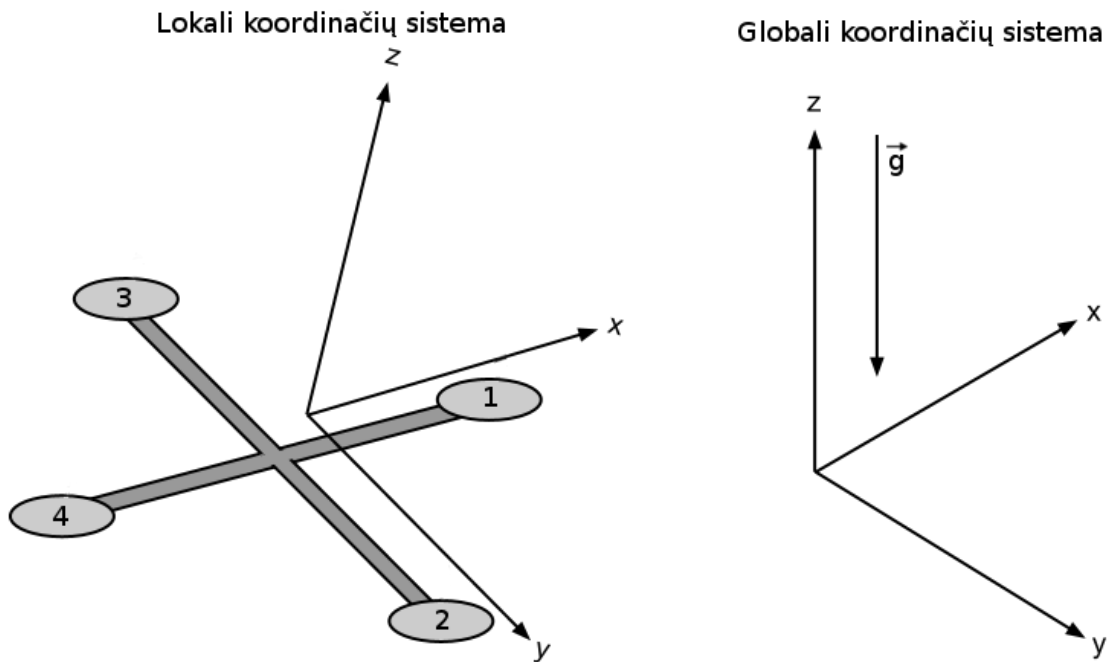


2 pav. Ketursraigčio elektronikos sudedamųjų dalių schema.

## 2. Matematinis skrydžio modelis

### 2.1. Lokali ir globali koordinatinių sistemų

Pravartu apibrėžti lokalią ir globalią koordinatinių sistemas, kuriose nagrinėsime ketursraigčio dinamiką. Lokaliaje koordinatinių sistemoje  $x$  ir  $y$  ašis yra sulygiuota su ketursraigčio rėmo strypais, kur  $X$  rodo pirmojo variklio kryptimi,  $Y$  - antrojo. Globali sistema yra susieta su žemės gravitaciniu laiku, ir toje sistemoje gravitacinio lauko vektorius nukreiptas priešinga  $Z$  ašiai kryptimi.



3 pav. Lokalios ir Globalios koordinatinių sistemų palyginimas.

Konvertavimas tarp šių koordinatinių sistemų bus vykdomas kvaternionų pagalba (žr.: TODO\_SKYR\_NR):

$$q_l = q_p * q_g * q_p^{-1} \quad (1)$$

ir į priešingą pusę:

$$q_g = q_p^{-1} * q_l * q_p \quad (2)$$

Čia  $q_g$  – tašką arba vektorių globalioje koordinatinių sistemoje atvaizduojantis kvaternionas,  $q_l$  – tašką arba vektorių lokaliaje koordinatinių sistemoje atvaizduojantis

kvaternionas,  $q_p$  – kampinės pozicijos kvaternionas (žr.: TODO\_SKYR\_NR).

