

Reporte de práctica 3: Interferómetro de Mach-Zehnder*

Javier Chávez Resendes[†]
Tecnológico de Monterrey, A01235878@tec.mx

(Dated: June 10, 2022)

Objetivo: Durante esta práctica se estudiará el interferómetro de Mach-Zehnder y su montaje adecuado para estudiar las diferentes propiedades de los frentes de onda y de la fuente emisora como la longitud de coherencia y la geometría del frente de onda por mencionar algunos de ellos. Además se busca familiarizarse con los divisores de haz de cubo, la alineación del interferómetro y con las mediciones experimentales de la longitud de coherencia de la fuente con el uso de la visibilidad de las franjas.

I. INTRODUCCIÓN.

Cuando hablamos de interferometría nos referimos a la capacidad de medir interferencia entre ondas con el fin de proporcionar información como el desplazamiento o cambio de fase, como también información de los materiales en los que interactúan. Las aplicaciones más importantes de la interferometría es en la astronomía, holografía, caracterización de materiales, mecanizado de precisión y en la medición de curvatura de lentes y espejos.

El interferómetro de Mach-Zehnder es un arreglo el cual consiste de entrada en un divisor de haz que refleja el 50% de la intensidad y transmite el otro 50% generando un ángulo de 90° entre la dirección de los dos haces resultantes, para después ser re-direccionados otros 90° en sentido contrario con ayuda de dos espejos totalmente reflejantes hacia un nuevo divisor de haz que transmitirá la parte reflejada y reflejará la parte transmitida. Si bien a cada uno de estos dos caminos ópticos del haz se le llama brazo, con el arreglo se forma de esta manera un cuadrilátero con dos brazos de camino óptico, como se observa en la figura 1.

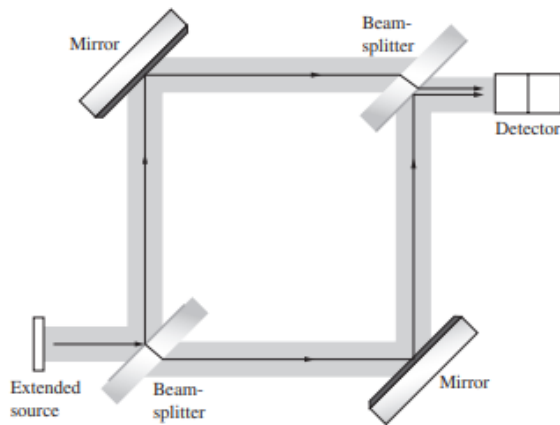


FIG. 1: Diagrama de interferómetro de Mach-Zehnder [[1] Hecht,1987].

El interferómetro de Mach-Zehnder es usado típicamente para determinar las variaciones del desplazamiento de fase entre dos haces colimados que se obtiene al dividir un haz incidente de una fuente única. De igual forma se usa en casos donde hay cambios en la longitud de camino óptico de una de las trayectorias de los brazos ya sea por incremento longitudinal o por cambio de medio en el que viaja el haz, y se desea cuantificar dicho incremento lográndose al medir los cambios de fase entre los dos haces [2].

II. MARCO TEÓRICO.

Los divisores de haz se modelan con la matriz unitaria

$$B = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{pmatrix}, \quad (1)$$

lo que significa que cuando un fotón se encuentra con el divisor de haz, será transmitido con una amplitud de probabilidad de $1/\sqrt{2}$, o ser reflejado con una amplitud de probabilidad de $i/\sqrt{2}$ [3]. De esta manera podemos dividir la matriz en cuatro componentes

$$\begin{aligned} r &= \frac{i}{\sqrt{2}} & R &= |r|^2 = \frac{1}{2} \\ t &= \frac{1}{\sqrt{2}} & T &= |t|^2 = \frac{1}{2} \end{aligned} \quad (2)$$

los cuales nos ayudan a describir el estado del campo de salida correspondiente al del brazo U_1

$$U_1 = U t \left(e^{iRl_1} \right) r + U r \left(e^{iRl_2} \right) t \quad (3)$$

