Subject : Year Month Day

چرا اصلاً باید نیرو باشد؟

مکانیک کوانتومی

نیروهای موجود در طبیعت (4 مورد)

1. گرانش 2. الکترومغناطیس 3. هسته‌ای قوی 4. هسته‌ای ضعیف

هسته پایدار — هسته‌های ناپایدار

(غلبه بر دافعه الکتروستاتیکی)

سرعت نور حد است و هیچ جسمی بیشتر از این نیست / برای سرعت‌های زیاد این نیوتن جواب × ← قانون نسبیت انیشتین

مکانیک کوانتومی ← ذرات میتوانند خواص موجی داشته باشند (تفرق و تداخل)

معادلات ماکسول ← خاصیت موجی نور و ذره‌ای (کوانتومی)

انیشتین، پدیده فتوالکتریک

مخالف کلاسیک (کوانتومی) ← 1. همزمان نمیتوان موقعیت و سرعتش را گفت

2. کوانتیده بودن

$$\vec{F}_{12} = \frac{k q_1 q_2}{r^2}\hat{a}_{12} \qquad \left(\frac{N\cdot m^2}{C^2}\right)$$

نیرویی که 1 به 2 وارد میکند

$q_1 \xrightarrow{r} q_2$, $\vec{r}_{12}$

$\hat{a}_{12} = \frac{\vec{r}_{12}}{|\vec{r}_{12}|}$ (بردار یکه) $\Rightarrow |\hat{a}_{12}| = 1$

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = \underbrace{9\times10^{9}}\ \frac{Nm^2}{C^2}$$

ϵ_0 ← ثابت گذردهی برای خلا

غیرخلا $\epsilon > \epsilon_0$ — $K_0 > K$

c (سرعت نور) $= \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$ => $\boxed{\text{چرا نور به } \epsilon \text{ بستگی دارد}}$

$|F_{12}| = |F_{21}| \propto q_1 q_2^2$ → قانون عمل و عکس العمل را نقض

$F \overset{?}{\propto} q_1^2 q_2^2$ → نقض برهم‌نهی

بعد مورد نیروهای هسته‌ای صادق ×

اصل برهم نهی (Super position)

q_1 (ne) —— r —— q_2

یک بار نقطه‌ای نه ne هست بارش

$$\vec{F}_0 = \vec{F}_{10} \oplus \vec{F}_{20} \oplus \cdots \oplus \vec{F}_{n0}$$

q_0

$q_1 \quad q_2 \quad q_n$

$$F_{12} \propto (ne)^2 e^2 = n^2 e^4$$

$$F_{12} \propto n(e^2 e^2) = n e^4$$

n بار داریم (جمع کل نیروها e)

مکانیک کلاسیک در سرعت نور جواب نمیده حتی مکانیک کلاسیک با سرعت نسبیت

سرعت نور تابع منبع حمل اون نیست مثلاً چراغ قوه‌ای که روشنش کنیم با هر سرعتی بره نور با همون سرعت

در همه محیط‌ها ثابته (ولی مثلاً در چوب کمتره) انتشار پیدا میکنه

کلاسیک: $v_{نسبی} = v_1 + v_2$ $\quad \xrightarrow{v_1} \quad \xleftarrow{v_2}$

نسبیتی: $v_{نسبی} = \dfrac{v_1+v_2}{1+\frac{v_1 v_2}{c^2}}$

اگه سرعت پایین باشه این جمله صرف نظر میکنیم

اگه زیاد باشه این جمله تاثیرگذاره

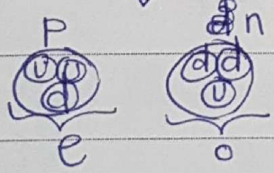
مثلا $v_1 = v_2 = c \Rightarrow v_{نسبی} = c$

$c = \dfrac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}}$

نشان دهنده اینکه سرعت نور مستقل از منبع

خواص بار الکتریکی ← ① کوانتیده بودن بار $q = \pm ne$ ← ذراتی داریم که بار کسری دارن ولی به صورت آزاد ×

2.



$u: \frac{2}{3}e$

$d: -\frac{1}{3}e$ → کوارک‌ها آزاد نیستن

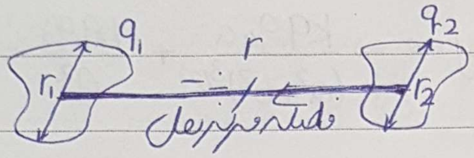
قبلاً ساختارها هسته

نشان بدهند در پرتاب، گلوله با ذرات

② قانون بقای بار (حتی در واپاشی هسته‌ها هسته‌های ضعیف و ناپایدار)

$^{238}_{92}U \rightarrow {}_{90}Th + {}^{4}_{2}He$

$q_1 = q_2$ (طرفین عبارت)



* اگر $r \gg max(r_1, r_2) \Rightarrow$
میشه بارها رو به صورت نقطه‌ای و
قانون کولن

$$\vec{F}_{12} = \frac{k q_1 q_2}{r^2}\,\vec{a}_{12}$$

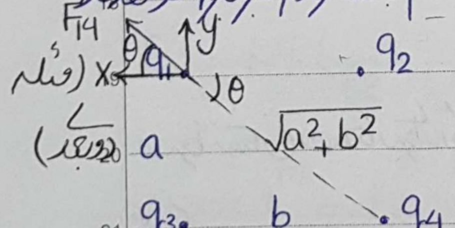
* دسته بندی مواد از لحاظ الکتریکی ← 1- مواد رسانا (فلزات، ...)

2- نیم رسانا (سیلیسیم و ژرمانیوم ← عایق، ساخت دیود و ترانزیستور)

3- نارسانا (عایق) ⇐ ما عایق مطلق نداریم اگه در میدان الکتریکی قوی قرار بگیره تبدیل به رسانا

و شارژ (کنده شدن e ها اضافه) ← انرژی دادن به e ها در مدار آخر و تبدیل اون ها به e های آزاد

Q. کره‌های رسانا و فلزی حامل بارهای q_1, q_2, q_3, q_4 در رئوس مستطیل قرار دارند. نیروی وارد بر q_1 صفر. اگر کره‌های q_2, q_3, q_4 را توسط سیم‌های رسانا بهم متصل کنیم بار هر کدام برابر q خواهد شد. کدام q_2, q_3, q_4 بر حسب q، A، B؟



$$\vec{F}_1 = \vec{F}_{21} + \vec{F}_{31} + \vec{F}_{41}$$

$$\vec{F}_{21} = \frac{k q_1 q_2}{b^2}\,\vec{i} \qquad \vec{F}_{31} = \frac{k q_1 q_3}{a^2}\,\vec{j}$$

$$\vec{F}_{41} = \frac{k q_1 q_4}{(a^2+b^2)} \Rightarrow \vec{F}_{41} = F_{41}\cos\theta\,\hat{i} + F_{41}\sin\theta\,\vec{j}$$

Year Month Day ( ) Subject :

$$\cos\theta = \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}} \quad , \quad \sin\theta = \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

$$\vec{F}_1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} F_{1x} = 0 \Rightarrow F_{21x} + F_{31x} + F_{41x} = 0 \Rightarrow \dfrac{kq_1q_2}{b^2} + \dfrac{kq_1q_4 b}{(a^2+b^2)^{3/2}} = 0 \\ F_{2y} = 0 \Rightarrow F_{21y} + F_{31y} + F_{41y} = 0 \Rightarrow \dfrac{kq_1q_4 a}{(a^2+b^2)^{3/2}} + \dfrac{kq_1q_3}{a^2} = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} q_2 = \dfrac{-b^3}{(a^2+b^2)^{3/2}} q_4 \\ q_3 = \dfrac{-a^3}{(a^2+b^2)^{3/2}} q_4 \end{cases} \Rightarrow$$

q_2 و q_3 هم علامت و q_4 مختلف العلامة

$q_2 + q_3 + q_4 = 3q$ (از صورت مسئله)

* علامت بارها مهمه

$$\left(\frac{-b^3 - a^3}{(a^2+b^2)^{3/2}} + 1\right) q_4 = 3q \Rightarrow q_4 = (\dots) q \Rightarrow$$ q_4 مثبته

q_2 و q_3 منفی‌ئه

میدان الکتریکی

$$F_e = \frac{GMm}{R^2} \Rightarrow g = F_e/m = \frac{GM}{R^2}$$

شدت میدان گرانش زمین

q $\quad r \quad$ q'

$\vec{a}_r \ , \ |\vec{a}_r| = 1$

$$\vec{F}_E = \frac{kqq'}{r^2} \vec{a}_r$$ → صرفاً نشان دهنده‌ی بردار یکه‌ی اون

$$\vec{E} = \lim \frac{\vec{F}_E}{q'} = \underbrace{\frac{kq}{r^2}}_{\text{میدان بار نقطه‌ای}} \vec{a}_r$$

$q' \to 0$ (به همین خاطر E مستقل از بار آزمون، اگر کوچیک باشه و باعث تغییر شکل بار q نشه (میدان))

طبق تحقیقات صورت گرفته منشأ ... را پیدا کنیم. نور وقتی شکست می‌کند کوتاه‌ترین مسیر بین ۲ نقطه (فرما)

1. دافعه دارند ← بیشترین فاصله یعنی روی سطح

2. اگر روی سطح نباشند حرکت می‌کنند و دارای جریان الکتریکی (ولی پایسته انرژی کمینه) نداریم چون برخلاف R کمینه انرژی) ⇐ ✗ قانون پایستگی انرژی — کوچکترین انرژی رو داریم

$E=0$

1. $q<0$ $q'>0$

2. $q=0 \rightarrow \vec{F}=0$ (قانون کولن)   بیشینه القای بار

$F_E \neq 0$ ولی چون توزیع بار q توسط q' بهم خورده $q'>0$

(حرکت میکنه به سمت کره یعنی نیرو وارد میشه)

• میدان الکتریکی دوقطبی الکتریکی:

$+q \cdot \; d \; \cdot -q$

دوقطبی الکتریکی

$\boxed{\text{علامت اشتباه درست کن!}}$

$-q \cdot \; \underbrace{d/2 \, , \, d/2 \; \cdot +q}_{z} \quad \vec{E}_q \leftarrow P \rightarrow \vec{E}_q \qquad \vec{E}_p = \vec{E}_q \oplus \vec{E}_{-q}$

جمع برداری جمع جبری ولی بعد علامت q رو در نظر گرفته

(جمع برداری علامت همه) $\ominus \frac{kq}{(z+d/2)^2} \qquad \frac{+kq}{(z-d/2)^2}$

نه ↓

$E_p = kq\left(\frac{1}{(z-d/2)^2} - \frac{1}{(z+d/2)^2}\right)$ اگه منفی شد به جهت اشتباه

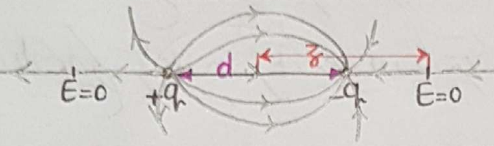
$(1 \pm \alpha)^m = 1 \pm \alpha m$ (حتی m کسری هم)

$\alpha \ll 1$ درسته $m \in Q$

اگه فرض کنیم P خیلی دور باشه $\rightarrow E_p = \frac{kq}{z^2}\left(\left(1-\underbrace{\frac{d}{2z}}_{\alpha}\right)^{-2} - \left(1+\underbrace{\frac{d}{2z}}_{\alpha}\right)^{-2}\right)$

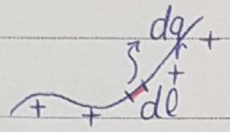
$z \gg d$ باشه

$$E_p = \frac{kq}{z^2}\left[\left(1+\frac{d}{z}\right)-\left(1-\frac{d}{z}\right)\right] = \frac{2kqd}{z^3} \Rightarrow \vec{E}_p = \frac{2k\vec{P}}{z^3}$$



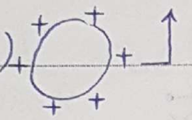
$P = qd$ گشتاور دوقطبی الکتریکی

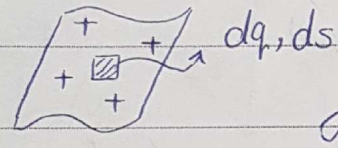
محاسبه میدان الکتریکی برای توزیع بار پیوسته



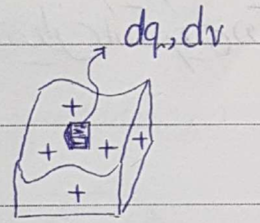
چگالی بار خطی $= \lambda = \dfrac{dq}{dl}$ (C/m)

$\lambda =$ ثابت $\rightarrow$ چگالی بار خطی ثابت

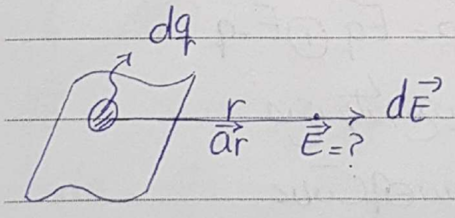
مثال)  یکسان است



چگالی بار سطحی $= \sigma = \dfrac{dq}{ds}$ (C/m^2)



چگالی بار حجمی $= \rho = \dfrac{dq}{dv}$ (C/m^3)



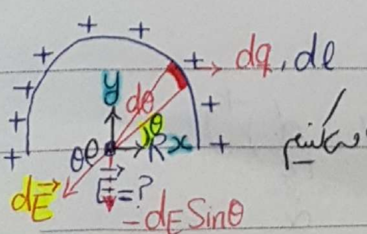
بار خطی: $dq = \lambda dl$

بار سطحی: $dq = \sigma ds$

بار حجمی: $dq = \rho dv$

$$E = \int d\vec{E} = \int \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r^2}\vec{a}_r$$

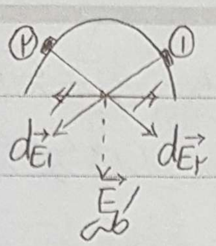
مثال) نیم حلقه عایقی مطابق شکل دارای چگالی بار خطی λ می باشد. (λ مقداری ثابت) مطلوب: محاسبه میدان الکتریکی در مرکز این نیم حلقه؟



1. اندازه dE رو بدست بیار

2. جهت dE رو در محاسبه بگیر (در واقع تقابل هم) و dE را در جهتی که میخواهیم ضرب میکنیم

θ ← زاویه اعمال تا جهت + محور xها



① همیشه دو المان متقابل هم در نظر بگیریم.

میدان الکتریکی در راستای $\to$ $|d\vec{E_1}| = |d\vec{E_2}|$ $\to$ λ ثابت (ظاهراً یکنواخت)

xها

$$d\vec{E} = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 R^2} \qquad dq = \lambda\, dl \;,\; dl = R\, d\theta$$

در جهت افزایش θ

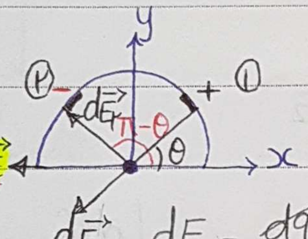
$$d\vec{E} = \frac{\lambda R\, d\theta}{4\pi\epsilon_0 R^2} \Rightarrow d\vec{E_y} = \frac{-\lambda\, d\theta}{4\pi\epsilon_0 R} \sin\theta \to \int \ldots$$

جهت علامت منفی ← جهت + محور xها تا المان زاویه θ

$$\vec{E_y} = \frac{-\lambda}{4\pi\epsilon_0 R} \cos\theta \Big|_0^{\pi} = \frac{-\lambda}{2\pi\epsilon_0 R}$$

اگه همینجا این بود sin مثل قبلی میشه

(مثال)



$\lambda = \lambda_0 \cos\theta$ $\to$ نیم حلقه‌ای با توزیع بار غیر یکنواخت

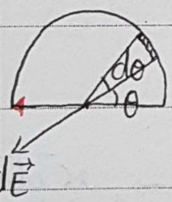
$\lambda_0 > 0$

8 دو تا المان متقابل هم

$$dE = \frac{dq\,(\lambda)\, dl\, d\theta R}{4\pi\epsilon_0 R^2}$$ $\to$ * هم تقارن هندسی هم توزیع بار برای تعیین جهت E

چون متقابل هم $\to$ $\cos\theta = -\cos(\pi-\theta)$ $\to$ ها هم علامت نیستن ولی اندازه λ ها (همه) λ یکی میشه $\to$ $|d\vec{E_1}| = |d\vec{E_2}|$

جهت E با علامت λ



$\theta \to \pi - \theta$

$\lambda\cos\theta \to \lambda\cos(\pi-\theta) \to -\lambda\cos\theta$

$$dE = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 R^2} \qquad dq = \lambda\, dl = \lambda \cdot \cos\theta\, R\, d\theta$$

$$\to dE_x = \frac{-\lambda \cdot \cos\theta\, d\theta}{4\pi\epsilon_0 R} \cos\theta \Rightarrow \int_0^{\pi} \frac{-\lambda}{4\pi\epsilon_0 R} \underbrace{\cos^2\theta}_{\frac{1+\cos 2\theta}{2}}\, d\theta = \vec{E_x} \to$$

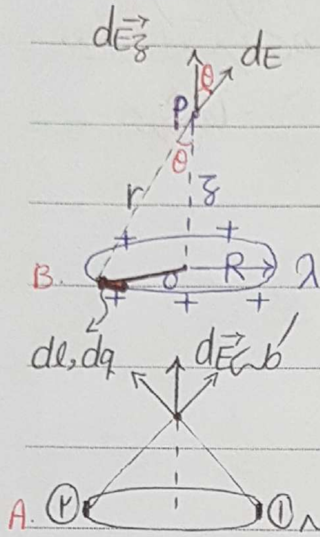
$$E_x = \frac{-\lambda}{4\pi\epsilon_0 R}\left(\frac{1}{2}\theta + \frac{\sin 2\theta}{4}\right)\Big|_0^{\pi} \to E_x = \frac{-\lambda}{8\epsilon_0 R}$$

B. بار کل چقدره؟ $dq = \lambda\, dl \to q = \int_0^{\pi} \lambda \cdot \cos\theta\, R\, d\theta = \lambda \cdot R \sin\theta \Big|_0^{\pi} = 0$

(بار کل صفر شد چون بار ما هم + اینور، اونور هم هست)

← نصف نیم‌حلقه + ، نصف نیم‌حلقه −

مثال) اگر حلقه‌ای عایقی به شعاع R دارای چگالی بار خطی یکنواخت λ می‌باشد. مطلوب است میدان الکتریکی در فاصله z روی محور از این حلقه؟



تغییر

** یعنی هر نقطه از حلقه را در نظر بگیریم تا P یه زاویه داره بین θ ثابته

توی این مسئله z، R و θ ثابته فقط dl متغیره

دو المان تقارن هم = پس بگیری جهت dE ها فقط میدان‌هایی که در راستای z هست را محاسبه کنیم

$$dE = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r^2} \qquad r = \sqrt{R^2+z^2} \qquad \cos\theta = \frac{z}{\sqrt{R^2+z^2}}$$

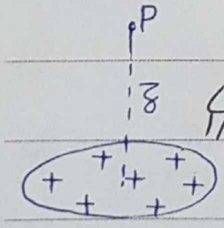
$$dE_z = \frac{\lambda\, dl\, z}{4\pi\epsilon_0 (R^2+z^2)^{3/2}} \rightarrow \int d\vec{E}_z = \vec{E}_z = \frac{\lambda z}{4\pi\epsilon_0 (R^2+z^2)^{3/2}} \underbrace{\int dl}_{2\pi R\ (\text{طول})}$$

$$\Rightarrow \vec{E}_z = \frac{\lambda R z}{2\epsilon_0 (R^2+z^2)^{3/2}} \xrightarrow{\text{نتیجه}} E_z = \frac{qz}{4\pi\epsilon_0 (R^2+z^2)^{3/2}}$$

$\lambda(2\pi r) = q$

★ (نقطه E → خطی E → استوانه E) ← $E \propto q$ ← به شرط اینکه وقتی که q را استفاده میکنیم → تفکیک ثابت و متغیرها

مثال) دیسک عایقی دایره‌ای شکل دارای چگالی بار سطحی یکنواخت σ می‌باشد. مطلوب است E در فاصله z روی محور از مرکز دیسک؟

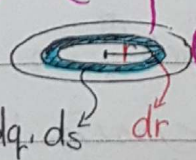


راه 1: از رابطه حلقه استفاده می‌کنیم فقط E حلقه را برحسب q می‌نویسیم

به شرط اینکه روی کل حلقه پیاده میکنیم. فقط R ثابت نیست و r (متغیر)

از ضد حلقه) ← $\int$

المان سطحی (ds)



1 $(s = \pi r^2)' \rightarrow \frac{ds}{dr} = 2\pi r \rightarrow ds = 2\pi r\, dr$

dq, ds $\quad dr$

$\pi(r+dr)^2 - \pi r^2 = 2\pi r\,dr + \pi dr^2 \rightarrow$

$dq = \sigma\, ds = \sigma . 2\pi r dr$ $\quad$ ⇐ 2 $ds = 2\pi r dr$

$$dE_{z} = \frac{dq\, z}{4\pi\epsilon_0 (R^2 + z^2)^{3/2}} \longrightarrow E_z = \frac{\sigma z}{2\epsilon_0}\int_{r=0}^{R} \frac{r\,dr}{(z^2+r^2)^{3/2}}$$

نیازی به تعیین جهت نیست

$2 \quad r^2$ (تعمیم)

$$\rightarrow E_z = \frac{-\sigma z}{2\epsilon_0}\left[\frac{1}{\sqrt{r^2+z^2}}\right]_{r=0}^{R} \rightarrow E_z = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}\left[1 - \frac{z}{\sqrt{z^2+R^2}}\right]$$

$$E_z = \lim_{R\to\infty} \frac{\sigma}{2\epsilon_0}\left(1 - \underbrace{\frac{z}{\sqrt{z^2+R^2}}}_{0}\right)$$

ـ پیدا کردن صفحه ∞ (وقتی نامحدود باشه)

$$\rightarrow E_z = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

اصل عدم قطعیت: نمیشه هم‌زمان هر دو رو کوچک کرد با یکی ← اون یکی ↑

$\Delta t . \Delta f >$ ثابت

Δt: زمان

Δf: خطا در فرکانس

$$\begin{cases} \Delta f \to 0 \Rightarrow \Delta t \to \infty \\ \Delta f \neq 0 \Leftarrow \Delta t \to \text{محدود} \end{cases}$$

فوتون: $E = hf$

E: انرژی هر فوتون، h: ثابت پلانک

$\rightarrow \Delta E . \Delta t >$ ثابت

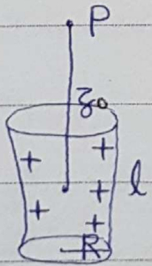
(هم ارز هم)

$\Delta v . \Delta x >$ ثابت ← نمی‌تونیم هم‌زمان بگیم هم مکانش چیه و هم سرعتش

Δv: خطا در اندازه‌گیری v (سرعت)

Δx: خطا در اندازه‌گیری x (موقعیت)

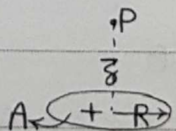
q. استوانه عایقی مطابق شکل دارای چگالی بار حجمی یکنواخت ρ می‌باشد. مطلوب است محاسبه میدان الکتریکی در فاصله z_0 از مرکز استوانه؟



* برای اینکه بتوانیم از میدان حلقه یا شکل دیگه‌ای استفاده کنیم باید میدان رو بر حسب q بنویسیم

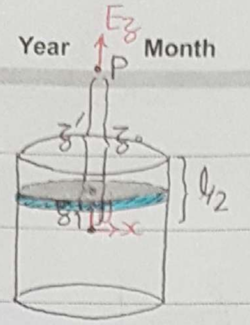
میدان دیسک: $E_z = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}\left[1 - \frac{z}{\sqrt{z^2+R^2}}\right]$

$\sigma A = dq \Rightarrow \sigma = \frac{dq}{A} \rightarrow$



$$E_z = \frac{dq}{2\epsilon_0 A}(\dots)$$

z′ فاصله المان از نقطه P که معادل همون z فاصله دیسک از P



استوانه رو به المان های کوچک با ضخامت کم (دیسک) درنظر بگیریم

$$z' = z_0 - z$$

$$dE_z = \frac{dq}{2\epsilon_0 A}\left[1 - \frac{\overset{z'}{(z_0 - z)}}{\sqrt{\underset{z'}{(z_0-z)^2}+R^2}}\right]$$

$$\left.\begin{array}{l} dq = \rho \overset{(A \cdot z)}{dv} \\ dv = A\,dz \end{array}\right\} \to dq = \rho A\, dz$$

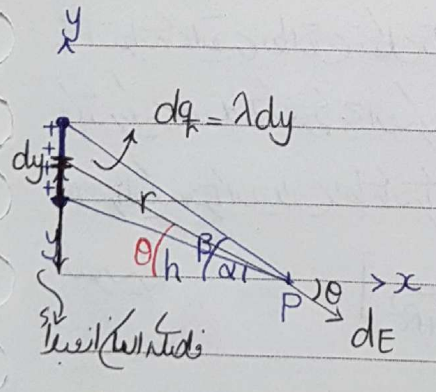
$$\to dE_z = \frac{\rho\, dz}{2\epsilon_0}\left[1 - \frac{(z_0-z)}{\sqrt{(z_0-z)^2+R^2}}\right] \to \underset{\text{مجموع E ها از دیسک ها}}{E_z = \int dE_z} =$$

$$\frac{\rho}{2\epsilon_0}\int_{-l/2}^{l/2}\left(1 - \frac{(z_0-z)}{\sqrt{(z_0-z)^2+R^2}}\right)dz = \frac{\rho}{2\epsilon_0}\left[\underbrace{z + \sqrt{(z-z_0)^2+R^2}}_{l + \sqrt{(z_0 - l/2)^2+R^2} - \sqrt{(z_0+l/2)^2+R^2}}\right]_{-l/2}^{l/2}$$

۲- اگه استوانه توخالی بود دیگه σ میدیم نه ρ بعد یه مجموع E ها از حلقه ها

۴- میله عایقی مطابق شکل دارای چگالی بار خطی یکنواخت λ. میدان الکتریکی در نقطه P به فاصله عمود h از میله؟

$$dE = \frac{\overset{\lambda dy}{dq}}{4\pi\epsilon_0 r^2} \overset{*}{\to} dE = \frac{\lambda\, d\theta}{4\pi\epsilon_0 h}$$



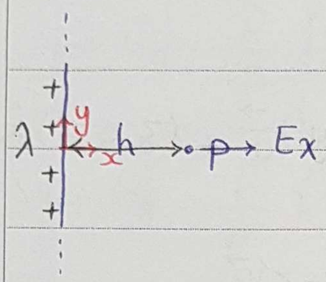
$$\left\{\begin{array}{l} dE_x = dE \cos\theta \\ dE_y = -dE \sin\theta \end{array}\right.$$

$$* \left\{\begin{array}{l} \tan\theta = \frac{y}{h} \to y = h\tan\theta \to dy = \frac{h \times d\theta}{\cos^2\theta} \Rightarrow \text{همه چیز رو بر حسب } \theta \\ r\cos\theta = h \to r = h/\cos\theta \end{array}\right.$$

اینجا هم y تغییر میکنه و هم θ ولی میخوایم تغییرات رو بر حسب یکی بنویسیم

$$\begin{cases} E_x = \int dE_x = \dfrac{\lambda}{4\pi\epsilon \cdot h} \displaystyle\int_{\alpha}^{\beta} \cos\theta \, d\theta = \dfrac{\lambda}{4\pi\epsilon \cdot h} (\sin\beta - \sin\alpha) \\ E_y = \int dE_y = \dfrac{\lambda}{4\pi\epsilon \cdot h} \displaystyle\int_{\alpha}^{\beta} -\sin\theta \, d\theta = \dfrac{\lambda}{4\pi\epsilon \cdot h} (\cos\beta - \cos\alpha) \end{cases}$$

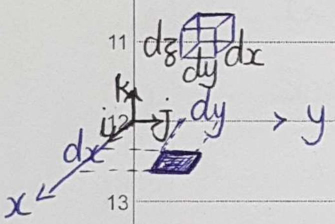
اگر طول میله ∞ باشد ⇐



$$\begin{cases} \alpha = -\pi/2 \\ \beta = +\pi/2 \end{cases} \xrightarrow{\text{روابط بالا}} \begin{cases} E_x = \dfrac{\lambda}{4\pi\epsilon \cdot h}(2) = \dfrac{\lambda}{2\pi\epsilon \cdot h} \\ E_y = \dfrac{\lambda}{4\pi\epsilon \cdot h}(0) = 0 \end{cases}$$

المان‌ها در دستگاه‌های مختصات مختلف (کارتزین (قائم) _ استوانه‌ای _ کروی)

1. کارتزین (قائم)



$$\Rightarrow \begin{cases} ds = dx \cdot dy \\ dv = dx \cdot dy \cdot dz \end{cases}$$

$$\vec{E} = \underset{E(x,y,z)}{E_x} \vec{i} + \underset{(x,y,z)}{E_y} \vec{j} + \underset{(x,y,z)}{E_z} \vec{k}$$

2. استوانه‌ای

$(x,y,z) \to (\rho, \varphi, z)$ $\qquad (\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}) \to (\vec{a}_\rho, \vec{a}_\varphi, \vec{a}_z)$

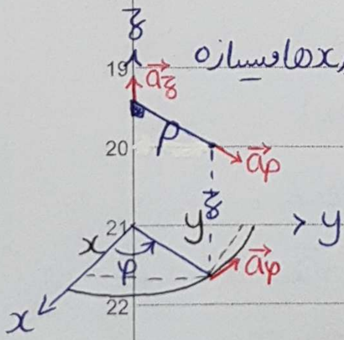
ρ: فاصله از محور z (شعاع)

φ: زاویه با x (خلاف جهت عقربه)

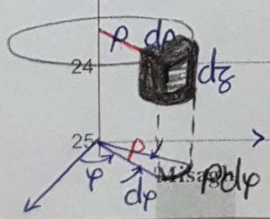
زاویه‌ای که با جهت + محور x ها میسازد

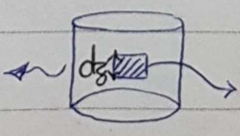
هم‌جهت با افزایش مولفه‌ها

هر سه بر هم عمود

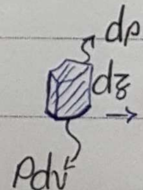


تبدیل: $x = \rho\cos\varphi$ ، $y = \rho\sin\varphi$ $\to \begin{cases} x^2 + y^2 = \rho^2 \\ \tan\varphi = \dfrac{y}{x} \end{cases}$



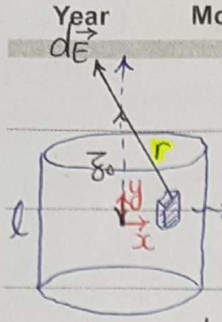


$\boxed{ds = dz\,\rho\,d\varphi}$



$\boxed{dv = \rho\,d\rho\,d\varphi\,dz}$

۹. حل مسئله قبلی



$\rightarrow (x', y', z') \rightarrow (\rho'\cos\varphi', \rho'\sin\varphi', z')$

$$d\vec{E} = \frac{dq}{4\pi\epsilon\, r^2}\,\vec{a_r} \qquad \vec{a_r} = \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|} = \cancel{\rho'\cos\varphi'}$$

$r = |\vec{r}| \longrightarrow$ بردار $\vec{r} = (0-x')\vec{i} + (0-y')\vec{j} + (z_0-z')\hat{k}$

$$\rightarrow \vec{a_r} = \frac{-x'\vec{i} - y'\vec{j} + (z_0-z')\vec{k}}{\sqrt{\underbrace{x'^2+y'^2}_{\rho'^2}+(z_0-z')^2}}$$

فقط $\vec{k}$ باقی می‌ماند

به در دو پیش صورت

$dq = \rho_0\, d\rho' \cdot \rho' d\varphi \cdot dz$

چگالی حجمی — توزیع استوانه‌ای

در راستای z چون فقط اندازه dE در نقطه z با بردار یکه

$dE_z = d\vec{E} \cdot \vec{k}\,\vec{a_z}$

به دلیل تقارن → برآیند شان صفر dE_ρ, dE_φ

$dE_\rho = d\vec{E}\,\vec{a_\rho} \rightarrow \vec{i}\cdot\vec{a_\rho} = \cos\varphi, \quad \vec{j}\cdot\vec{a_\rho} = \sin\varphi, \quad \vec{k}\cdot\vec{a_\rho} = 0$