## 2.2. Keliamoji jėga

Ketursaitis sukuria keliamąją jėgą priversdamas judėti orą žemyn. Kadangi naudojami nekintamo atakos kampo propeleriai, keliamoji jėga reguliuojama valdant propelerių sukimosi greitį. pagal (TODO\_REFERENCE) keliamoji jėga gali būti apskaičiuota:

$$T = C * \omega^2 \quad (3)$$

Kur  $T$  yra keliamoji jėga niutonais vienam varikliui,  $C$  yra konstanta priklausanti tik nuo propelerio nekintamų savybių, o  $\omega$  yra variklių sukimosi greitis.

Taip pat galime paskaičiuoti bendrąją keliamąją jėgą visiems varikliams.

$$T = \sum_{i=1}^4 T_i = \begin{bmatrix} C_1 * \omega_1^2 - C_4 * \omega_4^2 \\ C_2 * \omega_2^2 - C_3 * \omega_3^2 \\ \sum_{i=1}^4 C_i * \omega_i^2 \end{bmatrix} \quad (4)$$

Šiuo atveju  $T$  yra keliamosios galios vektorius lokaliaje koordinačių sistemoje. Verta pastebėti, kad esant nevienodiems  $\omega_1, \omega_4$  arba  $\omega_2, \omega_3$  sukuriamą jėgą sukanti ketursaitį apie jo lokalią  $Y$  arba  $X$  ašį atitinkamai.

O skaičiuojant globalioje koordinačių sistemoje:

$$q_{tl} = \begin{bmatrix} 0 \\ T_x \\ T_y \\ T_z \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$q_{tg} = q_p^{-1} * q_{tl} * q_p \quad (6)$$

$$T_g = \begin{bmatrix} q_{tgx} \\ q_{tgy} \\ q_{tgz} \end{bmatrix} \quad (7)$$

Čia  $q_{tl}$  yra kvaternionas reprezentuojantis keliamosios jėgos vektorius lokaliaje koordinačių sistemoje,  $q_p$  kvaternionas reprezentuojantis pasukimą nuo globalios iki lokalios koordinačių sistemos (žr.: TODO\_SECT\_NR),  $q_{tg}$  – keliamosios jėgos vektorius atvaizduojantis kvaternionas globalioje koordinačių sistemoje,  $T_g$  – keliamosios jėgos vektorius globalioje koordinačių sistemoje.