en donde U es el campo de entrada y l_1, l_2 son las longitudes de los brazos del interferómetro. Simplificamos la ecuación

$$\begin{aligned} U_1 &= U r t \left(e^{iRl_1} + e^{iRl_2} \right) \\ &= |U|^2 R T \left(e^{iR(l_2-l_1)} + 1 + e^{-iR(l_2-l_1)} \right) \\ &= |U|^2 R T \left[2 + e^{iR(l_2-l_1)} + e^{-iR(l_2-l_1)} \right] \\ &= |U|^2 2 R T [1 + \cos(R(l_2-l_1))] \\ &= |U|^2 \frac{1}{2} [1 + \cos(l_2-l_1)] \end{aligned} \quad (4)$$

* F2008B.302 - Caracterización Experimental de Sistemas Ópticos

[†] Profesores: Raúl Hernández, Dorilian López y Rodolfo Masegosa.

de esta manera obtenemos que la potencia P_1 de salida del interferómetro está dada por

$$P_1 = P_{in} \frac{1}{2} (1 + \cos(R\Delta l)), \quad (5)$$

siendo P_{in} la potencia de entrada a través del haz colimado. Por lo tanto, los máximos están dados cuando

$$R(l_2 - l_1) = m2\pi \quad l_2 - l_1 = m\lambda.$$

De la misma manera, el campo del brazo U_2 se describe como

$$U_2 = U t \left(e^{iRl_1} \right) t + U r \left(e^{iRl_2} \right) r, \quad (6)$$

obteniendo su potencia de salida P_2

$$P_2 = P_{in} \frac{1}{2} (1 - \cos(R\Delta l)). \quad (7)$$

Desde un punto de vista en el que el haz incide con cierto ángulo α que parte desde la perpendicular al divisor con respecto a la dirección del haz, podmos representar el producto punto de las componentes \vec{R} y \vec{r} de la siguiente manera

$$\vec{R} \cdot \vec{r} = R \cos \alpha z + R \sin \alpha x, \quad (8)$$

para ángulos pequeños de α

$$\vec{R} \cdot \vec{r} = R z + R \sin \alpha x. \quad (9)$$

En este caso, el campo U_1 ahora será

$$\begin{aligned} U_1 &= \left(U r e^{iRl_2} \right) t + \left(U t e^{iRl_1} \right) r e^{iR \sin \alpha x} \\ &= U r t \left[e^{iRl_2} + e^{iRl_1} e^{iR \sin \alpha x} \right] \\ &= U r t e^{iRl_1} \left[e^{iR(l_2 - l_1)} + e^{iR \sin \alpha x} \right], \end{aligned} \quad (10)$$

o bien, en términos de su módulo

$$\begin{aligned} |U_1|^2 &= |U|^2 R T \left[1 + e^{iR(l_2 - l_1)} e^{-iR \sin \alpha x} + e^{-iR(l_2 - l_1)} e^{iR \sin \alpha x} \right] \\ &= |U|^2 R T \left[2 + e^{iR((l_2 - l_1) - \sin \alpha x)} + e^{iR(-(l_2 - l_1) + \sin \alpha x)} \right] \\ &= |U|^2 R T [2 + \cos(R\Delta l - R \sin \alpha x)]. \end{aligned} \quad (11)$$

Obteniendo así la ecuación de intensidad en función de la diferencia de las longitudes de los brazos y el ángulo de incidencia

$$I_{1,2} = I_{in} \frac{1}{2} (1 \pm \cos(R\Delta l - R \sin \alpha x)), \quad (12)$$

en donde la visibilidad V de las franjas es

$$V = \cos(R\Delta l - R \sin \alpha x), \quad (13)$$

en donde el periodo a de las franjas está dado únicamente por la relación de la longitud de onda y el ángulo de incidencia del haz

$$a = \frac{2\pi}{R \sin \alpha} = \frac{\lambda}{\sin \alpha} \quad (14)$$

es decir, basta con cambiar el ángulo de uno de los espejos del interferómetro para aumentar o reducir el número de franjas observadas.