$dE_\varphi = d\vec{E}\,\vec{a_\varphi} \rightarrow \vec{i}\cdot\vec{a_\varphi} = \cancel{\cos\varphi}\,-\sin\varphi, \quad \vec{j}\cdot\vec{a_\varphi} = \cancel{\sin\varphi}\,\cos\varphi, \quad \vec{k}\cdot\vec{a_\varphi} = 0$

تعریف ضرب داخلی با اندازه و زاویه

$$\Rightarrow dE_z = d\vec{E}\cdot\vec{k} = \frac{\rho_0\, d\rho' \cdot \rho' d\varphi\, dz\,(z_0-z')}{4\pi\epsilon\,[\rho'^2+(z_0-z')^2]^{3/2}} \rightarrow$$

$$E_z = \int_0^{2\pi} d\varphi \cdot \frac{\rho_0}{4\pi\epsilon} \int_{z=-l/2}^{l/2} \int_{\rho=0}^{R} \frac{\rho' d\rho' (z_0-z')\, dz'}{\left(\sqrt{\rho'^2+(z_0-z')^2}\right)^3} =$$

انتگرال مستقل از هم‌ها → 2π

اول z را ثابت می‌گیریم نسبت به ρ انتگرال و طبق جدول انتگرال‌ها

بعد نسبت به z انتگرال می‌گیریم.

$$\rightarrow E_z = \frac{\rho_\circ}{2\epsilon_\circ} \int_{-l/2}^{l/2} \left(\frac{-dz}{\sqrt{\rho'^2 + (z_\circ - z')^2}} \Big|_{\rho=0}^{R} \right)(z_\circ - z')$$

$$\left(\frac{dz}{(z_\circ - z)} - \frac{dz}{\sqrt{R^2 + (z_\circ - z')^2}} \right)(z_\circ - z')$$

$$\rightarrow E_z = \frac{\rho_\circ}{2\epsilon_\circ} \left[z' + \sqrt{R^2 + (z_\circ - z')^2} \right]_{-l/2}^{l/2}$$

$$\rightarrow E_z = \frac{\rho_\circ}{2\epsilon_\circ} \left(l + \sqrt{R^2 + (z_\circ - l/2)^2} - \sqrt{R^2 + (z_\circ + l/2)^2} \right)$$

- اگر بار یکنواخت نباشد نمی‌تونیم از المان دیسک استفاده کنیم و باید حلقه کامل بگیریم

	a_ρ	a_φ	a_z
$\vec{i}$	$\cos\varphi$	$-\sin\varphi$	0
$\vec{j}$	$\sin\varphi$	$\cos\varphi$	0
$\vec{k}$	0	0	1 $(\lvert a_z\rvert \lvert\vec{k}\rvert \cos 0)$

$$\rightarrow \begin{cases} a_\rho = \cos\varphi\,\vec{i} + \sin\varphi\,\vec{j} \\ a_\varphi = -\sin\varphi\,\vec{i} + \cos\varphi\,\vec{j} \\ a_z = \vec{k} \end{cases}$$

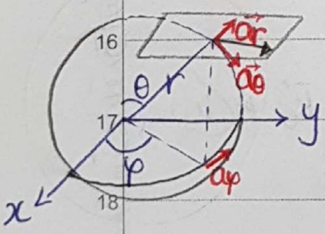
3. مختصات کروی

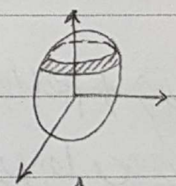
ساعتگرد: θ ← زاویه‌ای که با محور z ها می‌سازه ←

$(x, y, z) \rightarrow (r, \theta, \varphi)$

$0 \leq \varphi \leq 2\pi$ پادساعتگرد

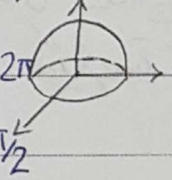
$0 \leq \theta \leq \pi$





- نیم کره

$$\begin{cases} 0 \leq \varphi \leq 2\pi \\ 0 \leq \theta \leq \pi/2 \end{cases}$$



$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

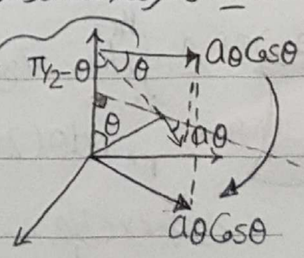
$\tan\varphi = \frac{y}{x}$

$\cos\theta = \frac{z}{r}$

$(\cdot)$	$\vec{a_r}$	$\vec{a_\theta}$	$\vec{a_\varphi}$
$\vec{i}$	$\sin\theta\cos\varphi$	$\cos\theta\cos\varphi$	$-\sin\varphi$
$\vec{j}$	$\sin\theta\sin\varphi$	$\cos\theta\sin\varphi$	$\cos\varphi$
$\vec{k}$	$\cos\theta$	$-\sin\theta$	0

$\vec{i} \cdot \vec{a_r} \Rightarrow$ یعنی مولفه a_r روی محور x

تصویر a_θ روی صفحه xy



وقتی a_θ , a_r تصویر میشن رو x و y روی z هم تصویر میشن

$\vec{a}_r = \sin\theta\cos\varphi\,\vec{i} + \sin\theta\sin\varphi\,\vec{j} + \cos\theta\,\vec{k}$

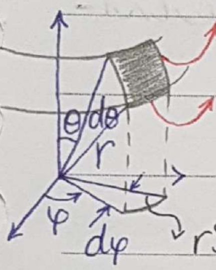
$\vec{a}_\theta = \cos\theta\cos\varphi\,\vec{i} + \cos\theta\sin\varphi\,\vec{j} - \sin\theta\,\vec{k}$

$\vec{a}_\varphi = -\sin\varphi\,\vec{i} + \cos\varphi\,\vec{j}$

← θ زاویه با محور zهاست طبق تعریف مختصات کروی

۴. بار با چگالی سطحی غیریکنواخت $\sigma = \sigma_0 \cos\theta$ بر روی سطح نیمکره‌ی عایقی توزیع شده که در آن σ_0 مقداری ثابت و مثبت و θ زاویه در مختصات کروی است. مقدار و جهت میدان الکتریکی در مرکز نیمکره؟

۱۸ المان سطح



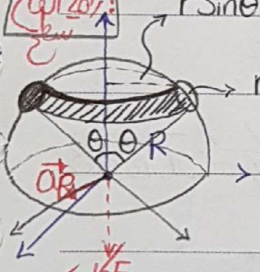
راه اول المان سطح: $\rightarrow \boxed{ds = r^2 \sin\theta\, d\theta\, d\varphi}$

$ds = r^2 \sin\theta\, d\theta \cdot 2\pi$ ← مستقل از $\int$

← اگر از dφ انتگرال بگیریم یعنی المان من یک نوار می‌شه و می‌تونیم نوار بگیریم هم!

روش دوم: می‌تونیم از میدان حلقه‌ها استفاده کنیم

راه دوم المان سطح:



$r\sin\theta \Rightarrow$ محیط: $2\pi r\sin\theta$

$rd\theta \rightarrow ds = 2\pi r^2 \sin\theta\, d\theta$ ← حل با روش اول: مثل یک مستطیل به طول محیط

دایره x ارتفاع

$$d\vec{E} = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 R^2}(-\vec{a}_r)$$

r در راستای

⭐ θها با هم برابر چون زاویه با محور zها یکی هستن و هیچ کدوم نسبت به دیگری نیست

میدان در جهت $\vec{k}$

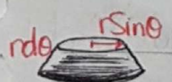
$$\rightarrow dE_z = d\vec{E}\cdot\vec{k} = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 R^2}(-\underbrace{\vec{a}_r\cdot\vec{k}}_{\cos\theta})$$

جهت E — جهت

$$\rightarrow \int dE_z = \frac{-\sigma_0}{2\epsilon_0}\int_{\theta=0}^{\pi/2} \sin\theta\cos^2\theta\, d\theta = \frac{-\sigma_0}{6\epsilon_0}$$

$\sin\theta\cos^2\theta \sim -\frac{\cos^3\theta}{3}$


← $\int_0^{2\pi} d\varphi$ ← (دایره‌ها کامل) حلقه‌ها ← ▨ کروی ds المان ۱.



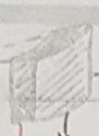
$\rightarrow rd\theta(2\pi r\sin\theta)$

دو روش برای نوشتن المان سطح

۲. به صورت استوانه‌ای که کاملا مشخص است ds ← طول x عرض

محیط قاعده

(طول کمان‌ها ـ قطعه‌ها) 2π φ که در صفحه x-y هستند ... به صورت حلقه‌ها ...

المان حجم:  $rd\theta$ $\quad$ $\boxed{dv=(r^2dr)(\sin\theta\, d\theta)\,d\varphi}$

(در راستای شعاع) dr $\quad$ $r\sin\theta\, d\varphi$

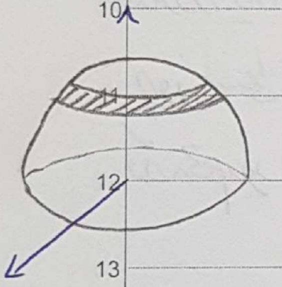
$$d\vec{E}_{r(x)}=\frac{dq}{4\pi\epsilon_0 R^2}\big(\underbrace{\overset{\text{جهت}}{-}\,a_r\cdot i}_{r\sin\theta\cos\varphi}\big)=\frac{\sigma}{2\epsilon_0(2\pi)}\int_{\varphi=0}^{2\pi}\int_{\theta=0}^{\pi/2}\frac{\overbrace{r\sin\theta\, d\varphi\cdot r\,d\theta}^{\text{r بر صفحه ثابته}}}{R^2}\cdot\sin\theta\cos\varphi$$

بردار یکه، اندازه 1

$$\int_{\varphi=0}^{2\pi}\cos\varphi\, d\varphi=\sin\varphi\Big|_0^{2\pi}=0$$

← φ و θ متغیرهای مستقل اند (یا همه برحسب این دو نداریم در صورت سوال)

۹. در نیمکره عایقی مطابق شکل چگالی بار حجمی به صورت $\rho=\rho_0 r^2$ که در آن ρ_0 مقدار ثابت و مثبت و R شعاع کره هست نقطه از مرکز میدان الکتریکی در مرکز نیمکره؟



$$dv=2\pi r^2dr\sin\theta\, d\theta$$

→ محیط × ضخامت (dr) × (ارتفاع)

$$dE=\frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r^2}(-\vec{a}_r) \quad , \quad dq=\underbrace{(\rho_0 r^2)}_{\rho}dv$$

$$\to dE_z=\frac{2\pi r^2dr\sin\theta\, d\theta}{4\pi\epsilon_0 r^2}\big(\underbrace{-\vec{a}_r\cdot\vec{k}}_{-\cos\theta}\big)\times\rho_0 r^2$$

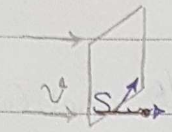
$$\to \int dE_z=\int_{r=0}^{R}\frac{-\rho_0(r^2dr)}{2\epsilon_0}\int_{\theta=0}^{\pi/2}\big(\underbrace{\sin\theta\cos\theta\, d\theta}_{\frac{\sin 2\theta}{2}}\big) \quad\to\quad E_z=\frac{\rho_0}{2\epsilon_0}\left(\frac{R^3}{3}\right)\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{\rho_0 R^3}{12\epsilon_0}$$

قانون گاوس:

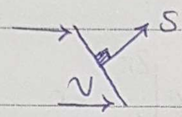
شار الکتریکی ← شار در سیالات

↓

شار روی سطح غالباً بسته

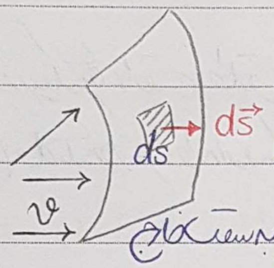


بردار عمود بر سطح که اندازه‌اش با سطح یکی است



$\varphi = vA = vS \Rightarrow \varphi = v.S$ ($A \to S$)

اگر $\measuredangle \vec{v}, \vec{S} = \frac{\pi}{2} \to \varphi = 0$



$d\varphi = \vec{v}.d\vec{s}$

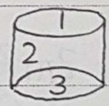
$d\vec{s}$ (اندازه‌اش ds) $\to \varphi = \iint \vec{v}.d\vec{s}$ ← شار در سیالات

(جهت عمود بر سطح به سمت خارج)

چون سطح انتگرال دوگانه (اگه طول بود یه بعد انتگرال و اگه حجم بود 3 بعد انتگرال)

شار الکتریکی $\to \varphi_E = \iint \vec{E}.d\vec{s}$

شار الکتریکی گذرنده از سطح بسته $\to \varphi_E = \oiint \vec{E}.d\vec{s}$



(هر سه سطح 1 و 2 و 3)

فرم انتگرالی قانون گاوس، برای تعیین جهت توجه به q کنیم

$$\varphi_E = \oiint \vec{E}.d\vec{s} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

q: بار خالصی که در داخل سطح بسته قرار داره (بارها با علامت در نظر گرفته بشن)

الان با دانسته‌ها می‌خوایم نمی‌تونیم جهت رو هم با اینا به دست بیاریم

* جهت بردار عمود بر سطح همیشه به سمت خارجه

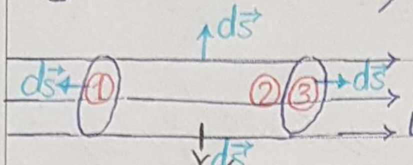
سطح بسته (گاوسی) یه سطح فرضی کاملاً دلخواه و بسته است

↓

برآیند کل بارهای موجود در فضا (هم داخل و هم خارج سطح بسته)

فایده φ_E اینه که اگه بتونیم سطح بسته را انتخاب کنیم که میدان روی سطح بسته یکنواخت باشه و $|E|$ از انتگرال بیرون بیاد. (اگه E غیر یکنواخت باشه ← از قانون گاوس برای فایده میدان نمیشه استفاده کرد)

۹) استوانه‌ای مطابق شکل در میدان الکتریکی یکنواخت E_0 قرار گرفته است. گاوس را بنویسید



میدانیم که داده مسئله از q های بیرونیه $\Rightarrow$ $q_{داخل}=0$ (اگه صفر نبود داخل استوانه
(در اثر q، E غیر یکنواخت بود)

$\measuredangle E, ds \to \pi/2$ $(\varphi = ABC\cos\theta)$

انتگرال روی سطح بسته $\oiint \vec{E}\cdot d\vec{s} = \iint_{①} \vec{E}\cdot d\vec{s} + \underbrace{\iint_{②} \vec{E}\cdot d\vec{s}}_{0} + \iint_{③} \vec{E}\cdot d\vec{s}$

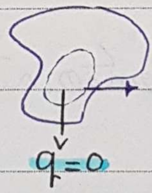
$\measuredangle E, ds \to \pi$ $\qquad$ $\measuredangle E, ds \to 0$

$= \iint -E\,ds + \iint E\,ds = -E\underbrace{\iint ds}_{A} + E\underbrace{\iint ds}_{A} = 0 = \frac{q}{\epsilon_0}$ → بار خالص درون استوانه هم صفره

A ← سطح مقطع استوانه

توجه 1) اگه $E=0 \to \oiint E\cdot ds = 0 \to q=0$

مثال) رسانا →



سطح بسته درون رسانا → $E=0$

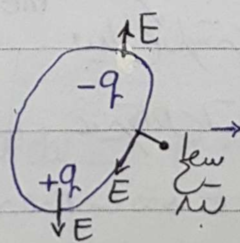
$q=0$

(داخل رسانا بار قرار نمیگیره)

اگه درون رسانا سطح بسته $-q$ $+q$ چون دلخواه می‌تونیم سطح بسته رو کوچک کنیم => بار $q=0$ ← هیچ بار درون رسانا قرار نمیگیره

توجه 2) اگه $\oiint E\cdot ds = 0 \;\not\Rightarrow\; E=0$

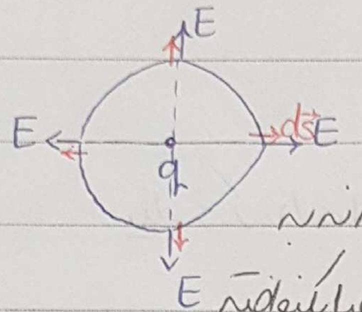
مثال)



$\to \oiint E\cdot ds = \frac{q-q}{\epsilon_0} = 0$

$E \neq 0$

محاسبه میدان الکتریکی بار نقطه‌ای با کمک قانون گاوس 8

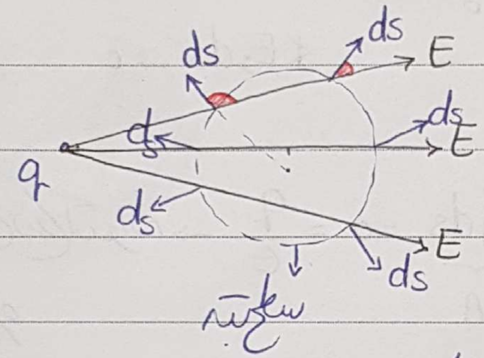


بهترین سطح کره است چون به فاصله ثابت از q، E ثابت است اگه شکل دیگه‌ای بود r تغییر می‌کرد ← $E \neq cte$

* E رو سطح بسته یکنواخته نه به این معنی که E در کل فضا یکنواخته (با تغییر r تغییر میکنه دیگه)

$$\measuredangle E, ds = 0 \rightarrow \oiint E \cdot ds = E \underbrace{\oiint ds}_{4\pi r^2} = \frac{q}{\epsilon_0} \rightarrow E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

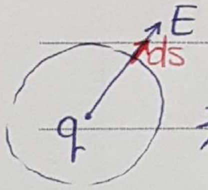
(توجه)



⇐ یکی از زاویه‌ها منفرجه و یکی حاده (+ و -)

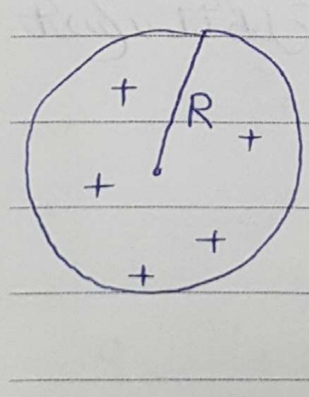
⇐ طبق گاوس E برآیند همه بارهای داخل و خارجه ولی اینجا E بیرونی صفره و صرفاً E که به دست میاد E، بارهای درونیه)

$\oiint E \cdot ds = 0$ ⇐ برای همینه که q فقط بارهای داخلیه چون شار q برای بارهای بیرونی صفره (همون تعدادی که وارد میشه با همون تعداد که خارج میشه برابره)



ولی اگه q داخل سطح بسته باشه، همه زوایا + میشه و باید E، q های داخلی رو حساب کرد

q کره عایقی به شعاع R دارای چگالی بار حجمی یکنواخت ρ می‌باشد میدان الکتریکی را در داخل و خارج این کره به دست آورید.

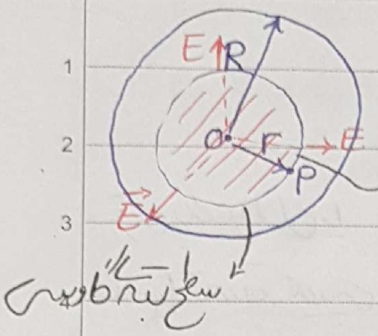


$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$ ** (فقط برای نقاط بیرون q درسته درست نیست

میدان گزارشی که توی داره تا اینجا نوشتیم دیگه فرمول غیرقابل استفاده است)

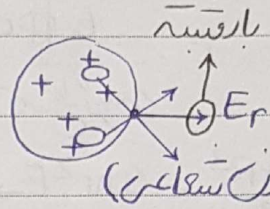
نتیجه اگه $r=0$ ← $E \rightarrow \infty$، درحالی که در هسته می‌بینیم که اگه $r \rightarrow 0$، $E \rightarrow 0$!

Scanned by CamScanner



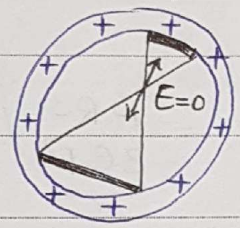
1. $0 \leq r < R$

$$\rho = \frac{dq}{dv} \quad (dq = \rho\, dv)$$



* چرا میدان شعاعی است؟ 1

2. پوسته خالی با چگالی بار یکنواخت بر روی سطح ← میدان هر نقطه‌ای درون این پوسته صفر



← تشابه مثلث‌ها

$$\oiint E \cdot ds = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$\downarrow \neq 0$ ← سپس ضرب نقطه‌ای تبدیل میشه به ضرب

$$E \underbrace{\oiint ds}_{4\pi r^2}$$ ____ ساده

$r\,d\theta \leftarrow \square$ (dr, $r\sin\theta\, d\varphi$)

* حالا بگیم dv؟ ① استفاده از مختصات استوانه‌ای

$$dv = r^2 dr \underbrace{\underbrace{\int_0^{\pi} \sin\theta\, d\theta}_{2} \underbrace{\int_0^{2\pi} d\varphi}_{2\pi}} = 4\pi r^2 dr$$

هم نیست و ثابته

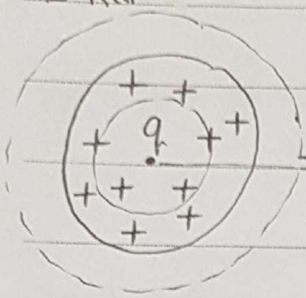
② $dv = \underbrace{ds}_{\text{سطح کره}} \cdot dr = 4\pi r^2\, dr$

$\left(v = \frac{4}{3}\pi r^3 \rightarrow dv = 4\pi r^2 dr\right)$

$$q = \iiint \rho\, dv = \int_0^r \rho \cdot r^2 dr \cdot 4\pi = \frac{\rho\, 4\pi r^3}{3}$$

$$\rightarrow E \cdot 4\pi r^2 = \frac{\rho\, 4\pi r^3}{3\epsilon_0} \rightarrow E = \frac{\rho r}{3\epsilon_0} \rightarrow \boxed{r = 0 \rightarrow E = 0}$$

2. $R<r$



$\xrightarrow{ds} E$ (شعاعی) $(\measuredangle=0)$ $\rightarrow \oiint E.ds = 4\pi r^2 E \rightarrow$ فرقی ندارد داخل یا خارج باشد تقارن کروی

$\underbrace{\oiint E.ds}_{E\oiint ds}$ → مساحت سطح گوسی

$q = \int_0^R \rho 4\pi r^2 dr = \rho \frac{4\pi R^3}{3} = 4\pi r^2 E \rightarrow E = \frac{\rho R^3}{3\epsilon r^2}$

کل بار داخل سطح بسته که فقط تا R بار داریم

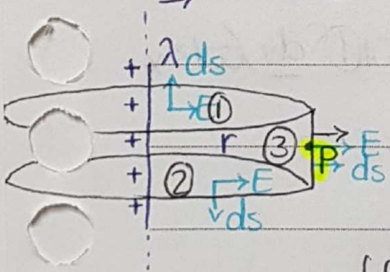
در نقاط خارج $E \propto 1/r^2$

حالت دوم اگر $r \geq R \rightarrow E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \rightarrow E = \frac{\rho 4\pi R^3/3}{4\pi r^2 \epsilon_0} = \frac{\rho R^3}{3\epsilon_0 r^2}$

یعنی برای نقاط خارج اگر ρ یکنواخت داشته باشیم می‌توانیم کره را به صورت یک بار نقطه‌ای در نظر بگیریم

** برای کره با توزیع بار یکنواخت در نقاط خارج می‌توان بار را نقطه‌ای و در مرکز کره در نظر گرفت و از قانون کولن میدان الکتریکی را محاسبه کرد.

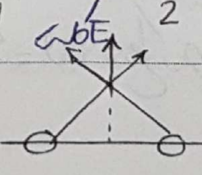
Q. میله‌ای نامحدود عایقی مطابق شکل دارای چگالی بار خطی یکنواخت λ می‌باشد میدان الکتریکی را در نقطه‌ی p به فاصله‌ی عمود r از میله به دست آورید؟



سطح گوسی

برای قانون گوس ① سطح بسته

$$\oiint E.ds = \iint_1 E.ds + \iint_2 E.ds + \iint_3 E.ds$$



② تعیین جهت میدان (با استدلال گوسی) ..... ds ← تعیین زاویه

③ $\measuredangle E, ds = \frac{\pi}{2}$ ← انتگرال اول و دوم صفر

④ تعیین جهت همه چیز را

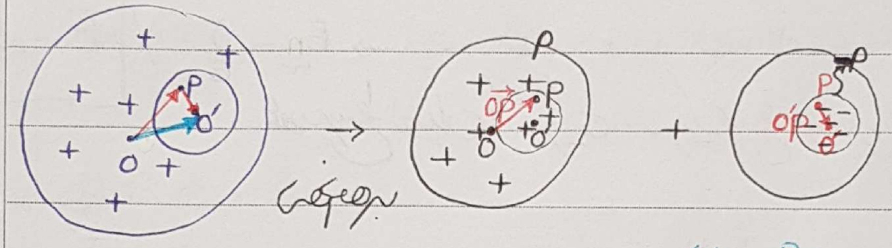
⑤ ضرب نقطه‌ای در ds انجام بدید

$$\oiint E.ds = \oiint_{3} E.ds = E\oiint ds = E(\underbrace{2\pi r l}_{\text{سطح جانبی استوانه}})$$

فقط سطح ۳، E ثابته

$$\frac{q}{\epsilon_\circ} = \frac{\lambda l}{\epsilon_\circ} \rightarrow E(2\pi r l) = \frac{\lambda l}{\epsilon_\circ} \rightarrow E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_\circ r}$$

ه. کره عایقی مطابق شکل دارای چگالی بار حجمی یکنواخت ρ می‌باشد. حفره‌ای کروی در داخل آن ایجاد می‌کنیم. مطلوب است محاسبه جهت و مقدار میدان الکتریکی داخل حفره کروی؟



← نتیجه: میدان داخل این حفره کاملاً یکنواخته

همواره جهت + در نظر بگیر و ± تعیین جهت

$0 \le r \le R$

او مرکز O رو باید طوری در نظر گرفت ← P که در هر دو حالت صدق کنه

$$E = \frac{\rho r}{3\epsilon_\circ}$$

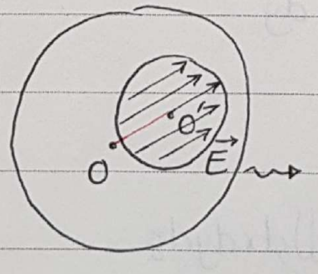
$$\vec{E} = \vec{E_1} + \vec{E_2}$$

$$\frac{\rho(\vec{OP})}{3\epsilon_\circ} \qquad \frac{\rho(-\vec{O'P})}{3\epsilon_\circ}$$

* جهت + ← جهت شعاعی رو به بیرون

(اگه جهت منفی باشه دیگه منفی نمی‌خواد) ← اسم بردار می‌شن: $\boxed{+PO'}$

$$\rightarrow \vec{E} = \vec{E_1} + \vec{E_2} = \frac{\rho}{3\epsilon_\circ}(\vec{OP} - \vec{O'P}) = \frac{\rho}{3\epsilon_\circ}(\vec{OO'})$$



میدان ثابت
هم اندازه و هم جهت

$\vec{E} = E.\vec{a_r}$

بردار یکه در جهت شعاعی ← ۱. بار + ⇐ $+a_r$
(رو به بیرونه)
۲. بار − ⇐ $-a_r$
E بار منفی به سمت داخل کره

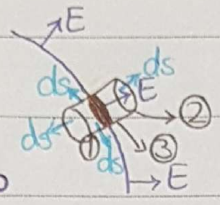
* قانون گاوس برای غیر خلأ $\rightarrow \oiint E.ds = \frac{q}{\epsilon} \quad , k \geq 1$
$\epsilon = \epsilon_\circ . k$
خلأ یا عایق که $k = 1$

* $E \propto r$ یا r^2 باشه منظور $\vec{r}$ که ابتدا مرکز کره و انتهاش نقطه مورد نظر ← یعنی بردار نیست

$E = \frac{\rho}{3\epsilon_\circ}$ $\qquad \vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_\circ (|\vec{r}|)^2}\vec{a_r}$

نداریم (هیچ وقت تو اندازه E شبهه و تنها چیزی که جهت E رو تعیین می‌کنه $\vec{a_r}$)

3) کاربرد: میدان الکتریکی در نزدیکی سطح یک رسانا (چگالی بار سطحی را می‌دانیم)



(داخل رسانا) $E=0$

$$\oiint E.ds = \underbrace{\oiint_1 E.ds}_{0} + \iint_2 E.ds + \underbrace{\iint_3 E.ds}_{\perp}$$

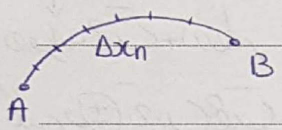
$\measuredangle \frac{\pi}{2}$ $\perp$ (داخل) $E=0$

$$\rightarrow \oiint E.ds = E.\Delta S = \frac{q}{\epsilon_0} \quad \Delta S \rightarrow E.\Delta S = \frac{\sigma \Delta S}{\epsilon_0} \rightarrow E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

$$\rightarrow E_n = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

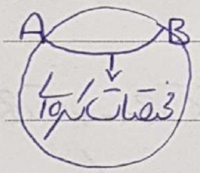
عمود بر سطح (میدان الکتریکی در نزدیکی سطح عمود بر سطح است)

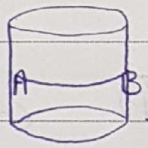
ریاضیات:



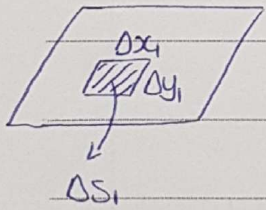
$$l = \Delta x_1 + \dots + \Delta x_n$$

$$\rightarrow l = \int dx$$



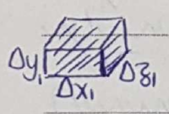


$\rightarrow$ خمهای استوانه



$$S = \Delta S_1 + \dots + \Delta S_n$$

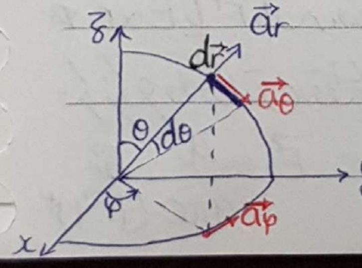
$$S = \Delta x_1 \Delta y_1 + \dots + \Delta x_n \Delta y_n = \iint dx.dy$$

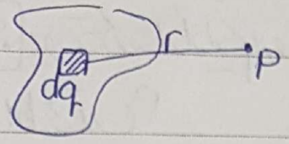


$$V = \Delta V_1 + \dots + \Delta V_n$$

$$V = \Delta x_1 \Delta y_1 \Delta z_1 + \dots + \Delta x_n \Delta y_n \Delta z_n = \iiint dx\,dy\,dz$$

* اگر توزیع بار روی استوانه یا کره باشه، المان‌ها رو هم توی همون دستگاه در نظر بگیرید که محدوده‌ش هم مشخص باشه.





