

Reporte de práctica 3: Polarización y parámetros de Stokes*

Javier Chávez Resendes[†]
Tecnológico de Monterrey, A01235878@tec.mx

(Dated: May 28, 2022)

Objetivo: Durante esta práctica se estudiará la propiedad ondulatoria transversal de la luz y su polarización. Se identificarán las técnicas para determinar cuando un haz está polarizado y a su vez se señalarán los instrumentos necesarios para migrar de un estado y/o grado de polarización a otro. Además se estudiará experimentalmente la Ley de Malus y los parámetros de Stokes a partir de mediciones de potencia.

I. INTRODUCCIÓN.

Para alcanzar los objetivos de esta práctica haremos uso de los siguientes materiales:

1. Laser HeNe (15mW, 632.5 nm)
2. 2 polarizadores lineales
3. Sensor y medidor de potencia.
4. 2 retardadores de $\lambda/4$
5. 1 retardador de $\lambda/2$
6. Monturas para elementos ópticos

de los cuales, el frente de onda del laser corresponde a un gaussiano (figura 1) y su polarización será determinada. Los polarizadores lineales nos ayudarán a dar una dirección de oscilación preferente de la luz [1], y los retardadores lineales, que por definición cuentan con dos vectores correspondientes a un eje lento y eje rápido perpendiculares entre sí, defasando la luz a $\delta = \lambda/2 = 90^\circ$ y $\delta = \lambda/4 = 45^\circ$, los cuales nos ayudarán a transformar y a rotar la polarización [2].

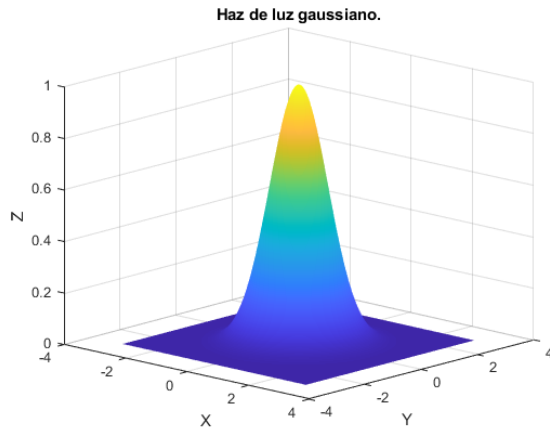


FIG. 1: Frente de onda del laser empleado.

II. MARCO TEÓRICO.

En un campo electromagnético de luz que viaja en dirección z podemos representar sus componentes de amplitud x y y de la siguiente manera:

$$E_0 e^{i(kz - \omega t)} \begin{pmatrix} E_0 e^{i\phi_x} \\ E_0 e^{i\phi_y} \end{pmatrix}, \quad (1)$$

de forma que el retraso o aumento de fase en sus ejes es representado con la componente de los vectores de Jones [3] correspondientes al elemento polarización horizontal, vertical, diagonal, antidiagonal, circular dextrógiro y circular levógiro

$$\begin{aligned} |H\rangle &= \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} & |V\rangle &= \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \\ |D\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} & |A\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \\ |R\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix} & |L\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Cuando un haz está polarizado con cualquiera de las formas anteriores y se coloca un polarizador en el arreglo podemos decir que esta última se superpone a la condición anterior, es decir, si se tiene una polarización horizontal a 0° y una vertical a 90° habrá una cancelación de componentes por ortogonalidad y la salida de luz será completamente tenue, sin embargo, cuando no se alcanza esta propiedad en las componentes el ángulo θ entre ellas nos dice el porcentaje de intensidad que se obtendrá a la salida descrito por la ley de Malus [4]

$$I(\theta) = I_0 \cos^2(\theta). \quad (2)$$

De la misma manera, los parámetros de Stokes nos permiten comparar la intensidad entre las componentes de los vectores de Jones de cualquier polarización dada [5]

$$S_0 = \langle E_x^2 \rangle + \langle E_y^2 \rangle = I(0,0) + I\left(0, \frac{\pi}{2}\right) \quad (3)$$

$$S_1 = \langle E_x^2 \rangle - \langle E_y^2 \rangle = I(0,0) - I\left(0, \frac{\pi}{2}\right) \quad (4)$$

$$S_2 = 2\langle E_x E_y \cos(\delta) \rangle = I\left(\frac{\pi}{4}, 0\right) - I\left(\frac{3\pi}{4}, 0\right) \quad (5)$$

$$S_3 = 2\langle E_x E_y \sin(\delta) \rangle = I\left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right) - I\left(\frac{3\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right), \quad (6)$$