III. DESARROLLO DE LA PRÁCTICA.

Para alcanzar los objetivos de esta práctica haremos uso de los siguientes materiales:

1. Laser HeNe (15mW, 632.5 nm) y fotodetector.
2. 4 espejos.
3. 2 divisores de haz de tipo cubo.
4. 2 polarizadores lineales.
5. Sensor y medidor de potencia.
6. 1 retardador de $\lambda/2$.
7. Monturas para elementos ópticos.
8. Filtro.
9. Cámara fotográfica.

A. Montaje del arreglo óptico.

Primeramente se realizó la alineación del láser con ayuda de dos espejos completamente reflejantes y un diafragma de manera que el haz tenga una dirección totalmente horizontal. Posteriormente añadimos un pinhole y una lente para colimar el haz con la finalidad de generar un patrón de interferencia sin una localización exclusiva de los haces. Después se montó el primer divisor de haz el cual fue alineado observando las componentes horizontal y vertical de manera que el haz fuera paralelo a los planos de observación de referencia, una vez hecho esto se colocaron los espejos totalmente reflejantes y fueron alineados de la misma manera, finalmente se colocó el segundo divisor de haz el cual fue alineado de manera más heurística y minuciosa observando el patrón de interferencia en una cámara fotográfica. El arreglo obtenido se muestra a continuación

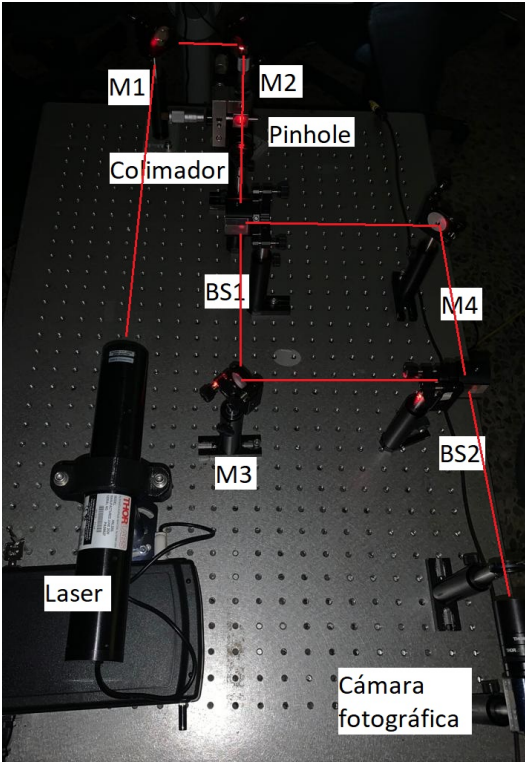


FIG. 2: Arreglo óptico elaborado para interferómetro de Mach-Zehnder.

Para cambiar el número de franjas sólo es cuestión de girar suavemente la componente horizontal de uno de los espejos para obtener una mayor o menor interferencia, y para cambiar la dirección de las franjas ya sea a horizontal, vertical o diagonal es necesario girar suavemente la componente vertical del mismo o el otro espejo. La imagen de interferencia seleccionada fue la siguiente

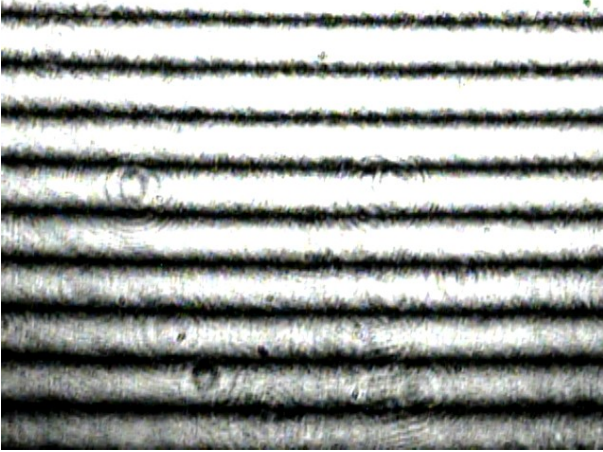


FIG. 3: Perfil de franjas observado.