$dq \xrightarrow{\text{بار خطی}} \lambda\, dl \rightarrow E_x = \int dE_x$

$dq \xrightarrow{\text{سطحی}} \sigma\, ds \rightarrow E_y = \iint dE_y$

$dq \xrightarrow{\text{حجمی}} \rho\, dv \rightarrow E_z = \iiint dE_z$

$dE = \dfrac{dq}{4\pi r^2 \epsilon}$

*استفاده از تقارن برای مواجه نشدن با انتگرال های چندگانه

$\int f(x)g(y)\,dx\,dy = \left(\int f(x)\,dx\right)\left(\int g(y)\,dy\right)$

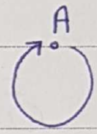
$x_1y_1 + x_1y_2 + \dots = (x_1 + x_2 + \dots + x_n)(y_1 + y_2 + \dots + y_n)$

$\underbrace{\oiint}_{\text{انتگرال روی سطح (دوگانه) بسته}} E \cdot ds = \dfrac{q}{\epsilon}$

برای همه میدان های پایستار

$\oint \dots$ → (قبال) $\boxed{\oint dw = 0}$

انتگرال روی مسیر (یگانه) بسته



→ پایستار بودن کار (بدون وابستگی به مسیر)

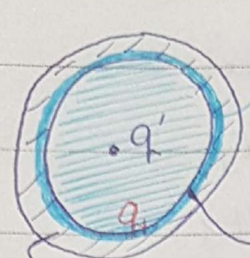
کار انجام شده در مسیر بسته صفر و در صورت یک گردش

$\underbrace{\vec{F}}_{q\vec{E}} \cdot d\vec{l} \rightarrow dw = q\vec{E}\,d\vec{l}$

مسیر بسته $\Rightarrow \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$ → پایستار بودن میدان الکتریکی که کار انجام شده تابع مسیر حرکت نیست

سطح بسته $\oiint E \cdot d\vec{s} = \dfrac{q}{\epsilon}$

9. پوسته رسانا داریم الف) توزیع بار؟ ب) میدان در نقاط مختلف؟

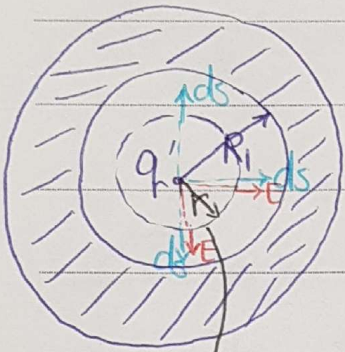


$\oiint \underbrace{E \cdot ds}_{} = \frac{q}{\epsilon_0} \rightarrow q=0 \rightarrow q' + q_1 = 0$

$E=0$ در داخل رسانا — بار خالص داخل بسته $\rightarrow \underline{\underline{q_1 = -q'}}$

پوسته خارجی $\rightarrow q_1 + q_2 = Q \rightarrow \underline{\underline{q_2}} = Q - q_1 = Q + q'$

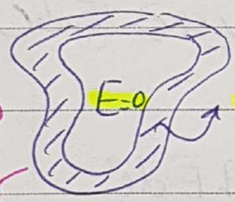
توزیع هم روی بار یکسان



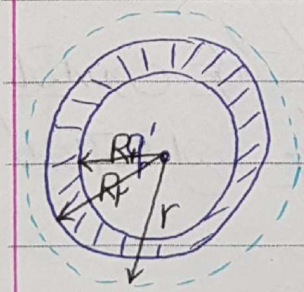
A. $0 < r < R_1$ * بارهای خارجی در E تأثیر ندارد فقط بار خالص درون

$\oiint E \cdot ds = \frac{q}{\epsilon_0} \rightarrow E = \frac{q'}{4\pi\epsilon_0 r^2} \rightarrow$ شبیه بار نقطه‌ای

$\underbrace{E}_{\text{ثابت}} \underbrace{\oiint ds}_{4\pi r^2}$



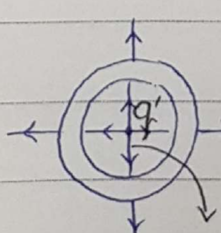
$E=0$ → میدان هم داخل رسانا صفر و هم داخل پوسته رسانا



B. $r > R_2$

$\oiint E \cdot ds = \frac{q}{\epsilon_0} \rightarrow E = \frac{q' + Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$

C. $R_1 < r < R_2 \rightarrow E = 0$

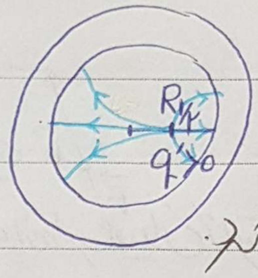


q' داخلی در میدان تأثیرگذاره

E ناشی از q'
E ناشی از q1 } → داخل E=0

- اگه شکل تقارن نبود، گاوس صادق بود ولی چون E ثابت نبود از گاوس برای محاسبه E استفاده نمیکردیم.

Q.



- بازم بار القایی پوسته داخلی $-q'$ میشه ولی توزیع بار یکنواخت نیست ← توزیع میدان هم غیر یکنواخت

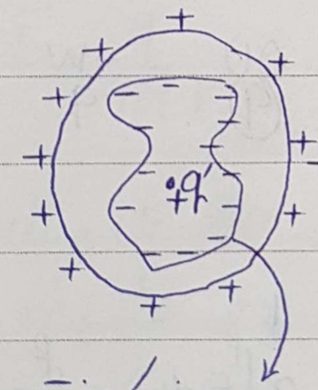
← برای محاسبه E داخل نمیشه مثل سوال قبل از گاوس استفاده کرد.

- در پوسته رسانا در هر صورتی (چون داخلش $E=0$ ($q=0$ پس بارها طوری توزیع میشن که میدان رو داخل رسانا صفر بکنه.

- حتی با وجود اینکه توزیع بار داخل رسانا غیر یکنواخت ولی توزیع بار پوسته بیرونی یکنواخته

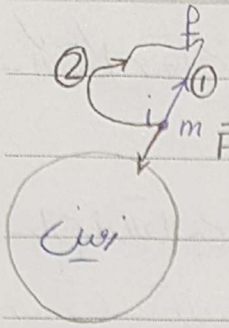
← مثل سوال قبل میشه برای $r>R_2$ ؛ چون شکل دارای تقارن هم هست میشه توزیع یکنواخت باشه

$$\oiint E \cdot ds = \frac{q}{\epsilon_0} \rightarrow E = \frac{q'+Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$



توزیع بار یکنواخته 1. شکل دارای تقارنه 2. $E=0$ داخل پوسته

توزیع یکنواخته چون شکل تقارن هندسی نداره



$W_1 = W_2$

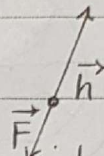
پتانسیل الکتریکی :

$\vec{F} , F = mg$

کار انجام شده برای جابجایی $= W = \vec{F} \cdot \vec{h} = -mgh$

m از نقطه i به نقطه f (کار انجام شده

توسط میدان گرانشی زمین)



$\vec{h}$ جهت جابجایی

$\vec{F}$ نیروی وارد شده از طرف میدان گرانشی

تغییر انرژی پتانسیل گرانشی

$* \Delta U = U_f - U_i = -W$

$W < 0 \to U_f > U_i \to$ جابجایی در خلاف جهت F زمین پس با افزایش U همراه

تغییر پتانسیل گرانشی $= * \Delta V = \frac{\Delta U}{m} = -\frac{W}{m} = gh$

برای نیروهای پایستار تعریف میشه

* برای میدان گرانشی کار انجام شده تابع مسیر نیست و فقط به نقطه ابتدا و انتها بستگی داد.

1- نیروهایی که دارای پتانسیل اند پایستارند و تابع مسیر نیستند ← $W_1 = W_2$

2- کار انجام شده برای مسیر بسته صفر است $\oint dw = 0$; $W = 0$

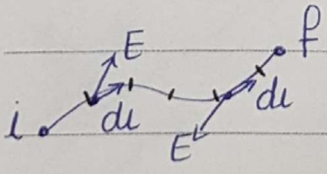
بدون اصطکاک ; $W \neq 0 \to$ با اصطکاک

$\Delta U = U_f - U_i = -W$ $\qquad \Delta V = \frac{\Delta U}{q} = \frac{-W}{q}$

تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی — کار انجام شده توسط میدان الکتریکی $(W = -W')$ کاری که ما انجام میدیم — تغییر پتانسیل الکتریکی

$$\Delta V = \frac{-q\int_i^f E \cdot dl}{q} = -\int_i^f E \cdot dl$$

$E = -\frac{dV}{dl}$ منفی آهنگ تغییرات پتانسیل



$dw = \vec{F} \cdot dl \to W = \int_i^f dw = q\int_i^f \vec{E} \cdot dl$

$\vec{F} = \vec{E}q$

$|dl| \to$ طول المانی که میتوان در آن میدان الکتریکی را یکنواخت در نظر گرفت $\to E = cte \xrightarrow{F = Eq} F = cte$

* مرجع پتانسیل ← نقطه‌ای که پتانسیل آن صفر در نظر گرفته میشه و انتخاب آن اختیاریه

معمولاً (مثال) اگه نقطه‌ی f مرجع پتانسیل باشد ← $V_f=0$ ← $V_i=\int_i^f E\cdot dl$

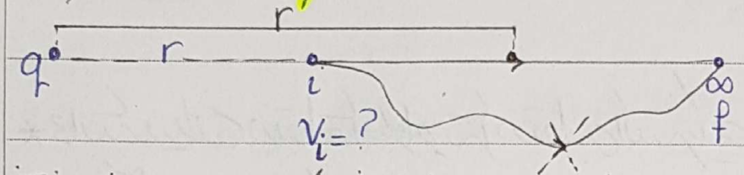
☆ اگر مرجع پتانسیل در ∞ باشد: $f: r\to\infty \Rightarrow V_f\to 0$

⊖ به غیر از مواردی که توزیع بار نامحدود است مثله میله‌ی نامحدود یا صفحه‌ی نامحدود باردار.

$$\Delta V = -\int_i^f E\cdot dl$$

متغیر r' از r تا ∞ تغییر میکنه

پتانسیل الکتریکی برای بار نقطه‌ای:



مسیرهای مختلفی رو میشه انتخاب کرد ولی ما مسیری رو انتخاب میکنیم که در راستای شعاع باشه چون نیرو هم شعاعیه!

$$\cancel{V_f}^{\,0} - V_i = -\int_i^f E\cdot dl = -\int_{r'=r}^{f:\ \infty=r'} \frac{q\,dr'}{4\pi\epsilon_0 r'^2} = \frac{-q}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{1}{r'}\right)\Big|_r^{\infty} \Rightarrow$$

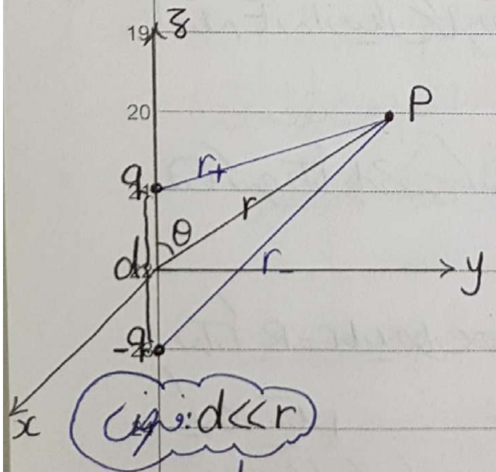
با علامت در نظر گرفته بشه ← $\vec{E}=\frac{q}{4\pi\epsilon_0 r'^2}\vec{a}_{r'}$ (جهت شعاع)

$$V(r)=\frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$$ مرجع پتانسیل ∞ است

$d\vec{l}=d\vec{r'}\cdot\vec{a}_{r'} \rightarrow$ r' بردار یکه ← برای همین مسیر رو شعاعی انتخاب کردم که dl همین dr' بشه

($d\vec{r'}$: جهت افزایش r')

پتانسیل دو قطبی الکتریکی:



$$V=\underbrace{(V_+)+(V_-)}_{\text{جمع جبری}} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_+}+\frac{-q}{4\pi\epsilon_0 r_-}$$

پتانسیل بار مثبت، پتانسیل بار منفی

$$\rightarrow V=\frac{q}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{1}{r_+}-\frac{1}{r_-}\right]$$

فرض: $d<<r$

$\Rightarrow \frac{d}{r}<<1$

$$r_\pm=\sqrt{r^2+\frac{d^2}{4}\mp 2r\,\frac{d}{2}\cos\theta} = r\sqrt{1+\frac{d^2}{4r^2}\mp\frac{d}{r}\cos\theta}$$

r_- هم بزرگتر از r_+

$\left(\frac{d}{2r}\right)^2$ ← صرف نظر از این جمله در مقایسه با بقیه جملات

Misagh

$$\rightarrow r_{\pm} = r\left(1 \mp \left(\frac{d}{r}\right)\cos\theta\right)^{1/2}$$

$$V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}\left(\left(1-\left(\frac{d}{r}\right)\cos\theta\right)^{-1/2} - \left(1+\left(\frac{d}{r}\right)\cos\theta\right)^{-1/2}\right) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} \times \frac{d}{r}\cos\theta$$

$$1+\frac{d}{2r}\cos\theta \qquad \cancel{1}-\frac{d}{2r}\cos\theta$$

$$\rightarrow V = \frac{q \cdot d\cos\theta}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

$$\Rightarrow V = \frac{\vec{P}\cos\theta}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

$\vec{P} = q \cdot d$ گشتاور دو قطبی الکتریکی

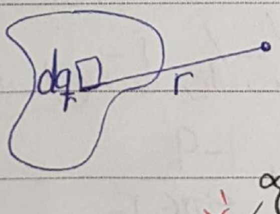
*حالا یک میدان در نقطه‌ای دلخواه برای دوقطبی الکتریکی بیار دنبال ... سپس گفتیم V رو از اشکال E به دست آورد سپس برای حالت V، جمع جبری دو بار نقطه‌ای در نظر بگیریم. (قبلاً E را در اینجا حساب کردیم)
که می‌بینیم از V استفاده می‌کنیم برای حالت E دو قطبی الکتریکی در هر نقطه از فضا.
میدان الکتریکی دو قطبی را که حول دو قطبی به دست آوردیم نه در هر نقطه‌ای از فضا

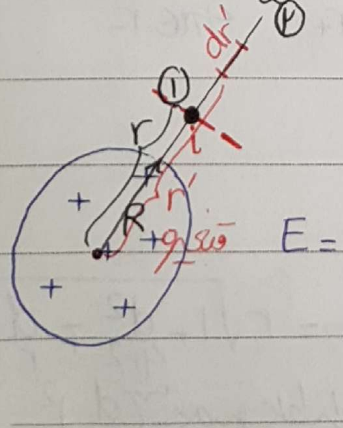
به دست آوردن پتانسیل الکتریکی برای توزیع بار پیوسته:

$$1.\ \Delta V = -\int_{i}^{f} E \cdot dl$$

$$\oiint E \cdot ds = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$2.\ V = \int dv = \int \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r} \rightarrow$$ در این روش پذیرفته‌ایم که مرجع پتانسیل در بی‌نهایت است
برای حالت V، از پتانسیل بار نقطه‌ای استفاده می‌کنیم
آنچنان که از میدان بار نقطه‌ای استفاده می‌کردیم.



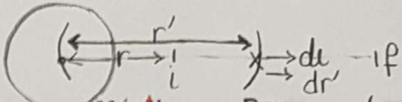


Q. کره‌ای دارای بار حجمی یکنواخت ρ می‌باشد. V در داخل و خارج؟

$$E = \begin{cases} E_1 = \dfrac{\rho r}{3\epsilon_0} & 0 \leq r < R \\ E_2 = \dfrac{\rho R^3}{3\epsilon_0 r^2} & r \geq R \end{cases}$$

→ برای $r = R$ باید جواب‌ها یکی شود

میدان برای کره‌ای دارای بار حجمی ρ پیوسته است



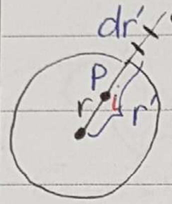
اشکال

v نقطه‌ی r (از خودش) یه فاصله داره یعنی ۲ نقطه متغیر (r')

نقاط خارج کره $r>R \rightarrow V(\infty) - \boxed{V(r)} = -\int_{r}^{\infty} E \cdot dr' = -\int_{r}^{\infty} \frac{\rho R^3}{3\epsilon_0 r'^2} dr' \Rightarrow$

r' به جای

$$V(r) = \frac{\rho R^3}{3\epsilon_0 r}$$



$0 \leq r \leq R \rightarrow V(f) - V(i) = -\int_{i}^{f} \vec{E} \cdot d\vec{l}$

یه بار r' توی دایره است یه بار بیرون دایره

$\rightarrow 0 - V(r) = -\int_{r}^{\infty} \vec{E} \cdot d\vec{l} \Rightarrow V(r) = \int_{r}^{R} \frac{\rho r'}{3\epsilon_0} dr' + \int_{R}^{\infty} \frac{\rho R^3}{3\epsilon_0 r'^2} dr'$

r<R به ∞ می‌بریم باید تقسیم کنیم در ∞ و میریم

$$\frac{\rho}{6\epsilon_0}[R^2 - r^2] \ominus \frac{\rho R^3}{3\epsilon_0 r}\Big|_{R}^{\infty}$$

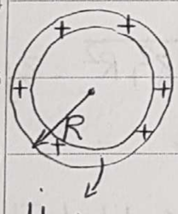
$\rightarrow V(r) = \frac{\rho R^2}{2\epsilon_0} - \frac{\rho r^2}{6\epsilon_0} \quad 0 \leq r \leq R$

پیوستگی برای نقاط مرزی همیشه برای مواد عایق هست ولی برای مواد رسانا که اینجا نیست پیوستگی ← در سطح عایق

برای مواد عایق پیوستگی میدان همیشه درسته اما مواد رسانا که در سطح رسانا میدان به اندازه ⇐ درست نباشه

$\frac{\sigma}{\epsilon_0}$ ناپیوسته باشه ولی پتانسیل همواره برای همه مواد پیوسته است.

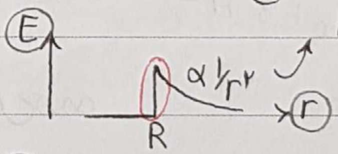
★ در حقیقت ما ناپیوستگی E نداریم چون رسانا ایده‌آل نداریم



رسانا

$r<R \rightarrow E=0$

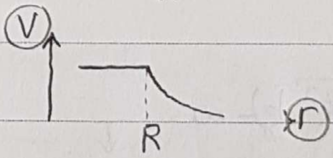
$r>R \rightarrow E \neq 0$



$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$

یه نقطه مرزی سطح داریم

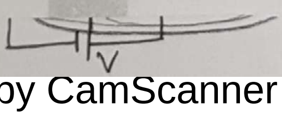
اگر E در یه نقطه مرزی گسسته باشیم چون نقطه‌ها تند ساختن ⇐ v همه جا دارای پیوستگی خواهد بود



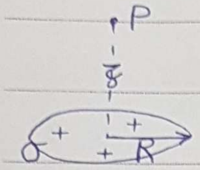
$V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$

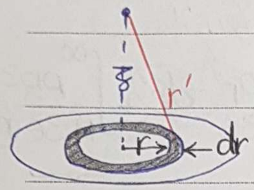
(داخل دو قسمت) $f \rightarrow R \Rightarrow V(R) - V(r) = -\int_{r'=r}^{r'=R} \frac{\rho r'}{3\epsilon_0} dr' = \frac{-\rho}{3\epsilon_0}\left(\frac{r'^2}{2}\right)\Big|_{r'=r}^{r'=R}$

$$V(R) = \frac{\rho R^3}{3\epsilon_0 (R)} = \frac{\rho R^2}{3\epsilon_0}$$



مثال از روش دوم) دیسک عایقی و طارق شکل دارای چگالی بار سطحی یکنواخت σ می باشد پتانسیل الکتریکی را در نقطه P به فاصله عمودی z از دیسک؟





*المان باید به گونه ای باشد که چگالی بار سطحی روش یکنواخت باشد z

دیگه دیسک کامل المان خوبی نبود چون φ تغییر $1.\ \sigma(\varphi) \rightarrow$

میکرد ← بخشی از حلقه المان نیست

در واقع اینجا φ، 2π تا میشه (حلقه) ← $ds = (r\,d\varphi)\,dr$

$ds = 2\pi r\,dr$

$dq = \sigma ds$ ← انتگرال یگانه متغیر و مستقل

دیسک المان مناسبی است چون r ثابت باشد → $2.\ \sigma(r)$ (2π) نیست

*حواست باشه r و r' رو قاطی نکنی

$$dv = \frac{\sigma ds}{4\pi\epsilon_0 r'} = \frac{\sigma \times 2\pi r dr}{4\pi\epsilon_0\sqrt{z^2+r^2}}$$

فاصله المان تا نقطه P

$$\rightarrow V = \int dv = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}\int_{r=0}^{R}\frac{r\,dr}{\sqrt{z^2+r^2}} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}\sqrt{z^2+r^2}\Big|_{r=0}^{R} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}\left[\sqrt{z^2+R^2}-z\right]$$

$$(\sqrt{x})' \rightarrow \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

استفاده از این راه یعنی قبول اینکه مرجع پتانسیل در ∞

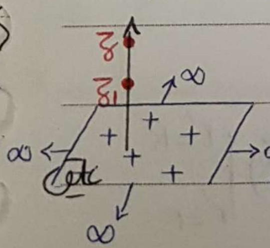
← از رابطه اول حساب میکنیم

*پتانسیل صفحه عایق نامحدود z

$$V = \lim_{R\to\infty}\frac{\sigma}{2\epsilon_0}\left(\sqrt{z^2+R^2}-z\right) = \infty$$

این رابطه به ما میگه که در تمام نقاط فضا ∞ میشه پتانسیل صفحه نامحدود ولی

ما ثابت میکنیم این غلطه چون که در یه نقطه ∞ میشه ولی نه در همه نقاط فضا



میدان صفحه نامحدود عایق $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$ → با استفاده از قانون گاوس

$$\rightarrow V_f - V_i = -\int_i^f \vec{E}\cdot d\vec{l} \rightarrow V(z) - \underbrace{V(z_0)}_{\text{مرجع پتانسیل}} = -\int \vec{E}\cdot d\vec{l}$$

$S = \pi r^2 \rightarrow ds = 2\pi r dr$ / $V = \frac{4}{3}\pi r^3 \rightarrow dV = 4\pi r^2 dr$ /

$$V(z) - V(z_0) = -\int_{z_0}^{z} \frac{\sigma}{2\epsilon_0} dz = \frac{-\sigma}{2\epsilon_0}(z - z_0)$$

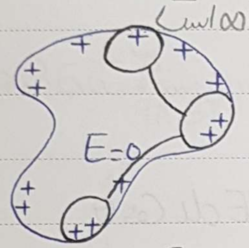
$$\to V(z) = \frac{-\sigma}{2\epsilon_0}(z - z_0) + V(z_0) \quad \to \quad \boxed{V(z) = \frac{-\sigma}{2\epsilon_0} z + C}$$

← اگه مرجع پتانسیل صفر باشه چون مرجع پتانسیل ← 0

$V(z\to\infty) = 0 \Rightarrow C \to \infty \Rightarrow V(z) \to \infty$ یعنی علت تناقض رو بیان میکنه

(V در $z=\infty$ صفر شد که بالایی اشتباهه چون میگه V همه جا صفر است

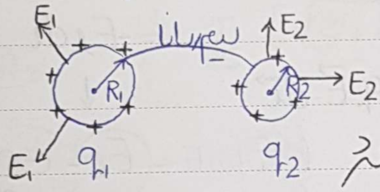
نحوه‌ی توزیع بار روی سطح اجسام رسانا 8



$V_f - V_i = -\int \vec{E} \cdot d\vec{l} \Rightarrow V_f = V_i \to$ تمام نقاط یک رسانا هم پتانسیل اند

داخل رسانا میدان صفر

شکل ساده‌تر: برای مقایسه



فرض: $\boxed{V_1 = V_2}$ ← معادله تعادل رسیدن هم پتانسیل شده‌اند

باید از شرط هم پتانسیل بودن استفاده کنیم

$\sigma = q/A$ هم q و هم A متفاوت که نمیشه چیزی گفت

$$\Rightarrow \frac{q_1 \cdot R_1}{4\pi\epsilon_0 R_1^2} = \frac{q_2 \cdot R_2}{4\pi\epsilon_0 R_2^2} \Rightarrow E_1 R_1 = E_2 R_2 \xrightarrow{*} \sigma_1 R_1 = \sigma_2 R_2 \to \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{R_2}{R_1}$$

$E \propto \sigma$

چگالی بار سطحی

$$E_1 = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 R_1^2}$$

$$E_2 = \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 R_2^2}$$

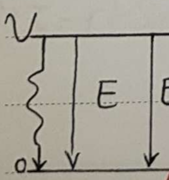
$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$* در نقاطی که شعاع انحنای کوچکتری دارند یا به عبارتی تیزترند، بزرگترند

⇐ $\uparrow\sigma$ ← $\uparrow E$ (یونیزه کردن اتم‌ها یا مولکول‌های هوا)

1. نوک تیزه ← $\downarrow R$ ← $\uparrow\sigma$ (تخلیه الکتریکی با نقاط نوک تیز اتفاق)

☆ صاعقه‌گیر ← 2. بالاتر از بقیه

3. به زمین وصل شده ← $\uparrow d$ ← $\downarrow E$ (اگر ...) ⇐ ΔV ثابت باشه

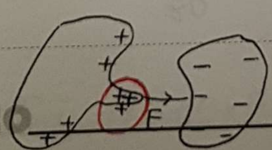


$V = Ed \to E = \frac{V}{d} \to$ هر رسانایی E یه بیشینه داره که اگه از اون ↑ بره

اصل میدانه — break down یا شکست رخ میده (اگه ΔV ثابت باشه، $\downarrow d$)

← صاعقه‌گیر با اتصال بار به زمین $\uparrow d$ ← $\downarrow E$ ← احتمال صاعقه زدن و تخلیه الکتریکی X

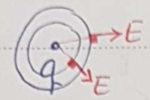
یعنی با تغییر d با ΔV ثابت میدان تغییر میکنه



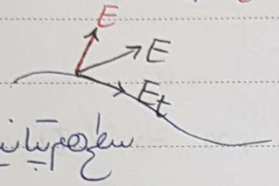
در نقاط نوک تیز میدان قوی‌تر ($\uparrow\sigma$) ← تخلیه از نقاط نوک تیز صورت میگیره

سطوح هم‌پتانسیل: نقاطی در فضا که دارای پتانسیل یکسان باشند

- بار نقطه‌ای، کره‌ها سطوح هم‌پتانسیل ($V \propto \frac{1}{r}$)

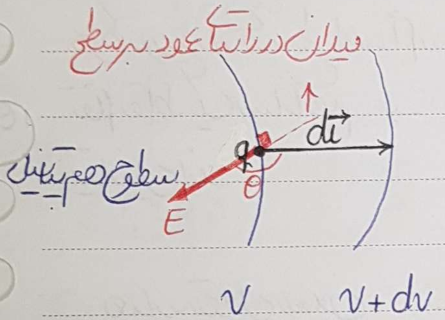


* سطوح هم‌پتانسیل بر میدان الکتریکی عمودی باشند



$\underbrace{V_f - V_i}_{0} = -\int \vec{E}\cdot d\vec{l} \rightarrow \int \vec{E}\cdot d\vec{l} = 0 \rightarrow \boxed{E_t = 0}$ — میدان الکتریکی عمود است بر سطح هم‌پتانسیل

نحوه به دست آوردن میدان با دانستن پتانسیل الکتریکی:



$$dV = \frac{\Delta U}{q} = \frac{-dW}{q} = -\vec{E}\cdot d\vec{l} = -E\,dl\cos\theta$$
$$= -E_l\,dl$$

$$dW = \vec{F}\cdot d\vec{l} = q\vec{E}\cdot d\vec{l}$$

$E\cos\theta = E_l$

$$\vec{F} = \vec{E}q$$

E در راستای l ← $E_l = -\frac{dV}{dl}$

میدان با در جهت کاهش پتانسیل، اگر + بود در جهت افزایش پتانسیل

پس جهت E درسته

* اگر l در جهت x در نظر گرفته شود → $E_x = -\frac{\partial V(x,y,z)}{\partial x}$

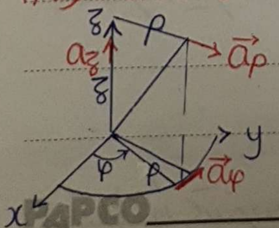
مثال) $V(x) = x^2 * y + zx + y \rightarrow \frac{\partial V}{\partial x} = 2xy + z \ , \ \frac{\partial V}{\partial z} = x$

← به نظر مشتق صفر گرفتن

* " y " → $E_y = \frac{-\partial V}{\partial y}$

* " z " → $E_z = \frac{-\partial V}{\partial z}$ → المان طول در جهت محور z ها

مختصات استوانه‌ای



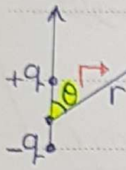
$$E_\rho = \frac{-\partial V(\rho,\varphi,z)}{\partial \rho}$$

$$E_\varphi = \frac{-\partial V(\rho,\varphi,z)}{\rho(\partial \varphi)}$$

$$E_z = \frac{-\partial V(\rho,\varphi,z)}{\partial z}$$

Subject
Date

مختصات کروی: $E_r = \frac{-\partial V(r,\theta,\varphi)}{\partial r}$, $E_\theta = \frac{-\partial V(r,\theta,\varphi)}{r(\partial\theta)}$, $E_\varphi = \frac{-\partial V(r,\theta,\varphi)}{r\sin\theta(\partial\varphi)}$

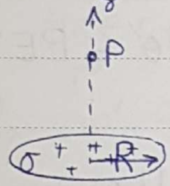


این θ نشون میده باید از مختصات کروی استفاده کرد

* برای محاسبه E، دوقطبی الکتریکی از مختصات کروی باید استفاده کرد (الکتریک هاش r و θ ← که مولفه های کروی اند)

$$V = \frac{P\cos\theta}{4\pi\epsilon_0 r^2} \rightarrow E_r = \frac{2P\cos\theta}{4\pi\epsilon_0 r^3} , \quad E_\theta = \frac{P\sin\theta}{4\pi\epsilon_0 r^3} , \quad E_\varphi = 0$$

$$\Rightarrow E = \frac{P}{4\pi\epsilon_0 r^3}(2\cos\theta\,\vec{a_r} + \sin\theta\,\vec{a_\theta})$$



Q. میدان الکتریکی ناشی از دیسک را به دست آورید (روی محور z ها) ⇐ مختصات استوانه ای

قبلاً با مجموعه ای از حلقه ها پتانسیل روی محور رو بدست آوردیم

$$v = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}\left[\sqrt{z^2+R^2} - z\right]$$

$v(z)$

$$E_z = -\frac{\partial V(x,y,z)}{\partial z} = -\frac{dv}{dz} \rightarrow E_z = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}\left[1 - \frac{z}{\sqrt{z^2+R^2}}\right]$$

← چون فقط تابع z (نقطه P روی محور z هاست)

← پس بقیه مولفه ها صفر میشه

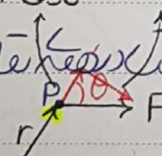
دوقطبی الکتریکی در میدان الکتریکی یکنواخت:

- شرط تعادل یک بار نقطه ای ← $\sum F_i = 0$ (همه نیروها به یک نقطه وارد میشه) ⇐ شرط تعادل انتقالی

- اگه نیروها به نقاط مختلفی از جسم وارد می شوند بر خلاف صفر بودن $\sum F_i$ ممکنه حرکت دورانی داشته باشه ⇐

شرط تعادل دورانی $\sum \vec{\tau}_i = 0$ ← ضرب خارجی $F\sin\theta$ (عامل دوران) $F\cos\theta$ (باعث دوران نمیشه)

گشتاور نیرو (در یک نقطه صفر باشه میشه گفت در همه نقاط صفره)

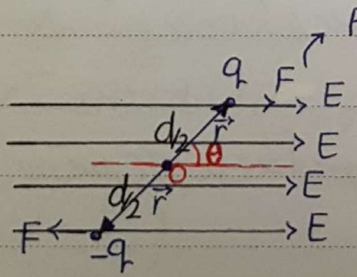


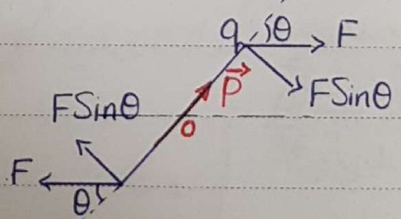
$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$

$\tau = rF\sin\theta$ نقطه ای که گشتاور نیرو نسبت به اون میشه

اگه شست در جهت τ باشه چهار انگشت جهت دوران رو نشون میده (همون جهتی که F وارد میشه)

$F = Eq$





$\otimes \vec{\tau} = 2\sin\theta \times F \times d_2 = q\vec{d}E\sin\theta = \vec{P}E\sin\theta = \vec{P}\times\vec{E}$ ⊗ → گشتاور دوقطبی (x2 l)

(جهت $\vec{d}$)

PAPCO

Scanned by CamScanner

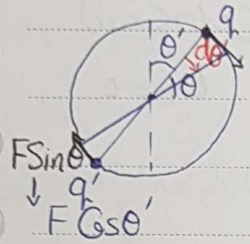
Subject $\vec{\tau} = \vec{P} \times \vec{E}$

$$\Delta U = -W = -\int dw = -2\times\int_0^{\theta'} (F\cos\theta')(d/2 \times d\theta')\times 1 = -Fd\cos\theta = -PE\cos\theta = -\vec{P}\cdot\vec{E}$$

- کمترین حالت انرژی دوقطبی در $\theta=0$ رخ میده
- وجود $\vec{\tau}$ نشان دهنده دوران دوقطبی در میدان الکتریکی یکنواخت

* المان d که در نظر گرفتیم بشه باید در جهت افزایش تغییر باشه

انرژی ذخیره شده در دوقطبی الکتریکی در میدان یکنواخت:



$F\sin\theta = F\cos\theta'$

چون دوران ساعتگرده در جهت افزایش θ' و کاهش θ

لازمه که θ' باشه که $d\theta'$ در جهت دوران افزایش یابد

$$\boxed{\theta' = \pi/2 - \theta}$$

دو تا نیرو ←

$$dw = 2F\cos\theta' \cdot (d/2 \cdot d\theta') = PE\cos\theta' d\theta' \rightarrow W = \int_{\theta'=0}^{\theta'} PE\cos\theta' d\theta' = PE\sin\theta'$$

