

¿Qué es un cuaternio?

Los cuaternios son una extensión de los números reales, similar a la de los números complejos. Mientras que los números complejos son una extensión de los reales por la suma de la unidad imaginaria i , los cuaternios son una extensión generada de manera análoga añadiendo las unidades imaginarias i, j, k a los números reales tales que: $i^2 = j^2 = k^2 = ijk = -1$.

Tabla de multiplicación de Cayley:

Multiplicación de cuaterniones				
\times	1	i	j	k
1	1	i	j	k
i	i	-1	k	$-j$
j	j	$-k$	-1	i
k	k	j	$-i$	-1

Los elementos 1, i , j y k son los componentes de la base de los cuaterniones considerado como un \mathbb{R} -espacio vectorial de dimensión 4.

0.1. Representaciones de los cuaternios

0.1.1. Vectorial

El conjunto de los cuaterniones puede expresarse como:

$$\mathbb{H} = \{a + bi + cj + dk : a, b, c, d \in \mathbb{R}\} \subset \mathbb{C}^2$$

o equivalentemente:

$$\mathbb{H} = \{(a + bi) + (c + di)j : a + bi, c + di \in \mathbb{C}\} \subset \mathbb{C}^2$$

Además hay, al menos, dos formas, isomorfismos, para representar cuaterniones con matrices. Así el cuaternión $q = a + bi + cj + dk$, se puede representar:

1. Usando matrices complejas 2x2:

$$\begin{pmatrix} a + bi & c + di \\ -c + di & a - bi \end{pmatrix}$$

2. usando matrices complejas 4x4:

$$\begin{pmatrix} a & b & c & d \\ -b & a & -d & c \\ -c & d & a & -b \\ -d & -c & b & a \end{pmatrix}$$

0.1.2. Aritmética básica de cuaternios

1. Adición: La adición se realiza análogamente a como se hace con los complejos, es decir: término a término:

$$a + b = (a_1 + b_1) + (a_2 + b_2)i + (a_3 + b_3)j + (a_4 + b_4)k$$

2. Producto: El producto se realiza componente a componente, y está dado en su forma completa por:

$$ab = (a_1b_1 - a_2b_2 - a_3b_3 - a_4b_4) + (a_1b_2 + a_2b_1 + a_3b_4 - a_4b_3)i \\ + (a_1b_3 - a_2b_4 + a_3b_1 + a_4b_2)j + (a_1b_4 + a_2b_3 - a_3b_2 + a_4b_1)k$$

3. Cocientes: El inverso multiplicativo de un cuaternión x , distinto de cero, está dado por:

$$x^{-1} = \frac{\bar{x}}{x\bar{x}} = \frac{\bar{x}}{\|x\|^2}.$$

4. Exponenciación: La exponenciación de números cuaterniónicos, al igual que sucede con los números complejos, está relacionada con funciones trigonométricas. Dado un cuaternión escrito en forma canónica $q = a + bi + cj + dk$ su exponenciación resulta ser:

$$e^q = e^{a+bi+cj+dk} = e^a \left(\cos \sqrt{b^2 + c^2 + d^2} + \frac{\sin \sqrt{b^2 + c^2 + d^2}}{\sqrt{b^2 + c^2 + d^2}} (bi + cj + dk) \right)$$

Par de rotación

El par de rotación, par motor o torque es una magnitud física que mide el momento de fuerza que se ha de aplicar a un eje que gira sobre sí mismo a una determinada velocidad. Es el momento de fuerza que ejerce un motor sobre el eje de transmisión de potencia; la tendencia de fuerza para girar un objeto alrededor de un eje o punto de apoyo. en otras palabras, el torque de un motor es la fuerza de empuje que va a tener el eje de salida, dato independiente del tiempo que tarde en ejercer dicha fuerza, de otro modo eso sería la potencia.

Sus unidades son kilogramos – metro, libra – pie, libras – pulgada o Newton – metro. Este torque o par mezclado con un tiempo de realización, aplicación o ejecución se convierte en potencia:

La combinación de potencia, par y velocidad en un motor o motorreductor se articula bajo la siguiente fórmula:

RPM = número de giros de la flecha por minuto

$T = \frac{HP \cdot 716}{RPM}$ en kg-m. *PAR (en kg-m) = Potencia (en HP) x 716 / Velocidad de giro de la flecha del motor o reductor (rpm)*

RPM = número de giros de la flecha por minuto

$T = \frac{HP \cdot 716}{RPM}$ en kg-m.