B. Corte transversal y perfil cosenoidal.

Una vez obtenidas las franjas se realizó un corte transversal vertical de la figura 3 y se graficó la intensidad observada contra la posición en Y , debido a que se espera que la curva tenga un comportamiento de perfil cosenoidal, se comparó con una función coseno de la forma

$$f(y) = A + A \cdot \cos\left(\frac{y}{B} + \theta\right) \quad (15)$$

en donde A es el máximo de intensidad, B es el número de franjas observadas y θ es el corrimiento de la fase. Las curvas obtenidas se muestran en la figura 4 obteniendo un error cuadrático medio de 5.0334×10^3 el cual se debe al alto brillo de la imagen en la parte superior generando prácticamente pulsos binarios; en cambio el error en las últimas dos franjas de la imagen podemos observar que la intensidad varía más gradualmente, analizando únicamente estas dos su error cuadrático corresponde a 1.5963×10^3 dando una mejor aproximación al perfil cosenoidal.

Para dar una mejor aproximación de manera práctica es necesario agregar un filtro neutro entre la cámara y el segundo divisor.

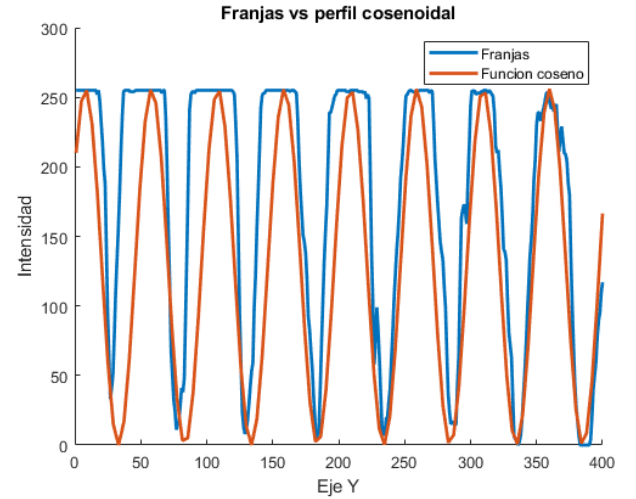


FIG. 4: Comparación del perfil de las franjas contra función coseno.

C. Distorsión y exposición al fuego.

Para realizar el análisis de sensibilidad del interferómetro se expuso el arreglo a vibraciones, primeramente se golpeo la mesa de montaje suavemente y no se observaron cambios significativos, después se golpearon suavemente las monturas de los espejos y divisores de haz en donde se apreció la distorsión de las franjas, sin embargo la recuperación era rápida. Claramente fue distinguido que este es un interferómetro más robusto y menos sensible a comparación que el de Michelson-Morley que se presenta mucho más sensible a las vibraciones

mecánicas obteniendo distorsión en el caso de golpear suavemente la mesa de trabajo.

En continuación fueron expuestos los brazos ópticos a fuego, obteniendo como resultado la interferencia en la figura 5. Se observó que las franjas tomaron una inclinación de aproximadamente 15° debido a la interferencia de un haz en condiciones normales con un haz disperso a causa de la interacción con este medio.

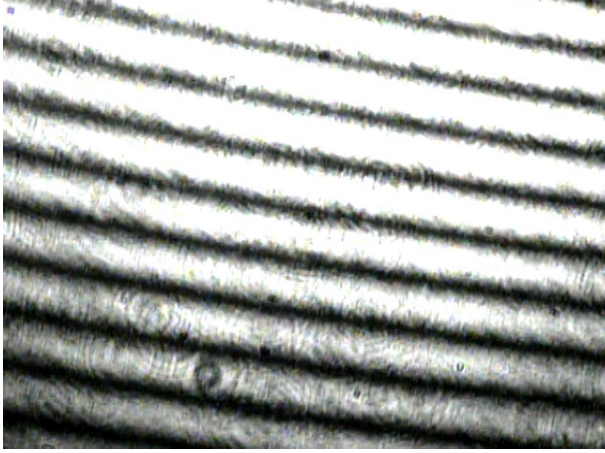


FIG. 5: Interferencia con exposición al fuego en uno de los brazos ópticos.

