Parametrización Denavit-Hartenberg

Medina Rodríguez Francisco Javier
Cinemática de Robots

La parametrización Denavit-Hartenberg es un estándar que se usa para describir la geometría de un brazo o manipulador robótico. Ayuda a resolver de forma trivial el problema de la cinemática directa y como punto inicial para plantear el más complejo de cinemática inversa.
Los pasos del algoritmo genérico para la obtención de los parámetros DH se detallan a continuación:

1. Numerar los eslabones: se llamará «0» a la «tierra», o base fija donde se ancla el robot. «1» el primer eslabón móvil, etc.
2. Numerar las articulaciones: La «1» será el primer grado de libertad, y «n» el último.
3. Localizar el eje de cada articulación: Para pares de revolución, será el eje de giro. Para prismáticos será el eje a lo largo del cuál se mueve el eslabón.
4. Ejes Z: Empezamos a colocar los sistemas XYZ. Situamos los Zi1 en los ejes de las articulaciones i, con i=1,...,n. Es decir, Z0 va sobre el eje de la 1ª articulación, Z1 va sobre el eje del 2º grado de libertad, etc.
5. Sistema de coordenadas 0: Se sitúa el punto origen en cualquier punto a lo largo de Z0. La orientación de X0 e Y0 puede ser arbitraria, siempre que se respete evidentemente que XYZ sea un sistema dextrógiro.
6. Resto de sistemas: Para el resto de sistemas i=1,...,N-1, colocar el punto origen en la intersección de Zi con la normal común a Zi y Zi+1. En caso de cortarse los dos ejes Z, colocarlo en ese punto de corte. En caso de ser paralelos, colocarlo en algún punto de la articulación i+1.
7. Ejes X: Cada Xi va en la dirección de la normal común a Zi1 y Zi, en la dirección de Zi1 hacia Zi.
8. Ejes Y: Una vez situados los ejes Z y X, los Y tienen su direcciones determianadas por la restricción de formar un XYZ dextrógiro.
9. Sistema del extremo del robot: El n-ésimo sistema XYZ se coloca en el extremo del robot (herramienta), con su eje Z paralelo a Zn1 y X e Y en cualquier dirección válida.
10. Ángulos teta: Cada i es el ángulo desde Xi1 hasta Xi girando alrededor de Zi.
11. Distancias d: Cada di es la distancia desde el sistema XYZ i-1 hasta la intersección de las normales común de Zi1 hacia Zi, a lo largo de Zi1.
12. Distancias a: Cada ai es la longitud de dicha normal común.
13. Ángulos alfa: Ángulo que hay que rotar Zi1 para llegar a Zi, rotando alrededor de Xi.
14. Matrices individuales: Cada eslabón define una matriz de transformación:

$$
{}^{i-1}\mathbf{A}_i = \left(\begin{array}{ccc|c} \cos\theta_i & -\cos\alpha_i \sin\theta_i & \sin\alpha_i \sin\theta_i & a_i \cos\theta_i \\ \sin\theta_i & \cos\alpha_i \cos\theta_i & -\sin\alpha_i \cos\theta_i & a_i \sin\theta_i \\ 0 & \sin\alpha_i & \cos\alpha_i & d_i \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)
$$

15. Transformación total: La matriz de transformación total que relaciona la base del robot con su herramienta es la encadenación (multiplicación) de todas esas matrices:

$$\mathbf{T} =^0 \mathbf{A}_1^1\mathbf{A}_2 \cdots ^{n-1}\mathbf{A}_n$$

Dicha matriz T permite resolver completamente el problema de cinemática directo en robots manipuladores, ya que dando valores concretos a cada uno de los grados de libertad del robot, obtenemos la posición y orientación 3D de la herramienta en el extremo del brazo.