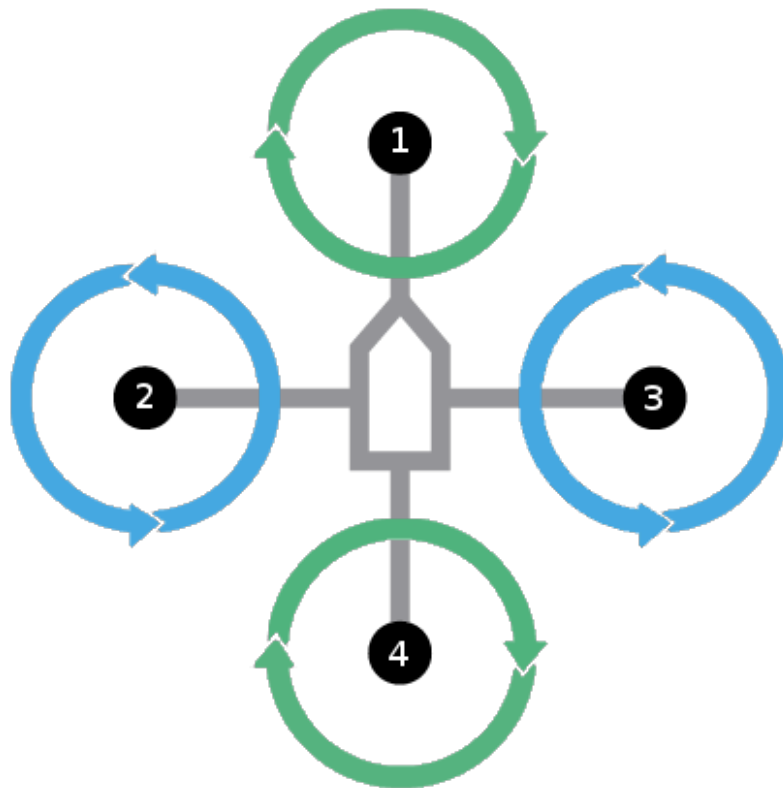
### 2.3. Sukamoji jėga

Besisukant propeleriams oro trintis į mentes sukelia papildomą jėgą, kuri veikia ketursraigčio rėmą. Kiekvienam iš variklių ši jėga yra nukreipta priešinga kryptimi nei sukasi variklis. Norint išvengti nevaldomo ketursraigčio sukimosi, parenkami du propeleriai skirti suktis pagal laikrodžio rodyklę ir du propeleriai skirti suktis prieš laikrodžio rodyklę, varikliai sujungiami taip, kad jų sukimosi kryptis atitiktų propelerį ir oro srautas būtų nukreiptas žemyn. Konkrečiu atveju varikliai 1 ir 4 sukasi prieš laikrodžio rodyklę, o varikliai 2 ir 3 – pagal. Šitaip vienos krypties jėga kompensuoja kitą ir tampa įmanomas skrydis be sukimosi apie  $Z$  ašį lokaliajoje koordinatinių sistemoje.

Šią jėgą modeliuosime tiesiškai priklausančią nuo sukimosi greičio:

$$F_{tq} = -\omega * C \quad (8)$$

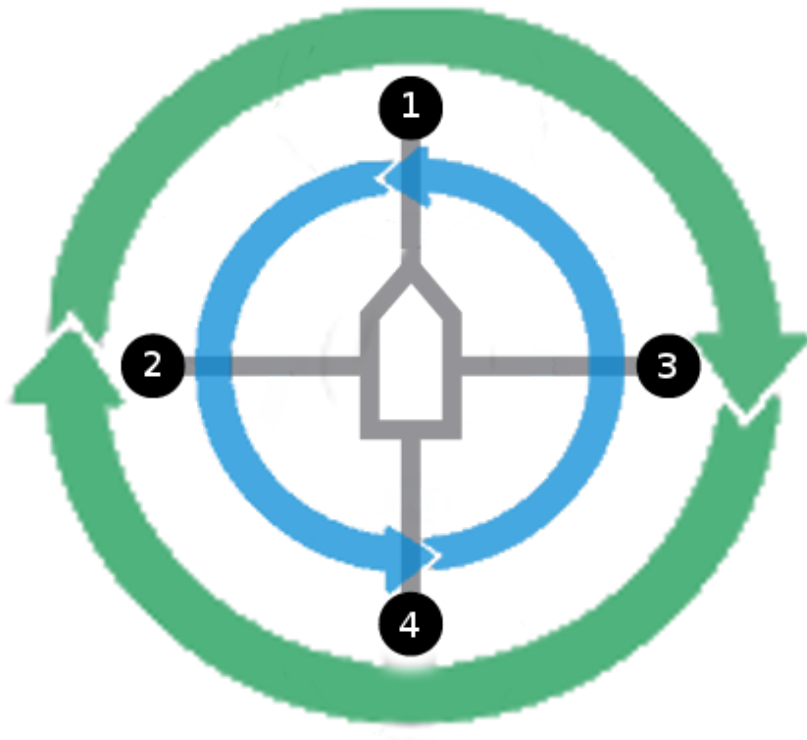
Čia  $C$  yra konstanta priklausanči tik nuo propelerio savybių. Sukamoji jėga yra sukeliamą oro pasipriešinimo, todėl ji yra priešinga judėjimo kryptčiai  $\omega$ .



4 pav. Jėgos sukeliamos dėl oro trinties į propelerius.



Verta pastebėti, kad varikliai skaidomi grupėmis pagal sukimosi kryptį. Tos pačios sukimosi krypties variklis sukuria tos pačios krypties sukamąją jėgą, tik centras kitoje vietoje. Tačiau remo atžvilgiu šias grupes galima nagrinėti kaip vieną jėgą. Tokiu atveju turime dvi jėgas priešingų krypčių (žr.: TODO\_PAV\_REFERENCE).



5 pav. Jėgos sukeltos dėl oro trinties į propelerius.