Cuando se expuso el haz a fuego en la posición entre la cámara fotográfica y el segundo divisor no se obtuvo un cambio en el patrón de interferencia, sin embargo se apreció una disminución de la intensidad por la misma razón que el caso anterior, el haz se ha dispersado ligeramente.

D. Implementación de un filtro neutro.

En posterior se introdujo un filtro neutro después del primer divisor y antes del tercer espejo, la imagen observada corresponde a la figura 6 donde se alcanza a apreciar que se pierde porcentualmente la visibilidad de las franjas.

Esta observación tiene sentido partiendo desde el modelo matemático

$$I_{out} = |\vec{A} + \vec{B}|^2 = |\vec{A}|^2 + |\vec{B}|^2 + 2|\vec{A} \cdot \vec{B}^*| \cos(R\Delta l + k \sin \alpha x), \quad (16)$$

en donde los términos A y B corresponden a la magnitud de los campos y el termino $R\Delta l + k \sin \alpha x$ a la fase. Asumimos que la polarización es la misma pero la magnitud de los campos son distintos.

$$I_{out} = I_A + I_B + 2\sqrt{I_A I_B} \cos \Phi, \quad (17)$$

dividiendo entre $I_A + I_B$

$$\frac{I_{out}}{I_A + I_B} = 1 + \frac{2\sqrt{I_A I_B}}{I_A + I_B} \cos \Phi = 1 + V \cos \Phi, \quad (18)$$

donde V es la visibilidad

$$V = \frac{2\sqrt{I_A I_B}}{I_A + I_B} = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}, \quad (19)$$

y toma valores entre 0 y 1. Por lo tanto es evidente que la visibilidad será menor, con un menor contraste hacia tonos más blancos debido a que el filtro sólo actúa con uno de los campos.

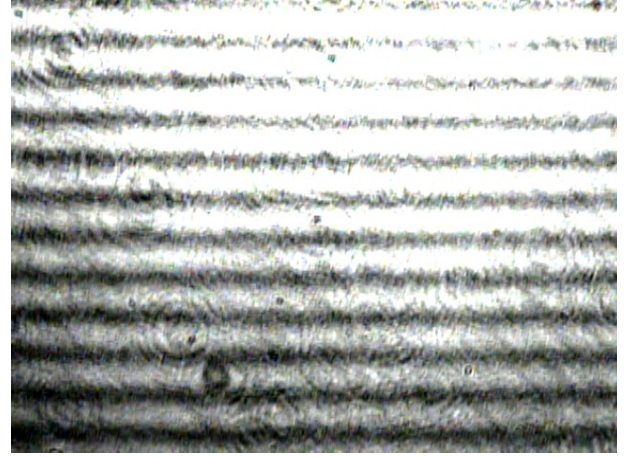


FIG. 6: Interferencia con filtro neutro en uno de los brazos.

En cambio cuando añadimos un filtro neutro al final del arreglo entre el segundo divisor y la cámara a simple vista se observa que la visibilidad de las franjas mejora (figura 7) esto se debe a que de igual forma que el caso anterior el contraste disminuye pero ahora hacia tonos negros debido a que el filtro actúa directamente con los dos campos. En este caso se obtiene un perfil de las franjas más aproximado al perfil cosenoidal, como se predijo anteriormente.