* F2008B.302 - Caracterización Experimental de Sistemas Ópticos

[†] Profesores: Raúl Hernández, Dorilian López y Rodolfo Masegosa.

en donde el parámetro S_0 nos dice la intensidad total, S_1 la diferencia de intensidad entre la polarización horizontal y vertical, S_2 la diferencia entre la polarización diagonal y antidiagonal, y S_3 la diferencia de polarización dextrógira y levógira.

III. DESARROLLO DE LA PRÁCTICA.

A. Alineación y polarización del laser.

Primeramente se realizó la alineación del laser con ayuda de dos espejos completamente reflejantes y un diafragma. Después tomamos un polarizador para identificar su eje preferente, el cuál corresponde a una polarización vertical desplazada 12° en contra de las manecillas del reloj, o bien 348° esto lo logramos colocándolo en una montura y observando la reflexión horizontal del display de nuestro sensor, siendo que en donde se atenuara completamente correspondería al eje de preferencia.

Ahora tomando este ángulo de referencia colocamos el polarizador y el sensor en el arreglo respectivamente (véase la figura 2) y rotamos el polarizador hasta obtener la intensidad mínima a 63° , lo cual, por ortogonalidad nos dice que el laser cuenta con una polarización vertical con eje preferente a 333° con intensidad de 2.573mW .

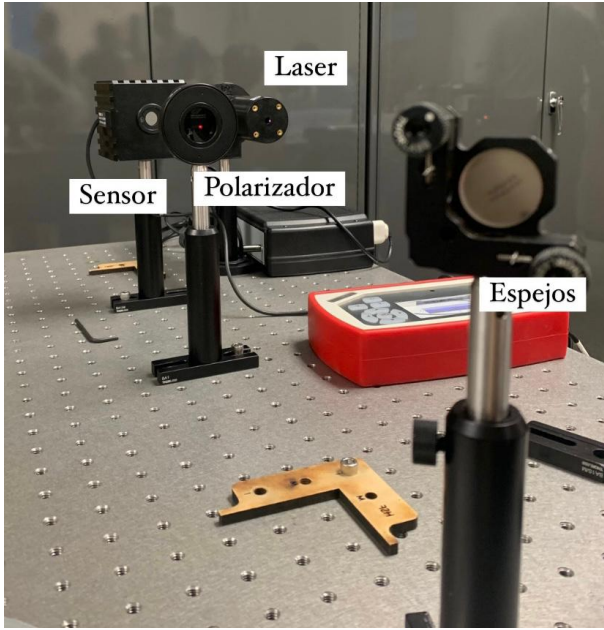


FIG. 2: Arreglo para determinar polarización del laser.

B. Variación de intensidad y Ley de Malus.

Con el mismo arreglo óptico medimos la variación de la intensidad de manera experimental rotando el polarizador lineal a diferentes ángulos en el dominio de $\theta = [0, 360)$ con paso de 10 grados obteniendo un vector de valores, de igual

forma se realizó el cálculo con la Ley de Malus (ecuación 2) obteniendo los valores teóricos. En la figura 3 se puede observar la comparación de los datos de manera gráfica, a simple vista es posible observar un desfase de las gráficas el cual lo asociamos a la interferencia de la luz de la habitación y a la precisión del instrumento de medición.

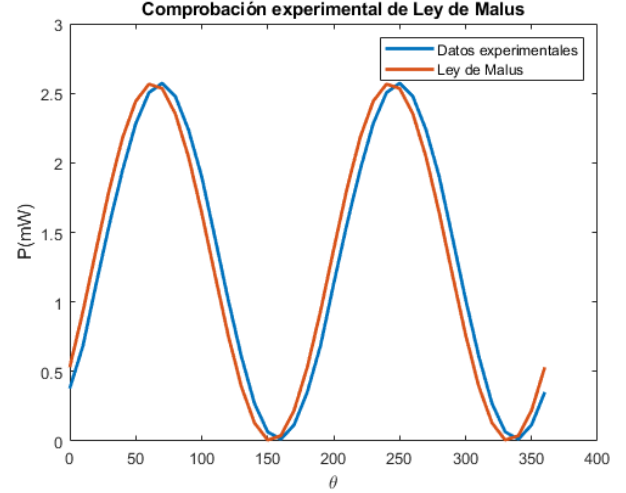


FIG. 3: Datos experimentales vs datos por Ley de Malus.

