

مکانیک کلاسیک (نیوتون) ← بخش عمده‌ی این رشته
 مکانیک نسبیتی (سرعت‌های نزدیک به نور)
 مکانیک کوانتومی (ابعاد اتمی و زیراتمی)

مبانی درس: مکانیک کلاسیک $\left\{ \begin{array}{l} \text{دینامیک} \\ \text{استاتیک} \end{array} \right.$ + مکانیک سینماتیک $\left\{ \begin{array}{l} \text{خطی} \\ \text{چرخشی (دورانی)} \end{array} \right.$

اندازه گیری

کمیت: ہر حیز قابل اندازہ کریں

* برای اندازه‌گیری به بیکار احتیاج دارم.

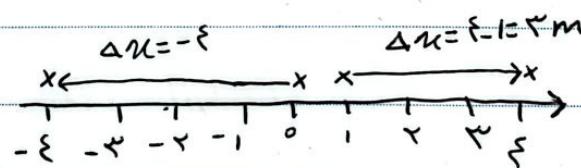
کمیت -  **اصلی:** بگاهای آن مستقیماً با استفاده از تعریف می‌شوند.
فرعی: بگاهای آن بر حسب کمیت‌های اصلی تعریف می‌شوند.

فضای آزاد (Free Space): فضایی سین سیارات که میتواند
شامل گازها هم باشد آناب صورت که مقادیر ایجاد ننماید.

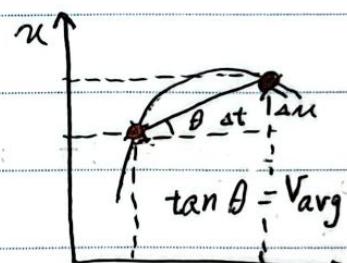
(Vacuum) خالی *

(فقط)		مشوندهای اندازه‌گیری:	
$10^{-3} f$	$10^{-3} C$	$10^3 K$	
$10^{-24} g$ (جودت)	$10^{-3} M$	$10^3 N$	$\rho = \frac{m}{V}$ حکای:
	$10^{-4} \mu$	$10^9 G$	
	$10^{-9} n$	$10^{12} T$	حکای حجم
$10^{-12} P$	$10^{-24} Y$ (لیز)		

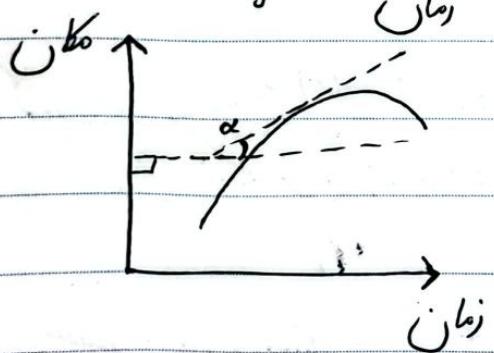
حرکت در راستای خط راست



سین متوسط
 $s_{avg} = \frac{\text{مسافت}}{\text{زمان}}$



$$v_{avg} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

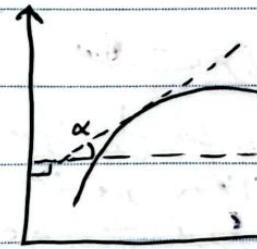
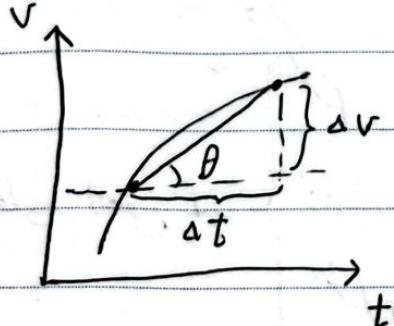


$$\tan \alpha = v_{(خطای)}$$

سرعت لحظی: سرعت متوک

در هر لحظه از زمان با هر نقطه از مکان.

$$\tan \theta = \frac{\Delta v}{\Delta t} = a_{avg} = \bar{a} = \text{سین متوک}$$



سین لحظی

$$\frac{dv}{dt} = \bar{a} = \tan \alpha$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{dx}{dt} \right) = \frac{d^2 x}{dt^2} \quad \left(\frac{m}{s^2} \right)$$

اتوموبیل مسافت روبرو بالای زمین را با سرعت ثابت 40 km/h و مسافت سریعی برگشت را با سرعت ثابت 40 km/h بپیاد. مقدار تقریبی متوسط در آین رفت و برگشت را محاسبه کنید.