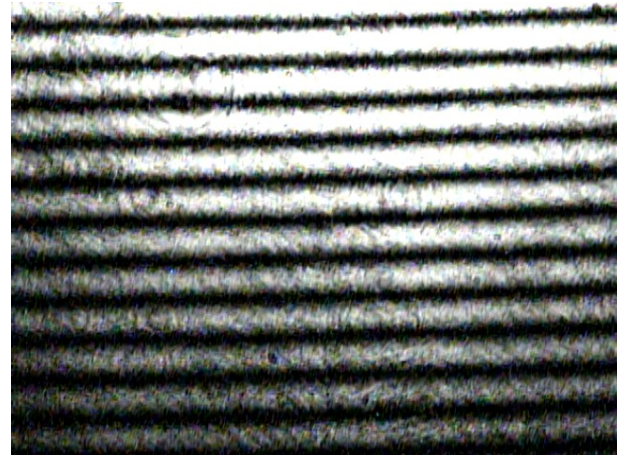


FIG. 7: Interferencia con filtro neutro entre la cámara y el segundo divisor.

E. Implementación de un retardador y un polarizador.

Ahora se pretende estudiar la dependencia del fenómeno de interferencia con respecto a la polarización. Para esto utilizamos un retardador de media onda colocado entre el primer divisor de haz y uno de los espejos con el fin de rotar la dirección de propagación de la luz.

Al girar el retardador se obtiene que la intensidad de las franjas cambia según el ángulo de inclinación de este hasta llegar a un punto de atenuación total (figura 8) dado por un ángulo de 90° de inclinación del retardador.

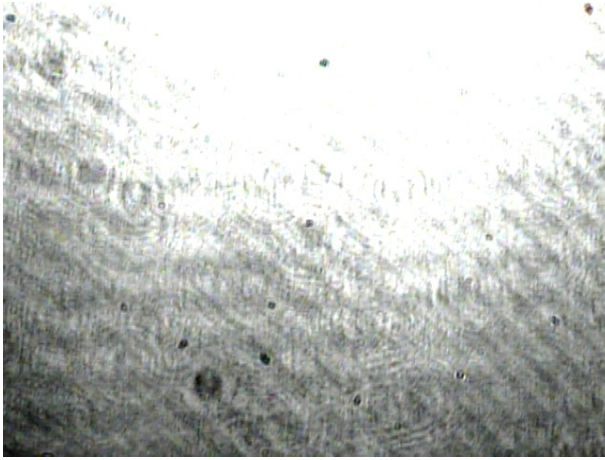


FIG. 8: Atenuación total de las franjas con retardador de media onda a 90° .

Este fenómeno se debe a la superposición de un frente de onda vertical con uno horizontal. Debido a que el efecto del retardador es rotar la dirección de las ondas, siendo que a 90° la rotación corresponde al cambio de frente de onda vertical a horizontal en este caso el cual se superpone al frente vertical dado por la fuente.

El modelo matemático para explicar este fenómeno está dado por la ecuación

$$I_{out} = 2I_0 + 2I_0 \cos\beta \cos\Phi = 2I_0(1 + \cos\beta \cos\Phi) \quad (20)$$

siendo que para este caso la visibilidad es $V = \cos\beta$

$$\frac{I_{out}}{2I_0} = 1 + V \cos\Phi \quad (21)$$

de esta forma sabemos que la intensidad de salida se mantiene, sin embargo, la visibilidad se vuelve constante en todo el espectro.

Para restaurar la imagen original es necesario introducir un polarizador al final del arreglo, entre la cámara y el segundo divisor de haz colocado a un ángulo de 45° . De esta manera con ayuda de este elemento óptico filtra el frente de onda y se obtiene únicamente la polarización diagonal de ambos haces interferidos obteniendo nuevamente la imagen del patrón de franjas.

F. Incremento de longitud de camino óptico.

Como parte de la experimentación se quiere saber el efecto de aumentar el camino óptico en uno de los brazos, para ello primeramente se alineó el interferómetro de tal modo que se observa aproximadamente una sola franja de interferencia en el patrón a la salida, esto implica que los haces son prácticamente paralelos. Una vez logrado esto se ajustó el divisor de haz de tal forma que se aprecian cinco franjas de interferencia en el patrón. Para el aumento del camino óptico se introdujo una placa de vidrio únicamente en uno de los brazos posicionada después del primer divisor de haz y antes del tercer espejo. Como era de esperarse se observaron más franjas en el patrón, particularmente una franja más.