Šiuo atveju vidinės rodyklės rodo 2 ir 3 variklių sukamąsias jėgas, o išorinis – 1 ir 4 (žr.: TODO\_REFERENCE\_I\_IMAGE). Verta pastebėti, kad rodyklių storis nėra susijęs su jėgos dydžiu.

Sukamosios jėgos neturi vieningos krypties, kuri nepriklausytų nuo stebėjimo pozicijos, todėl ji bus išreikšta ne vektorine forma, todėl nagrinėsime sukamosios jėgos dydį ties varikliais. Taip pat, sakysime, kad jėga yra teigiama kai sukamasi apie lokalią  $Z$  ašį pagal laikrodžio rodyklę. Tada gauname, kad sukamoji jėga:

$$F_{tq1,4} = C * (\omega_1 + \omega_4) \quad (9)$$

$$F_{tq2,3} = -C * (\omega_2 + \omega_3) \quad (10)$$

Ir bendra jėga:

$$F_{tq} = F_{tq_{1,4}} - F_{tq_{2,3}} = C * (\omega_1 - \omega_2 - \omega_3 + \omega_4) \quad (11)$$

Šias jėgų kryptis atitinkamai galime pasukti pagal  $q_p$  tik priešinga kryptimi, ir gausime jėgą globalioje koordinačių sistemoje. Verta pastebėti, kad šių jėgų kryptys visada sutaps su propelerių plokštuma.

## 2.4. Bendras judėjimo modelis

Ketursraigčio skrydžio judėjimai apibrėžti reikia įsivesti gravitacijos kryptį.

$$g_g = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -9.8 \end{bmatrix} \quad (12)$$

$g_g$  yra apibrėžtas globalioje koordinačių sistemoje.

Tuomet bendra jėga veikianti ketursraigį:

$$F_g = T_g - m * g_g \quad (13)$$

Čia  $m$  yra ketursraigčio bendra masė.

Toliau pagal antrąjį Niutono dėsnį:

$$a_g = \frac{F_g}{m} \quad (14)$$

kur  $a$  yra pagreičio vektorius globalioje koordinačių sistemoje.

Toliau randamas greitis bei pozicijos priklausomybė nuo laiko:

$$v_g = a_g * \Delta t \quad (15)$$

$$x_g = a_g * \Delta t^2 \quad (16)$$

Tais pačiais principais randama ir kampinė pozicija.

**IDEA::: perrašyti modelį įvedant funkcijų priklausomybę nuo laiko**

t

### 3. Kampinės padėties skaičiavimas

Ketursraigčio valdymo algoritmai yra tiesiogiai priklausomi nuo kampinės padėties, bet nėra sensorių leidžiančių tai išmatuoti tiesiogiai, todėl šiame skyrelyje apibūdinami principai pagal kuriuos yra apskaičiuojama ketursraigčio kampinė pozicija globalios koordinatinių sistemos atžvilgiu.

#### 3.1. Kvaternionai

Kvaternionai matematikoje yra skaičių sistema kuri išplėčia įprastus kompleksinius skaičius. Kvaternionas tai yra keturmatis vektorius

$$q = \begin{bmatrix} w \\ i \\ j \\ k \end{bmatrix} \quad (17)$$

kur  $w$  yra sveikoji dalis, o  $i, j, k$ , yra menamosios.

Menamosios dalys tarpusavyje susiejamos pagal:

$$i^2 = j^2 = k^2 = ijk = -1 \quad (18)$$

o daugindami kiekvieną elementą su kiekvienu gauname tokį sąryšį:

<b>x</b>	<b>1</b>	<b>i</b>	<b>j</b>	<b>k</b>
<b>1</b>	1	i	j	k
<b>i</b>	i	-1	k	-j
<b>j</b>	j	-k	-1	i
<b>k</b>	k	j	-i	-1

**TODO:** daugiau papasakoti apie kvaternionus ir jų išreiškimo būdą  
Toliau kvaternionai bus apibrėžti taip:

$$q = \begin{bmatrix} w \\ x * i \\ y * j \\ z * k \end{bmatrix} \quad (19)$$

kur  $w$  yra sveikoji dalis,  $x, y, z$  yra sveikieji daugikliai, o  $i, j, k$  yra menamosios kvaterniono dalys.