$$S_{\text{avg}} = \frac{xd}{t_1 + t_2}$$

$$S_1 = \frac{d}{t_1} \rightarrow t_1 = \frac{d}{S_1}$$

$$t_1 = \frac{d}{40}$$

$$S_2 = \frac{d}{t_2} \rightarrow t_2 = \frac{d}{S_2}$$

$$t_2 = \frac{d}{60}$$

$$t_1 + t_2 = \frac{d}{40} + \frac{d}{60}$$

$$\frac{2d}{40+60} = 40 \text{ km/h}$$

مکان الکترون که در راستای محور x حرکت می‌کند $x = 12t e^{-t}$ داره شده است که در آن بر حسب تابعی است وقتی الکترون به طور لحظی ای متوقف می‌شود درجه فاصله ای از مبدأ عبارت می‌باشد.

$$(12te^{-t})' = 12e^{-t} - 12te^{-t} = 12e^{-t}(1-t)$$

$$[e^f]' = f'e^f \quad *$$

$$t=1 \rightarrow \text{زمان توقف لحظی} \quad \leftarrow 0$$

$$x(1) = 12 \times 1 \times e^{-1} = 0,9 \sim 4 \text{ m.} \quad \text{مکان توقف لحظی}$$

$$F = fg \quad F' = f'g + f'g$$

مکان ذره ای که در راستای محور x حرکت می‌کند $x = 12t^2 - 2t^3$ داره شده که x

بر حسب صورت بر حسب تابعی است:

$$a = v' = 24 - 12t \rightarrow a(t) = 24 - 12t^2 = 12 \quad x(t) = 12t^2 - 2t^3 = 0 \text{ m}$$

الف) مکان \leftarrow
ذره را در $x = 3t = 3 \text{ s}$ می‌passes کنید.

$$v = x' = 24t - 6t^2 \rightarrow v(3) = -18$$

ب) سرعت \leftarrow
ذره می‌متحسن می‌شوند که ذره به آن می‌رسد حینست $t = 4$

ت) درجه زمانی به آن می‌رسد $t = 4$

ج) سرعتی سرعنی که ذره به آن می‌رسد $v = \frac{24(4) - 4(4)^2}{4} = -16$

$$t = 4$$

د) درجه زمانی به آن می‌رسد $t = 4$

ح) سرعت متوسط ذره بین $t = 0$ و $t = 3$ چقدر است؟ $\frac{\Delta x}{\Delta t} = 18$

$$a = cte \rightarrow a = a_{avg}$$

حرکت با استاب ثابت:

$$\frac{\Delta v}{\Delta t} = a = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i} \xrightarrow[t=c]{\text{متوازن}} = \frac{v_f - v_i}{t} *$$

$$\begin{array}{c|ccccc} t & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline v & v_0 & v_0+a & v_0+2a & v_0+3a & v_0+4a \end{array} \quad v_{avg} = \frac{v_i + v_f}{2} *$$

$$v_{avg}(1-\epsilon) = \frac{(v_0 + \alpha a)}{2}$$

$$v_{avg} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \rightarrow \Delta v = v_{avg} \times \Delta t$$

$$n - n_0 = \Delta v = \left(\frac{v_0 + v_f}{2} \right) \times \Delta t *$$

$$n - n_0 = \left(\frac{v_0 + at + v_0}{2} \right) t = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 *$$

$$(\Delta v = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t)$$

$$a = \frac{v - v_0}{t} \rightarrow t = \frac{v - v_0}{a} \xrightarrow{x v_{avg}} n - n_0 = \left(\frac{v_0 + v_f}{2} \right) \left(\frac{v - v_0}{a} \right)$$

$$v - v_0 = \Delta v (n - n_0) *$$

سینه‌ای را در نظر مکرر کر در فضای دور از هر جسم آسمانی با استاب ثابت $\frac{v}{a}$
حرکت می‌کند و بین سان احساس ثبات گرانی عادی زمین را بازی سرنوشتیان بوجود
می‌آورد.

الف) اگر این سینه از محل سکون شروع به حرکت کند چقدر طولی کشیده سرعتش به این

$$\text{سرعت نور بررسی} (c = 3 \times 10^8 \text{ m/s})$$

$$\Delta t = \frac{v}{a} = \frac{10^5}{9 \times 10^{-11}} = 10^{15} \text{ s} = 100 \text{ h}$$

ب) سینه چه مسافتی را در این زمانی پیماید؟

$$9 \times 10^5 \times \frac{1}{2} \times 9.8 = 4.47 \times 10^{12} = 4.47 \times 10^3 \text{ m}$$

Subject:

Year:

Month:

Date:

الکترون با سرعت اولیه $v_0 = 1,5 \times 10^6 \text{ m/s}$ به حبابی به طول $L = 1 \text{ cm}$ وارد شود و در آنجا شتاب می‌گیرد. این الکترون با سرعت $v = 5,7 \times 10^6 \text{ m/s}$ از آنجا خارج شود. شتاب a را فرض نمایم بودن باید.