C. Polarización circular y mínima variación de intensidad.

Sabemos que para crear una polarización circular es necesario que las amplitudes del campo en el eje x y en el eje y sean iguales y además que haya un desfase de $\pi/2$ entre estas. Por lo tanto, conseguimos este estado con un retardador de $\lambda/4$ que al girarlo en sus grados de libertad obtenemos polarizaciones en su mayoría elípticas. Para obtener una polarización circular lo mayor homogénea posible es necesario ajustar el eje preferente del polarizador paralelo al eje rápido del retardador desfasado 45 grados. Siendo que en nuestro caso el eje de preferencia vertical dado por el laser lo ajustamos horizontalmente colocándolo a 63° , el valor donde habíamos obtenido la intensidad mínima, el retardador lo giramos en sentido antihorario para obtener polarización circular derecha, por lo tanto, lo equivalente en el otro plano son 243° , adjuntamos el desfase necesario de 45° y los 15° de inclinación del eje preferente del laser obteniendo el ángulo de ajuste a 303° , y finalmente por método heurístico nos trasladamos en favor y en contra de las manecillas del reloj para buscar la menor variación de intensidad siendo que se ajustó el retardador a 308° .

De esta forma obtuvimos la polarización circular, la variación de intensidad se mantuvo en el rango de $[1.240, 1.355]$ mW al girar el polarizador, por lo que la mínima variación fue de 0.115 mW. Respecto a una intensidad promedio de 1.2975 mW se tiene que el porcentaje de variación es del 8.86% .

Posteriormente se cambió el retardador de $\lambda/4$ por uno de

$\lambda/2$ y al girarlo gradualmente coincide que en las máximas intensidades el eje rápido se encuentra verticalmente y horizontalmente, por otro lado en las mínimas intensidades el eje rápido se encuentra en la diagonal y en la antidiagonal. En la figura 4 se puede observar con claridad dicho fenómeno, los máximos se observan cada 90° a partir de 0° y los mínimos cada 90° a partir de 45° . Además, se tuvo que girar el polarizador con el eje preferente de manera horizontal para poder apreciar este fenómeno, debido a que el retardador rota 90 grados la polarización.

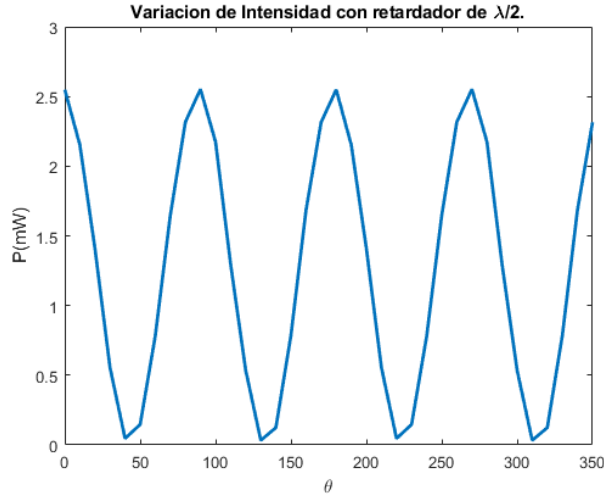


FIG. 4: Efecto de un retardador de $\lambda/2$ con un polarizador lineal.

D. Medición de los parámetros de Stokes.

Finalmente realizamos una medición de los parámetros de Stokes de manera experimental en una polarización circular derecha, para esto creamos un arreglo de un polarizador y un retardador de $\lambda/4$ desfasado 45 grados como ya lo habíamos hecho anteriormente. En primer lugar medimos los parámetros de Stokes horizontales y diagonales girando el polarizador a 0° y 90° para la componente vertical y horizontal respectivamente, y a 45° y 315° para las componentes antidiagonal y diagonal respectivamente obteniendo los valores registrados en la tabla I.