Eq

$$\Rightarrow W = PE\cos\theta \rightarrow \Delta U = -W = -PE\cos\theta \rightarrow \boxed{\Delta U = -W = -\vec{P}\cdot\vec{E}} = U(\theta)$$

$U(\theta=0) = -PE$

$U(\theta=\pi/2) = 0$

$U(\theta=\pi) = PE$

min حالت انرژی وقتی که $\theta=0$ یعنی دوقطبی الکتریکی $(\vec{P})$ هم جهت میدان قرار بگیره (حالت پایه دوقطبی اگه بخوره که هم داشته باشه میاد به پایه)

$\rightarrow E = E\sin\omega t$

مایکروویو میدان الکتریکی متغیر با زمان تولید میکنه و مولکول های آب (که دوقطبی الکتریکی) همواره در حال دوران و انرژی که از دست میده به خاطر برخورد با مولکول های دیگه

Subject
Date

انرژی الکتریکی ذخیره شده در مجموعه‌ای از بارهای نقطه‌ای

q_1 q_3
q_2
⋮
q_n

$\Delta U = -W = W'$ → $\Delta U = W' = qV$ ← ۱ بار

$-W$: کار انجام شده توسط میدان — W': کاری که ما باید انجام دهیم

$W_1 = 0$ بار همان

$W_2 = V_{12} \times q_2 = q_1 \times V_{21}$

V_{12}: پتانسیلی که بار ۱ در محل ۲ ایجاد

$W_3 = (V_{13} + V_{23})\, q_3 = q_1 V_{31} + q_2 V_{32}$

⋮

$q_2 \times \dfrac{q_1}{4\pi\epsilon r_{12}} = q_1 \times \dfrac{q_2}{4\pi\epsilon r_{12}} = q_1 \times V_{21}$

طرف ۲ تساوی + طرف ۱ تساوی

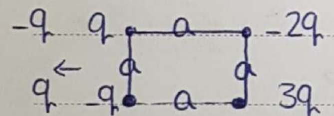
$\oplus \rightarrow 2W' = q_1(\underbrace{V_{21} + V_{31} + \dots}_{V_1}) + q_2(\underbrace{V_{12} + \dots}_{V_2}) + q_3(\underbrace{V_{13} + V_{23} + \dots}_{V_3}) + \dots$

V_1: پتانسیلی که بارهای دیگر در محل ۱ ایجاد می‌کنند

$\rightarrow \Delta U = W' = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2} q_i V_i$ برای توزیع بار پیوسته → $U = \Delta U = \iiint \frac{1}{2} k\epsilon E^2 dv$

معمولاً گاوس — انتگرال حجمی

$(q/\epsilon = EA,\ V = Ed)$ در کل فضایی که میدان الکتریکی وجود دارد



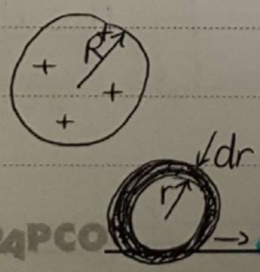
Q) چه قدر انرژی باید صرف کنیم تا دوران یابد؟

انرژی ذخیره شده در دو حالت محاسبه می‌کنیم

$*\ \Delta U$
- ناشی از بار → $\Delta U = \frac{1}{2}\int dq\, V$ →
  - توزیع بار سطحی → $\Delta U = \frac{1}{2}\int \sigma ds\, V$
  - حجمی ~ → $\Delta U = \frac{1}{2}\int \rho dv\, V$
- ناشی از میدان → $\Delta U = \frac{\epsilon}{2}\iiint k E^2 dv$

Q) کره‌ای عایق شکل که دارای چگالی بار حجمی یکنواخت ρ می‌باشد. انرژی الکتریکی ذخیره شده در مجموعه؟

در این مسئله چون E هم داخله و هم خارج سیر انتگرال رو باید در کل فضای ما بسته بگیریم (q فقط تا فاصله R هست)



$$E = \begin{cases} \dfrac{\rho r}{3\epsilon} = E_1 & 0 < r < R \\ \dfrac{\rho R^3}{3\epsilon r^2} = E_2 & r \geq R \end{cases}$$

→ $dv = 4\pi r^2 dr$ $(v = \frac{4}{3}\pi r^3)$

PAPCO

Subject

Subject
Date $(K=1)$

$$U=\frac{1}{2}\epsilon_0\left[\int_0^R \frac{\rho^2 r^2}{9\epsilon_0^2}\times 4\pi r^2 dr+\int_R^\infty \frac{\rho^2 R^6}{9\epsilon_0^2 r^4}\times 4\pi r^2 dr\right]$$

$$\rightarrow U=\frac{2\pi\rho^2}{9\epsilon_0}\times\frac{R^5}{5}+\frac{2\pi\rho^2 R^5}{9\epsilon_0}=\frac{12\pi\rho^2 R^5}{45\epsilon_0}$$

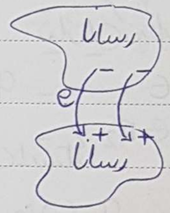
خازن‌ها:

دو رسانا داریم ← اگه به هر طریقی بارها رو بنشونن جابجا کنیم ← میدان به وجود میاد $q\uparrow \rightarrow E\uparrow \rightarrow V\uparrow$

$q \propto V \rightarrow q = CV$

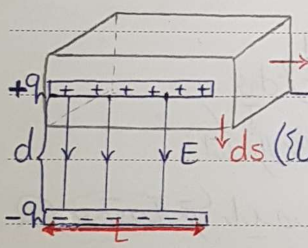
ثابته: ظرفیت خازن (از منابع و ولتاژ و نه بار)

(بار هر دو صفحه با هم برابره) یکی از رساناها q



$\star\ C=q/V \rightarrow q \xrightarrow{\text{گاوس}} \vec{E} \xrightarrow{\Delta V=-\int\vec{E}\cdot d\vec{l}} V$

تحلیل هندسی (سطح گاوسی)



q هم بار یکی از صفحات رسانا

سطح گاوسی *

$\oiint E\cdot ds=\frac{q}{\epsilon_0}$

ds (طول یکی از رساناها)

خازن مسطح:

$\boxed{d \ll l}$

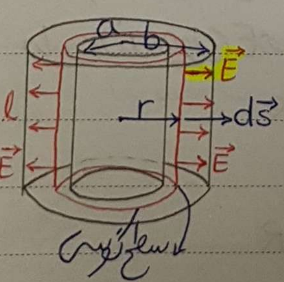
برای ۴ سطح جانبی $\measuredangle \vec{E},d\vec{s}=\frac{\pi}{2}$

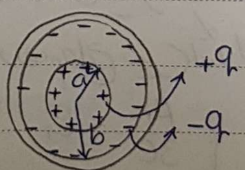
بالایی ~ ~ $E=0$ (داخل رسانا) $\}\rightarrow$

$$\underbrace{\oiint E\cdot ds}_{\text{پایینی}}=\iint\vec{E}\cdot d\vec{s}=E\int ds=EA=\frac{q}{\epsilon_0}\rightarrow E=\frac{q}{A\epsilon_0}$$

$$V(+)-V(-)=-\int_{(-)}^{(+)}\vec{E}\cdot d\vec{l}=\int_{(+)}^{(-)}\vec{E}\cdot d\vec{l}=E\int dl=Ed\Rightarrow E\cdot d=V\rightarrow$$

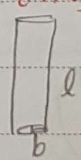
$$V=\frac{qd}{A\epsilon_0}\rightarrow C=\frac{q}{V}=\frac{A\epsilon_0}{d}$$





خازن استوانه‌ای:

$\boxed{b \ll l}$



PAPCO

* میدان بین استوانه و کره در دو شعاعی

$$\begin{cases} r<a \rightarrow \oiint E\cdot ds = 0 \\ r>b \quad \underbrace{\iint}_{\text{سطح جانبی}} E\cdot ds = E\iint ds = 0 \rightarrow E = 0 \end{cases}$$

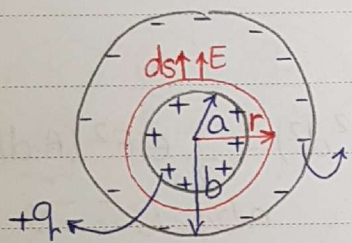
برای سطح بالایی و پایینی $\measuredangle E, ds = \frac{\pi}{2} \rightarrow \oiint \vec{E}\cdot d\vec{s} = \underbrace{\oiint}_{\text{سطح جانبی}} \vec{E}\cdot d\vec{s} = E \underbrace{\iint}_{\text{سطح جانبی}} d\vec{s} = E \times 2\pi r l = \frac{q}{\epsilon_0}$

$$\Rightarrow a<r<b : E = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 r l}$$

$$V(+) - V(-) = \int_{(+)}^{(-)} E \boxed{dl} \Rightarrow V = \int_a^b \frac{q}{2\pi\epsilon_0 r l} dr = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 l} \times \ln\left(\frac{b}{a}\right) \rightarrow C = \frac{q}{V} = \frac{2\pi\epsilon_0 l}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)}$$

مسافتی که بخواهیم از مثبت به منفی ببریم $\Rightarrow$ مسیر شعاعی dl هم‌جهت با شعاعی
میشه

خازن کروی



$-q \rightarrow$ سطح درونی سطح خارجی
رو

$r>b$ و $r<a \rightarrow E = 0$

$$a<r<b \rightarrow \oiint E\cdot ds = \frac{q}{\epsilon_0} \rightarrow E \oiint ds = \frac{q}{\epsilon_0} \rightarrow E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

$$\rightarrow \boxed{V = \int_a^b E\cdot dr} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right) = \frac{q(b-a)}{4\pi\epsilon_0 (ab)} \rightarrow C = \frac{q}{V} = \frac{4\pi\epsilon_0 ab}{b-a}$$

اندازه

$$\underbrace{V(+) - V(-)}_{V} = -\int_-^+ E\cdot dl = \int_{\oplus}^{\ominus} E\cdot dl$$

صعودی

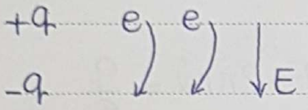
$$\begin{cases} pF = 10^{-12} F \\ nF = 10^{-9} F \\ \mu F = 10^{-6} F \end{cases}$$

خازن الکترولیتی ← C در حد μF ولی باید پایه‌ها را درست ببندیم (منفی به منفی، مثبت به مثبت)

Subject
Date

انرژی ذخیره شده در یک خازن:

هرچقدر e ها بیشتر جابه‌جا شه، انتقال e ها سخت‌تر چون E قوی‌تر و F اضافی جهت مخالف حرکت e ها



$$dU = v'dq' = \frac{q'dq'}{C} \to U = \int dU = \int_0^q \frac{q'dq'}{C} \Rightarrow$$

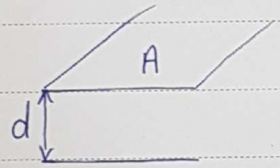
$$v' = \frac{q'}{C}$$

$$U = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} = \frac{1}{2}Cv^2$$

$$E = \frac{q}{\epsilon A} < E_{critical}$$

ولتاژ max ← بیشتر شه، جرقه می‌زنه و شکست الکتریکی

برای یک خازن مسطح



$$U = \frac{1}{2}Cv^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{A\epsilon}{d}\right)(E^2 d^2) = \frac{1}{2}\epsilon E^2 \underbrace{(A\cdot d)}_{v}$$

v قسمتی که بار داره

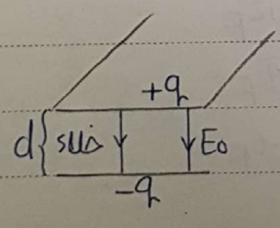
$$\begin{cases} C = A\epsilon/d \\ V = Ed \end{cases}$$

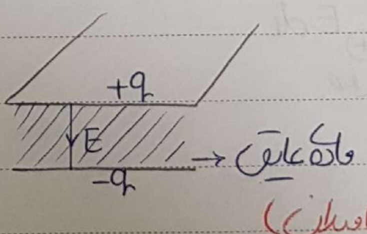
$$\underbrace{u}_{\text{چگالی انرژی الکتریکی}} = \frac{U}{\underbrace{v}_{\text{(حجم)}}} = \frac{1}{2}\epsilon \underbrace{E^2}_{\text{شدت}} \to$$

$$\frac{dU}{dv} = \frac{1}{2}\epsilon E^2 \to \boxed{U = \iiint \frac{1}{2}\epsilon E^2\, dv}$$

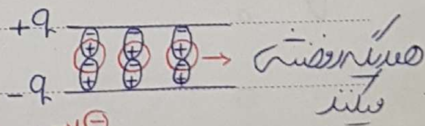
dv کوچک در حجم انتگرال

قانون گاوس در حضور یک دی‌الکتریک (ماده عایق):





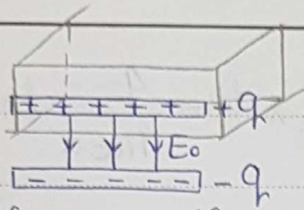
$\vec{P}$ (هم‌جهت با میدان)



⇓

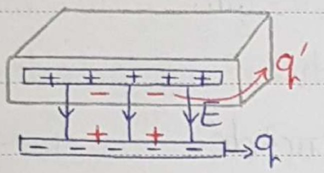
تبدیل میشه به دو لایه بار روی سطح پایینی و بالایی

+q
q'
-q



$\oiint E\cdot ds = \iint E\cdot ds = E_0 A = \frac{q}{\epsilon_0} \to E_0 = \frac{q}{A\epsilon_0}$

سطح پایینی



$\iint E\cdot ds = EA = \frac{q-q'}{\epsilon_0}$

سطح پایینی

$K = \frac{E_0}{E} = \frac{q}{q-q'} \Rightarrow q-q' = \frac{q}{K} \to \oiint \vec{E}\cdot d\vec{s} = \frac{q-q'}{\epsilon_0} = \frac{q}{K\epsilon_0}$

ثابت دی‌الکتریک — با دی‌الکتریک

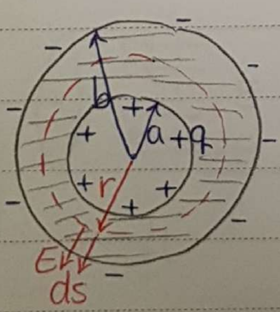
قانون گاوس در حضور دی‌الکتریک → $\oiint K\vec{E}\cdot d\vec{s} = \frac{q}{\epsilon_0}$

$C = \frac{q}{V} = \frac{q}{Ed} = \frac{q}{\frac{(q-q')}{A\epsilon_0}d} = \frac{KA\epsilon_0}{d}$, $q-q' = \frac{q}{K}$

← تعادل ثابت و +

Q) فضای بین صفحات یک خازن کروی با شعاع‌های a تا b با یک دی‌الکتریک $K=\frac{\alpha}{r}$ پر شده
← با فاصله تغییر کند.

الف) $C=?$ ب) اگر بار خازن q باشد، $U=?$ بین صفحات خازن؟



$$\begin{cases} r<a,\ r>b \to E=0 \\ a<r<b \to \oiint K\vec{E}\cdot d\vec{s} = \frac{q}{\epsilon_0} \to \underbrace{K}_{\frac{\alpha}{r}} E \boxed{\underbrace{\oiint ds}_{4\pi r^2}} = \frac{q}{\epsilon_0} \end{cases}$$

$\to E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r\alpha}$

با توجه به سطح گوسی E و K ثابتند

Subject

Date

$$V = V(+) - V(-) = -\int_{-}^{+} E \cdot dl = \int_{+}^{-} E \cdot dl = \int_{a}^{b} E \cdot dr = \int_{a}^{b} \frac{q}{4\pi\epsilon \cdot \alpha r} \times dr = \frac{q}{4\pi\epsilon\alpha} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

$$C = \frac{q}{V} = \frac{q}{\frac{q}{4\pi\epsilon\alpha} \times \ln\left(\frac{b}{a}\right)} = \frac{4\pi\epsilon}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)}$$

$$v = \frac{4}{3}\pi r^3 \to dv = 4\pi r^2$$

$$dv = r^2 \sin\theta \, \underbrace{d\theta \, d\varphi}_{4\pi} \, dr = 4\pi r^2 dr \qquad 4\pi r^2 dr$$

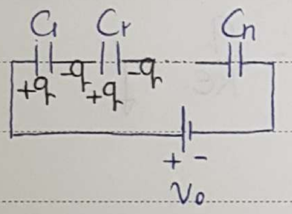
$$U = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} = \frac{Q^2 \ln(b/a)}{2 \times 4\pi\epsilon \cdot \alpha} = \frac{Q^2 \ln(b/a)}{8\pi\epsilon \cdot \alpha}$$

1/ U سری

2/

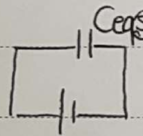
$$U = \iiint \frac{1}{2} k\epsilon \cdot E^2 dv = \int_{r=a}^{b} \frac{1}{2} \times \frac{\alpha}{r} \times \epsilon \times \frac{Q^2}{(4\pi\epsilon \cdot \alpha r)^2} \, dv = \text{بالایی}$$

خازن سری و موازی 8

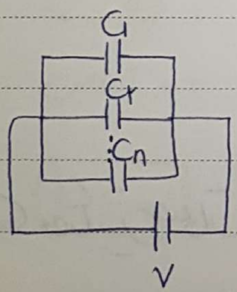


- بار خازن‌ها با هم برابره $\leftarrow q = q_1 = q_2 = \cdots = q_n$

قانون ولتاژ: $V_0 - \frac{q}{C_1} - \frac{q}{C_2} - \cdots - \frac{q}{C_n} = 0$



$$V_0 - \frac{q}{C_{eqs}} = 0 \longrightarrow \frac{1}{C_{eqs}} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_i}$$



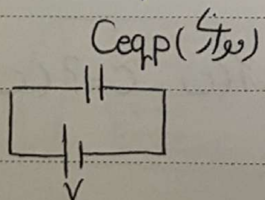
$$V_1 = V_2 = \cdots = V_n$$

$$q_1 + q_2 + \cdots + q_n = q$$

$$C_1 V + C_2 V + \cdots + C_n V = q$$

* به شرطی که همه خازن‌ها بدون بار بوده باشند قبل از اتصال

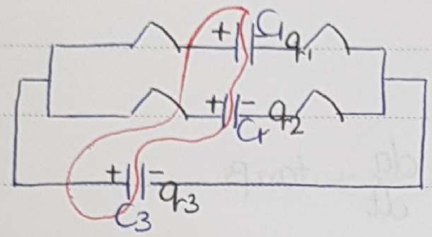
$$\Rightarrow C_{eqp} = \sum_{i=1}^{n} C_i$$



$$C_{eqp} V_0 = q$$

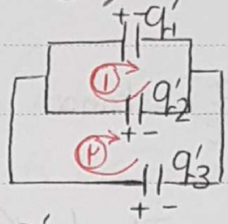
Subject
Date

Q. خازن‌های C_1، C_2 و C_3 در ابتدا دارای بارهای q_1، q_2، q_3 می‌باشند اگر سوئیچ تمام کلیدها بسته شوند بار نهایی بر روی هر خازن چقدر خواهد بود؟



- قانون ولتاژ و تعادل بار درسته ولی دیگه شرط پتانسیل برابر غلطه چون قبلاً بار داشته‌اند

$\Rightarrow$



$V = \frac{q}{C}$

قانون تعادل بار: $q_1+q_2+q_3 = q'_1+q'_2+q'_3$

قانون ولتاژ برای V بین هر جوری که با از + میریم به − $\Rightarrow$

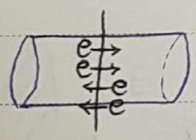
حلقه 1 قانون ولتاژ: $-\frac{q'_1}{C_1}+\frac{q'_2}{C_2}=0$ ∈ رفتار یکسانی هم‌جهت با خازن با دو سر ± رفتار کنیم

برای همه‌ها بسته

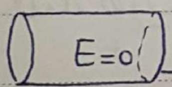
حلقه 2 قانون ولتاژ: $\frac{q'_3}{C_3}-\frac{q'_2}{C_2}=0$

جریان و مقاومت الکتریکی:

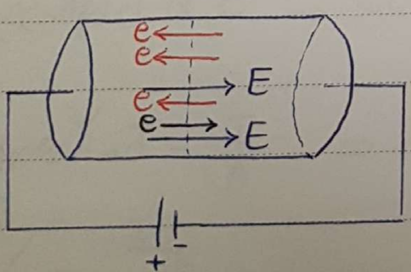
اگه اختلاف پتانسیلی بین دو سر رسانا اعمال نشه eهای آزاد داریم (eهای آزاد) ← با انرژی گرمایی حرکت می‌کنند (جریان خالص صفر)



$I_{خالص} = 0$

رسانا:  → الکتروستاتیک →

زمانی که به منبع خارجی وصل نباشه اگه وصل باشه، میدان داخل رسانا دیگه صفر نیست و دیگه نقاط خارجی هم پتانسیل نیستند.

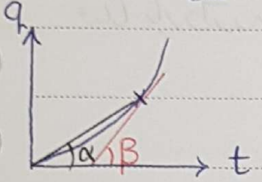


eها تمایل دارند خلاف جهت میدان حرکت کنند → (نیرو و میدان یکنواخت x)

 V_C ثابت $\rightarrow i_C=0$

$I = \bar{I} = \dfrac{q}{t}$ → جریان متوسط

$i = I = \dfrac{dq}{dt}$ → جریان لحظه‌ای



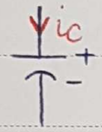
$\bar{I} = \dfrac{q}{t} = \tan\alpha$ $\qquad$ $I = \dfrac{dq}{dt} = \tan\beta$

* اگر منحنی خطی نباشد ← $I \neq \bar{I}$ (ولی اگه خطی باشه هر دو یکسان هستن)

تفاوت تقریبا ∞

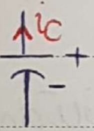
برای خازن‌ها $\Rightarrow$ $q = C v_C$ → $i_C = \dfrac{dq}{dt} = C\dfrac{dv_C}{dt}$

خازن



- i_C جهت جریان (مثلا جهت مثبت بارها ⊕) ⇐ + وارد صفحه + بشه یعنی $\uparrow v_C$

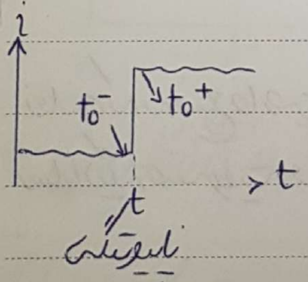
$i_C = C\dfrac{dv_C}{dt}$ ⇐ $\dfrac{dv_C}{dt}$ مثبته ⇐



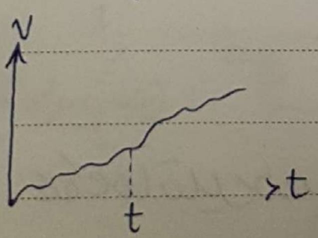
- بارهای + دارد از صفحه + خارج بشه ⇐ $\dfrac{dv_C}{dt}$ منفی بشه ⇐ $i_C = -C\dfrac{dv_C}{dt}$

$\Rightarrow v_C = \dfrac{1}{C}\int i\,dt$ → یعنی ولتاژ انتگرال جریانه

* در این رابطه حتی اگه جریان ناپیوستگی داشته باشد (پرش نقطه‌ای) ولتاژ همیشه پیوسته است.



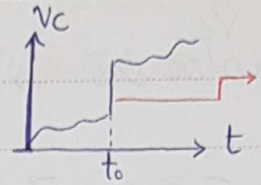
$i(t_0^-) \neq i(t_0^+)$



$v_C(t_0^-) = v_C(t_0^+)$

Subject
Date

استدلال که گفتیم v_c پیوسته ← برهان خلف: اگه ناپیوسته بود ←



$\frac{dv_c}{dt} \to \infty \Rightarrow |i_c| \to \infty$ که از لحاظ فیزیکی بی‌معنی است چون جریان ∞ نداریم

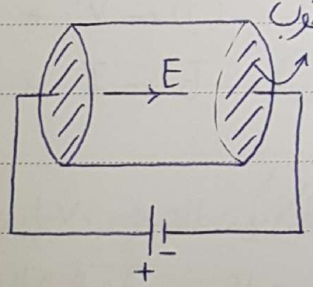
* خازن برای حالتی که ولتاژ دو سر خازن ثابته مانند یک کلید باز عمل می‌کند
ل یه جورایی مثله مقاومتی با R، ∞

1- قانون جریان ← اگه بار تولید نشه مقدار بار ورودی در واحد زمان به گره برابر با مقدار بار خروجی در واحد زمان از گره (جمع جبری جریان‌ها هر گره صفره)

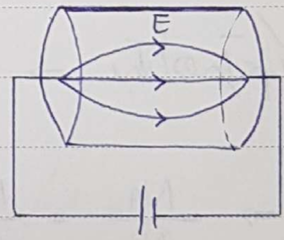
برای هر گره: $\sum_{i=1}^{n} I_i = 0$ → جریان‌های ورودی + و جریان‌های خروجی - در نظر بگیر

2- قانون ولتاژ ← $\sum_{i=1}^{n} v_i = 0$: برای مسیر بسته (حلقه) ← از + به − برسیم => $-\Delta V$
از − ~ + ~ ~ +

بررسی میکروسکوپیک جریان:



رسانا خوب
میدان یکنواخت

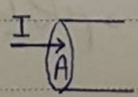


رسانا خوب نباشه
میدان غیر یکنواخت

$\vec{J}$ (چگالی جریان) $\propto \vec{E}$ → هم‌جهت با E

اگه جریان یکنواخت → $J = \frac{I}{A}$ => $I = \iint \vec{J} \cdot d\vec{s}$

↓
J هم یکنواخت و ثابته



PAPCO $I = \iint \vec{J} \cdot d\vec{s}$ اگه $\measuredangle J, ds = \pi/2 \to I = 0$

Subject
Date

n = تعداد eهای آزاد در واحد حجم مادهٔ مورد نظر → $n = \frac{\text{تعداد کل بار}}{v}$ → تعداد هست ولی واحد داره

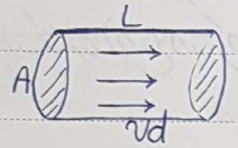
ثابت E → $\vec F = q\vec E$ → ثابت $\vec E$ → ثابته $\vec F$ → $\vec F = m\vec a$ → ثابته $\vec a$

$\longrightarrow E$

$\xleftarrow{\;e\;}$ سرعت رانشی ← v_d ← draft

← پس چرا بار الکتریکی یه سرعت (v_d) در نظر بگیریم؟

قطره چتربازی که سقوط آزاد انجام میده و بعد از مدتی F اصطکاک با مقاومت هوا با هم برابر میشه و با سرعت ثابت میاد پایین در حالی که شتاب گرانش هم وارد میشه. اینجا هم به دلیل برخورد eها به یکدیگر پس از مدتی e با سرعت ثابت حرکت میکنه.



$t = L/v_d$

$\Rightarrow I = \frac{q}{t} = nAe\cdot v_d \rightarrow J = \frac{I}{A} = nev_d$

$q = n\underbrace{(AL)}_{\text{حجم}}e$

$\vec v_d \propto \vec E \rightarrow \boxed{\vec v_d = \underbrace{\mu}_{\text{ثابت}} \vec E} \rightarrow J = \underbrace{ne\mu}_{\sigma\ \text{(رسانایی الکتریکی)}} E \rightarrow \vec J = \sigma \vec E$ ⟵ $\vec E$ با $\vec J$ هم جهت

نسبتاً خوب: به ازای هر اتم یک e آزاد ⇒ n = تعداد اتم‌ها در واحد حجم (eهای آزاد)

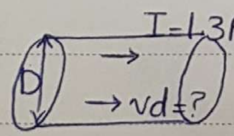
آووگادرو — جرم مولی

$N_A \quad M$

$N \quad m$

$\Rightarrow \frac{N_A}{\underbrace{N/V}_{n}} = \frac{M}{\underbrace{m/V}_{\rho}} \Rightarrow n = \frac{\rho N_A}{M}$

(مثال)



سیم مسی ، $D = 1.8\,mm$

$J = nev_d \Rightarrow v_d = 14\ cm/mm$ → سرعت خیلی خیلی کم

$v_d = ?$

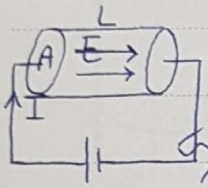
$J = \frac{I}{A} = \frac{1.3A}{\pi\times(0.9)^2\times10^{-6}}\ (A/m^2)$

$n = \frac{\rho N_A}{M} \Rightarrow \rho, M \rightarrow kg/m^3,\ kg/mol,\ N_A(1/mol)$

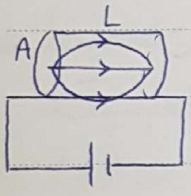
Subject
Date

سوشک eها ولی قبله تنگ آب می‌مونه، انرژی رو انتقال میدن و تعداد زیاده

R دیگه صرفاً فقط تابع ولتاژ نیست و تابع میدان هم هست → اگه چگالی جریان یکنواخت نباشه (نحوهٔ توزیع میدان) → $R = \frac{V}{I}$ مقاومت استاتیکی



$$\underbrace{R}_{\text{مقاومت استاتیکی}} = \frac{V}{I} \Rightarrow V = I\underbrace{R}_{\text{مقاومت}}$$



$R_0 \neq R$ → ساختار هر دو یکی ولی نحوهٔ توزیع بار متفاوت پس مقاومت هم متفاوت

E معلوم → $V = -\int \vec{E} \cdot d\vec{l}$ $\Rightarrow R = \frac{V}{I}$
→ $\vec{J} = \sigma \cdot \vec{E} \rightarrow I = \iint \vec{J} \cdot ds$

* $V \rightarrow E \rightarrow J \rightarrow I \Rightarrow R = \frac{V}{I}$
* $I \rightarrow J \rightarrow E \rightarrow V$

* از یکی از قانون‌ها استفاده می‌کنیم E پیدا کنیم تا بتوانیم یکی I رو بر حسب V یا برعکس بنویسیم

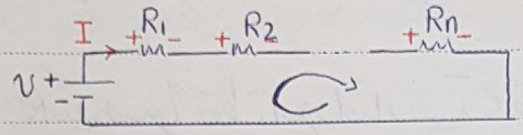
برای مثال با استوانه: $V = -\int \vec{E} \cdot d\vec{l} = E.L \rightarrow E = \frac{V}{L}$

$$\vec{J} = \sigma \cdot \vec{E} = \sigma\left(\frac{V}{L}\right) = \frac{\vec{I}}{A} \Rightarrow I = \frac{AV\sigma}{L} \Rightarrow \frac{V}{I} = \frac{L}{A\sigma}$$

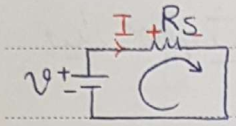
$$\rightarrow R = \frac{V}{I} = \frac{L}{A\sigma} = \underbrace{\frac{1}{\sigma}}_{\rho\ (\text{مقاومت ویژه})} \times \frac{L}{A} = \frac{\rho L}{A}$$ → برای میدان یکنواخت

رسانای ایده‌آل $\sigma \rightarrow \infty \Rightarrow \rho \rightarrow 0 \Rightarrow R \rightarrow 0$

مقاومت‌های سری و موازی:

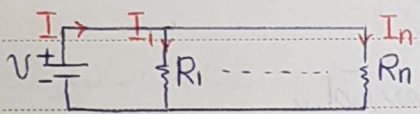


قانون ولتاژها: $V - R_1 I - R_2 I - \dots - R_n I = 0$



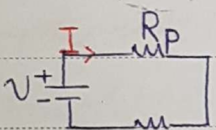
قانون ولتاژها: $V - R_s I = 0$

$$\Rightarrow R_s = \sum_{i=1}^{n} R_i$$



$$I - I_1 - I_2 - \dots - I_n = 0$$

$$\rightarrow V = I_1 R_1 + I_2 R_2 + \dots + I_n R_n$$



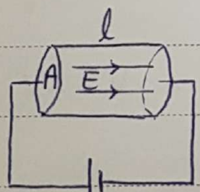
$$\rightarrow I = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} + \dots + \frac{V}{R_n}$$

$V - R_p I = 0 \rightarrow$

$$\rightarrow \frac{I}{V} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}$$

$\frac{I}{V} = R_p$

$$\Rightarrow R_p = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_i}$$



$R = \frac{\rho l}{A} \rightarrow$ برای هر مقاومتی درسته

V

$V \rightarrow E = \frac{V}{L} \rightarrow J = \sigma E = \frac{\sigma V}{L} \rightarrow I = \frac{\sigma V}{L} . A$

