

## Descripción de las condiciones de singularidad de manipuladores seriales

Medina Rodríguez Francisco Javier  
Ing. Mecatrónica 7ºA  
Cinemática de Robots

### Conceptos

Singularidad mecánica: Una posición o configuración de un mecanismo o una máquina donde el comportamiento subsecuente no se puede predecir o las fuerzas u otras magnitudes se vuelven infinitas o indeterminadas.

Configuración singular: Una configuración singular o simplemente singularidad de un manipulador se presenta cuando los grados de libertad del sistema -o mecanismo- cambian instantáneamente -aumentan o se reducen-, lo cual, evidentemente, es indeseable.

Una singularidad es aquella configuración en la que el manipulador pierde algunos de sus grados de libertad (Murray et al., 1994; Spong et al., 2006; Craig, 1989; Siciliano et al., 2008). Esto se traduce en que el elemento terminal pierde la capacidad de movimiento en ciertas direcciones y en que se requieren velocidades articulares infinitas para generar velocidades lineales y angulares finitas del elemento terminal. (Hollerbach, 1985; Gottlieb, 1986) demuestran de forma independiente que cualquier manipulador serie de  $n > 2$  GdL posee singularidades.

### Descripción

Para robots manipuladores redundantes, las singularidades pueden obtenerse mediante dos enfoques diferentes:

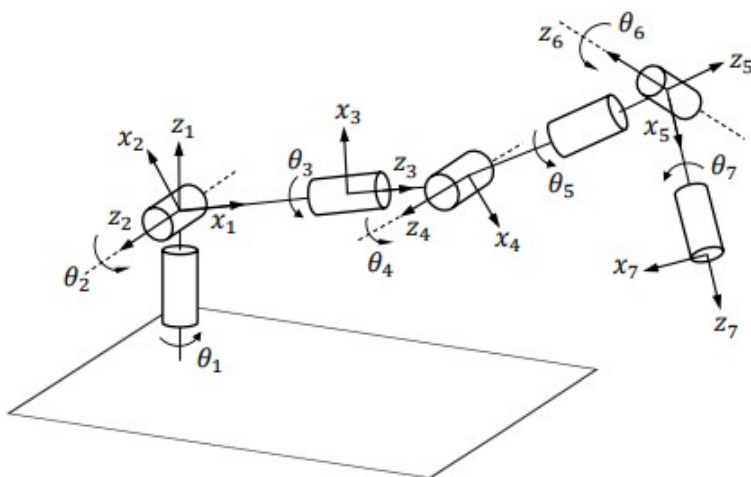
1. Resolviendo la ecuación no lineal:  $\det(J_G(q)J_G^T(q)) = 0$ . Esta forma es mas compleja de abordar sin usar métodos numéricos pero es la más general.
2. Para aquellos manipuladores redundantes con muñeca esférica, las singularidades pueden desacoplarse en: singularidades de posición, orientación y acopladas (Oetomo, 2004). Para ello se consideran las submatrices del jacobiano.

A continuacion, se resumen los principales procedimientos para obtener las direcciones singulares asociadas a las singularidades:

En primer lugar se procede a expresar  $JG(q)$  en los diferentes sistemas de referencia asociados a las articulaciones, esto es  $iJG(q)$  para todo  $i = 0, 1, \dots, 7$  y se evaluan dichas matrices en cada una de las configuraciones singulares. Si aparece una fila de ceros, la direccion singular se alinea con uno de los ejes principales del sistema de referencia  $i$ . Esto se debe a que la componente correspondiente de la velocidad lineal o angular del elemento terminal no podra generarse sea cual sea el vector de velocidades articulares. Si la fila de ceros es una de las tres primeras filas, la direccion singular será la traslación a traves del correspondiente eje del sistema de referencia  $i$  mientras que si la fila de ceros es una de las tres últimas, entonces la dirección singular será la rotación alrededor del correspondiente eje de dicho sistema de referencia.

Una segunda opcion consiste en expresar  $JG(q)$  en un sistema de referencia  $F$  distinto de los sistemas de referencia asociados a las articulaciones. Al igual que en el caso anterior, si en  $FJG(q)$  hay una fila de ceros, la o las direcciones singulares estarán alineadas con algunos de los ejes de  $F$  ya sea impidiendo la traslación o rotación alrededor de ellos.

