

Artificial Intelligence

Exercise Sheet 3

November 8, 2021

Task 3.1

Minimum Remaining Value

Idea Select the variable with the least remaining values of the domain.

Phase More in the middle of the solution process, because some values should already be crossed out.

Runtime $\mathcal{O}(n)$ (Find node with the least amount of remaining values.)

Problem cases MRV aims to shorten the depth search tree (path length) and is therefore suitable for problems with large domains.

Task 3.2

Degree Heuristic

Idea Choose the variable that has the most restrictions on other variables

Phase Startup phase

Runtime $\mathcal{O}(n)$ (find nodes with most outgoing edges)

Problem Cases Since the Degree Heuristic is used to reduce the branching factor in future calculations, this heuristic is particularly suitable at the beginning for nodes in the graph with many constraints. However, it is often only used when MRV does not provide a clear result.

Task 3.3

Least Constraining Value

Idea Choose the value for a variable which excludes the least amount of values in other variables

Phase Independent of the phase

Runtime $\mathcal{O}(m \cdot d)$ (Check for each value for each neighbor how many values are remaining (this check is assumed to be $\mathcal{O}(1)$))

Problem cases Highly limited problems with few solutions. Does not help for example with under-determined problems.

Task 4

Specification of the cryptoarithmic Puzzle

The Problem

$$\begin{array}{r} S E N D \\ + M O R E \\ \hline M O N E Y \end{array}$$

The specification

- ▶ $S, E, N, D, M, O, R, Y \in \{0, \dots, 9\}$
- ▶ $X_1, X_2, X_3, X_4 \in \{0, 1\}$
- ▶ $\text{AllDiff}(S, E, N, D, M, O, R, Y)$
- ▶ $S, M \neq 0$
- ▶ $D + E = Y + 10 \cdot X_1$
- ▶ $X_1 + N + R = E + 10 \cdot X_2$
- ▶ $X_2 + E + O = N + 10 \cdot X_3$
- ▶ $X_3 + S + M = O + 10 \cdot X_4$
- ▶ $M = X_4$

Task 4

Explanation of abbreviations

KnK Node consistency

KaK Arc-consistency

MRV Minimum-Remaining-Value Heuristic

Task 4

Solution of the cryptoarithmic Puzzle

Solution

	S	E	N	D	M	O	R	Y	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄
KnK	≠ 0				≠ 0							
KaK												= 1
KaK	≠ 1	≠ 1	≠ 1	≠ 1	= 1	≠ 1	≠ 1	≠ 1				
MRV									= 1			
MRV										= 1		
MRV											= 0	
KaK	= 9	≠ 0, 9	≠ 0, 9	≠ 0, 9	≠ 0, 9	= 0	≠ 0, 9	≠ 0, 9				
KaK		≠ 8										
MRV		= 5										
KaK			= 6	≥ 7			= 8					
MRV				= 7								
KaK								= 2				

Result

$$\begin{array}{r}
 9 \ 5 \ 6 \ 7 \\
 + \ 1 \ 0 \ 8 \ 5 \\
 \hline
 1 \ 0 \ 6 \ 5 \ 2
 \end{array}$$

Aufgabe 4

Erklärung

- Schritt 1** S und M können nicht 0 sein (Bedingung: Keine führenden Nullen, Knoten-Konsistenz)
- Schritt 2** Da $X_4 = M$ und $M \neq 0 \rightarrow X_4 = 1$ (Kantenkonsistenz)
- Schritt 3** $M = 1$, da $X_4 = 1$. Daraus folgt dann direkt auch, dass alle andere Buchstaben nicht 1 sein können (Kanten-Konsistenz).
- Schritt 4** Da keine Schlüsse durch Knoten- / Kantenkonsistenz mehr möglich, setze X_1 zufällig
- Schritt 5** Da keine Schlüsse durch Knoten- / Kantenkonsistenz mehr möglich, setze X_2 zufällig