$\sigma = \frac{1}{\rho}$ مقاومت ویژه

$\Delta V = -\int E . dl$ اختلاف پتانسیل

$V = E . l$

$I = \iint J . dA$

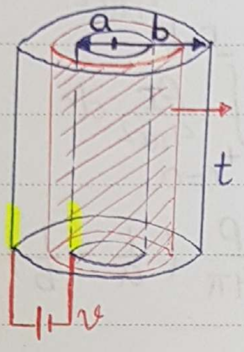
$\Rightarrow I = JA$

$$\rightarrow R = \frac{V}{I} = \frac{1}{\sigma} . \frac{l}{A} = \frac{\rho l}{A}$$

Subject
Date

جریان همیشه از مرکز استوانه به سمت خارج آن است

مثال) جریان از مقاومت استوانه ای شکل به ضخامت t و شعاع داخلی a و شعاع خارجی b می گذرد. مقاومت الکتریکی؟

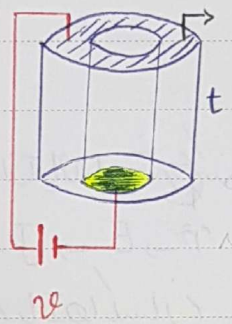


مساحتی که جریان از اون عبور میکنه

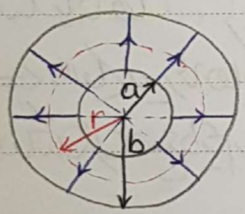
* مساحتی که جریان ازش عبور میکنه میشه سطح جانبی ⇐ المان استوانه ای به شعاع r (چون دو سر سیم به سطح جانبی دو استوانه وصل شده)

جریان از این سطح عبور میکنه

☆ چون المان پتانسیل همه و نقاط شکل هندسی هم نیست (اینجا اختلاف پتانسیل بین دو سطحه) ← اگه دو سر سیم به دو سطح وصل میشد



$$R=\frac{\rho l}{A}=\frac{\rho t}{\pi(b^2-a^2)}$$



I یکنواخت $\Rightarrow J=\frac{I}{A}=\underbrace{\frac{I}{2\pi r t}}_{}\rightarrow E=\rho J=\rho\frac{I}{2\pi r t}$

مساحت جانبی استوانه

$$\Delta V=V_+-V_-=-\int E\cdot dl=\int_{r=a}^{r=b}\frac{\rho I}{2\pi r t}\,dr$$

$$J=\sigma E\rightarrow \boxed{E=J\rho}$$

$$\rightarrow V=\frac{\rho I}{2\pi t}\ln\left(\frac{b}{a}\right)\rightarrow R=\frac{\rho}{2\pi t}\ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

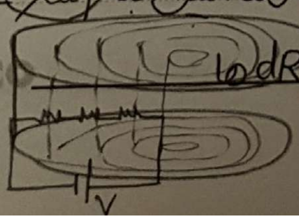
مسیر حرکت در جهت شعاعه ⇐ dr

$$R=\frac{\rho l}{A}\rightarrow dR=\frac{\rho\,dr}{2\pi r t}$$

راه دوم ← قطعا جریان یکنواخت

مقاومت ها با شعاع جریان یکسانی از آن ها عبور می کنند پس باهم سری اند ⇐ R_T میشه

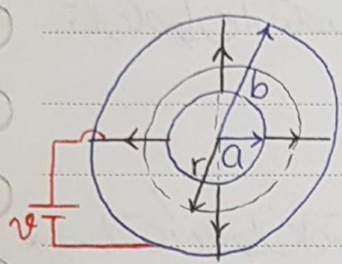
$$\Rightarrow R_T=\int_a^b\frac{\rho\,dr}{2\pi r t}=\frac{\rho}{2\pi t}\ln\left(\frac{b}{a}\right)$$



جمع dR ها ⇐ چون المان ها از لحاظ جریان هم یکی اند ⇐ R ها سری اند

Subject
Date

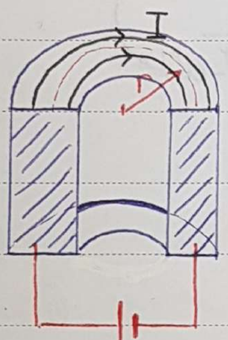
مثال) اگه مقاومت کره بود:



$$I \to J = \frac{I}{A} = \frac{I}{4\pi r^2} \to E = \rho J = \frac{\rho I}{4\pi r^2}$$

$$V = V_+ - V_- = -\int E \cdot dl \Rightarrow V = \int_{+\,r=a}^{-\,r=b} \frac{\rho I}{4\pi r^2}\, dr$$

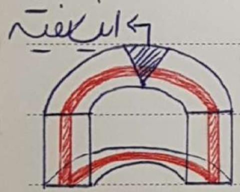
$$\to V = \frac{\rho I}{4\pi}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right) \Rightarrow R = \frac{\rho}{4\pi}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)$$



مثال) * از V یا I باید شروع کنی و به دیگری برسی (بسته به مسئله)

راه 1: $v \to E \to J \to I \Rightarrow R = \frac{V}{I}$

راه 2: المان‌ها مقاومت‌ها رو باید جوری در نظر بگیریم که یا I ها یکسان باشند یا v ها

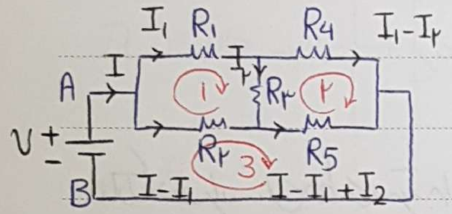


⇐ با المان زیر v ها یکی ← موازیند ← $\frac{1}{R} = G$ → $dG = \frac{dA}{\rho l}$

(در اشکال جمع داریم پس G کلی رو به دست بیاریم که با هم جمع بشن)

$$\Rightarrow G = \int dG$$

مثال)



$V, I, I_1, I_2 \rightsquigarrow$ اگر 4 تا مجهول داشتیم 4 معادله مستقل ← برای پیدا کردن روابط بین این 4 تا، 3 تا معادله نیاز داریم.

نمی‌دانم اگر به جای حلقه 3، حلقه

$R = \frac{V}{I}$ تحلیل 4 تا مقاومت که هم سو نیستند، معادله مستقل نمی‌داد)

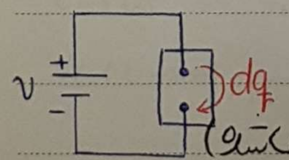
3 تا حلقه که مستقل بنویس

حلقه 1 $\rightarrow -R_1 I_1 - R_3 I_2 + R_2 (I - I_1) = 0$

حلقه 2 $\rightarrow R_3 I_2 - R_4 (I - I_2) + R_5 (I - I_1 + I_2) = 0$ قانون جریان ← در گره‌ها

حلقه 3 $\rightarrow -R_2 (I - I_1) - R_5 (I - I_1 + I_2) = 0$ قانون ولتاژ ← حلقه‌ها

انرژی و توان در مدارهای الکتریکی:



$dU = V\,dq \rightarrow P = \frac{dU}{dt} = V \frac{dq}{dt} = V I_{(t)}$

توان (W: وات) مصرفی (تلف شده)

(وات = ژول / ثانیه)

یا کیلووات

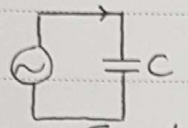
$U = \int_0^t V_{(t)} \cdot I_{(t)} \cdot dt = \int P(t)\,dt$

انرژی تلف شده (وات ساعت یا کیلووات ساعت) ← اگر المان، مقاومت باشد $(V = RI) \rightarrow P = VI = RI^2 = \frac{V^2}{R}$

توان مصرفی

$$C=\frac{q}{V} \Rightarrow C\left(\frac{dv}{dt}\right)=\frac{dq}{dt}=I$$

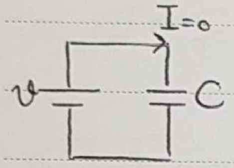
- اگه خازن باشه انرژی تلف نمیشه ← اگه خازن وصل بشه به برق شهر، کنتور مصرف انرژی رو نشون نمیده



$V=V_0 \sin\omega t$

$$i=C\frac{dv_c}{dt}=CV\omega\cos\omega t$$

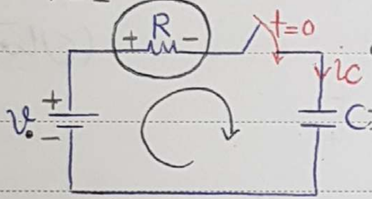
$$\omega=\frac{2\pi}{t} \qquad U=\int v\, i\, dt=\int_0^T V_0 \sin\omega t\, CV\omega \cos\omega t\, dt=0$$



→ اگه ولتاژ ثابت → $I=0$ → $P=0$

یعنی انرژی رو میگیره ولی چیزی تلف نمیشه (در واقع کنتور طاون صفر)

رفتار گذرا در مدارهای R-C: (مقاومت و خازن) اینجا R و R_T می‌باشه یعنی اگه چندتا مقاومت بود 1. معادل میگیریم 2. تبدیل میشه به یه مدار R-C معادل میشه



C , $V_C(0^-)=0$

معادله دیفرانسیل خطی مرتبه اول

$$V_0-Ri_c-V_C=0 \rightarrow V_0-RC\frac{dv_c}{dt}-V_C=0 \rightarrow \frac{dv_c}{dt}+\frac{V_C}{RC}=\frac{V_0}{RC}$$

ثابت زمانی T

$$i_c=C\left(\frac{dv_c}{dt}\right)$$

توی سلف → $\varepsilon=L\frac{di}{dt}$ → $\frac{dv_c}{dt}+\frac{V_0}{T}=$ ثابت → $V_C(t)=A+Be^{-t/T}$

(برای $t>0$ صادقه)

پیوستگی ولتاژ خازن

$$\Rightarrow V_C(0^+)=V_C(0^-)=0 \Rightarrow A+B\cancel{e^{-t/T}}=0 \rightarrow A+B=0$$

$t\to\infty$:

$$i_c=0,\ V_C(t\to\infty)=V_0 \Rightarrow A=V_0 \Rightarrow B=-A=-V_0$$

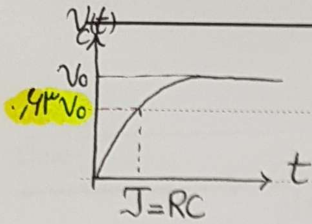
$$\Rightarrow V_C(t)=V_0\left(1-e^{-t/RC}\right),\quad t>0$$

$$\left.\begin{aligned}&\frac{dv_c}{dt}+\frac{V_C}{RC}=V_0/RC\\ &t\to\infty \Rightarrow \frac{dv_c}{dt}=0\end{aligned}\right\} \rightarrow \frac{V_C(t\to\infty)}{RC}=\frac{V_0}{RC} \Rightarrow V_C(t\to\infty)=V_0$$

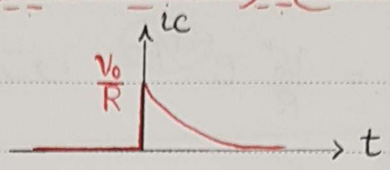
Subject

Date

جریان خازن ناپیوستگی داره ولی ولتاژ خازن پیوسته (همیشه ولتاژ پیوسته)

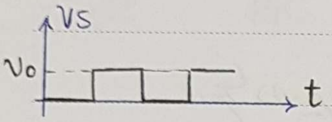


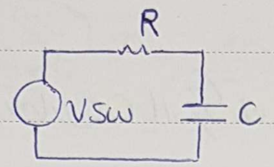
$\Rightarrow$



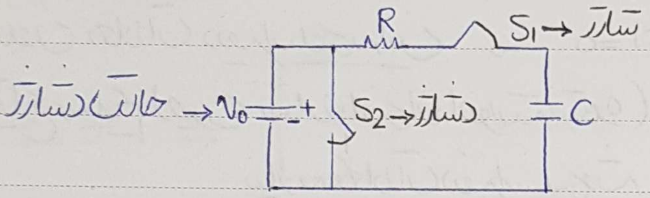
$$V_C(t) = V_0\left(1 - e^{t/\tau}\right) \Rightarrow i_C = C\frac{dV_C}{dt} = \frac{V_0}{R}\cdot e^{-t/RC} \rightarrow \begin{cases} i_C(0^-) = 0 \\ i_C(0^+) = \frac{V_0}{R} \end{cases}$$

$t > 0$, $\tau = RC$ $\qquad t > 0$



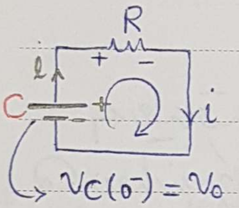


$\rightarrow$ ولتاژ متناوب کار های کلید رو انجام میده اعمال



$\rightarrow$ مدت طولانی اگه بسته می‌مونه که C به ولتاژ V_0 برسه

بعد S_2 را می‌بندیم که C با ولتاژ اولیه V_0 دشارژ بشه



$$+V_C + Ri_C = 0$$

$$-Ri_C - V_C = 0$$

$$\ominus i_C = C\ominus\frac{dV_C}{dt}$$

جهت جریان برعکس جهت در نظر گرفته شده

$$\rightarrow RC\frac{dV_C}{dt} + V_C = 0 \rightarrow \boxed{\frac{dV_C}{dt} + \frac{V_C}{\underbrace{RC}_{\tau}} = 0}$$

$V_C(t) = A' + B'e^{-t/\tau}$ ثابت

$$V_C(0^-) = V_C(0^+) = V_0 \rightarrow A' + B' = V_0 \rightarrow B' = V_0$$

$$V_C(t\to\infty) = 0 \Rightarrow A' = 0$$

$$t\to\infty \Rightarrow V_C = \text{ثابت} \rightarrow \frac{dV_C}{dt} = 0$$

$$V_C(t\to\infty)/RC = 0 \rightarrow V_C(t\to\infty) = 0$$

$$\Rightarrow i_C = C\frac{dV_C}{dt} = \ominus\frac{V_0}{R}e^{t/\tau}$$

جهت جریان خلاف جهت در نظر

PAPCO نمونه سوال است

Scanned by CamScanner

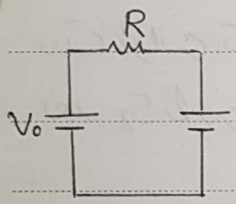
$P = \frac{du}{dt} = R i^2 = R i_c^2(t) = \frac{V_0^2}{R} e^{-2t/RC}$ توان تلف شده

$\rightarrow U = \int_{t=0}^{\infty} P\,dt = \frac{V_0^2}{R} \int_{t=0}^{\infty} e^{-2t/RC}\,dt = \frac{V_0^2}{R} \cdot \frac{RC}{2} = \frac{1}{2} C V^2$

انرژی تلف شده در مقاومت R

$U_C = \frac{1}{2} C V^2 \rightarrow$ انرژی ذخیره شده در خازن C

$\Rightarrow U = U_C \rightarrow$ انرژی ذخیره شده در خازن C با انرژی تلف شده یکیه



$V_C(0^-) = 0$

$V_C(0^+) = V_C(0^-) = 0 \rightarrow$ بدون معادلات دیفرانسیل به این

$i_C(0^-) = 0$ نتایج رسیدیم (چون رفتار زمانی از ما خواسته نشده)

$i_C(0^+) = \frac{V_0}{R}$ نیاز به معادلات دیفرانسیل نیست

$P = V_0 i_C(t)$ توانی که توسط منبع داده میشود

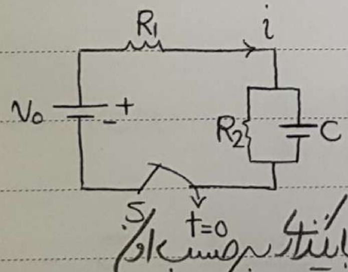
← یعنی وقتی که خازن باردار بوده بعد از مدت طولانی توسط مقاومت R_2 دشارژ میشه ⇐ خازن بدون باره

Q) در مدار زیر کلید S به مدت طولانی باز بوده و در لحظه $t=0$ بسته می‌شود.

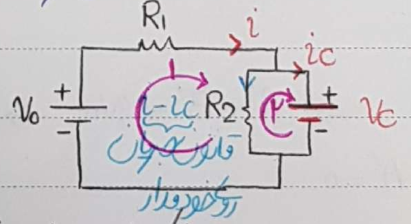
الف) در لحظه $t=0$ و $t=\infty$، جریان مدار؟

ب) تابعیت زمانی ولتاژ دو سر خازن؟

ج) در چه زمانی جریان خازن $\frac{1}{2}$ مقدار اولیه اش میگردد؟



بعد از بسته شدن کلید



دو حلقه که می‌بینیم قانون ولتاژ نوشت براش

← چون باید صفر بشه جریان نداریم ⇐ جابجا کردن برحسب i_C

1 حلقه : $V_0 - R_1 i - R_2 (i - i_C) = 0 \rightarrow i = \frac{V_0 + R_2 i_C}{R_1 + R_2}$ *

2 حلقه : $R_2 (i - i_C) - V_C = 0 \overset{*}{\Rightarrow}$

$i_C = C \frac{dV_C}{dt}$ ‏i_C برای خازن اگر علامت داره ⊕

$R_2 \left(\frac{V_0 + R_2 i_C}{R_1 + R_2} - i_C \right) = V_C$

$\rightarrow R_2 \left(\frac{V_0 - R_1 i_C}{R_1 + R_2} \right) = V_C$

P4PCO

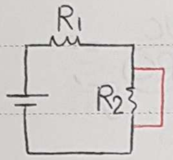
Subject
Date

$$\frac{R_1R_2\,\overset{C\frac{dv_C}{dt}}{i_C}}{R_1+R_2}+V_C=\frac{V_0R_2}{R_1+R_2}\Rightarrow$$ ضریب $\frac{dv_C}{dt}$ رو همه یک می‌کنیم

$$\rightarrow \frac{dv_C}{dt}=\frac{V_0}{R_1C}-\frac{V_C}{\frac{R_1R_2C}{R_1+R_2}}$$ τ → یعنی تغییرات ثابت زمانی تغییر پیدا کند

$$V_C(t)=A+Be^{-t/\tau}\quad t>0$$

الف) $t=0^+\rightarrow$

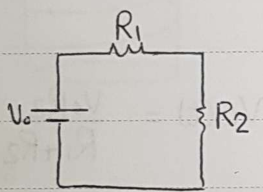


C مثل سیم و مقاومت صفر عمل میکنه

$$i(0^+)=\frac{V_0}{R_1}$$

$$i_C=\frac{V_0}{R_1}\rightarrow$$ همه جریان از خازن عبور میکنه

$t=\infty\rightarrow$



$$i(t\rightarrow\infty)=\frac{V_0}{R_1+R_2}$$

$$V_C(t\rightarrow\infty)=\frac{V_0R_2}{R_1+R_2}$$

$$V_C=\underbrace{VR_2}_{R_2\times(I_2)}\quad \frac{V_0}{R_1+R_2}$$

$$V_C(0^+)=V_C(0^-)=0\rightarrow A+B=0\rightarrow A=-B$$

$$V_C(t\rightarrow\infty)=\frac{V_0R_2}{R_1+R_2}=A\rightarrow B=\frac{-V_0R_2}{R_1+R_2}$$

$$\Rightarrow V_C(t)=\frac{V_0R_2}{R_1+R_2}\left(1-e^{-t/\tau}\right),\quad t>0$$

$$\tau=\frac{R_1R_2C}{R_1+R_2}$$

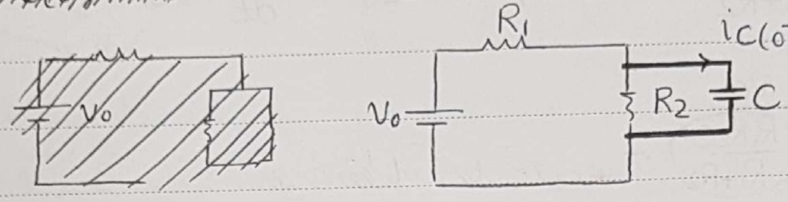
ج) $$i_C=C\frac{dv_C}{dt}=\frac{V_0}{R_1}\left(e^{-t(R_1+R_2)/R_1R_2C}\right)\quad t>0$$

$$i_C(t)=\frac{\cancel{V_0}}{4\cancel{R_1}}=\frac{\cancel{V_0}}{\cancel{R_1}}e^{-t(R_1+R_2)/R_1R_2C}$$ با ساده کردن $$\ln 4\cdot\frac{R_1R_2C}{(R_1+R_2)}=t$$

PAPCO

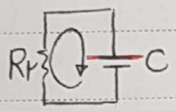
Subject
Date

* اگر می‌گفت کلید به مدت طولانی بسته بوده و بعد باز شده



$t=0^- \rightarrow$ $\quad i_C(0^-)=0 \quad V_C(0^-)=V_{R_2}=\dfrac{V_0R_2}{R_1+R_2}$

$t=0^+ \rightarrow$



$$V_C(0^-)=V_C(0^+)=\frac{V_0R_2}{R_1+R_2}$$

$$-Ri-V_C=0 \rightarrow \frac{dV_C}{dt}+\frac{V_C}{\underbrace{RC}_{\tau'}}=0$$

$$V_C(t)=A'+B'e^{-t/\tau'}$$

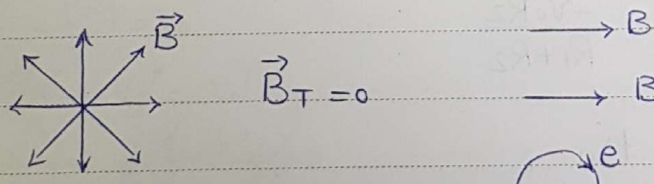
$$V_C(0^+)=A'+B'=\frac{V_0R_2}{R_1+R_2}$$

$$V_C(t\rightarrow\infty)=0 \rightarrow A'=0\ ,\ B'=\frac{V_0R_2}{R_1+R_2} \Rightarrow V_C(t)=\frac{V_0R_2}{R_1+R_2}e^{-t/\tau'}\ ,\ t>0$$

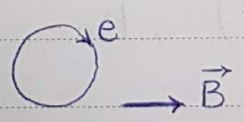
کلی
↑
1. قانون بیوساوار
2. آمپر (مثل گاوس)

میدان و نیروی مغناطیسی: ⇐ 1. سیم حامل جریان / 2. حرکت ذره باردار ⇐ محاسبه B

حرکت ذرات باردار می‌توانند در همه مواد میدان مغناطیسی تولید کنند (در مواد غیرمغناطیسی جهت میدان‌ها به صورت تصادفی نیز می‌باشد و در جهت ماکروسکوپی ما متوجه نمی‌شیم ← همه مواد در حالت میکروسکوپی دارای میدان مغناطیسی)



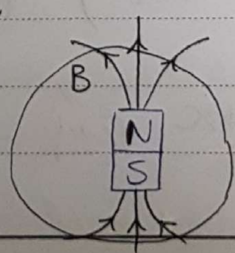
$\vec{B}_T=0 \qquad \vec{B}_T\neq 0$



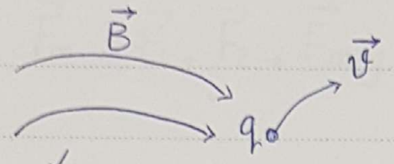
* بحث اصلی این فصل ← فرض می‌کنیم B رو داریم و می‌خواهیم نیرو به دست آوریم.

$\oint\!\!\oint E\cdot ds=\dfrac{q}{\epsilon} \rightarrow$ بار ± تنها

$\oint\!\!\oint B\cdot ds=0$
↓
تک قطبی نداریم (در واقع تک قطبی مغناطیسی نداریم)
↓
N و S تنها نداریم



حتی همین هم حرکت کنه e ⟲ e^+ آهنربا ←



$|\vec{F}_m| = qvB\sin\alpha$

$\vec{F}_m = q\vec{v} \times \vec{B}$ → نیروی مغناطیسی به ذره انرژی نمی‌دهد فقط جهت حرکت رو عوض میکنه

$T = 10^4 G$

اگر $q = 0 \rightarrow F_m = 0$

$\vec{F}_m \perp \vec{v}, \vec{B}$

چون جابه‌جایی در راستای سرعت $\vec{F} \perp \vec{v} \Rightarrow W_{F_m} = 0$

$\vec{F}_m(-q) = -\vec{F}_m(q)$ (* جهت F_m برای q های + و - متفاوت بود (عکس هم بود، $q+$ ← دست راست)

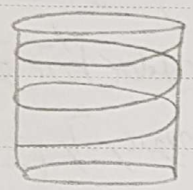
اگر $\vec{v} \parallel \vec{B} \rightarrow \vec{F}_m = 0$

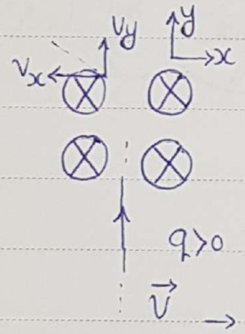
$$* \quad dW = \vec{F}_m \cdot d\vec{r} = \vec{F}_m \cdot \frac{dr}{dt} \cdot dt = \underbrace{\vec{F}_m \cdot \vec{v}}_{\vec{F}_m \perp \vec{v}} \cdot dt = 0$$

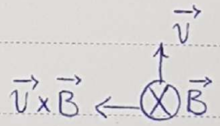
→ نیروی مغناطیسی کاری بر روی ذره باردار انجام نمی‌دهد

$F = F_x + F_y$

هم جهت محور — هم جهت خارجی





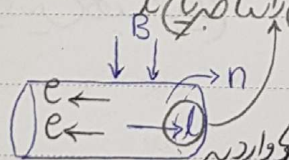


$\vec{v} \rightarrow E_k = \frac{1}{2} m v_0^2$

$|\vec{v}| = v_0$

$v_x^2 + v_y^2 = v_0^2$

هم جهت با راستای جریان



مجموعه‌ای از ذرات e

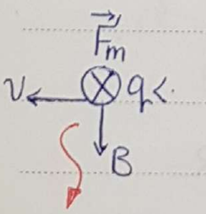
نیروی وارد بر سیم حامل جریان در میدان مغناطیسی:

نیروی وارد بر e ① $F_m = qv_B \rightarrow \vec{v} \perp \vec{B}$ فرض شده

$F = BlI\sin\alpha$

تعداد کل e ها درون سیم ← $N = n(Al)$

(n ↓ تعداد e ها در واحد حجم)



$F_m = NF_m' = n(Al)qvB = JAlB = Bli$

($n \ldots qv$ ↓ J ؛ JA ↓ i)

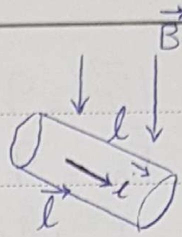
$J = nqv$

$\odot\, \vec{v} \times \vec{B} \rightarrow \otimes\, q\vec{v} \times \vec{B}$ $\quad i = JA \rightarrow J = \frac{i}{A}$ (جریان در واحد سطح) $= n\boxed{qv}$ (نیرو) $\Rightarrow i = nAqv$

Subject

Date

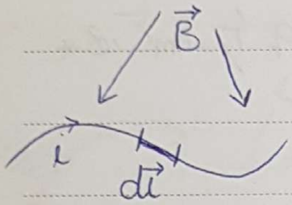
$\vec{B}$ در این روابط همیشه بردار دومی



$$\vec{F}_m = i\,\vec{l} \times \vec{B}$$

بردار که طولش با طول سیم برابر است و جهتش هم جهت جریان است (میدان مغناطیسی یکنواخت است)

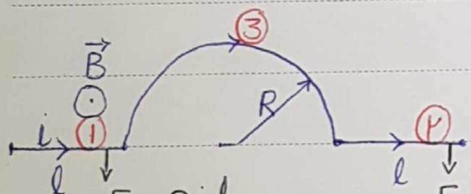
$\rightarrow$ مثله $d\vec{S}$ (اندازش برابر با مساحت سطح و جهتش عمود بر سطح به سمت بیرون)



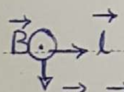
$$d\vec{F}_m = i\,d\vec{l} \times \boxed{\vec{B}} \Rightarrow \vec{F}_m = \int dF_m$$

میدان مغناطیسی یکنواخت

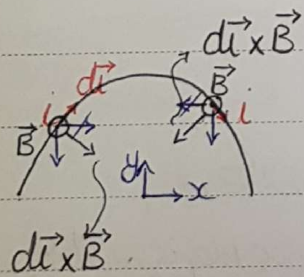
Q. سیمی مطابق شکل حامل جریان I در میدان مغناطیسی یکنواخت B قرار گرفته است در صورتی که شکل این سیم بر اثر عبور جریان تغییر نکند. کل نیروی وارد بر آن؟



$F_r = Bil$ $\quad$ $F_r = Bil$

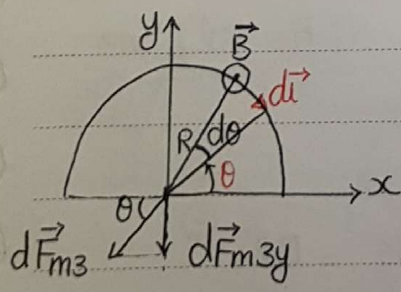


$$\vec{l} \times \vec{B} \rightarrow F = i\,\vec{l} \times \vec{B} \xrightarrow{\pi/2} \vec{F} = Bil$$



میدان برآیند در سیم 3 در منفی جهت محور y هست $\Leftarrow$ * اول ← روابط تقارن هم برای تعیین جهت میدان

$$\measuredangle\, d\vec{l}, \vec{B} = \frac{\pi}{2}$$



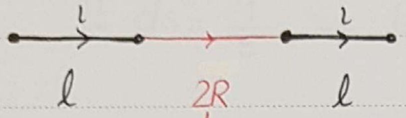
$$dF_{m3} = i\,dl\,B$$

$$\rightarrow dF_{m3y} = dF_{m3} \times \sin\theta = i(R\,d\theta)B\sin\theta$$

$$\rightarrow F_{m3y} = \int dF_{m3y} = BiR\int_{\theta=0}^{\pi} \sin\theta\, d\theta = 2BiR$$

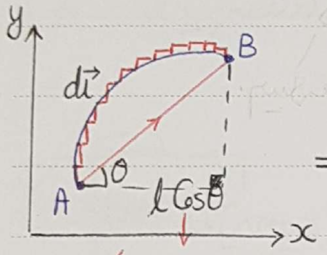
Subject
Date

$$\vec F_m = \vec F_1 + \vec F_2 + \vec F_{m3y} = Bi(2l+2R)$$



$\rightarrow \vec F_m = Bi(2l+2R)$

اگر میدان مغناطیسی یکنواخت بود نیرو ابتدا و انتهای سیم رو به هم وصل کرده نیروی وارد بر سیم راست رو به دست آورد

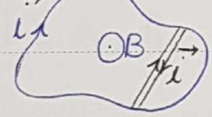


$\Rightarrow$ در B یکنواخت

$$d\vec F_m = d\vec l \times \vec B i \Rightarrow \begin{cases} \int d\vec F_{mx} = \vec F_{mx} \\ \int d\vec F_{my} = \vec F_{my} \end{cases}$$

جمع x و y هاش یکی میشه با سیم راست (یعنی همچین رو تبدیل میکنیم به سیم راست) $\rightarrow$ * سیم باید در یک صفحه باشه

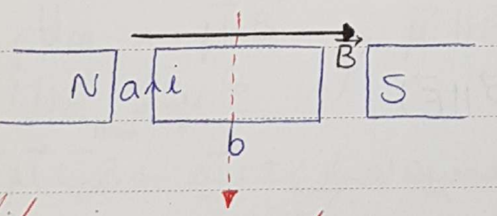
(مثال)



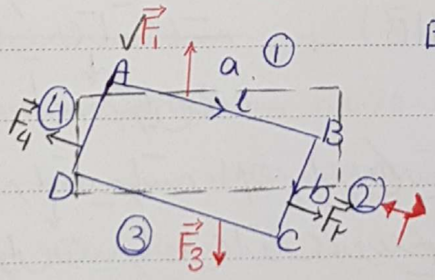
اگر میدان مغناطیسی یکنواخت باشه و حلقه بسته در میدان قرار بگیره هیچ نیرویی به حلقه وارد نمیشه (نه دو سیم همدیگر را خنثی میکنند) $\rightarrow$ با وجود اینکه هیچ نیرویی وارد نمیشه ولی $\vec\tau$ داره گشتاوره