**Daugyba.** Kvaternionų daugyba matematiškai išreiškiama kaip jo elementų sudauginimas prastinant pagal distributyvumo taisyklę, ir tai vadinama Hamiltono produktu.

$$q_1 * q_2 = [w_1, x_1 i_1, y_1 j_1, z_1 k_1] * [w_1, x_1 i_1, y_1 j_1, z_1 k_1] \quad (20)$$

Verta pastebėti, kad čia nėra paprasta vektorinė daugyba. Daugyba apibrėžiama taip:

$$q_1 * q_2 = \begin{bmatrix} w_1 w_2 - x_1 x_2 - y_1 y_2 - z_1 z_2 \\ (w_1 x_2 + x_1 w_2 + y_1 z_2 - z_1 y_2) i \\ (w_1 y_1 - x_1 z_2 + y_1 w_1 + z_1 x_1) j \\ (w_1 z_1 + x_1 y_2 - y_1 x_1 + z_1 w_1) k \end{bmatrix} \quad (21)$$

**Invertavimas.** Invertuotas kvaternionas yra kvaternionas atvaizduojantis pasukimą į priešingą pusę ir žymimas:

$$q^{-1} \quad (22)$$

Invertuoti kvaternioną galima dvejopai, arba invertuojant sveikąją dalį

$$q^{-1} = \begin{bmatrix} -q_w \\ q_x \\ q_y \\ q_z \end{bmatrix} \quad (23)$$

arba invertuojant visus tris menamuosius daugiklius

$$q^{-1} = \begin{bmatrix} q_w \\ -q_x \\ -q_y \\ -q_z \end{bmatrix} \quad (24)$$

Šis metodas ir bus naudojamas toliau.

**Taško erdvėje atvaizdavimas kvaternionu.** Taškas erdvėje pagal jo  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  koordinatas kvaternionu atvaizduojamas taip:

$$q = \begin{bmatrix} 0 \\ X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} \quad (25)$$

**Erdvinio pasukimo atvaizdavimas kvaternionu.** Įprastą pasukimą kuomet žinomas kampas  $\phi$  kuriuo pasukama ir ašis  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ , aplink kurią (prieš laikrodžio rodyklę) yra sukama, atvaizduojamas taip:

$$q = \begin{bmatrix} \cos(\frac{\phi}{2}) \\ X * \sin(\frac{\phi}{2}) \\ Y * \sin(\frac{\phi}{2}) \\ Z * \sin(\frac{\phi}{2}) \end{bmatrix} \quad (26)$$

Jeigu koordinatės  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  nebuvo normalizuotos, pasukimo kvaternionas turi būti normalizuotas.

Tuomet taško erdvėje pozicija po pasukimo kvaternionu  $q$  randama taip:

$$q_{tp} = q * q_t * q^{-1} \quad (27)$$

Čia  $q_{tp}$  yra tašką atvaizduojantis kvaternionas po pasukimo,  $q_t$  yra tašką atvaizduojantis kvaternionas prieš pasukimą.

**Lerp.** Lerp yra trumpinys tiesinei interpoliacijai (ang.: *Linear Interpolation*). Trimačių pasukimo kontekste, Lerp yra aproksimacija Slerp (ang.: *Spherical Interpolation*).

Darant prielaidą, kad kvaternionas išreiškia pasukimą taip kaip nurodoma pastraipoje „Erdvinio pasukimo atvaizdavimas kvaternionu“ tuomet funkcija Slerp išreiškiama taip:

$$Slerp(q_0, q_1, t) = (q_1 q_0^{-1})^t q_0 \quad (28)$$

Slerp funkcija randa kvaternioną atvaizduojantį pasukimą proporcingą pateiktam skaliarui su ribomis nuo pirmo pateikto kvaterniono iki antro. Pavyzdžiui jeigu turime kvaternioną  $q_0$  sukanti  $90^\circ$  dešinėn, ir kvaternioną  $q_1$  sukanti  $90^\circ$  kairėn, tai gautume tokius rezultatus priklausomai nuo skaliaro

skaliaras	pasukimo kryptis	pasukimo kampas
0.0	dešinèn	90°
0.25	dešinèn	45°
0.5		0°
0.75	kairèn	45°
1.0	kairèn	90°