$$v^2 - v_0^2 = 2ax \quad 3,24 \times 10^{12} = 2 \times 10^3 \times 1 \quad a = 1,62 \times 10^{12} \text{ m/s}^2$$

رانندۀ قطار مسافری پس از عبور از پیچ در نهایت تحریک کوچک موتوری راهی شد

$$v = -gt + v_0 \quad y = \left(\frac{v_0 + gt}{2} \right) t \quad \text{سقوط آزاد:}$$

$$y - y_0 = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t \quad v^2 - v_0^2 = -g(y - y_0)$$

$$g = -\left(\frac{v - v_0}{t} \right)$$

۵۳- کلیدی که از یک پل که ۱۴ متر نسبت به سطح آب زیر پل ارتفاع دارد به پل سقوط می‌کند. این کلید به درون قایق می‌افتد که با سرعت ثابت بر روی آب حرکت می‌کند. در لحظه‌ای که کلید از روی پل به پائین می‌افتد خاکره قایق تانعنه ای که کلید به درونش می‌افتد ۱۲ متر است. سرعت قایق چقدر است؟

$$-\xi\omega = -\frac{1}{2} \times 10 \times t^2 + 0 \rightarrow t = 3 \text{ s} \quad v = \frac{\Delta y}{\Delta t}$$

$$\frac{12 \text{ m}}{3 \text{ s}} = \xi \text{ m/s}$$

۴۰- تویی را در نظر گیرید که از بام ساختمانی رها و از جلوی پنجهای ردمی شود که ارتفاع پنجه ۲۰ متر است و توب پین مسافت را در $\frac{1}{2}$ ثانیه طی می کند. توب به زمین چند سوپی از خود به بالای جسم دوباره از جلوی پنجه ردمی شود و مسافت پین ۱۰ متری پنجه را در $\frac{1}{2}$ ثانیه طی می کند. فرض کنید مسیر صیغش توب درست محکوس سقوط آن است. مرتب زمانی که توب پنجه را پین بیند باشد $\frac{1}{2}$ ثانیه است. ارتفاع ساختمان چقدر است؟

$$y_1 \quad \rightarrow v_1$$

$$18m \left\{ \begin{array}{l} \boxed{\text{ }} \\ \downarrow \\ \text{ } \end{array} \right. \quad \left. \begin{array}{l} \rightarrow v_1 \\ \downarrow \end{array} \right. \quad \left. \begin{array}{l} \rightarrow v_1 \\ \downarrow \end{array} \right. \quad 18m$$

$$-\frac{1}{2}gt_1^2 + v_1 t_1 = 18m$$

$$v_1 \quad \left\{ \begin{array}{l} \downarrow \\ \rightarrow v_1 \\ \uparrow \end{array} \right.$$

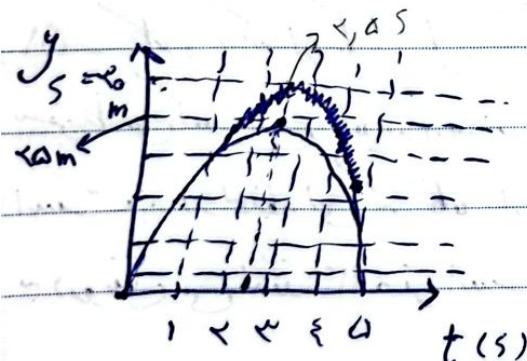
$$-\frac{1}{2}gt_1^2 + v_1 t_1 = 18 \quad \rightarrow v_1 \approx -9 m/s$$

$$v_1^2 - v_0^2 = 2gh_1$$

$$v_1 = -9 \quad -10 \times 0,12m = -10 \quad y_1 = -\frac{1}{2} \times 10 \times 1^2 - 10 \times 0,1 = -10$$

$$h = 10 \times 0 + 18 + 10 = 40,4m$$

۴۱- قوی را در نظر گیرید که از سطح سایه ای مستقیماً به طرف بالا پرتاب شده است نمودار $y-t$ برای این توب در شکل زیر نشان داده شده است که با ارتفاع توب از نقطه پرتاب شدن در $t=0$ است. مقدار حالت نمودار را از روی $y-t$ نمودار می توان



$$\text{ب) سمت آورده: } h \times a \times t \times \frac{1}{2} = 20 \rightarrow a = 8$$

الف) شتاب سقوط آزاد $g = 10 m/s^2$

$$\text{ب) سرعت اولیه توب: } 10 \times 2,2 = 20 m/s$$

\vec{A}

این پرتو را نشان داده می شوند.