Aufgabe 4

Erklärung

- Schritt 6** Da keine Schlüsse durch Knoten- / Kantenkonsistenz mehr möglich, setze X_3 zufällig
- Schritt 7** Da nun M und X_3 bestimmt sind, kann $S = 9$ abgeleitet werden (Kanten-Konsistenz). Somit muss $O = 0$ sein, da $S + M = O$. Auch alle anderen Buchstaben nicht mehr 0 oder 9 sein können.
- Schritt 8** Da S und O nun bestimmt sind, kann E nicht mehr 8 sein, da sonst $E + 0 + X_2 = 9$, jedoch steht unten ein N und kein S .
- Schritt 9** Da nichts mehr geschlussfolgert werden kann, setze nach der MRV-Technik E zufällig auf 5

Aufgabe 4

Erklärung

- Schritt 10** N ergibt sich aus $E + O + X_2 = 6$. Aus $E = 5$ ergibt sich auch, dass $D \geq 7$ (6 ist ungültig, da N schon 6 ist), da $X_1 = 1$ sein muss. Aus $N = 6$ und $E = 5$ ergibt sich auch, dass $R = 8$ gelten muss.
(Kantenkonsistenz)
- Schritt 11** Keine Schlussfolgerung mehr möglich, setze D zufällig auf 7.
- Schritt 12** $Y = 2$ folgt direkt aus $D = 7$.

Task 1 - Propositional Logic

1.1

$$\phi_1 = \textit{Smoke} \vee \textit{Fire} \vee \neg \textit{Fire}$$

<i>Smoke</i>	<i>Fire</i>	ϕ_1
False	False	True
False	True	True
True	False	True
True	True	True

Formula is valid (tautology)

Task 1 - Propositional Logic

1.2

$$\phi_2 = (Smoke \Rightarrow Fire) \wedge \neg Fire \wedge Smoke$$

<i>Smoke</i>	<i>Fire</i>	ϕ_2
False	False	False
False	True	False
True	False	False
True	True	False

Formula is unsatisfiable

Task 1 - Propositional Logic

1.3

$$\phi_3 = (Smoke \Rightarrow Fire) \Rightarrow (\neg Smoke \Rightarrow \neg Fire)$$

<i>Smoke</i>	<i>Fire</i>	ϕ_3
False	False	True
False	True	False
True	False	True
True	True	True

Formula is neither valid nor unsatisfiable

Task 1 - Propositional Logic

1.4

$$\phi_4 = ((Smoke \wedge Heat) \Rightarrow Fire) \Leftrightarrow ((Smoke \Rightarrow Fire) \vee (Heat \Rightarrow Fire))$$

<i>Smoke</i>	<i>Heat</i>	<i>Fire</i>	ϕ_4
False	False	False	True
False	False	True	True
False	True	False	True
True	False	False	True
True	True	False	True
True	False	True	True
False	True	True	True
True	True	True	True

Formula is valid (tautology)

Task 2 - KNF

$$A \Leftrightarrow (B \vee \overline{C})$$

$$(A \Rightarrow B \vee \overline{C}) \wedge (B \vee \overline{C} \Rightarrow A)$$

$$(\overline{A} \vee B \vee \overline{C}) \wedge (\overline{B \vee \overline{C}} \vee A)$$

$$(\overline{A} \vee B \vee \overline{C}) \wedge (\overline{B} \wedge C \vee A)$$

$$(\overline{A} \vee B \vee \overline{C}) \wedge (\overline{B} \vee A) \wedge (C \vee A)$$

Task 3 - Resolution

C (Child), W (Wind), K (FlyKite), F(Fun)

At first, rewrite formula in CNF:

1. $\overline{W} \vee K$
2. $\overline{C} \wedge \overline{K} \vee F \equiv \overline{C} \vee \overline{K} \vee F$
3. $W \wedge C$

Task 3 - Resolution