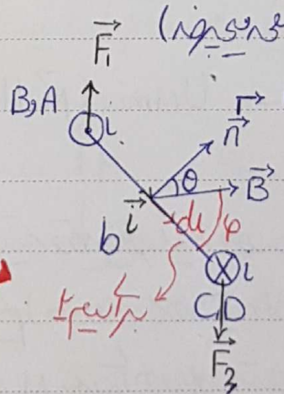
گشتاور نیروی وارد بر قاب در یک میدان مغناطیسی:

$\vec\tau \Leftarrow$ قاب یعنی مسیر بسته (اگه جایی مسیر بسته نبود دو سیم با جریان‌های خلاف هم برای تشکیل مسیر بسته $i \not\parallel i$) که در یک صفحه است



محوری که قاب میتونه حولش دوران کنه





$\vec B$ نیروی اش همیشه با $\vec{BC}$ که 90 نسبت $\vec B$ (البته صفحه می‌چرخه)

بردار عمود بر سطح که تا عمود بر سطح با $\vec B$ (که البته) زاویه θ $\vec n$ میسازه

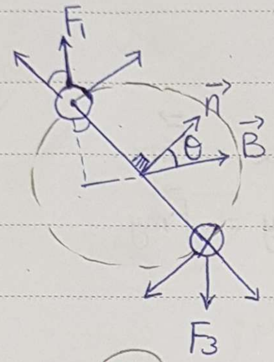
$$\theta + \varphi = \frac{\pi}{2}$$

بازوی ۱ : $\vec{F}_1 = iaB = \vec{F}_3$

$* \measuredangle \vec{l}, \vec{B} = \pi/4$

بازوی ۲ : $\vec{F}_2 = iBb\sin\varphi = iBb\cos\theta = F_4$

برآیند $\vec{F} = 0$



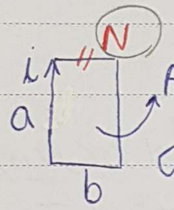
از مرکز دوران تا نقطه‌ی مورد نظر

$J = \vec{F} \times \vec{r}$

$J = 2F_1 \sin\theta \cdot \frac{b}{2} \rightarrow J = iaB\sin\theta\, b$

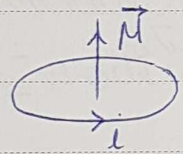
$A = ab$

$\Rightarrow J = \mu B \sin\theta \Rightarrow \vec{J} = \vec{\mu} \times \vec{B}$

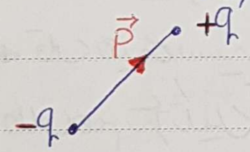


$\mu = i \cdot A \cdot N \rightarrow$ تعداد دور

گشتاور نیروی مغناطیسی

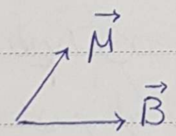


دوقطبی الکتریکی : گشتاور دوقطبی هم : $q\vec{d}$



$\vec{J} = \vec{P} \times \vec{E}$ الکتریکی

$U_E = -\vec{P} \cdot \vec{E} \rightarrow U_{E\min} \; (\vec{P} \parallel \vec{E})$



$J = \vec{\mu} \times \vec{B}$

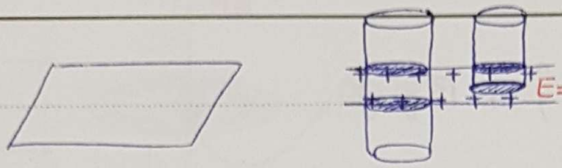
$U_M = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} \rightarrow U_{M\min} \; (\vec{\mu} \parallel \vec{B}) \rightarrow$ ~~[illegible]~~

ربطی به جریان نداره

* اگر B متغیر باشه، M هم تابع زمان میشه و تغییر میکنه و همی میخواد به حالت پایداریش موازی با B برسه پس همی جریان متغیر با زمان از قاب عبور بدیم (⇐ دوران همیشه ادامه می‌یابد) ⇐ تولید انرژی الکتریکی

دوران میکنه (دوران قاب ⇐ دوران M ⇐ برای همراستا شدن با B)

Date



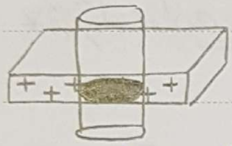
نامحدود رسانا دارای چگالی بار سطحی σ و ε → رسانا

$\int E \cdot ds = \frac{q}{\epsilon_0} \rightarrow E \times 2A = \frac{\sigma \times 2A}{\epsilon_0} \rightarrow E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \Rightarrow$ هر دو سطح درسته

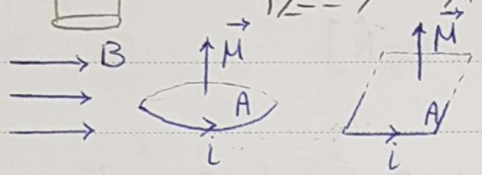
1. میدان داخل رسانا صفر بشه

در مورد رسانا ← بارها به صورت دو ردیف قرار میگیرند ← 2. بارها همدیگر را دفع میکنند در دورترین فاصله $\Rightarrow E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$

در مورد نارسانا ← بارها فقط در یک لایه قرار میگیرند $\Rightarrow E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$

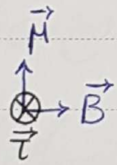


← در نارسانا پخش بار سطحی نداریم پخش بار حجمی داریم برای همین دو سطح جدا در نظر نمیگیریم



$|\vec{\mu}| = N i A \rightarrow$ گشتاور دوقطبی مغناطیسی $\rightarrow$ جهت شست وقتی چهار انگشت در جهت جریان

$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$



اگر شست در جهت $\vec{\tau}$ باشد، چهار انگشت جهت چرخش را نشان می‌دهد

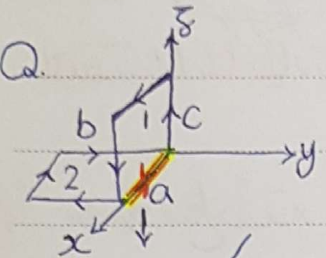
$\begin{cases} U_m = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} \\ U_{m_{min}} = -\mu \cdot B \end{cases}$ $\vec{\mu} \parallel \vec{B} \Rightarrow \vec{\tau} = 0$

* { میدان مغناطیسی خارجی ثابت، جریان متغیر باشد ← قاب همیشه به حرکت خودش ادامه میده (جریان ± میشه ← جهت $\vec{\mu}$ تغییر میکنه و برای اینکه جهت $\vec{\mu}$ با $\vec{B}$ یکی بشه حلقه دائماً میچرخه)

$i = i_0 \sin \omega t \rightarrow \begin{cases} i > 0 \rightarrow \uparrow \mu \\ i < 0 \rightarrow \downarrow \mu \end{cases}$

Date

Q.



$$\vec{B} = B_x \hat{x} + B_y \hat{y} + B_z \hat{z}$$

$$\vec{\mu}_1 = i(ac)\hat{j}$$

$$\vec{\mu}_2 = -i(ba)\hat{k}$$

این قسمت که جریانی نداره رو به صورت دو سیم با جریان مخالف در نظر میگیریم

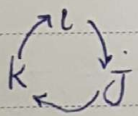
$$\Rightarrow \vec{\mu} = \vec{\mu}_1 + \vec{\mu}_2 = i(ac\hat{j} - ba\hat{k})$$

روابط برای قاب (مسیر بسته)

* اگر قاب ما در $\boxed{\text{غیر صفحه}}$ بود، اول رو جدا کرده به صورت صفحه صفحه و $\vec{\mu}$ رو جدا جدا محاسبه کنید که در یک صفحه قرار دارد

* $M \to A \to$ نیاز به یک صفحه بودن

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B} = [i(ac\hat{j} - ba\hat{k})] \times [B_x\hat{x} + B_y\hat{j} + B_z\hat{k}]$$



$$\Rightarrow \vec{\tau} = I[-ac\hat{k}B_x + acB_z\hat{i} - baB_x\hat{j} + baB_y\hat{i}]$$

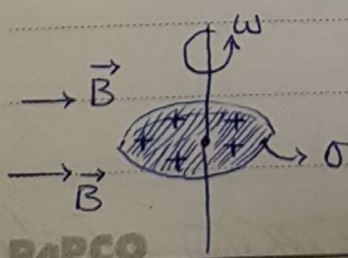
$$\Rightarrow \vec{\tau} = I[(acB_z + baB_y)\hat{i} - baB_x\hat{j} - acB_x\hat{k}]$$

شست در جهت $\vec{\tau}$، چهار انگشت جهت جریان رو مشخص میکنه در چه جهتی میچرخه

انرژی ذخیره شده مغناطیسی $U_m = -\vec{\mu}\cdot\vec{B} = I(ac\hat{j} - ba\hat{k}) \cdot (B_x\hat{x} + B_y\hat{y} + B_z\hat{k})$

$$= -I[acB_y - baB_z]$$

Q. دیسک عایقی به شعاع R دارای چگالی بار سطحی یکنواخت σ می باشد. این دیسک مطابق شکل با سرعت زاویه‌ای ω در حال چرخش است. اگر میدان مغناطیسی $\vec{B}$ در جهت عمود بر دیسک باشد. گشتاور وارد بر دیسک؟

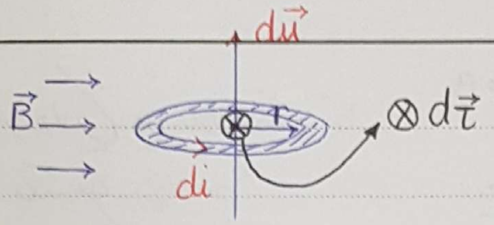


* دیسک مجموعه‌ای از حلقه‌هاست که ازشون جریان عبور میکنه

$\vec{\tau} = ?$

$\Rightarrow \vec{\tau}$ گشتاور وارد نمیشه، چون $\vec{\tau}$ بر حلقه نسبت به دیسک صفحه

Subject
Date



دیسک مجموعه‌ای از حلقه‌ها

$$d\vec{\mu} = di \times \pi r^2$$

بار داخل حلقه (المان)

$$di = \frac{dQ}{T} = \frac{\sigma ds}{T} = \frac{\sigma(2\pi r dr)}{T}$$

$$d\vec{\tau} = d\vec{\mu} \times \vec{B} \xrightarrow{\pi/2} d\tau = B\pi r^2 di = 2B\sigma\pi^2 dr/_T \cdot r^3$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

$$\Rightarrow d\tau = \cancel{2}B\sigma\pi^{\cancel{2}} r^3 \cdot \frac{\omega}{\cancel{2\pi}} \cdot dr \rightarrow \tau = \int_0^R \omega B\sigma\pi r^3 dr = B\sigma\pi\omega\frac{R^4}{4} \otimes$$

* تمام گشتاورهای حلقه‌ها در مرکز حلقه به سمت $\boxed{\text{درون}}$ سو است پس انتگرال می‌گیریم و جمع می‌کنیم

شست در جهت $\vec{\tau}$، چهار انگشت جهت چرخش

جهت

چرخش ولی چون دیسک دور محور سوار شده نمی‌تونه ساعتگرد دیگه بچرخه فقط نوع دوران لنگ می‌زنه

قانون میدان مغناطیسی ناشی از سیم حامل جریان 8 ← دیسک دوار پیدا کنیم مجموعه‌ای از حلقه‌ها پس شامل قانون میدان مغناطیسی دیسک هم میشه

1- قانون آمپر 8 ← توزیع جریان تقارن خاصی داشته باشه ↔ به قانون گاوس (ابر تقارن‌ها)

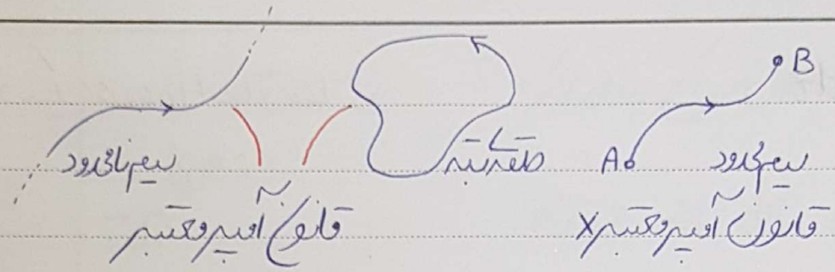
کاملاً معادل نیستند ↕ ، کاملاً معادل اند ↕

2- قانون بیوساوار 8 ← قانون کلی برای هر سیم حامل جریان ↔ به قانون کولن

مثل اینکه در یک شرایطی یکی صدق بکنه ولی دیگه صدق نکنه ، در همه شرایط هر دو صدق میکنه (فقط برا قابل استفاده نیست)

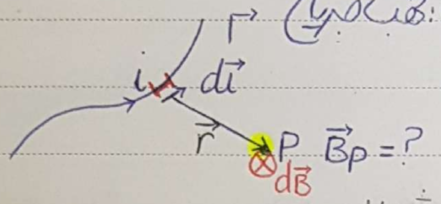
Scanned by CamScanner

Date



برای هر 3 قانون بیوساوار ⇐ معتبره

1) اطلاعات: اندازه dl / 2) جهت: جهت جریان



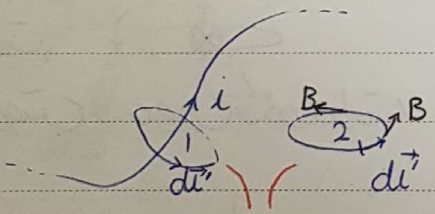
همیشه اولی

قانون بیوساوار: $d\vec{B} = \dfrac{\mu_0\, i\, d\vec{l} \times \vec{r}}{4\pi r^3}$

$\vec{r}$: برداری که از المان وصل میشه به نقطه P

با جهت که میدان مغناطیسی داخلش یکنواخت باشه تا از انتگرال بیرون بیاد

* در قانون آمپر باید مسیر بسته انتخاب کنیم (که میتونه شامل سیم باشه، میتونه نباشه) ↔ قانون گاوس سطح بسته، سطح بسته که میدان یکنواخت از انتگرال دربیاریم



مسیر بسته با جهت

$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 i$ ← جریان خالصی که از درون مسیر بسته عبور

$\oint_2 \vec{B}\cdot d\vec{l}' = 0$

$\oint_1 \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 i$

* اگر 4 انگشت در جهت مسیر بسته باشه، شصت جهت i + رو نشون میده (جریان در جهت اون +، خلاف اون −)

☆ جهت رو در قانون آمپر نقشه‌ای بازی نمیکنه ← سیم نگاهی باید به قانون بیوساوار برای اینکه جهت داشته باشیم

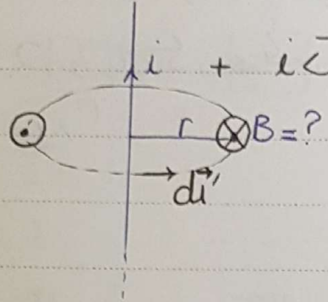
$d\vec{l}$ ← در جهت سیم حامل جریان

$d\vec{l}'$ ← جهت مسیر بسته رو مشخص میکنه

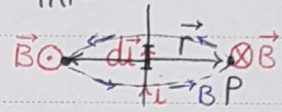
PAPCO

Date

Q. میدان مغناطیسی برای سیم مستقیم حامل جریان i در فاصله r ؟



جهت $\vec{B}$ ⟸ بیو : $d\vec{B} = \left(\frac{\mu_0 i}{4\pi r^3}\right) \vec{dl} \times \vec{r}$



* تو این دایره میدان در هر نقطه در دایره مماس است

$dl' = 2\pi r$ ← معمولاً برای سیم طولانی آمپر حلقه آمپری نیم

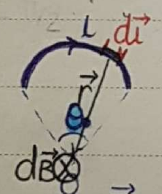
بهترین مسیر بسته همین دایره است که B در هر نقطه بر مسیر بسته مماس ⟸ $\measuredangle \vec{B}, \vec{dl}' = 0$

$\vec{dl}$ (در جهت مسیر)

$$\oint \vec{B} \cdot \vec{dl}' = \oint \vec{B}\, \vec{dl} = B \oint dl' = B(2\pi r) = \mu_0 I \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

* اگر برای سیم محدود بخواهیم از قانون آمپر استفاده کنیم استدلال و جواب همینه در حالیکه $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$ برای سیم محدود غلطه پس از آمپر نباید برای سیم محدود استفاده کرد.

Q.



$\vec{B}_0 = ?$

در مرکز کمان تکه حلقه

سیم محدود ← بیو

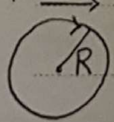
$$d\vec{B} = \left(\frac{\mu_0 i}{4\pi r^3}\right) \vec{dl} \times \vec{r} \rightarrow dB = \frac{\mu_0 i}{4\pi R^{\cancel{3}2}}\, dl\, \cancel{R} \rightarrow dB = \frac{\mu_0 i}{4\pi R^2}\, \underbrace{\cancel{dl}}_{R\,d\theta}$$

$\measuredangle \vec{dl}, \vec{r} = \pi/2$

$$\rightarrow dB = \frac{\mu_0 i}{4\pi R} \times d\theta$$

$$\rightarrow \int dB = \frac{\mu_0 i}{4\pi R} \int_0^{\theta_0} d\theta \rightarrow B = \frac{\mu_0 i \theta_0}{4\pi R} \otimes$$

اگر تمام $\theta_0 = 2\pi \rightarrow B = \frac{\mu_0 i}{2R}$

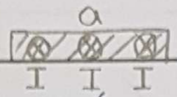


PAPCO

Scanned by CamScanner

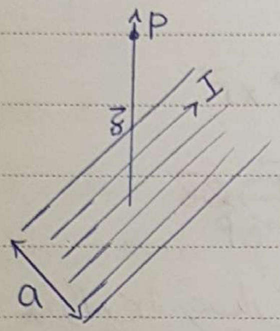
Subject

Date

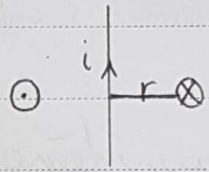


یعنی زاویه‌ی دید به طوری باشه که فضا با نشان داده بشه

Q) نوار نازک و دراز به پهنای a حامل جریان یکنواخت I می‌باشد. میدان مغناطیسی در فاصله عمودی z از نوار این چیه؟

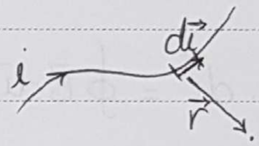


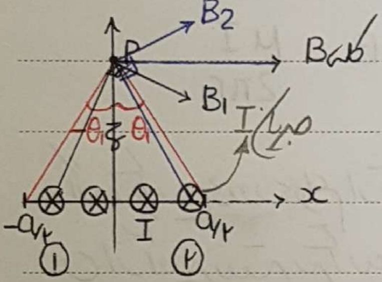
$$dB = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \quad (di)$$



- نوار ← مجموعه‌ای از سیم‌های حامل جریان

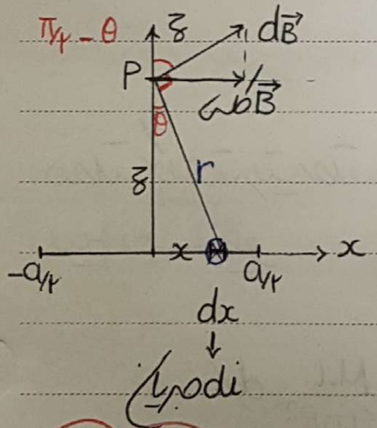
$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I\, d\vec{l} \times \vec{r}}{4\pi r^3}$$





$$\tan\theta_1 = \frac{a}{2z} \rightarrow \theta_1 = \tan^{-1}\left(\frac{a}{2z}\right)$$

- جهت میدان مغناطیسی



$$d\vec{B} = \frac{\mu\, di}{2\pi r} \Rightarrow$$ میدان یکی از سیم‌های نوار داریم

$$dB_x = \frac{\mu\, di}{2\pi r}\cos\theta, \quad \cos\theta = \sin(\pi/2 - \theta)$$

* برای راحتی انتگرال‌گیری این مسئله همه رو برحسب θ انتگرال گیری سپس جایگذاری

$$B_x = \int dB_x = \int \frac{\mu_0 I}{2\pi a}\left(\frac{dx \cos\theta}{r}\right), \quad r = \sqrt{z^2 + x^2}$$

a	I
dx	di

$$\Rightarrow di = \frac{I\,dx}{a}$$

$$\rightarrow B_x = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}\int_{-\theta_1}^{\theta_1} \frac{\frac{z\,d\theta}{\cos^2\theta}}{\frac{z}{\cos\theta}} \rightarrow B_x = \frac{\mu_0 I}{2\pi a} \times 2\theta_1$$

$$\tan\theta = \frac{x}{z} \Rightarrow \frac{d\theta}{\cos^2\theta} = \frac{dx}{z}$$

برا اینکه r تغییر و z ثابت

$$\rightarrow dx = \frac{z\,d\theta}{\cos^2\theta}$$

$$\rightarrow B_x = \frac{\mu_0 I}{\pi a} \times \tan^{-1}\left(\frac{a}{2z}\right)$$

$$a \rightarrow \infty \Rightarrow B_x \rightarrow 0$$

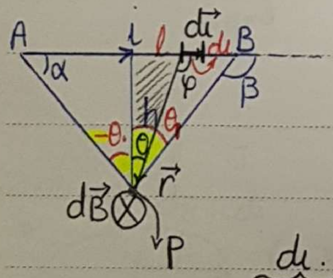
(نقطه‌ی P (فاصله دورتر خیلی) $r \gg a$ / انتگرال کم ⇐ مثل یک سیم حامل جریان نگاه میشه)

Q. سیم AB مطابق شکل حامل جریان I ، میدان B را در نقطه P به فاصله عمودی h از این سیم به دست آورید.

توی $d\vec{E}$ جهت مشخص می‌شد توسط بردار یکه‌ی $\vec{a_r}$

اینجا 1. جهت $d\vec{l} \times \vec{r}$

2. اندازه برای انتگرال‌گیری



$\varphi = \pi/2 + \theta$

$\cos\theta$

$$d\vec{B} = \frac{\mu\, i\, \overbrace{d\vec{l} \times \vec{r}}^{dl \cdot r \cdot \sin\varphi}}{4\pi r^3} \Rightarrow \underset{\text{اندازه}}{dB} = \frac{\mu\, i\, dl}{4\pi r^2}\cos\theta$$

تعیین جهت ⊗

* زاویه بر اساس زاویه‌ی ثابت باشه راحت‌تره

$$B = \int dB = \frac{\mu\, i}{4\pi}\left(\int \frac{\cos\theta\, dl}{r^2} = \int \frac{h\, d\theta}{\cos\theta\,(h^2/\cos^2\theta)}\right) = \frac{\mu I}{4\pi h}\underbrace{\int_{-\theta_0}^{\theta_0} \cos\theta\, d\theta}_{\sin\theta \Big|_{-\theta_0}^{\theta_1}}$$

$$\tan\theta = \frac{l}{h} \Rightarrow \frac{d\theta}{\cos^2\theta} = \frac{dl}{h}$$

$r\cos\theta = h$

$$(\cos\alpha - \cos\beta) \Leftarrow \sin\theta_1 + \sin\theta_0$$

$\theta_1 = \beta - \pi/2$

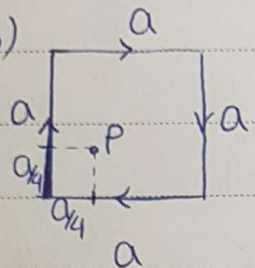
$$\Rightarrow B = \frac{\mu\, i}{4\pi h}(\cos\alpha - \cos\beta) \qquad \Rightarrow -\cos\beta = \sin\theta_1$$

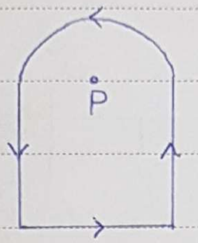
Subject

Date

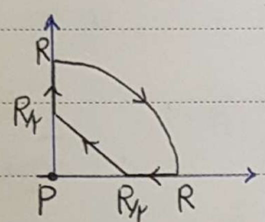
* سیم نامحدود $\alpha = 0$, $\beta = \pi$ $\rightarrow$ $B = \frac{\mu \cdot I}{4\pi h}(\cos\alpha - \cos\beta) = \frac{\mu \cdot I}{2\pi h}$

(مثال)





* قانون آمپر وقتی برای سیم خواهیم نوشته باید از هر دو جهت نامحدود باشه اگه از یک جهت هم محدود باشه قابل استفاده نیست (چون مسیر بسته دیگه داخل و خارج سیم معنی نمیده)



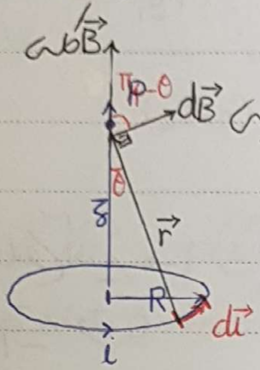
نقاطی که در راستای سیم میدان مغناطیسی صفر میشه

* در سیم‌هایی که بر محورها قطعات منطبق اند هیچ میدان مغناطیسی در نقطه P ایجاد نمی‌کنند چون زاویه بین dl و r آن ها صفر می‌باشد

* میدان دور قطعات هم اشکال نداره (قطعه‌ها ثابته میدان)

Scanned by CamScanner

Q. حلقه‌ای مطابق شکل به شعاع R دارای جریان یکنواخت i . میدان در نقطه‌ی P به فاصله‌ی عمودی z از مرکز حلقه؟

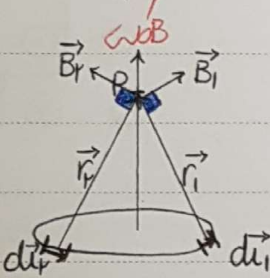


- حلقه بسته است ← چون آمپر نوشت ولی نقطه‌ی سیر بسته‌ای رو انتخاب کنیم که میدان مغناطیسی توش یکنواخت باشه ⇐ بیوساوار تو

- نقطه‌ی P در صفحه‌ی حلقه نیست (قبلاً میدان برای حلقه در مرکز اون و در نقطه‌ی P درون صفحه‌ی حلقه محاسبه شده بود)

$\measuredangle\, d\vec{l}, \vec{r} = \pi/2$

تعیین جهت:



$$dB_z = dB \times \cos(\pi/2-\theta) = dB \times \sin\theta$$

$$\sin\theta = \frac{R}{\sqrt{R^2+z^2}}$$

$$d\vec{B}_z = \frac{\mu_0 I\, dl\, \cancel{r}\, \sin\theta}{4\pi (z^2+R^2)^{\cancel{3/2}}} \rightarrow \int d\vec{B}_z = \frac{\mu_0 I R}{4\pi (z^2+R^2)^{3/2}} \underbrace{\int dl}_{2\pi R}$$

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I\, d\vec{l} \times \vec{r}}{4\pi r^3}$$

$$\Rightarrow \vec{B}_z = \frac{\mu_0 I R^2}{2(z^2+R^2)^{3/2}}\, \hat{z}$$

حالت 2 برای dl

★ اگر استوانه کامل بوده سیم پیچ ⇐

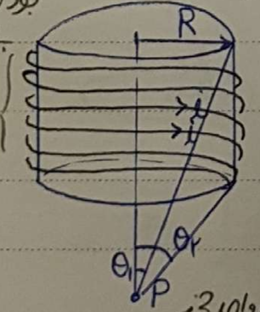
$$\begin{matrix} l & I \\ dz & di \end{matrix} \Rightarrow di = \frac{I\,dz}{L}$$

سیم‌ها کاملاً هم چسبیده

← شکل استوانه‌ای که روی اون سیم‌ها پیچانده شده‌اند (سیم‌ها با بدنه‌ی استوانه تماس)

* اینو مجموعه‌ای از حلقه‌ها در نظر بگیریم

Q.l



n: تعداد دورها در واحد طول

$\times dz$ $\quad$ $di = n\,dz\, i$

$\times l$ هر سیم

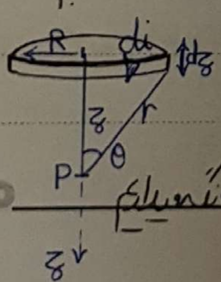
n☆ ← تعداد دورها در واحد حجم

$N = n(AL)$

$$dB_z = \frac{\mu_0 \overset{n\,dz\,i}{di} R^2}{2(z^2+R^2)^{3/2}}\, \hat{z} \Rightarrow dB_z = \frac{\mu_0 n i R^2 dz}{2(z^2+R^2)^{3/2}}\, \hat{z}$$

فاصله‌ی المان از نقطه‌ی P بود

المان:



$$\cot\theta = \frac{z}{R} \rightarrow \frac{1}{\sin^2\theta} \times d\theta = \frac{dz}{R}$$

و تغییر رو به صورت θ نشون بدیم

$$z^2 = R^2\cot^2\theta \Rightarrow z^2+R^2 = R^2/\sin^2\theta$$

Subject

Date

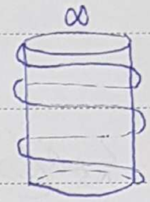
$$\Rightarrow dB_z = \frac{\mu_0 n R^2 i}{2} \int \frac{R\,d\theta / \sin^2\theta}{R^3/\sin^3\theta} \rightarrow dB_z = \frac{\mu_0 n i}{2} \left(-\cos\theta \Big|_{\theta_1}^{\theta_2}\right) \Rightarrow$$

تعداد دور در واحد طول ←

$$\int dB_z = \frac{\mu_0 n i}{2} (-\cos\theta_2 + \cos\theta_1) \rightarrow B_z = \frac{\mu_0 n i}{2} (\cos\theta_1 - \cos\theta_2)$$

* برای یک سیم لوله طویل

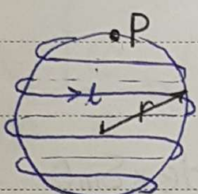
$$\begin{cases} \theta_1 = 0 \\ \theta_2 = \pi \end{cases} \Rightarrow \int dB_z = \mu_0 n i \rightarrow B_z = \mu_0 n i$$



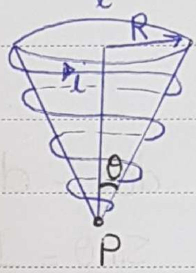
* با قانون آمپر → هم میشه نوشت

$n = \frac{N}{l}$ ← تعداد دورها

(مثال)



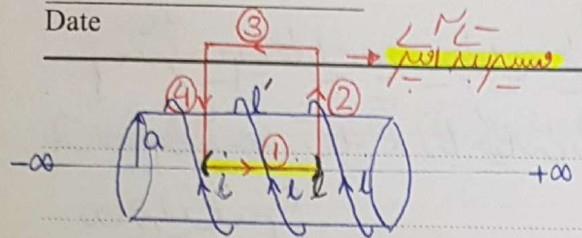
n ✓



کره ⇐ المان کره
↓
المان طول همه (n تعداد دور در واحد طول)

Subject
Date

مسیر بسته امپر



$a \ll l'$

میدان مغناطیسی در خارج سیم لوله صفر

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu i \rightarrow \int_1 \vec{B}\cdot d\vec{l} + \int_2 \vec{B}\cdot d\vec{l} + \int_3 \vec{B}\cdot d\vec{l} + \int_4 \vec{B}\cdot d\vec{l} \Rightarrow Bl = \mu n l i$$

$B=0$

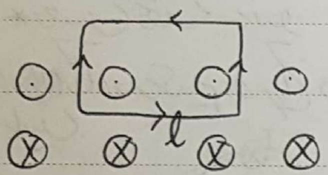
کل جریان داخل مسیر بسته

هر سیم

$$B = \mu_0 n I$$

برای نقاط داخل $\pi/2$

بقیه (خارج) $B=0$



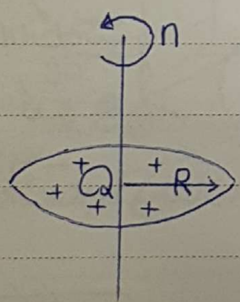
برای 2 و 4 تقاطع کم

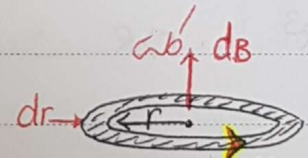
تکه دو سیم خلاف

جهت هم

(B داخل سیم لوله ← (4) در جهت جریان بوبین، (5) جهت B از S به N ← B)

Q $\boxed{\text{دیسک}}$ عایقی حاوی بار یکنواخت Q می باشد. اگر این دیسک حول محوری که از مرکز آن می گذرد n دور در هر ثانیه بچرخد میدان مغناطیسی در مرکز این دیسک؟

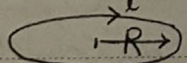




*چون در واحد زمان

$$di = \frac{dq}{T} = n\,dQ, \quad dQ = \sigma\,ds, \quad \sigma = \frac{Q}{\pi R^2}, \quad ds = 2\pi r\,dr$$