بردار (Vector)

 \vec{A}

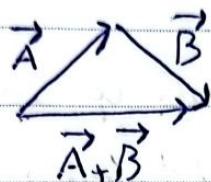
(جذر)



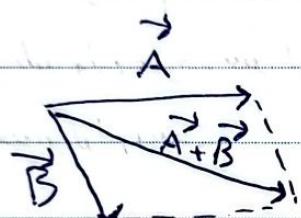
بردار همگن: هم جثت و هم اندازه و هم راسن

بردار وارون: هم اندازه خلاف جثت و هم راسن (پاده متری)

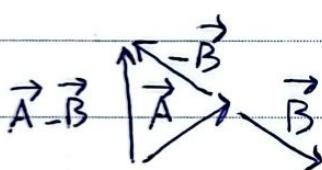
بردار کلیه: بردار به طول ۱ درجهت مشخص



جمع برداری:



روش متوازی الاخلاص



$$\vec{A} - \vec{B} = \vec{A} + (-\vec{B})$$

$$\vec{A} + (-\vec{A}) = \vec{0}$$

ضرب بردارها (اطل) نقطه ای، اسکالر عددی: ترکیب دو بردار به طوری که حاصل یک عدد باشد.

خارجی، برداری: ترکیب دو بردار به طوری که حاصل یک بردار عددی

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}| |\vec{B}| \cos \theta$$

صخمه ای (دو بردار اولیه باشد)

$$|\vec{B}| \cos \theta$$



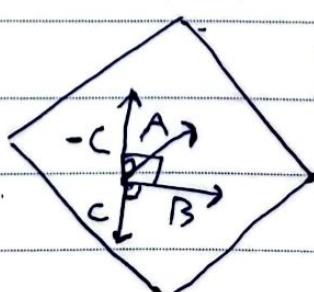
$$\vec{A} \times \vec{B} = \vec{C}$$

$$\vec{A} \wedge \vec{B}$$

$$(A \cos \theta) B = A (B \cos \theta)$$

$$A \cdot B = |\vec{A}| |\vec{B}| \cos \theta$$

$$|\vec{A} \times \vec{B}| = |\vec{C}| = |\vec{A}| |\vec{B}| \sin \theta$$



$$\vec{A} \times \vec{B} = -(\vec{B} \times \vec{A})$$

۱- کامیون سرعت ثابت 80 km/h در حرکت است. از یک خودروی سواری سرعت می‌گیرد
 (لاحظه‌ای که کامیون از خودروی گذرده) خودرو سرعت می‌گیرد و باستاپ $2 \text{ m}^2/\text{s}^2$ امکان
 می‌کند. بطوری که پس از طی مسافت 100 km از کامیون جلویی افتاد سرعت سواری
 هنگام سعیت کامیون از آن چقدر بوده است؟

$$\frac{V_0}{2} = 22,2 \text{ m/s}, \quad t = \frac{100}{22,2} = 4,5 \text{ s}, \quad V_0 = 22,2 + 10 \times 4,5 = 60 \text{ m/s}$$

$$V_0 = 60 \text{ m/s}$$

۲- راننده قطاری با سرعت 6 m/s در حرکت می‌کند و مقابله خود قطاری باری می‌بنزد
 با سرعت ثابت 4 m/s در ناحیه از او حرکت می‌کند و تصمیم گرفت باستاپ هنوز
 کنترل خود را از دست دهد که در هر صورت با قطار دیگر برخورد خواهد کرد زمان لازم
 برای برخورد دو قطار کدام است؟

$$V_0 \times t = \frac{1}{2} a t^2 + V_1 \times t + d \quad 0 = \frac{1}{2} a t^2 + (V_1 - V_0) t + d$$

خودروی با سرعت 40 m/s در حرکت است باستاپ می‌گیرد و در طول 15 m به سرعت 5 m/s
 می‌رسد. آگر شتاب ثابت فرض شود، خودرو چه مسافتی در این مرحله طی می‌کند

$$\frac{V_0^2 - V^2}{2a} = \frac{40^2 - 5^2}{2 \times 4} = 196,25 \text{ m}$$

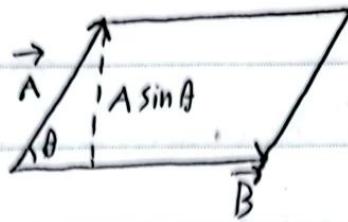
$$317,5 + 196,25 = 513,75 \text{ m}$$

آتوموبیلی ب وزن 13000 N با سرعت 80 km/h در حرکت است. راننده ترغیب کننده خودرو
 پس از طی مسافت 60 m می‌افسرد. نیروی ترغیبی 1200 N است.