	Potencia Medida	
Parámetro $ H\rangle$ y $ V\rangle$	$I(0,0) = 1.351$	$I(\pi/2,0) = 1.255$
Parámetro $ D\rangle$ y $ A\rangle$	$I(\pi/2,0) = 1.281$	$I(\frac{3\pi}{4},0) = 1.333$
Parámetro Circular $ R\rangle$ y $ L\rangle$	$I(\pi/2,\pi/2) = 2.500$	$I(\frac{3\pi}{4},\pi/2) = 0.017$

TABLE I: Valores obtenidos de los parámetros de Stokes.

Para esto, al ser una polarización circular se espera que se

cumpla que los parámetros S_1 y S_2 sean igual a 0,

$$S_1 = 1.351 - 1.255 = 0.096 \approx 0 \quad (7)$$

$$S_2 = 1.281 - 1.333 = -0.052 \approx 0. \quad (8)$$

Por otra parte, para medir el parámetro de Stokes circular izquierdo y derecho es necesario añadir un retardador de $\lambda/4$ al arreglo colocado con un desfase de $\pi/2$, como se muestra en la figura 5.

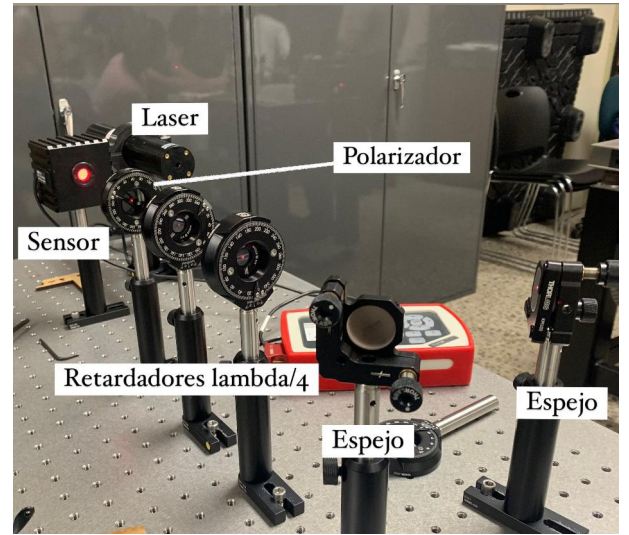


FIG. 5: Arreglo para determinar el parámetro de Stokes S_3 .

En este caso, debido a que la polarización creada con el arreglo corresponde a circular derecha, se espera que cuando midamos el parámetro de Stokes circular derecho se obtenga toda la intensidad del flujo de luz, en cambio cuando se mida el parámetro circular izquierdo se espera que se obtenga una atenuación completa por lo tanto el valor obtenido de la diferencia entre estas debe ser el máximo positivo,

$$S_3 = 2.500 - 0.017 = 2.483mW. \quad (9)$$

Ahora se desea saber el efecto de un retardador de $\lambda/2$ en la medición de los parámetros de Stokes, de manera que repetimos el proceso anterior, retiramos el retardador de $\lambda/4$ que usamos para medir los parámetros circulares y procedemos a medir los parámetros lineales obteniendo los valores de la tabla II.

	Potencia Medida	
Parámetro $ H\rangle$ y $ V\rangle$	$I(0,0) = 1.290$	$I(\pi/2,0) = 1.174$
Parámetro $ D\rangle$ y $ A\rangle$	$I(\pi/2,0) = 1.146$	$I(\frac{3\pi}{4},0) = 1.325$
Parámetro Circular $ R\rangle$ y $ L\rangle$	$I(\pi/2,\pi/2) = 0.017$	$I(\frac{3\pi}{4},\pi/2) = 2.320$

TABLE II: Valores obtenidos de los parámetros de Stokes con efecto de retardador de $\lambda/2$.

El efecto de colocar el retardador de media longitud de onda es que rota el estado de polarización del campo, sin embargo, en los primeros dos parámetros no se alcanzará a apreciar este fenómeno por el estado circular de la polarización y se obtendrá el mismo resultado experimentalmente,

$$S_1 = 1.290 - 1.174 = 0.116 \approx 0 \quad (10)$$

$$S_2 = 1.146 - 1.325 = -0.179 \approx 0. \quad (11)$$

Nuevamente colocamos el retardador de un cuarto de longitud de onda para medir el parámetro de Stokes de polarización circular, véase la figura 6.