Posteriormente se giró el cristal gradualmente por los 360° y se tuvo la sorpresa que las franjas sufrían una inclinación de -20° a 20° aproximadamente como se muestra en la figura 9, este fenómeno está dado por la refracción del material. El cristal cuenta con cierto índice de refracción y considerando la Ley de Snell [1]

$$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2 \quad (22)$$

en donde n_1 y θ_1 corresponden al índice de refracción del aire y al ángulo incidente, mientras que n_2 y θ_2 al índice de refracción del cristal y al ángulo refractado; por lo tanto, al girar la placa de vidrio se cambia la dirección del ángulo refractado y de esta manera se cambia la pendiente de las franjas.

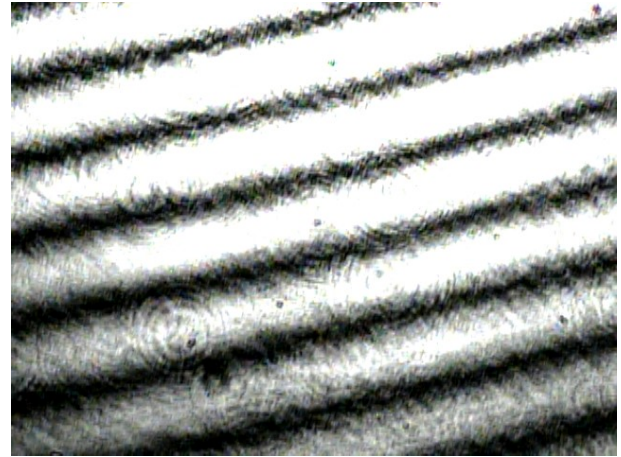


FIG. 9: Interferencia con rotación de la placa de vidrio.

G. Interferencia entre un frente de onda esférico y uno plano.

Sabemos que el frente de onda del haz colimado es prácticamente plano y se desea obtener interferencia entre un frente de onda plano con un esférico, por lo tanto para generar este último procedimos a agregar una lente cóncava entre el primer divisor y cualquiera de los dos espejos como se muestra a continuación

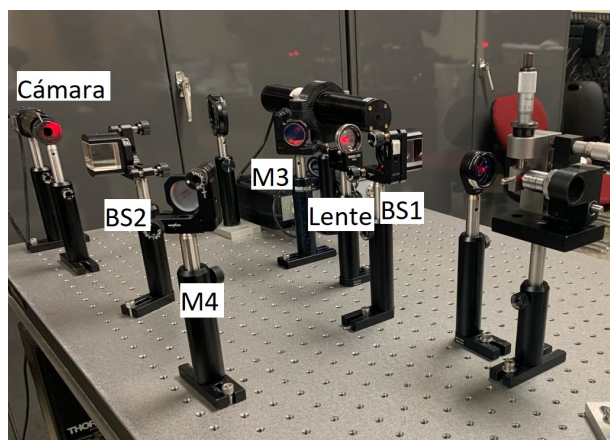


FIG. 10: Arreglo para crear interferencia de un frente de onda plano con un esférico.

El patrón observado corresponde a la figura 11 donde se alcanza a apreciar como las franjas de ser unas líneas horizontales pasan a ser curvas, que en realidad si alejamos la cámara y centramos la imagen hacia el foco de las curvas el resultado es la interferencia de anillos concéntricos.

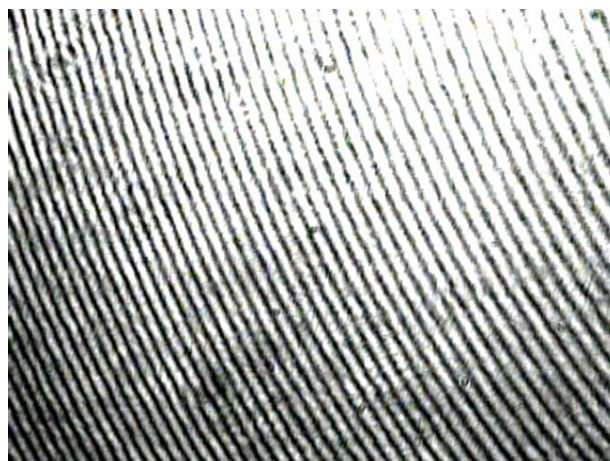


FIG. 11: Interferencia de un frente de onda plano con un esférico.