$$49,28 = 2 \times a \times 60 \quad a \approx 4 \quad m = 1300 \text{ kg}$$

$$1300 \times 4 = 5200 \text{ N}$$

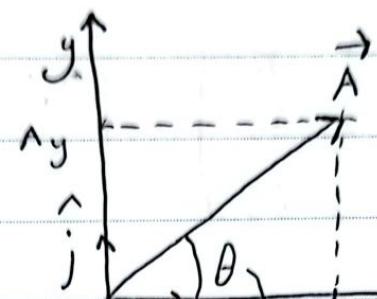
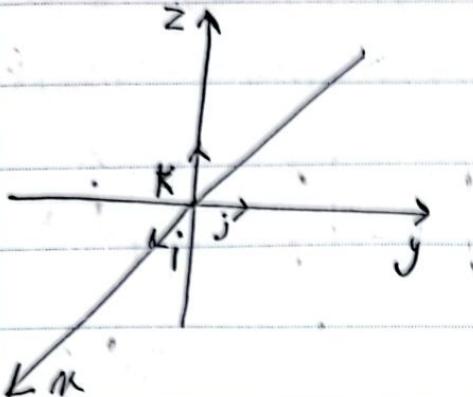
$$|\vec{A} \times \vec{B}| = AB \sin \theta$$



$$S = AB \sin \theta$$

$$\vec{i}, \vec{j} = 0$$

نامش مؤلفه ای بردارها:



$$\vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j}$$

$$|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$$

$$\tan \theta = \frac{A_y}{A_x}$$

$$\hat{A} = \frac{\vec{A}}{A}$$

$$\hat{i} \cdot \hat{j} = \hat{j} \cdot \hat{k} = \hat{i} \cdot \hat{k} = 0$$

$$\hat{i} \cdot \hat{i} = \hat{j} \cdot \hat{j} = \hat{k} \cdot \hat{k} = 1$$

$$\begin{aligned} \hat{i} \cdot \hat{j} &= \hat{i} \times \hat{j} = \hat{k} = -\hat{j} \times \hat{i} \\ \hat{j} \times \hat{j} &= \hat{l} \times \hat{l} = \hat{k} \times \hat{k} = 0 \end{aligned}$$

$$\vec{A} + \vec{B} = (A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}) + (B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k})$$

$$\vec{A} + \vec{B} = (A_x + B_x) \hat{i} + (A_y + B_y) \hat{j} + (A_z + B_z) \hat{k}$$

$$\begin{aligned} \vec{A} \cdot \vec{B} &= (A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}) \cdot (B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k}) \\ &= A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z \end{aligned}$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos \theta$$

$$\cos \theta = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{AB} = \frac{A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z}{\sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2} \sqrt{B_x^2 + B_y^2 + B_z^2}}$$

$$\theta = \cos^{-1} \left(\frac{A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z}{\sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2} \sqrt{B_x^2 + B_y^2 + B_z^2}} \right)$$

تابع مارون

ضرب خارجی به صورت مولفه ای:

$$\begin{aligned}\vec{A} \times \vec{B} &= (A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}) \times (B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k}) \\ &= A_x B_y \hat{k} - A_x B_z \hat{j} - A_y B_x \hat{k} + A_y B_z \hat{i} + A_z B_x \hat{j} - A_z B_y \hat{i} \\ &= (A_y B_z - A_z B_y) \hat{i} + (A_z B_x - A_x B_z) \hat{j} + (A_x B_y - A_y B_x) \hat{k}\end{aligned}$$

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} A_y & A_z \\ B_y & B_z \end{vmatrix} \hat{i} - \begin{vmatrix} A_x & A_z \\ B_x & B_z \end{vmatrix} \hat{j} + \begin{vmatrix} A_x & B_y \\ B_x & B_y \end{vmatrix} \hat{k}$$

۳۸- اگر بردار $\vec{C} = -\xi \hat{i} + \xi \hat{j}$ جمع شود نتیجه اش برداری است در حقیقت مثبت محور x ای باشد و ایناگه \vec{C} برازه \vec{B} است.

$$|\vec{C}| = \omega \quad \vec{C} + \vec{B} = \omega \hat{j} \rightarrow \vec{B} = -\xi \hat{i} + \hat{j}$$

$$|\vec{B}| = \sqrt{9+1} = \sqrt{10}$$

$$\vec{B} + \vec{C} = \vec{A} \quad (B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k}) + (-\xi \hat{i} + \xi \hat{j}) = A_y \hat{j} \quad \therefore \text{لما} \omega = \sqrt{9+14} = \omega$$

$$\text{زیرا} \vec{B} \text{ و} \vec{C} \text{ و} \vec{A} \text{ و} \vec{B} \text{ و} \vec{C} \text{ ممکن} \rightarrow A_y = \sqrt{9+14} = \omega$$

$$B_x + \xi = 0 \rightarrow B_x = -\xi$$

$$B_y + \xi = A_y \rightarrow B_y = 1 \quad B = \sqrt{1 + \xi^2} = \sqrt{10}$$

۳۹- ایناگه بردار \vec{A} برابر \vec{B} واحد و ایناگه بردار \vec{B} برابر \vec{A} واحد و ایناگه \vec{A} برابر \vec{B} واحد است.