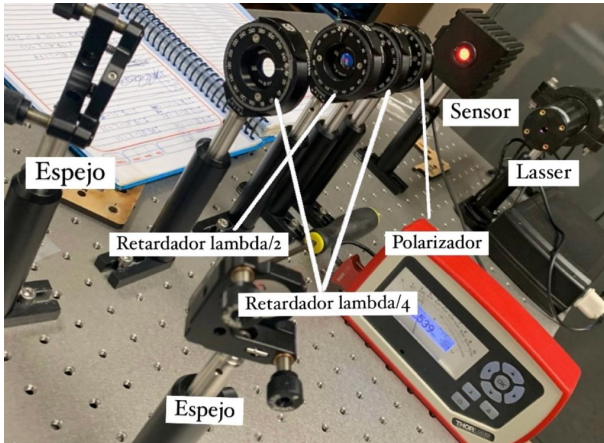


FIG. 6: Arreglo para determinar el efecto de un retardador de $\lambda/2$ en el parámetro de Stokes S_3 .

Si sabemos que el efecto será la rotación del estado de polarización, entonces ahora se espera que al medir la polarización circular derecha se obtenga la atenuación total, y al medir la izquierda se obtenga el máximo de la intensidad. En consecuencia ahora se obtendrá el máximo negativo en el parámetro de Stokes de polarización circular,

$$S_3 = 0.017 - 2.320 = -2.303mW. \quad (12)$$

IV. CONCLUSIÓN.

Una vez puesta a prueba la teoría en arreglos experimentales es más fácil interpretar los fenómenos ópticos estudiados, en este caso no es la excepción, ya que si analizamos la intensidad del flujo de luz de la forma

$$I(\theta, \phi) = \langle |E_{0x}|^2 \cos^2 \theta \rangle + \langle |E_{0y}|^2 \sin^2 \theta \rangle + \langle E_{0x} E_{0y} \cos(\delta + \phi) \sin 2\theta \rangle, \quad (13)$$

la medición experimental de cada término se vuelve monótona al sólo comprenderse de tres mediciones e incluso podría ser irrelevante en casos de polarización elíptica ya que no nos brindaría información de la inclinación de la elipse, que en cambio con los parámetros de Stokes sí es posible obtener dicho dato. Además de ello, la medición experimental se vuelve más interesante y nos ayuda a interpretar mejor los resultados por descomponerse los ejes en cuatro elementos siendo horizontal, vertical, diagonal y antidiagonal los cuales nos sirven para detectar las posibles propiedades oblicuas con las diferencias de estos valores.

En nuestros datos obtenidos de la polarización semicircular efectuada podemos darnos cuenta que es mayor la componente horizontal que la vertical, lo que representa una anchura mayor en este eje, de la misma forma la componente antidiagonal es mayor que la diagonal lo que nos quiere decir que se tiene una ligera aproximación elíptica inclinada a un ángulo entre 90° y 135° referente a los 0° en la vertical. De la manera particular que obtuvimos diferencias pequeñas podemos despreciarlo y así poder obtener un dato más que no se obtendría con el análisis de la ecuación 13 que es la dirección de la polarización circular, ya sea derecha o izquierda; en nuestro caso derecha.

No obstante con ayuda de la ley de Malus podemos obtener alguna potencia deseada para nuestro haz polarizado linealmente despejándola de la forma

$$\theta = \cos^{-1} \left(\sqrt{\frac{I(\theta)}{I_0}} \right), \quad (14)$$

y así rotar un polarizador lineal al desfase θ respecto al eje preferente del laser.

Personalmente, en especial esta práctica es muy importante para mi desarrollo profesional, ya que ahora tengo conocimiento de cómo determinar el estado de polarización de prácticamente cualquier fuente y a su vez de cambiar ese estado al que me convenga, y de la misma manera controlar su intensidad. Cabe destacar que el adquirir este conocimiento es de gran ayuda para toda área de la industria y de la física y no solo en la óptica ya que la luz se encuentra en todo lugar junto a sus fenómenos como la reflexión, y ahora sé cómo eliminarla cuando la desee.

REFERENCIAS.