Se tiene el siguiente robot:

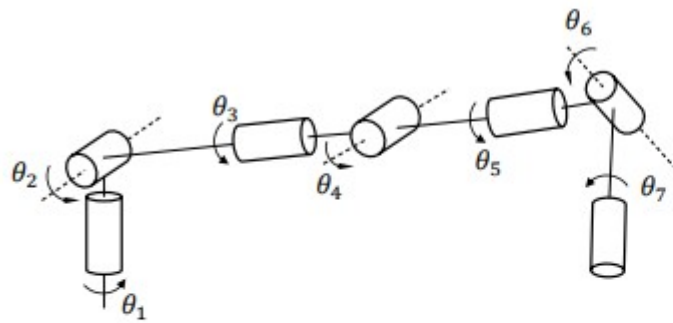


(a) Esquema del robot Kuka LWR 4+

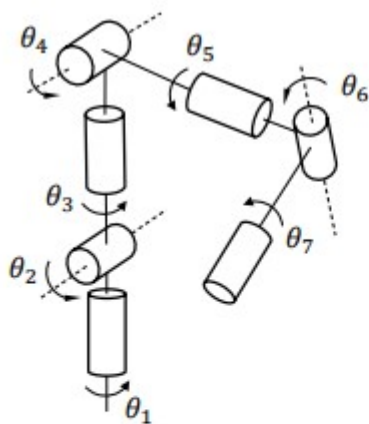


(b) Robot Kuka LWR 4+

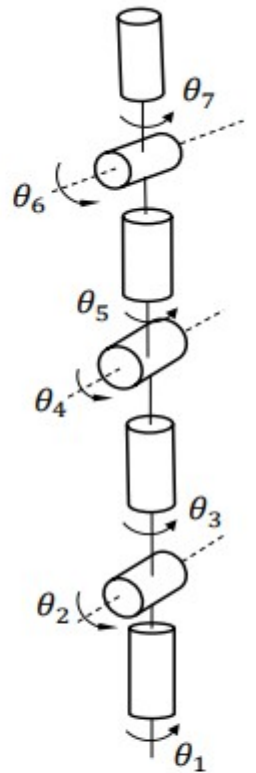
Figura 1: Esquema y foto del robot Kuka LWR 4+



(a) Singularidad  $q_4 = 0$



(b) Singularidad  $q_2 = -\pi/2$  y  $q_3 = \pi/2$



(c) Singularidad  $q_2 = -\pi/2$  y  $q_3 = \pi/2$  y  $q_4 = q_5 = q_6 = 0$

Figura 2: Singularidades del Kuka LWR 4+

Tomando en cuenta las figuras anteriores se pueden obtener las siguientes singularidades:

### Singularidad de posición

$q_4 = 0$

$${}^4J_{11} = \begin{pmatrix} -790c_2s_3 & 790c_3 & 0 & -390 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 790c_2c_3 & 790s_3 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Es claro que la dirección singular asociada es la traslación a lo largo del eje y del sistema de referencia 4.

$q_2 = -\frac{\pi}{2}$  y  $q_3 = \frac{\pi}{2}$

$${}^4J_{11} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -390 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 390s_4 & 390c_4 + 400 & 390s_4 & 0 \end{pmatrix}$$

También en este caso la dirección singular asociada es la traslación a lo largo del eje y del sistema

de referencia 4.

### **Singularidad de orientación**

$q_6 = 0$

En este caso lo más sencillo es expresar la submatriz  $J_{22}$  en el sistema de referencia 5, obteniendo:

$${}^5J_{22} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Por tanto, la dirección singular asociada es la rotación alrededor del eje  $x$  del sistema de referencia 5.

### **Referencias:**

Análisis Cinemático de Robots Manipuladores Redundantes: Aplicación a los Robots Kuka LWR 4+ y ABB Yumi Isiah Zaplana, J. Arnau Claret, L. Basanez, 2018.

ANALISIS DE SINGULARIDAD DEL MECANISMO ESPACIAL TIPO RRRCR, J. J. Cervantes Sanchez, J. M. Rico Martínez, A. Bitangilayi, G. I. Pérez Soto, M. A. Sánchez Ruenes, 2012.