تغییرات رو مطابق با شکل فرمول وارد می کنیم

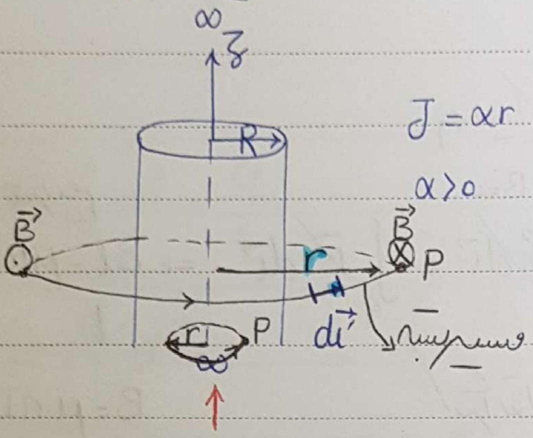


$$B = \frac{\mu\cdot i}{2R} \Rightarrow dB = \frac{\mu\cdot di}{2r}$$

$$\Rightarrow B = \int dB = \frac{\mu}{2}\int \frac{\frac{nQ\,2\pi r\,dr}{\pi R^2}}{r} = \frac{\mu\cdot nQ}{R^2}\int_0^R dr = \frac{\mu\cdot nQR}{R^2}$$

$$\Rightarrow B = \frac{\mu\cdot nQ}{R}$$

Q سیم طویلی به شعاع R با چگالی بار سطحی $J = \alpha r$ در امتداد z می‌باشد. میدان مغناطیسی در داخل و خارج این سیم؟



$J = \alpha r$

$\alpha > 0$

$$di = J \cdot ds \Rightarrow i = \iint J\, ds$$

سیم بی‌حدود ← بهینه قانون آمپر

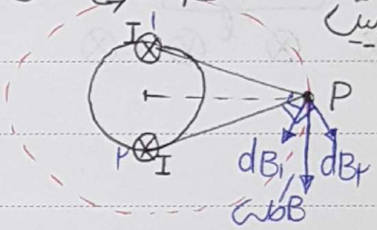
* تعیین جهت ← سو

(از پایین نگاه می‌کنیم، جریان داخل صفحه)

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

$$\oint B\, dl = B \int dl = B \times 2\pi r$$

از پایین نگاه کنید ←



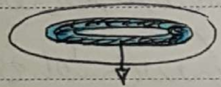
$$\Rightarrow B \times 2\pi r = \mu_0 \iint J\, ds$$

$$\rightarrow B \times 2\pi r = \mu_0 \alpha \iint_0^R r^2\, 2\pi\, dr$$

(مماس بر مسیر بسته)

نسبت در جهت میدان، تنها راستای B

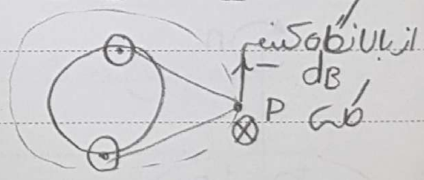
(r ثابت ← J ثابت ← جریان ثابت)



$ds = 2\pi r\, dr$

از بالا نگاه کنید ←

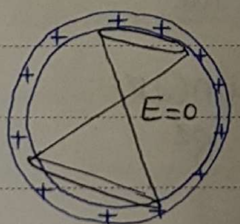
از بالا نگاه کنیم

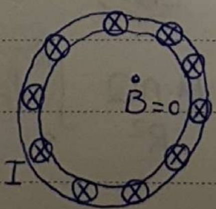


$$\Rightarrow B = \frac{\mu_0 \alpha R^3}{3r} \quad : r > R$$

نقاط بیرونی

* بارهای خارج در داخل میدان ایجاد نمی‌کنند ← توزیع جریانی که در خارج مسیر بسته قرار گرفته تأثیری روی میدان مغناطیسی ندارد ← نقطه داخلی





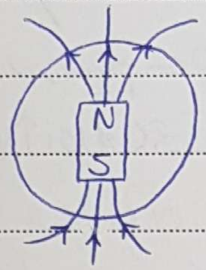
$0<r<R \rightarrow \oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 i \Rightarrow B\times 2\pi r = \int_0^R \mu_0 \alpha 2\pi r^2 dr \Rightarrow B = \frac{\mu_0 \alpha r^2}{3}$

نقاط درونی

«قانون القای فارادی»

$\oiint \vec{E}\cdot d\vec{s} = \frac{q}{\epsilon_0}$

$\oiint \vec{B}\cdot d\vec{s} = 0 \Rightarrow$

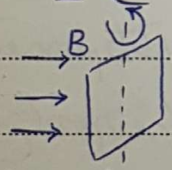


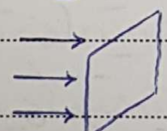
هر تعداد خطوط که وارد میشه همون تعداد خارج میشه

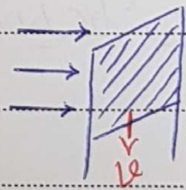
$\varphi_E = \iint \vec{E}\cdot d\vec{s}$

$\varphi_{m \text{ یا } B} = \iint \vec{B}\cdot d\vec{s}$

عوامل تغییر شار ← تغییر $\vec{B}$، زاویه بین سطح و B، تغییر سطح ⇐ شار متغیر با زمان میشه







$\measuredangle B, ds \rightarrow$ تغییر با زمان

$B = B_0 \sin \omega t$

$S \rightarrow$ تغییر با زمان

در حالت‌های خاص این تعاریف را به دست آوردن

«قانون القای فارادی»

میدان

قانون لنز

* $\varepsilon_m = \oint \vec{E}\cdot d\vec{l} = -\frac{d\varphi_B}{dt}$ (N)

نیروی محرکه القایی

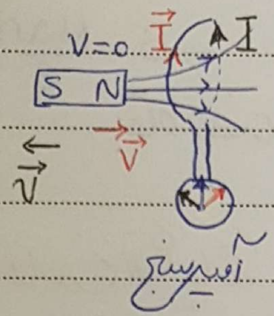
میدان الکتریکی به دلیل تغییرات شار مغناطیسی نسبت به زمان $\neq 0$

تغییرات میدان الکتریکی نسبت به زمان هم میتونه میدان مغناطیسی ایجاد بکنه

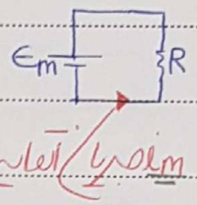
$\oint \vec{E}\cdot d\vec{l} = 0$

میدان الکتریکی ناشی از بار الکتریکی

$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 i$



* نیروی محرکه القایی اگه در مسیر بسته باشه مثله یه باتری عمل میکنه

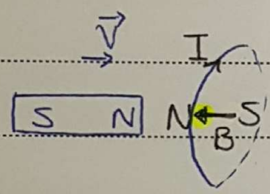


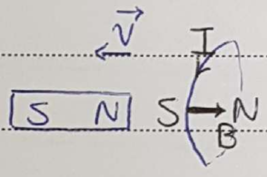
$i_m = \epsilon / R$

وقتی آهنربا رو نزدیک حلقه می‌کنیم ← φ حلقه ↑، نیروی محرکه القایی به نوعی است که مانع تغییرات شار حلقه بشه (φ↑، خلاف جهت میدان / φ↓، در جهت میدان) ⇐ پیدا کردن I

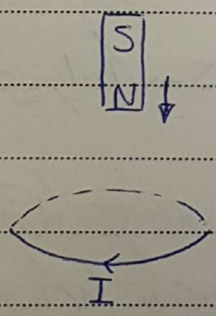
(جهت i_m آهنربا یا خلاف جهت آن (i_m آهنربا بابت نزدیکی یا دوری ما بایم در خلاف جهت یا در جهت)

* نوع دیگر از توجیه: قرار دادن قطب N و S برای نزدیکی یا دوری آهنربا ⇐ پیدا کردن جهت جریان ⇐ پیدا کردن I





* قانون لنز تناسب با بقای انرژی ← اگه درست نباشه اگه آهنربا به اندازه ε به سمت پایین حرکت بکنه حلقه هم دارای انرژی مکانیکی (جنبشی) میشه هم گرمایی (به دلیل داشتن مقاومت) یعنی از کار صفر (هیچ) هم انرژی جنبشی و هم گرمایی گرفته میشه



* در ابررساناها ($R=0$) پس اگه جریانی به وجود بیاد حتی اگه بعدش آهنربا ساکن هم بشه جریان ادامه پیدا میکنه (ربطی به تغییرات جریان نداره، جریانی که ایجاد شده تا ابد ادامه می‌یابد)

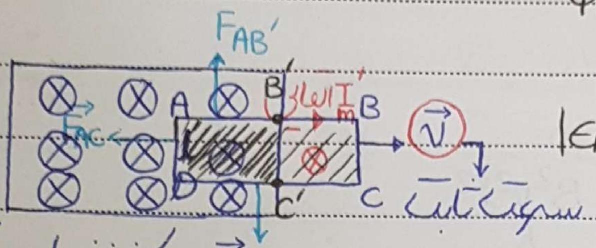
جریان بر اثر نیروی محرکه القایی به وجود میاد ⇐ $-\frac{d\varphi}{dt} = \epsilon = \oint \vec{E} \cdot d\vec{l}$ ⇐ یعنی هم بر اثر تغییر میدان الکتریکی و هم مغناطیسی باعث به وجود آمدن ε و جریان

$\varphi = \iint \vec{B} \cdot d\vec{s}$

این جریان ادامه پیدا میکنه → اگه R نباشه درسته → میشه

Q

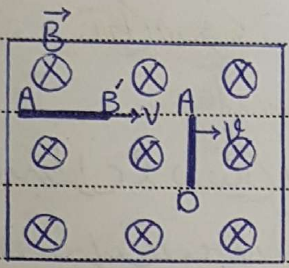
$$\varphi_B = BA = Bl x$$



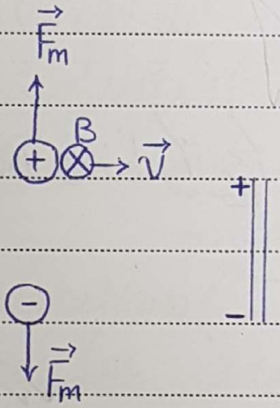
$\vec{B}$ (میدان) مغناطیسی یکنواخت است
(مستقل از زمان)

$$|\epsilon_m| = \left| -\frac{d\varphi_B}{dt} \right| = Bvl$$

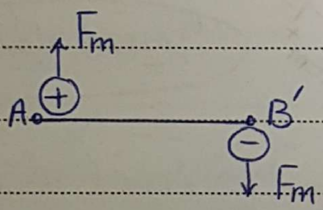
$$\underbrace{\frac{dx}{dt}} = v$$



$$\vec{F}_m = q\vec{V} \times \vec{B}$$

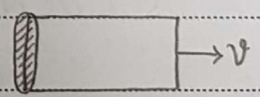


این اختلاف پتانسیل همون نیروی
محرکه القایی



$$\Rightarrow |\epsilon_m| = Bvl = |\epsilon_{AD}|$$

یعنی نیروی محرکه فقط مال سیم AD می‌باشد



$$|\epsilon_m| = Blv$$

در این حالت خاص $\rightarrow$ $I_m = \frac{Blv}{R}$

$$dw = F.dx \Rightarrow P = \frac{dw}{dt} = F\frac{dx}{dt} = F.V \Rightarrow P = F_{AB'}V = \frac{B^2l^2v^2}{R}$$

توان لازم برای انتقال با سرعت ثابت
V در میدان یکنواخت B صرف می‌شود

$F_{AB'} = F_{CD'}$

$F = i\vec{l} \times \vec{B} = B i_m l = \frac{B^2 l^2 v}{R}$

$P_R = R i_m^2 = R\left(\frac{Bvl}{R}\right)^2 = \frac{B^2 v^2 l^2}{R}$

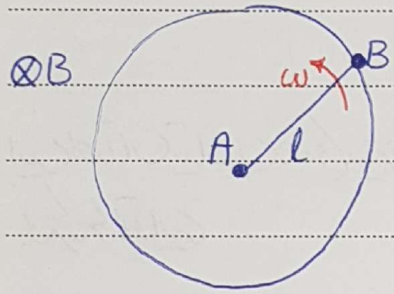
توان تلف شده در مقاومت

R

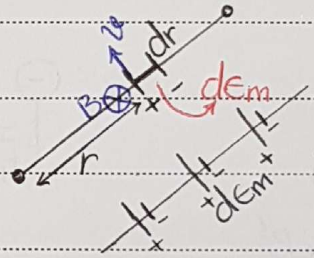
$\Rightarrow P = P_R$ → توان صرف شده به صورت گرما در مقاومت R تلف میشه

$P = R i_m^2$ $\qquad P = \frac{dw}{dt}$

Q. میله‌ای به طول l در میدان مغناطیسی یکنواخت B با سرعت زاویه‌ای ω در حال دوران. نیروی محرکه القایی در دو سر این سیم را به دست آورید؟



- سرعت زاویه‌ای یکسان ولی در خطی متفاوته ← القای نقطه به نقطه می‌گیریم که سرعت خطی یکسان باشه



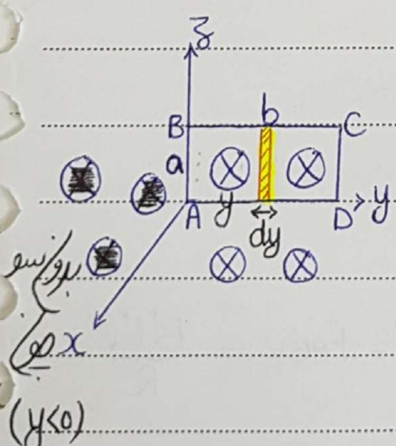
$d\epsilon_m = Bvdr = B\omega r dr$

$v = r\omega$ → v با تغییر r تغییر میکنه پس القا $\Rightarrow \begin{cases} v = r\omega \quad (\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}) \\ dl = dr \end{cases}$ (بردار طول المان) تا نقطه (P) انتگرال تا القا

$\epsilon = \int_0^l d\epsilon_m = B\omega l^2/2$

Q. شکل زیر میدان مغناطیسی در فضا به صورت زیر است (α مقدار ثابت و مثبت) اگر قاب ABCD مطابق شکل در صفحه yz قرار گرفته باشد اندازه و جهت نیروی محرکه القایی در این قاب؟

$\vec{B} = -\alpha y e^{-t} \vec{i}$



→ i_m (پادساعتگرد)

$|\epsilon_m| = \left|-\frac{d\varphi_B}{dt}\right| = \frac{\alpha a b^2}{2} e^{-t}$ $\quad$ B⊗ تغییر در مقدار ↓B ⇐ ↑y

$d\varphi_B = B\,ds = \alpha y e^{-t}(a\,dy) \Rightarrow \varphi_B = \alpha a e^{-t} \int_{y=0}^{y=b} y\,dy = \alpha a \frac{b^2}{2} e^{-t}$

(ثابت)

ds شامل dx و dy چون x تغییر نمی‌کند ولی y متغیر

Data Max

$ds = dx\,dy \rightarrow \int_0^a \int_0^b dx\,dy\,(y)$

Subject
Date

نیروی وارد بر بار q از طرف B | چه نیرویی وارد بر بار q از طرف E

$\vec{B}$ q $\vec{v}$ $\vec{E}$

ناظر ساکن $\rightarrow \vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v}\times\vec{B}$

ناظر همراه با بار q $\rightarrow \vec{F}' = q\vec{E}'$

حرکت میکنه

(یعنی سرعت نداره)

$\} \rightarrow F = F'$

$$\boxed{E' = E + \vec{v}\times\vec{B}}$$

$$\vec{F} = m\frac{dv}{dt}$$

(تغییری در نیروی ایجاد نمیشه V_0 ثابته، مشتق صفر)

$$\vec{v} \rightarrow \vec{v} + \vec{v}_0 \Rightarrow \vec{F} \rightarrow \vec{F}$$

$$\epsilon_m = \oint \vec{E}'\cdot d\vec{l}' = \oint \vec{E}\cdot d\vec{l} + \oint (\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l}'$$

نیروی محرکه القایی ناشی از حرکت

$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{l} = \frac{-d\varphi_B}{dt} = -\iint \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\, d\vec{s}$$

$$\varphi_B = \iint \vec{B}\cdot d\vec{s}$$

بر آن سطح بسته

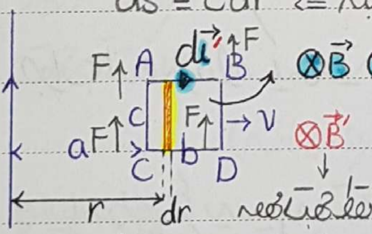
$$\Rightarrow \epsilon_m = -\iint \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\, d\vec{s} + \oint (\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l}$$

* دو معادله که از هر دو تا باید یکی در بیاد

$$\epsilon_m = \left|\frac{-d\varphi_B}{dt}\right|$$

Q سیم طولی و حلقه با شکل حامل جریانی نیرویی باشد (I_0 و τ مقادیر ثابت و مثبت) اگر حلقه با قاب مستطیل شکل با سرعت ثابت v از این سیم طولی دور شود نیروی محرکه القایی در داخل این قاب چه مقدار است؟

وقتی داریم دور میشه فاصله اش تا سیم تغییر میکنه و c همچنان ثابته $\Leftarrow ds = c\,dr$



1. جهت $d\vec{l}$ ها دلخواه (چهار انگشت در جهت $d\vec{l}$ و شست جهت $(d\vec{s}$ ، $dl \otimes ds$ ، روی ϵ_m با B $\Leftarrow$ (+) $\Leftarrow$ (بسته) - $\Leftarrow$ عکس همش

جهت B' همیشه هم جهت ds $\Leftarrow$ یعنی اگه ما معادله درست B' هم جهت با B $\Leftarrow$ نقطه جهت همه

2. $B(t) \rightarrow E(t) \rightarrow B'(t)$ جهت $d\vec{l}$ $\Leftarrow$ جهت $d\vec{s}$ مشخص میشه

این دسته دیگه مهم نیست

$i = i_0 e^{-t/\tau}$ و نیروی دیگه همه X

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r} = \frac{\mu_0 i_0 e^{-t/\tau}}{2\pi r} \rightarrow \frac{\partial B}{\partial t} = \frac{-\mu_0 i_0}{2\pi r\tau} e^{-t/\tau}$$

B اطراف سیم طولی ⊗ روی قاب

فاصله اش تا سیم

B سیم در حلقه

B' القایی

Subject

Date

$$\epsilon_m = \int_{a+vt}^{a+b+vt} \frac{\mu_0 i_0}{2\pi\tau} e^{-t/\tau} \cdot \frac{c\,dr}{r} + \int_{AB} \underbrace{(\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l}}_{0} + \int_{BD} (\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l}$$

$\ln\left(\frac{a+b+vt}{a+vt}\right)$ عمود بر هم   موازی هم

$\frac{\partial B}{\partial t} \cdot ds$ $(vB\,dl)$

تعیین علامت: $\otimes \quad \otimes \Rightarrow +\left(\frac{\partial B}{\partial t}\right)(ds)$

$$+ \int_{DC} \underbrace{(\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l}}_{0} + \int_{CA} (\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l} \quad -\left(\frac{\mu_0 i_0 e^{-t/\tau} v c}{2\pi(a+b+vt)}\right)$$

$\vec{v}\times\vec{B}$

(+ ⇐ F و dl هم جهت) $\quad \frac{\mu_0 i_0 e^{-t/\tau} vc}{2\pi(a+vt)}$

B تغییر BD و جهتش در جهت ⊖

(F و dl خلاف هم ← منفی)

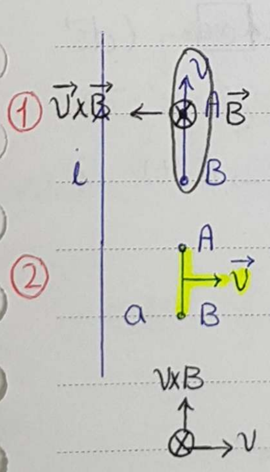
$$\Rightarrow \epsilon_m = \frac{\mu_0 i_0 c e^{-t/\tau}}{2\pi\tau} \ln\left(\frac{a+b+vt}{a+vt}\right) + \frac{\mu_0 i_0 v c e^{-t/\tau} b}{2\pi(a+b+vt)(a+vt)}$$

حلقه داره دور میشه پس B' القایی هم جهت با $\vec{B}$ حلقه پس E ها با هم جمع میشه

$$d\varphi_B = B\,ds = \frac{\mu_0 i_0 e^{-t/\tau}}{2\pi r} \cdot c\,dr \Rightarrow \varphi_B = \int_{a+vt}^{a+b+vt} \cdots$$

$$|\epsilon_m| = \left|-\frac{d\varphi_B}{dt}\right| = \left| \frac{\mu_0 i_0 e^{-t/\tau}}{2\pi\tau} c \ln\left(\frac{a+b+vt}{a+vt}\right) - \frac{\mu_0 i_0 e^{-t/\tau} c}{2\pi}\left(\frac{v}{a+b+vt} - \frac{v}{a+vt}\right)\right]$$

جواب از هر دو راه یکی میشه



✲ E اینا رو داریم برای یه سیم به دست بیاریم سیم فاقد ds پس جمله اول صفر میشه و فقط جمله دوم رو داریم.

$\epsilon(A-B) = 0$

$(\vec{v}\times\vec{B}) \perp d\vec{l} \Rightarrow$ اولین چیزی که چک میکنی

نیروی که به سیم میبینیم

$\epsilon_m = Blv \Rightarrow \epsilon_m = \frac{\mu_0 i l v}{2\pi(a+vt)}$

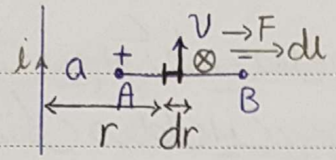
$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi(a+vt)}$

حرکت باعث تغییر شار میشه نه تغییر میدان مغناطیسی

B و V برا همه نقاط سیم یکیه

فاصله‌ات از سیم باهم تغییر میکنه

④



* B درطول سیم یکی نیست بنابراین المان بگیر و انتگرال متفاوته

$d\epsilon_m = B\,dr\,v$ → برا همه سیم یکیه

$$d\epsilon_m = \frac{\mu_0 i_0 v\,dr}{2\pi r} \Rightarrow \epsilon_m = \int d\epsilon_m = \frac{\mu_0 i_0 v}{2\pi}\int_a^{a+l}\frac{dr}{r}$$

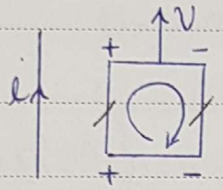
چون فاصله سیم با المان تغییر میکنه

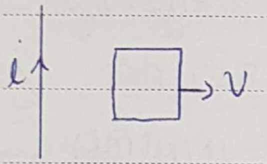
$$\Rightarrow \epsilon_m = \frac{\mu i v}{2\pi}\ln\left(\frac{a+l}{a}\right)$$

* اگه جهت v با امتداد سیم یکی باشه شار صفر میشه ($v \leftarrow \bullet\!\!-\!\!-\!\!\bullet \rightarrow v$)

برا یک قاب اگه در جهت میله (امتداد میله) نیرو و حرکت ایجاد نمیشه

شار ثابته => مشتق میشه صفر ← $\epsilon = 0$

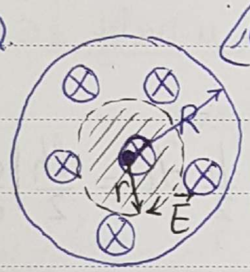




* ممکنه نیرو وارد بر هر سیم رو هم از ما بخواد برا کل قابه؟

$\epsilon_m = Bvl$ (با سیم ۴ فاصله داره)

Q.



تقارن استوانه‌ای

فقط زمانی که E دارای تقارن باشه

$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{l} = -\iint \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{s}$$

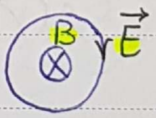
یادتون باشه!

$$0 \leqslant r < R \quad \oint \vec{E}\cdot d\vec{l} = \oint E\,dl = E\oint dl = E(2\pi r)$$

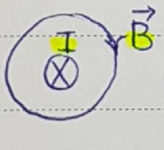
$$E \times 2\pi r = -\frac{\partial B}{\partial t}(\pi r^2) \Rightarrow \boxed{|\vec{E}|_{in} = \left|\frac{\partial B}{\partial t}\right|\cdot\frac{r}{2}} \; : 0 \leqslant r < R$$

شست جهت $\vec{B}$

۴ انگشت جهت $\vec{E}$ → اگه $\frac{\partial B}{\partial t}<0$ باشه (یعنی B نزولی باشه)



* اگه $\vec{B}$ صعودی باشه ← ۴ انگشت خلاف جهت $\vec{E}$



وقتی (شست I ← ۴ انگشت $\vec{B}$)

دقیقا مثل همه (اینجا برعکس جریان)

→ فقط جواب سیم به منفی باشه

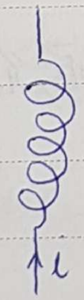
$$r > R: \oint \vec{E}\cdot d\vec{l} = E(2\pi r) = \frac{-\partial B}{\partial r}(\pi R^2) \Rightarrow |E| = \left|\frac{-\partial B}{\partial t}\right|\frac{R^2}{2r}$$

در کل فضا داخل انتگرال یکی داریم (پیوسته) درحالیکه در بخشی از فضا داخل نقطه‌ای سیم داشته

PAPCO

Scanned by CamScanner

القاییدگی (خود القایی - القای متقابل):



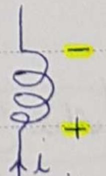
$$\epsilon_m = -N \cdot \frac{d\varphi}{dt}$$

$$\left.\begin{aligned} \epsilon_m &= -N \frac{d\varphi}{dt} \\ \epsilon_m &= -L\, di/dt \end{aligned}\right\} \Rightarrow L = \frac{N\varphi_B}{i}$$

$$i\uparrow \rightarrow B\uparrow \rightarrow \varphi\uparrow$$

$$\varphi \propto i \Rightarrow \underbrace{N\varphi_B = Li}_{\text{ضریب خود القایی}} \Rightarrow L = \frac{N\varphi_B}{i}$$

حالت القایی ← $\underline{\epsilon_m} = -L \cdot \frac{di}{dt} \rightarrow \epsilon_m = L\frac{di}{dt}$



آن جایی که جریان وارد میشه + و جایی که خارج میشه - باشه رابطه بدون علامت منفی می‌نویسیم (روش قانون لنز هم هست)

Subject
Date

$\frac{di}{dt}$

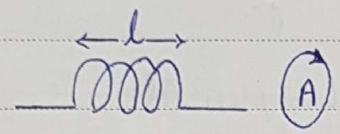
* جریان القاگر همیشه پیوسته است (اگه نباشه شیب بی‌نهایت پیدا میکنه و ϵ ∞ میشه که بی‌معنا و غیرفیزیکیه)

ولتاژ میتونه پرش داشته باشه ولی جریان نه.

القاگر

$i(0^-) = i(0^+)$

یه لحظه قبل و بعد از کلید زدن



$B = \mu_0 n i$

$\varphi_B = BA = (\mu_0 n i)A$

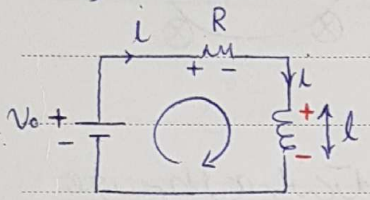
$N = nl$

تعداد دور در واحد طول

$$L = \frac{N\varphi_B}{i} = \frac{nlniA\mu_0}{i} \Rightarrow \boxed{L = \mu_0 A n^2 l}$$

(N/l)

$$L = \frac{K\mu_0 A N^2}{l^2} \times l$$



القاگر دارای نیروی محرکه (شبیه باتری که از + به - => $\ominus$ و برعکس $\oplus$ میشه)

$V_0 - Ri - \epsilon_m = 0$

$\Rightarrow V_0 i = Ri^2 + \epsilon_m i$

توان ایجاد شده توسط منبع تغذیه ← | ↓ | ← توان ذخیره شده در القاگر L

توان تلفی مقاومت R

انرژی ذخیره شده مغناطیسی

$$P_L = \frac{dU_L}{dt} = \epsilon_m i = L\left(\frac{di}{dt}\right) i$$

$$\frac{dU_L}{dt} = Li\frac{di}{dt} \Rightarrow \boxed{U_L = \frac{1}{2}Li^2}$$

القاگر

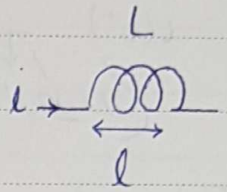
وقتی کلید بسته باشه در حالت i ثابت ⇐ $\frac{di}{dt}$ صفره و ϵ_m (نیروی محرکه) صفر میشه ← در این حالت مثل

یه سیم بدون مقاومت عمل میکنه

ولی در برابر تغییرات جریان مثل یه مقاومت ∞ عمل میکنه

Subject
Date

$$U_L = \frac{1}{2} L I^2 = \frac{1}{2} \mu_0 n^2 A l \left(\frac{B}{\mu_0 n}\right)^2 = \frac{B^2}{2\mu_0} \cdot \frac{Al}{v}$$

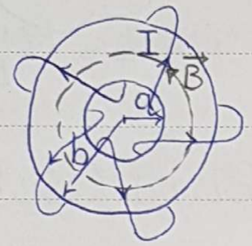


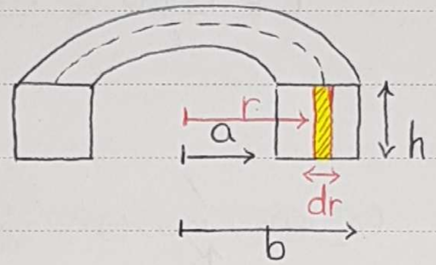
$u_L = \frac{U_L}{V} = \frac{B^2}{2\mu_0}$ ← چگالی انرژی مغناطیسی → برای حجم بکار میرود

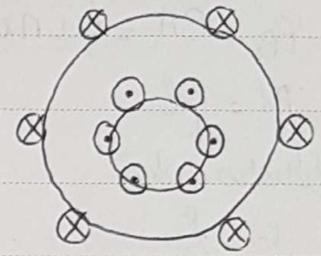
$\underbrace{U_L}_{\text{بزرگ}} = \iiint u_L \, dv = \iiint \frac{B^2}{2\mu_0} dv = \frac{1}{2} l i^2$

$$\begin{cases} L = \mu_0 n^2 A l \\ B = \mu_0 n i \end{cases}$$

Q.