Lerp funkcija apibrëžiama taip:

$$lerp(q_0, q_1, t) = \begin{bmatrix} q_{0_w} + (q_{1_w} - q_{0_w}) * t \\ (q_{0_x} + (q_{1_x} - q_{0_x}) * t)i \\ (q_{0_y} + (q_{1_y} - q_{0_y}) * t)j \\ (q_{0_z} + (q_{1_z} - q_{0_z}) * t)k \end{bmatrix} \quad (29)$$

Slerp funkcija suteikia vienodà judëjimo greitį nuo kvaterniono  $q_0$  prie  $q_1$  priklausomai nuo skaliaro, tačiau reikalauja bent trijų kvaternionų daugybų ir këlimo laipsniu. Tuo tarpu funkcija lerp, nors ir nesuteikia, vienodo judëjimo greičio nuo vieno kvaterniono prie kito, bet ji šį judëjimà aproksimuoja pakankamai tiksliai ketursraigčio kampinës pozicijos skaičiavimo tikslams. Taip pat lerp galima apskaičiuoti tik su 4 skaliarinës daugybos operacijom, bei keleta atimčių ir sudëčių.

### 3.2. Sensoriai

Ketursraigčio kampinë pozicija skaičiuojama pagal du sensorius: giroskopà ir akselerometrà.

**Giroskopas.** yra sensorius matuojantis ketursraigčio kampinį greitį (visomis trimis ašimis)

$$\omega_{gyro} = \begin{bmatrix} \omega_{gyro_x} \\ \omega_{gyro_y} \\ \omega_{gyro_z} \end{bmatrix} \quad (30)$$

Verta pastebëti, kad visi matavimai atliekami lokolioje koordinačių sistemoje.

**Akselerometras.** yra sensorius matuojantis akseleracijas visomis trimis ašimis lokolioje koordinačių sistemoje

$$a_{acc} = \begin{bmatrix} a_{acc_x} \\ a_{acc_y} \\ a_{acc_z} \end{bmatrix} \quad (31)$$

- 3.3. Kampinės padėties skaičiavimas pagal giroskopą
- 3.4. Kampinės padėties skaičiavimas pagal akselerometrą
- 3.5. Galutinis kampinės padėties radimas

## 4. Kampinės padėties valdymo algoritmas

### 4.1. PID valdymo algoritmas

### 4.2. PID pritaikymas ketursraigčio valdymui



## **5. Skrydžio valdymas**

### **5.1. Atviro-ciklo valdymas**

### **5.2. Kampinės pozicijos tikslų lentelė**

### **5.3. Atviro-ciklo valdymo trūkumai**

## **6. Programinė įranga**

### **6.1. Bendroji architektūra**

### **6.2. Kompiuteriui skirtas klientas**

### **6.3. Retransmitorius**

### **6.4. Ketursraigčio pagrindinis valdiklis**

## Išvados

- [AAJ+01 ] – *Implementing a Sensor Fusion Algorithm for 3D Orientation Detection with Inertial/Magnetic Sensors*, <http://franciscoraulortega.com/pubs/Algo3DFusionsMems.pdf>
- [SSF+11 ] – *A sensor fusion algorithm for an integrated angular position estimation with inertial measurement units*, [http://www.date-conference.com/proceedings/PAPERS/2011/DATE11/PDFFILES/IP1\\_06.PDF](http://www.date-conference.com/proceedings/PAPERS/2011/DATE11/PDFFILES/IP1_06.PDF)
- [MS11 ] – *Modeling, Design and Experimental Study for a Quadcopter System Construction*, <http://brage.bibsys.no/xmlui/bitstream/id/86811/uiareport.pdf>
- [— —] – *Quadcopter Dynamics, Simulation, and Control* <http://andrew.gibiansky.com/downloads/pdf/Quadcopter%20Dynamics,%20Simulation,%20and%20Control.pdf>