-
- [1] Polarizer – how it works: Visible light linear polarizers. (2022), [https://www.apioptics.com/about-api/resources/visible-light-linear-polarizer/#:~:text=A%20linear%20polarizer%20transmits%20light,polarized%20\(See%20Figure%201\).](https://www.apioptics.com/about-api/resources/visible-light-linear-polarizer/#:~:text=A%20linear%20polarizer%20transmits%20light,polarized%20(See%20Figure%201).)
- [2] N. H. Winchell and A. N. Winchell, *Elements of Optical Mineralogy: Principles and Methods*, Vol. 1 (1922) p. 121.
- [3] E. Hecht, *Optics*, 2nd ed. (Addison-Wesley, 1987).
- [4] M. Bennett and H. E. Bennett, *Polarization*, McGraw-Hill (1978).
- [5] B. Guenther, *Polarization — matrix analysis*, ScienceDirect (2005).
-

Appendix A: Códigos.

1. Código para Ley de Malus y variación de intensidad con retardador de media longitud de onda.

```
%Variacion de intensidad y Ley de Malus.
I0=2.573;
theta=[0 10 20 30 40 50 60 70 80 90 100 110 120 ...
        130 140 150 160 170 180 190 200 210 220 230 240 ...
        250 260 270 280 290 300 310 320 330 340 350 360];
P=[0.378 0.684 1.129 1.557 1.947 2.282 2.504 2.573 2.478 2.237 1.901 ...
    1.465 1.019 0.610 0.270 0.066 0.013 0.116 0.351 0.684 1.129 1.557 ...
    1.947 2.282 2.504 2.573 2.478 2.237 1.901 1.465 1.019 0.610 0.270 ...
    0.066 0.013 0.116 0.351];
Malus=I0*cosd(theta-63).^2;
plot(theta,P,theta,Malus,'LineWidth',2)
xlabel('\theta')
ylabel('P(mW)')
title('Comprobacion experimental de Ley de Malus')
legend('Datos experimentales','Ley de Malus')
Error=immse(Malus,P) %mean((Malus-P).^2) Error cuadratico medio
%%
Retardador=[2.549 2.153 1.411 0.555 0.046 0.147 ...
            0.780 1.648 2.317 2.552 2.174 1.296 0.535 0.033 0.124 0.787 1.685 ...
            2.315 2.549 2.153 1.411 0.555 0.046 0.147 0.780 1.648 2.317 2.552 ...
            2.174 1.296 0.535 0.033 0.124 0.787 1.685 2.315];
plot(theta(1,1:36),Retardador,'LineWidth',2)
xlabel('\theta')
ylabel('P(mW)')
title('Variacion de Intensidad con retardador de \lambda/2.')
```

2. Código para Polarización.

```
%% Polarizacion lineal
%Codigo de Dr. Raul Hernandez
m = 0;
w0 = 1e-3;

N = 2^9;%Potencia de 2 ideal para FFT
xmax = 3*w0;

aux = (-N/2:N/2-1)*2/N;
```

```

[x,y]=meshgrid(aux*xmax);

[th,r]=cart2pol(x,y);
fp = (r/w0).^abs(m).*exp(-r.^2/w0^2).*exp(1i*m*th);
fm = (r/w0).^abs(m).*exp(-r.^2/w0^2).*exp(-1i*m*th);

figure(1),surf(x/w0,y/w0,abs(fm)), shading interp, lighting phong, view(2)
xlabel('X');ylabel('Y');zlabel('Z')
title('Haz de luz gaussiano.')
H = [1;0];
V = [0;1];
D = 1/sqrt(2)*[1;1];
AD = 1/sqrt(2)*[1;-1];
L = 1/sqrt(2)*[1;i];
R = 1/sqrt(2)*[1;-i];

A = 2*exp(1i*pi/3);B=3;
P = 1/sqrt(abs(A).^2+abs(B).^2)*[A;B];

POL = AD;

%%Ex = f*POL(1);
%%Ey = f*POL(2);

Ex = (fm+fp)*POL(1);
Ey = (fm+fp)*POL(2);
E0 = sqrt(abs(Ex).^2 + abs(Ey).^2);

figure(2)
quiver(x,y,Ex,Ey);
xlabel('X');ylabel('Y');zlabel('Z')
title('Haz de luz gaussiano con Polarizacion Antidiagonal.')

% Proyectamos sobre otro elemento de polarizacion
PA = H;
Proy = dot(PA,POL);
Ea = E0*Proy;
Eax = Ea*PA(1);
Eay = Ea*PA(2);

figure(3),quiver(x,y,Eax,Eay);

```