IV. CONCLUSIÓN.

En esta práctica pude observar el funcionamiento del interferómetro de Mach-Zehnder desde el montaje hasta la modificación a lo largo del ejercicio, dándome más sentido la teoría vista en clase y entendiendo los motivos por los que sucedía cada fenómeno. Una de las principales cosas que aprendí en el ejercicio fue prestar atención a cómo se pueden resultar algunos fenómenos de transición de fase hasta con el más mínimo e insignificante modificación en las condiciones de las longitudes de camino óptico de los brazos.

Fue de agrado ver experimentalmente como los espejos y divisores de haz juegan un papel importante en la interferen-

cia y la frecuencia de las franjas haciendo válida la ecuación 14 en donde el periodo depende únicamente del ángulo de incidencia del haz $a = \lambda / \sin \alpha$.

Cada ejercicio fue igual de impactante, al exponer fuego en uno de los brazos únicamente preví la reducción del contraste de las franjas, pero no esperaba que se fueran a inclinar ligeramente debido a la dispersión del haz. El observar que la reducción del contraste se puede inclinar hacia tonos blancos o tonos negros dependiendo de la ubicación del filtro ya sea en uno de los brazos o antes de la cámara. El ver la atenuación de las franjas al introducir un retardador de media onda era de esperarse por la superposición de los frentes de onda vertical y horizontal, sin embargo fue verdaderamente emocionante ver como se recuperó la visibilidad de las franjas al introducir un polarizador al final del arreglo haciendo un frente de onda vertical. En el caso de introducir un cristal en uno de los brazos fue predecible ver más franjas por el incremento de camino óptico, pero no me esperaba en lo absoluto ver cómo se inclinaban dichas franjas al girar el cristal debido a la refracción. Y por último fue placentero ver interferencia y superposición de un frente de onda plano y esférico.

Esta actividad es de mucha utilidad para mi desarrollo profesional debido a que la interferometría tiene aplicación en la industria, y el comprender su funcionamiento y las causas de los fenómenos me ayudará a comprender cualquier máquina o sistema que funcione con esta tecnología.

Personalmente, en especial esta práctica es muy importante para mi desarrollo profesional,

REFERENCIAS.

-
- [1] E. Hecht, *Optics*, 5th ed. (Addison-Wesley, 1987).
 [2] K. Zetie, S. Adams, and R. Tocknell., How does a mach–zehnder interferometer work?, Physics Department, Westminster School, London. (2012).
 [3] V. Vedral, Introduction to quantum information science., Oxford University Press. (2006).
-

Appendix A: Códigos.

1. Código para graficar el perfil de las franjas.

```
%Codigo para graficar perfil de franjas
%Franjas
Img = imread('1-Inteferometroa_Arreglo.jpg');
corte= Img(:,320);
y=[1:480];

%Funcion coseno
A=double(max(corte)/2); %amplitud
B=8; %fase (dada por numero de franjas)
theta=1; %corrimiento (valor aproximado)
cosenoidal=A+A*cos(y/B-theta); %perfil cosenoidal

%Error
ErrorReal=immse(double(corte),cosenoidal)
ErrorMuestra=immse(double(corte([310:480],1)),cosenoidal(1,[310:480]))

%grafica
hold on
plot(corte([1:400],1),'LineWidth',2)
plot(cosenoidal(1,[1:400]),'LineWidth',2)
title('Franjas vs perfil cosenoidal')
xlabel('Eje Y')
ylabel('Intensidad')
legend('Franjas','Funcion coseno')
```