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos \theta \quad |\vec{A}| = \sqrt{1 + \xi^2} \quad |\vec{B}| = \sqrt{10} \quad \cos \theta = \frac{1}{\sqrt{10}}$$

۴۰- با فرض آنکه $(d_1 + d_2) \cdot (d_1 \times \xi d_2)$ و $d_2 = -\xi \hat{i} + \xi \hat{j} - \hat{k}$ و $d_1 = \xi \hat{i} + \xi \hat{j} + \xi \hat{k}$

$$d_1 + d_2 = -\xi \hat{i} + \xi \hat{k} \quad \xi d_2 = -\xi \hat{i} + \xi \hat{j} - \xi \hat{k}$$

$$d_1 \times \xi d_2 = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ -\xi & \xi & \xi \\ -\xi & \xi & -\xi \end{vmatrix} = -\xi \hat{i} + \xi \hat{j} - \xi \hat{k}$$

$$\underbrace{(d_1 + d_2)}_{d_1 \times d_2 \text{ (صفحه)}} \cdot \underbrace{(d_1 \times \xi d_2)}_{\text{صفحه}} = \xi \hat{i} - \xi \hat{k} = 0$$

$\vec{F} = \hat{i} - \gamma j + \zeta k$, $\vec{v} = \gamma i + \xi j + \zeta k$, $\varphi = \gamma$ فرض کنید $\vec{F} = \varphi \vec{v} \times \vec{B}$ در خضراء - ۴۵
با خرض کنید بردارهای اساسی \vec{B} را بر اساس نمیش بروارهای بگذار و $B_x = B_y$

$$\gamma \hat{i} - \gamma j + \zeta k = \gamma (\gamma i + \xi j + \zeta k) \times (B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k})$$

$$= \downarrow \hat{i} \\ B_x \hat{i}$$

$$\gamma B_x \hat{k} - \gamma B_z \hat{j} - \xi B_x \hat{k} + \xi B_z \hat{i} + \zeta B_x \hat{j} - \zeta B_z \hat{i} =$$

$$(\xi B_z - \zeta B_x) \hat{i} + (\zeta B_x - \xi B_z) \hat{j} + (\gamma B_x - \gamma B_z) \hat{k}$$

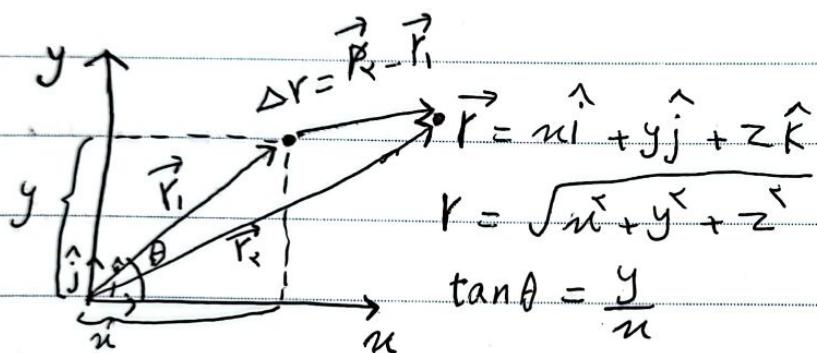
$$\xi B_z - \zeta B_x = \gamma$$

$$\gamma B_x - \gamma B_z = -10 \rightarrow B_z = -\xi$$

$$\vec{B} = -\gamma \hat{i} - \gamma \hat{j} - \xi \hat{k}$$

$$\gamma B_x - \xi B_x = \gamma \rightarrow B_x = -\gamma$$

حرکت در دو و سه بعد:



$$\Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = \underbrace{(x_2 - x_1)}_{\Delta x} \hat{i} + \underbrace{(y_2 - y_1)}_{\Delta y} \hat{j} + \underbrace{(z_2 - z_1)}_{\Delta z} \hat{k}$$

$$\vec{v}_{avg} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \hat{i} + \frac{\Delta y}{\Delta t} \hat{j} + \frac{\Delta z}{\Delta t} \hat{k}$$