هیچ سیم حامل جریانی تشکیل نمیشه ← $r<a$ / برای تشکیل حلقه‌ها از تقارن از قانون آمپر استفاده می‌کنیم

$r<a,\ r>b \rightarrow \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 i = 0$ / $r>b$ ← همون جریانی که وارد میشه همون خارج میشه

(المان 1: دایره) خط دایره ← N تا سیم با جریان I داریم ← ولی کلی

$a<r<b \rightarrow B(2\pi r) = \mu_0 (NI) \Rightarrow B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r}$

(المان 2: مستطیل) سطحی که خطوط میدان از آن بگذرند

$d\varphi_B = B\, ds = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r} \cdot h dr \rightarrow \varphi_B = \int_a^b \frac{\mu_0 NI}{2\pi r} h dr = \frac{\mu_0 NI}{2\pi} h \ln(b \div a)$

از قانون آمپر برای محاسبه استفاده

$$L = \frac{N\varphi_B}{I} = \frac{\mu_0 N^2 h}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

$$\iiint \frac{B^2}{2\mu_0} dv = \int_a^b \frac{(\mu_0 NI/2\pi r)^2}{2\mu_0} 2\pi r dr h = \frac{\mu_0 N^2 I^2 h}{4\pi} \cdot \ln\left(\frac{b}{a}\right) = \frac{1}{2} L I^2$$

$* \; dv = ds h$

$$\Rightarrow L = \frac{\mu_0 N^2 h}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

$*$ L → ① $\frac{N\varphi_B}{I}$ ($\varphi_B = B ds$ المان ① / $\oint B \cdot dl = \mu_0 i$ المان ①)

② $U_L = \frac{1}{2} L I^2 = \iiint \underbrace{u_L}_{B^2/2\mu_0} dv$

القای متقابل:

L_1 — N_1 $\qquad$ L_2 — N_2

شار ایجاد 2 (از بابت 1)

(ضریب کوپل) $M_{21} = \dfrac{N_2 \varphi_{21}}{i_1}$

$M_{12} = \dfrac{N_1 \varphi_{12}}{i_2}$ $\Rightarrow M_{12} = M_{21} = M$ ضریب القای متقابل

$\mathcal{E}_2 = -N_2 \dfrac{d\varphi_{21}}{dt} = -M \dfrac{di_1}{dt}$, $\mathcal{E}_1 = -M \dfrac{di_2}{dt}$

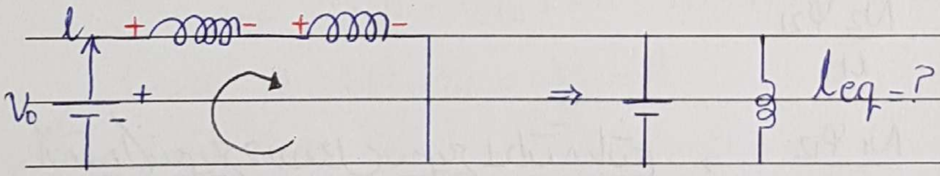
L ← ضریب خودالقایی

ضریب القای متقابل

$\mathcal{E}_1 = \underbrace{-L_1 \dfrac{di_1}{dt}}_{\text{خودالقایی}} \mp \underbrace{M \dfrac{di_2}{dt}}_{\text{القای متقابل}}$

$\mp$ بستگی به نحوه پیچش دو سیم دارد

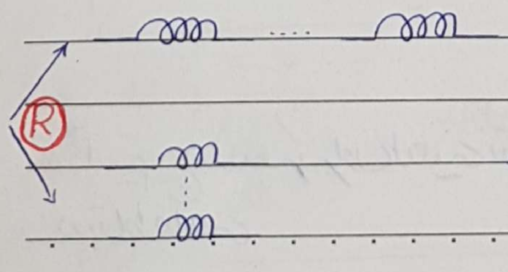
$\mathcal{E}_2 = -L_2 \dfrac{di_2}{dt} \mp M \dfrac{di_1}{dt}$



$L_1 = L_2$

$V_0 - L_1 \dfrac{di}{dt} \mp M \dfrac{di}{dt} - L_2 \dfrac{di}{dt} \mp M \dfrac{di}{dt} = 0 \Rightarrow V_0 = \dfrac{di}{dt} \underbrace{(L_1 + L_2 \pm 2M)}_{L_{eq}}$

$\Rightarrow V_0 - L_{eq} \dfrac{di}{dt} = 0$



$\Rightarrow L_{eq} = \sum_{i=1}^{n} L_i$

$\Rightarrow \dfrac{1}{L_{eq}} = \sum_{i=1}^{n} \dfrac{1}{L_i}$

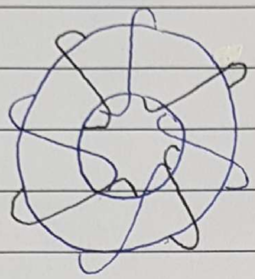
Subject

Date

$Max(M) = \sqrt{l_1 l_2}$ (ضریب خودالقایی)

* اگر همه شار ۱ از 2 بگذرد ⇐

Q.



$$L_1 = \frac{\mu_0 N_1^2 h}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

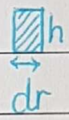
$$L_2 = \frac{\mu_0 N_2^2 h}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

$$M_{12} = \frac{N_1 \varphi_{12}}{i_2} = \frac{\mu_0 N_1 N_2 h}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right) = M_{21} \rightarrow M = \sqrt{L_1 L_2}$$

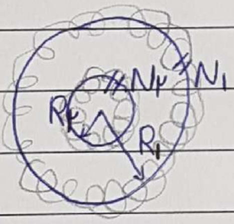
یعنی در این مثال خاص همه شار سیم‌پیچ اول از دوم نیز عبور می‌کنه

$$B = \frac{\mu_0 N_2 I_2}{2\pi r}$$

$$\varphi_{12} = \iint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \int \frac{\mu_0 N_2 I_2}{2\pi r} h\, dr = \frac{\mu_0 N_2 I_2 h}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$



Q.

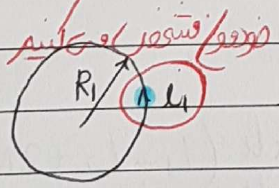


$M = ?$

$R_2 \ll R_1$

$$M_{21} = \frac{N_2 \varphi_{21}}{i_1}$$

$$M_{12} = \frac{N_1 \varphi_{12}}{i_2} \rightarrow$$ اگه میدان سیم‌پیچ 2 رو در محل سیم‌پیچ 1 داشته باشیم (که از این روش کار راحت‌تره)



$$\rightarrow B = \frac{\mu_0 i_1 (N_1)}{2R_1}$$

$$\varphi_{21} = B_1 (\pi R_2^2) = \frac{\mu_0 i_1 N_1}{2R_1} (\pi R_2^2) \Rightarrow M_{21} = \frac{\mu_0 N_1 N_2}{2R_1} (\pi R_2^2)$$

شار که 1 ایجاد میکنه روی 2 چون R_2 خیلی کوچیکه
ثابته که φ راحته چون B یکنواخته

خطوط میدانی که از سطح دایره کوچیک رد میشه

* $\vec{B}$ سیم‌پیچ دوم رو در مرکز اون (یعنی نقاط داخلی) ما می‌توانیم به دست بیاوریم نه در نقاط خارجی

*** $M_{21} = M_{12}$

$\downarrow$ φ_{21} $\downarrow$ B_1 در محل سیم‌پیچ 2

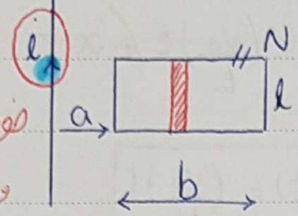
$\downarrow$ φ_{12} $\downarrow$ B_2 در محل سیم‌پیچ 1

ART

*۴ جریان از اونی که انتخاب میکنیم که شار اش روی اینکه سیم عبور میکنه

* تعیین جریان از کدوم عبور میکنه باید خودمون مشخص کنیم طوری که حل مسئله ساده‌تر بشه (φ و B متقابل که سیم طویل سخته ولی B سیم طویل میشه یه قسمت از متقابل)

Q.



خودمون مشخص میکنیم

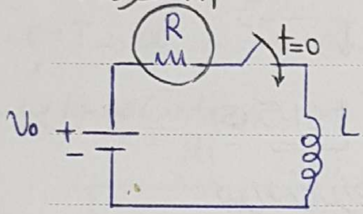
$$B_1 = \frac{\mu_0 i_1}{2\pi r} \rightarrow \varphi_{21} = \int_a^{b+a} \frac{\mu_0 i_1}{2\pi r} \, l \, dr = \frac{\mu_0 l i_1}{2\pi} \ln\left(\frac{b+a}{a}\right) \rightarrow$$

$$M = \frac{N_2 \varphi_{21}}{i_1} = \frac{\mu_0 N l}{2\pi} \ln\left(\frac{b+a}{a}\right)$$

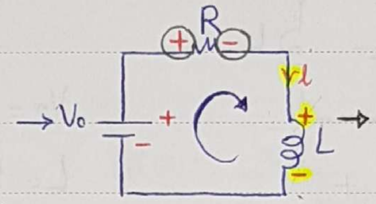
* معمولاً i ها باهم ساده میشن → و M مستقل از i

R_T منظورشه

مدارهای RL



$i_L(0^-) = 0$

→ 

→ L مثل یه باتری (از مثبت میریم به منفی میریم ولتاژش منفی میشه)

$$V_0 - Ri - L\frac{di}{dt} = 0 \rightarrow \frac{di}{dt} + \frac{i}{\underbrace{L/R}_{\tau}} = \frac{V_0}{L}$$

تنها میکنیم — ضریب اینه τ

$$i(t) = A + Be^{-t/\tau}$$

$$i(t) = A + Be^{-Rt/L} \quad , \quad t>0$$

$$t=0 \rightarrow i_L(0^+) = i_L(0^-) = 0 \Rightarrow A+B=0 \rightarrow A=-B$$

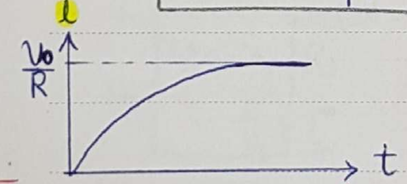
* در لحظه‌ی باز و بستن کلید L مثل یه مقاومت ∞ عمل میکنه

$$t\rightarrow\infty \Rightarrow i(t\rightarrow\infty) = \frac{V_0}{R} = A$$

جریان ثابت میشه و القاگر مثل مقاومت → اگه ایده‌آل باشه → سیم

$(R_L = 0)$

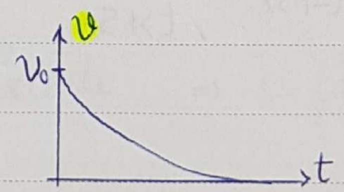
$$\Rightarrow \boxed{i(t) = \frac{V_0}{R}\left(1 - e^{-Rt/L}\right)} \quad , \quad t>0$$



گفتیم اگه شرط بالا برقرار باشه v اینه

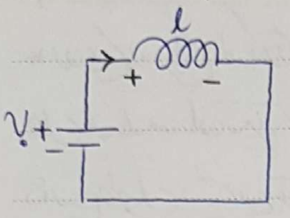
$$v = L\frac{di}{dt} = V_0 e^{-Rt/L} \quad t>0$$

e منفی نمیذاریم



Subject
Date

(چون) $\tau = 0$ ⇐ از رابطه‌ی بالا نمیشه رفت چون معادله‌ی ما دیگه نداریم $i(t) = A + Be^{-t/\tau}$

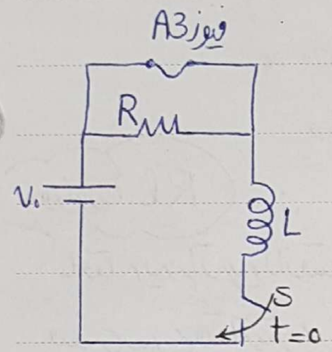


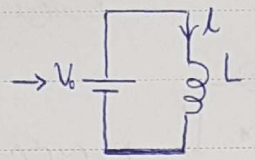
$$V_0 - L\frac{di}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{di}{dt} = \frac{V_0}{L} \xrightarrow{\text{انتگرال}} i = \left(\frac{V_0}{L}\right)t + \alpha$$

$$i(0^-) = i(0^+) = 0 \rightarrow \alpha = 0 \Rightarrow \boxed{i(t) = \left(\frac{V_0}{L}\right)t}$$

* ولی بدون مقاومت که جریان خطی تغییر میکنه

در مدارها بدون مقاومت انتگرال میگیریم ⇐ جریان خطی میشه





$$i = \frac{V_0}{L}t = 2t = i_{max} = 3(A)$$

$V_0 = 10V$

$L = 5H$

$R = 15\Omega$

$\underbrace{t = 1.5(S)}_{\text{فیوز می‌سوزد}}$

$$t > 1.5(S) \rightarrow V_0 - Ri - L\frac{di}{dt} = 0$$

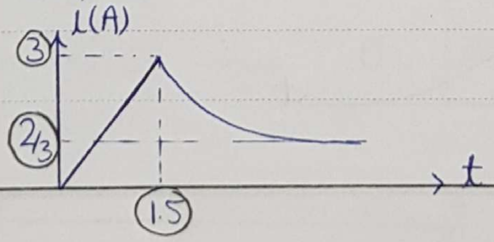
$$\frac{di}{dt} + \frac{i}{\underbrace{L/R}_{\tau}} = \frac{V_0}{L}$$

$i = a + be^{-tR/L}$, $t > 1.5(S)$ → ثابت قبلی نمیشه چون شرایط اولیه‌ش فرق داره

$$i(t = 1.5^-) = 3A = i(t = 1.5^+)$$

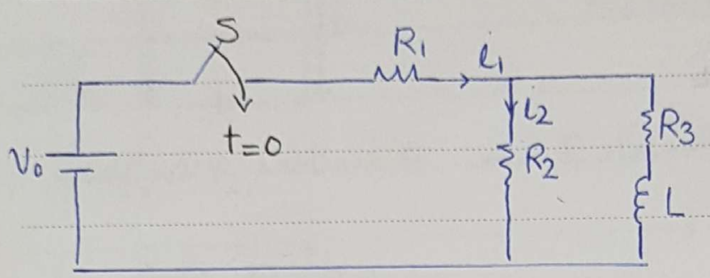
$$t \rightarrow \infty \Rightarrow i = \frac{V_0}{R} \rightarrow a = \frac{2}{3}(A) \Rightarrow b = \frac{V}{3}e^{1.5R/L}$$

$$i(t) = \frac{2}{3} + \frac{V}{3}e^{-3(t-1.5)} \quad , t > 1.5$$



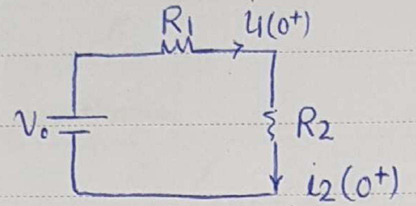
P4PCO

پیوستگی جریان القاگر



$i_L(0^-)=0$

حالت 1: $t=0^+$:

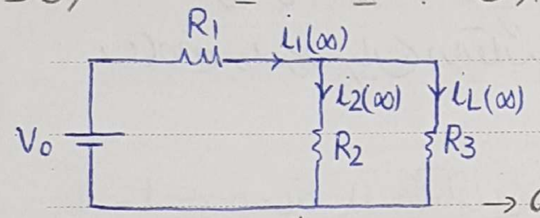


$$i_1(0^+)=i_2(0^+)=\frac{V_0}{R_1+R_2}$$

در لحظه 0^+ L مثل مدار باز عمل میکنه R حذف میشه

حالت 2: $t\to\infty$ ، S بسته

جریان‌ها ثابت میشه ⇐ سلف مثل یه مقاومت صفر عمل میکنه



$$i_1(\infty)=\frac{V_0}{R_1+\frac{R_2R_3}{R_2+R_3}}=\frac{V_0(R_2+R_3)}{R_1R_2+R_1R_3+R_2R_3}$$

→ L مقاومت صفر میشه ولی R_3 با L سری شده پس میشه صفر

$\boxed{V_2=V_3}\Rightarrow$

$$R_2\,i_2(\infty)=R_3\,(\underbrace{i_1(\infty)-i_2(\infty)}_{i_L(\infty)})$$

القاگر ← جریان همیشه پیوسته و ولتاژ میتونه پرش داشته باشه

خازن ← ولتاژ پیوسته و جریان ~)

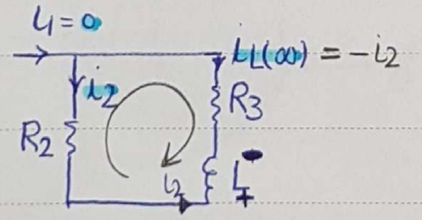
پس میشه
$$i_2(\infty)=\frac{i_1(\infty)R_3}{R_2+R_3}=\frac{V_0R_3}{R_1R_2+R_2R_3+R_1R_3}$$

$$i_L(\infty)=\frac{V_0R_2}{R_1R_2+R_2R_3+R_1R_3}$$

حالت 3: $t\to\infty$ ، S → مدار به مدت طولانی بسته بوده

باز میشه

جریان القاگر پیوسته ← i (یه لحظه قبل از باز شدن S) $=$ i (یه لحظه بعد از باز شدن S) $=i_L(\infty)$



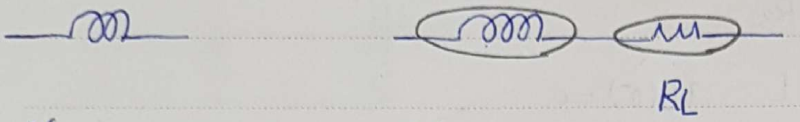
$$i_2=-i_L(\infty)$$

$$i_L(t)=i_L(\infty)\,e^{-(R_2+R_3)t/L}$$

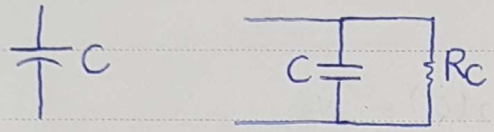
$$\frac{dU_L}{dt}=R\,i_L^2(t)\longrightarrow U=\int R\,i_L^2(t)\,dt\Rightarrow U=\frac{1}{2}LI^2$$ اگه به دست بیاریم باید به همین برسیم

$$I=\frac{l}{R_2+R_3}$$

القاگر غیرایده‌آل ≡ القاگر ایده‌آل



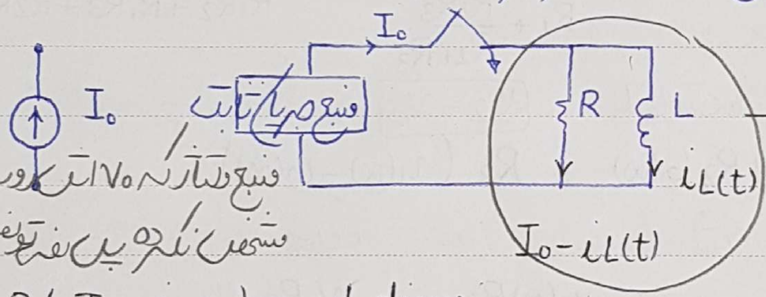
خازن غیرایده‌آل ≡ خازن ایده‌آل



Q. در مدار شکل زیر پس از مدت‌ها کلید در $t=0$ منبع به طور خودکار تصمیم می‌گیره که جریان ثابت بماند.

الف) جریانی که از القاگر می‌گذرد به صورت تابعی از زمان؟ $\frac{di}{dt}$ داشته باشیم ($\epsilon = L\frac{di}{dt}$ یعنی برابر با ولتاژ)

ب) در چه زمانی جریان در القاگر با جریان در مقاومت برابر می‌شود؟



منبع ولتاژ نه، V_0 است که دو سرا
مشخص نکرده پس فرض نمی‌کنیم

ولتاژ این دو تا با هم برابر هست
L را هم ننویس
حتی اگه صفر نیست

$R_L = 0 \Leftarrow t \to \infty$

$R_L = \infty \leftarrow t = 0$

$$\underbrace{R(I_0 - i_L(t))}_{v} = \underbrace{L\frac{di_L(t)}{dt}}_{\epsilon}$$

$$L\frac{di_L}{dt} + R\,i_L(t) = RI_0 \Rightarrow \frac{di_L}{dt} + \frac{i_L(t)}{\underbrace{(L/R)}_{\tau}} = \frac{RI_0}{L}$$

$i_L(0^-) = 0 \to A + B = 0$ $\qquad$ $i_L(t) = A + Be^{-Rt/L}$ $\quad t>0$

$i_L(t\to\infty) = I_0 \to A = I_0$ $\qquad$ جریان دو سر القاگر

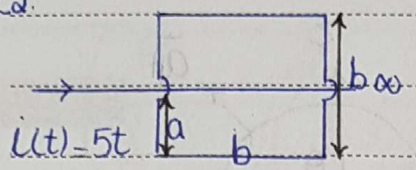
$$t>0: \quad i_L(t) = I_0(1 - e^{-Rt/L})$$

$$i_L(t) = \frac{I_0}{2} = I_0(1 - e^{-Rt/L}) \Rightarrow e^{-Rt/L} = \frac{1}{2} \to \frac{Rt}{L} = \ln 2 \to$$

$$\boxed{t = \frac{\ln 2 \times L}{R}}$$

اول حتماً شکل را به دست آوریم (جهت‌ها)، بعد مقایسه کنیم بیشتر و غلبه می‌کند = B´ جهت آن را

Q.

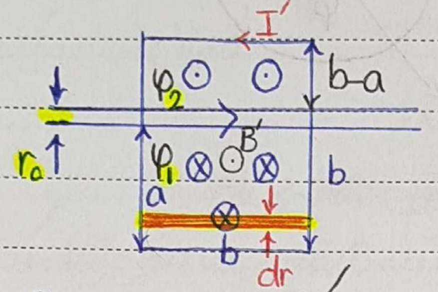


$a = 12\,cm$

$b = 16\,cm$

φ_1 غلبه دارد بر φ_2 و جریان معکوس $\Rightarrow$ φ_1 خلاف جهت شار $(B'\odot)$

$$\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$$



$$B = \frac{\mu i}{2\pi r}$$
جهت عقربه‌ها

$r_0 \to 0 \Rightarrow$ φ کل‌ها بی‌نهایت

$$d\varphi_1 = B\,ds = \frac{\mu i}{2\pi r} \times b\,dr$$

صفر نیست — تابع (dB تعریف نشده)

$\ln\left(\frac{a}{r}\right) \bigcirc \ln\left(\frac{b-a}{r}\right) \xrightarrow{\ln\ \text{صعودی}}$

$$\Rightarrow \varphi_1 = \frac{\mu i b}{2\pi}\int^{a} \frac{dr}{r} = \frac{\mu i b}{2\pi}\ln\left(\frac{a}{r_0}\right)$$

$a \bigcirc b-a \Rightarrow$ چون ln0 تعریف نشده $\leftarrow r_0$

$24\ 2a \bigotimes b16 \Rightarrow \varphi_1 > \varphi_2$

$$\varphi_2 = \frac{\mu i b}{2\pi}\ln\left(\frac{b-a}{r_0}\right)$$

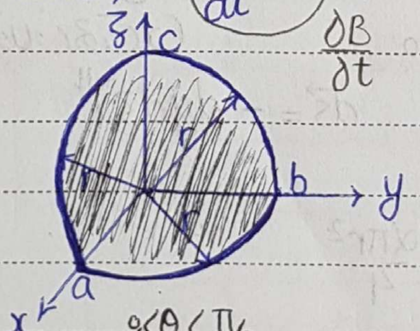
$$\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \frac{\mu i b}{2\pi}\left(\ln\left(\frac{a}{r_0}\right) - \ln\left(\frac{b-a}{r_0}\right)\right) = \frac{\mu i b}{2\pi}\ln\left(\frac{a}{b-a}\right)$$

$r_0 \to 0$

φ برآیند

$$|\epsilon| = \frac{d\varphi}{dt} = \frac{\mu b}{2\pi}\ln\left(\frac{a}{b-a}\right)\overbrace{\left|\frac{di}{dt}\right|}^{5}$$

Q. سیم مطابق شکل شامل 3 قسمت دایره‌ای به شعاع R می‌باشد که هر قسمت یک ربع دایره است. اگر میدان مغناطیسی یکنواخت B در جهت مثبت x و در جهت مثبت محورها با آهنگ ثابت $\frac{dB}{dt} = \alpha$ افزایش یابد، نیروی محرکه القایی در این سیم چقدر است؟



$\frac{\partial B}{\partial t}$

$\vec{B} = B_0(t)\,\vec{i}$

عامل نیروی محرکه القایی ← تغییرات B نسبت به زمان ← اینجا اینه
صرفاً ← در اینجا Q نداریم

$0 < \theta < \pi/2$

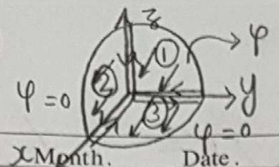
$\frac{1}{8}$ کره ← بستر $0 < \varphi < \pi/2$
صفر

$$|\epsilon| = \iint -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot ds$$

سطح کره

3 تا سیم که به سطح $\frac{1}{8}$ کره تشکیل میده

(حل)



Subject:

Year. Month. Date. ( )

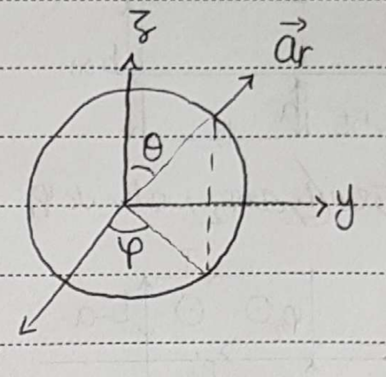
$\varphi = \int B_\circ(t)\cdot ds = B_\circ(t)\,\frac{\pi r^2}{4} \Rightarrow$ ⇐ ds به سمت +i است

$\epsilon_{①} = \left| \frac{-d\varphi}{dt} \right| = \frac{\alpha \pi r^2}{4}$

حساب کردن φ به صورت مثلثاتی

کل $\epsilon = \epsilon_1 + \cancel{\epsilon_2 + \epsilon_3}$ → 0

کره: $d\vec{s} = r^2 \sin\theta\, d\theta\, d\varphi\, \vec{a}_r$

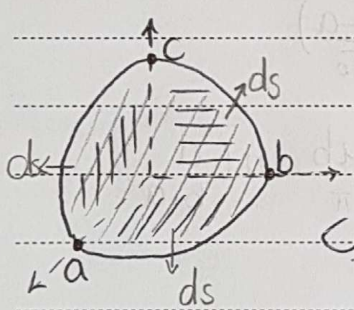


$$\left| \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right| = \left| \frac{\partial B_\circ(t)}{\partial t} \right| \vec{i} = \alpha \vec{i}$$

ضرب داخلی و خارجی دو بردار

$$|\epsilon| = \left| \iint r^2 \sin\theta\, d\theta\, d\varphi\, \alpha\, [\underbrace{\vec{a}_r \cdot \vec{i}}_{\sin\theta\cos\varphi}] \right|$$

$$|\epsilon| = \alpha r^2 \underbrace{\left(\int_{\theta=0}^{\pi/2} \sin^2\theta\, d\theta \right)}_{\pi/4} \underbrace{\left(\int_{\varphi=0}^{\pi/2} \cos\varphi\, d\varphi \right)}_{1} = \alpha \pi r^2/4$$



اگه بخواهیم 3 تا سطح صاف که در نظر بگیریم یعنی بردارها تا نداریم (این در حالتی که همه سطح درست نیستند) ⇐ در حالتی که سطح ها اول درست کنه 3 تا سطح بگیرن چون سطح رو میدهند ($\frac{ds}{8}$ یعنی کره) ⇐ با کمک انتگرال $\frac{1}{8}$ رو حساب می کنیم

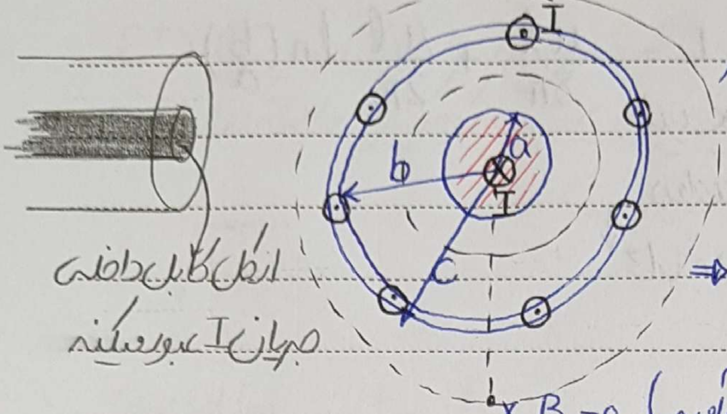
(یادآوری) $\oiint \vec{B}\cdot d\vec{s} = 0 \Rightarrow \oiint \vec{B}\cdot d\vec{s} = \iint_{\frac{1}{8}\text{کره}} \vec{B}\cdot d\vec{s} + \cancel{\iint_{xy} \vec{B}\cdot d\vec{s}} + \iint_{yz} \vec{B}\cdot d\vec{s} + \cancel{\iint_{xz} \vec{B}\cdot d\vec{s}} = 0$

به سمت خارج صفحه (خلاف جهت x)

$d\vec{s} = -dy\,dz\,\vec{i}$

$$\epsilon = \left| \iint_{\frac{1}{8}\text{کره}} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{s} \right| = \iint_{yz} \left| \underbrace{\frac{\partial B_\circ(t)}{\partial t}}_{\alpha} \right| dy\,dz = \frac{\alpha \pi r^2}{4}$$

Subject:
Year. Month. Date. ( )



Q. جریانی که داخل کابل میشه از نظر اندازه برابر جریانی که خارج میشه از اون، $L=?$

⇒ کابل کواکسیال با هم محور

$B=0$ (طبق آمپر $\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 i$) $\Rightarrow$ $r>c : B=0$

$B(2\pi r)=0$ چون همون جریانی که وارد میشه همون خارج میشه

چون B خارجی نداریم

هر عامل خارجی که B خارجی رو عوض کنه نمیتونه B رو تغییر بده و نویز ایجاد کنه

پس این کابل نسبت به نویز مقاوم

~~[illegible]~~

* از c تا b به دلیل ضخامت صفر نظر میگیریم پس میدان از 0 تا a و از a تا b

کم (اگه در سوالی ضخامت رو داده بودند حالا بهم نمیگن)

به دست آوردن شار انتقالی سخته پس از رابطه دوم استفاده میکنیم

$$* \iint \frac{B^2}{2\mu_0}\, dv = \frac{1}{2} L I^2$$

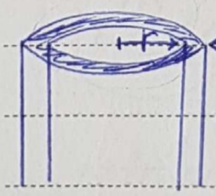
B ضابطه داره پس تقسیم میشه

کل فضایی که میدان مغناطیسی وجود داره

$0<r<a$: $\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 i$ $\quad \begin{matrix} \pi a^2 & I \\ \pi r^2 & i \end{matrix} \Rightarrow i = I\left(\frac{r^2}{a^2}\right)$

$$B_1(2\pi r) = \mu_0 I \frac{\pi r^2}{\pi a^2} \Rightarrow B_1 = \frac{\mu_0 I r}{2\pi a^2} \quad 0<r<a$$

$$a<r<b : \quad B_2(2\pi r) = \mu_0 I \Rightarrow B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$



$dv = ds\, l$

$dv = \underbrace{2\pi r\, dr}_{ds}\, l$

$$\Rightarrow \int_{r=0}^{a} \underbrace{\frac{B_1^2}{2\mu_0}}_{\frac{\mu_0 I^2 r^2}{8\pi^2 a^4}} 2\pi r l\, dr + \int_{a}^{b} \underbrace{\left(\frac{B_2^2}{2\mu_0}\right)}_{\frac{\mu_0 I^2}{8\pi^2 r^2}} 2\pi r l\, dr = \frac{\mu_0 I^2 l}{4\pi a^4}\left(\frac{a^4}{4}\right) +$$

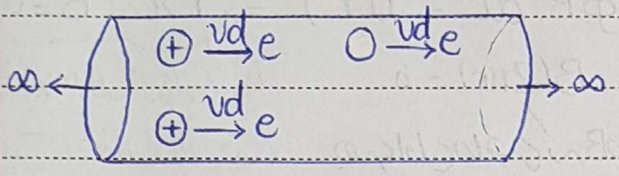
Subject:
Year. Month. Date. ( )

$$\frac{\mu_0 I^2 l}{4\pi}\ln\left(\frac{b}{a}\right)=\frac{1}{2}LI^2 \Rightarrow L=\frac{\mu_0 l}{8\pi}+\frac{\mu_0 l}{2\pi}\ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

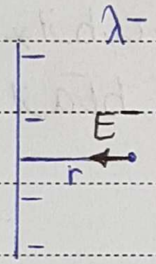
ضریب خودالقایی
در واحد طول

محاسبه در این سوال با استفاده از انرژی

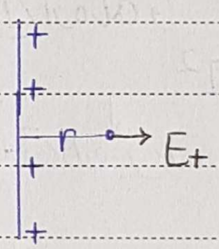
$\cdot q$



از دید ناظر ساکن نیروی وارد بر بار q : $\vec{F}=q\vec{E}+q\vec{v}\times\vec{B}$

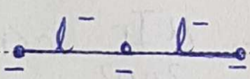


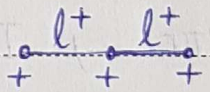
$$E^-=\frac{\lambda^-}{2\pi\epsilon_0 r}$$



$$E^+=\frac{\lambda^+}{2\pi\epsilon_0 r}$$

$$\lambda^-=\frac{q}{l^-} \qquad \lambda^+=\frac{q}{l^+}$$

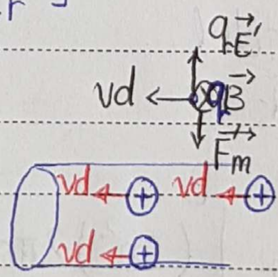




$$l^-=l^+ \Rightarrow \lambda^-=\lambda^+$$

$$\Rightarrow \vec{F}=q\Big[\underbrace{\frac{-\lambda^-}{2\pi\epsilon_0 r}+\frac{\lambda^+}{2\pi\epsilon_0 r}}_{0}\Big]\vec{a_r}+0=0$$

از دید ناظر ۲ که با سرعت vd
با الکترون‌ها حرکت می‌کند



$$\vec{F}'=q\vec{E}'+q\vec{v}\times\vec{B}=0$$

Subject:

Year. Month. Date. ( )

$$E^{+} > E^{-} \Rightarrow \lambda^{+} > \lambda^{-} \Rightarrow l^{+} < l^{-}$$

از دید ناظری که با سرعت v_d حرکت می‌کند فاصله بین دو یون مثبت کوچکتر از فاصله دو الکترون منفی است ← انقباض طول ← تئوری نسبیت خاص انیشتین

$$l_0 \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

انقباض زمان $\rightarrow$ $t = \dfrac{t_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$