سرعت لحظی $\vec{v} = \frac{d \vec{r}}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} \hat{i} + \frac{dy}{dt} \hat{j} + \frac{dz}{dt} \hat{k}$

۴- مکان یک الکترون به صورت $\vec{r} = \gamma t \hat{i} - \xi t \hat{j} + \zeta t \hat{k}$ داده شود که ریاضی و فیزیک

$$\vec{v} = \frac{d \vec{r}}{dt} = \gamma \hat{i} - \xi \hat{j}$$

الف) سرعت این الکترون را بر اساس بردارهای یکه به درستی اورد

$$\vec{v}(t) = \gamma \hat{i} - (\lambda \times 2) j = \gamma i - 14 j \quad t = 2 \text{ دسی} \rightarrow \text{سرعت در لحظه}$$

$$\text{پ) اندازه آین سرعت: } v = \sqrt{9 + 14^2} = \sqrt{245} = 15.7 \text{ m/s}$$

$$\theta = \cos^{-1} \frac{\vec{v}_1 \cdot \vec{i}}{\|\vec{v}_1\|} = \frac{\pi}{\sqrt{245} \times 1} = \frac{\pi}{15.7} \text{ را در آن با جت مثبت محور ب} n \text{ نمایی}$$

$$\vec{v} = v_x \hat{i} + v_y \hat{j} + v_z \hat{k} \quad \vec{a}_{avg} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{\Delta t}$$

$\downarrow \frac{dx}{dt} \quad \downarrow \frac{dy}{dt} \quad \downarrow \frac{dz}{dt}$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \underbrace{\frac{dv_x}{dt}}_{a_x} \hat{i} + \underbrace{\frac{dv_y}{dt}}_{a_y} \hat{j} + \underbrace{\frac{dv_z}{dt}}_{a_z} \hat{k}$$

$$\vec{a} = a_x \hat{i} + a_y \hat{j} + a_z \hat{k} \quad \text{پیوست اشتباهی از ع صفحه بعد!} \quad \triangle$$

توانی نیوتون:

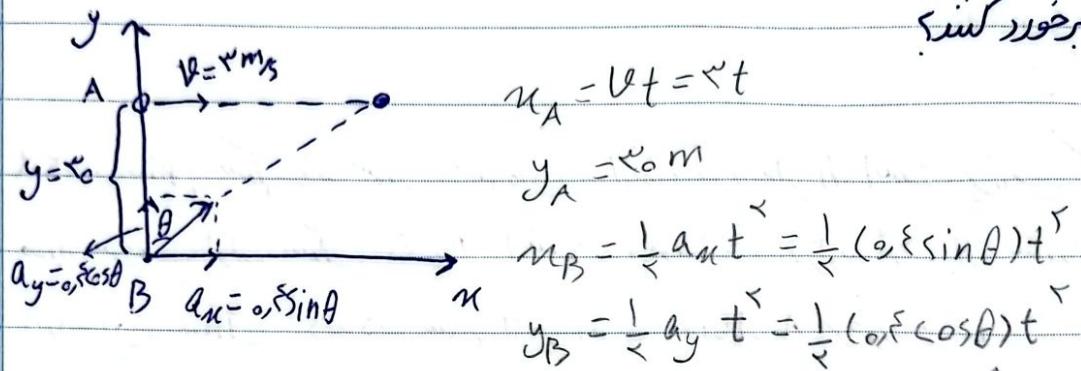
۱- اگر برآیند نیروهای وارد شده بر یک جسم صفر باشد یا نیروی به آن وارد شود این جسم یا سکن است یا حرکت راست خط یکنواخت دارد.

۲- ثابت کیک جسم با برآیند نیروهای وارد بر آن متناسب است و خوب تابع
 $\sum \vec{F} = m \vec{a}$ دارد.

۳- اگر جسم ① به جسم ② نیرو وارد کند، جسم ② نیز نیروی مساوی و خلاف جمیت به جسم ① وارد خواهد کرد.

* علت ترسی بدنی انسانی دو مانع اول (باید به بینکه مانع از حلقه جانی از مانع نباشد) این است که نیوتون ابتدا برای محیط برقراری قوانین خود را تعریف می کرد و چهار چوب های مرجع خود را مشخص می کرد.

در شکل ذرہ A در اندار خط $x = 5m$ با سرعت ثابت $v = 5m/s$ و مسیر زرده آن در حرکت موازی محور x است. حرکت می‌گذرد. در لحظه‌ای که مسیر زرده A محور y راقطع می‌کند زرده B با سرعت اولیه 0 و مسافت ثابت $\Delta = 0.5m$ از مبدأ متحکم شروع به حرکت می‌کند. زاویه θ بین A و جهت مسیر محور y عقد باشد. این دو ذره برخورد کنند.

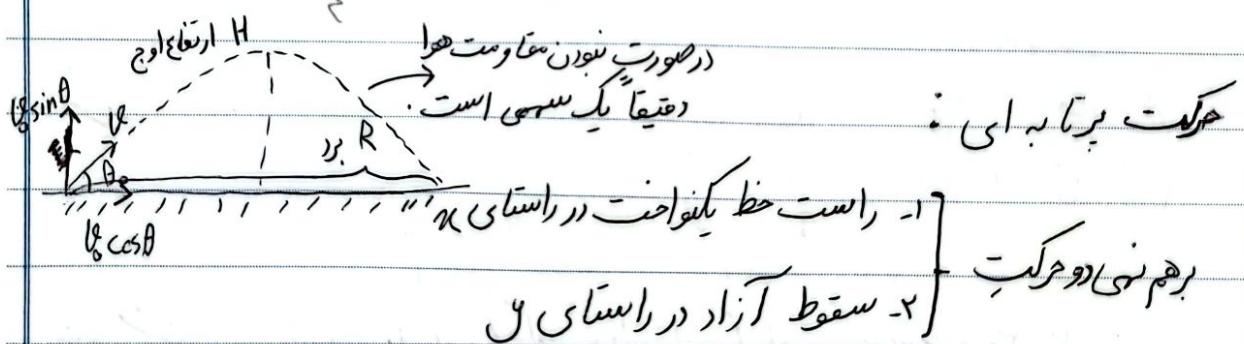


برخورد وقوعی رخی (دیگر) $y_A = y_B \rightarrow v_A t = \frac{1}{2} (0.5 \sin \theta) t^2 \rightarrow t = \frac{2v_A}{0.5 \sin \theta}$

$$\tan \theta = \frac{v_A t}{y_A} = \frac{v_A t}{\frac{1}{2} (0.5 \cos \theta) t^2} = \frac{v_A}{0.25 \cos \theta} \rightarrow \frac{v_A}{\cos \theta} = \frac{v_A}{\cos \theta}$$

$$v_A - v_A \cos \theta = v_A \cos \theta \rightarrow v_A \cos \theta + v_A \cos \theta - v_A = 0$$

$$\cos \theta = \frac{-v_A \pm \sqrt{v_A^2 + 4v_A}}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = 45^\circ$$



$$x = v_{0x} t = v_0 \cos \theta t \quad y = -\frac{1}{2} g t^2 + v_0 \sin \theta t \quad v_y = 0 \leftarrow \text{ردیف اول}\right.$$

$$v_x = v_0 \cos \theta \quad v_y = -gt + v_0 \sin \theta \quad 0 = -gt + v_0 \sin \theta$$

$$y = \frac{1}{2} g \left(\frac{x}{v_0 \cos \theta} \right)^2 + v_0 \sin \theta \left(\frac{x}{v_0 \cos \theta} \right)$$

$$y = -A x^2 + B x \quad t = \frac{v_0 \sin \theta}{g}$$

$$t_f = 2t$$

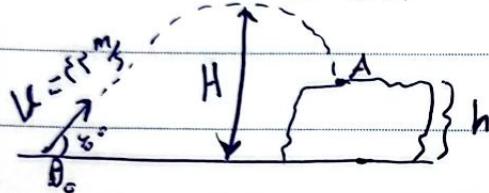
$$H \text{ (ارتفاع اوج)} \quad y_{\max} = H = -\frac{1}{2}g \left(\frac{V_0 \sin \theta_0}{g} \right)^2 + V_0 \sin \theta_0 \left(\frac{V_0 \sin \theta_0}{g} \right)$$

$$H = \frac{V_0^2 \cdot \sin^2 \theta_0}{2g} = \frac{(V_0 \sin \theta_0)^2}{2g} = \frac{V_0^2 \sin^2 \theta_0}{2g}$$

$$R \text{ (دistanse)} = V_{\text{init}} t = (V_0 \cos \theta_0) \left(\frac{V_0 \sin \theta_0}{g} \right) = \frac{V_0^2 \sin \theta_0 \cos \theta_0}{g}$$

$$R = \frac{V_0^2 \sin 2\theta_0}{g}$$

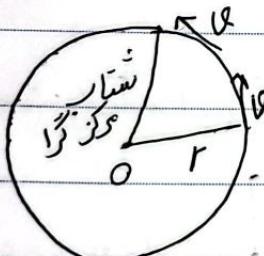
۲۱) در شکل سنگی را به سمت صخره‌ای که ارتفاع آن برابر h است پرتاب کرد (یعنی مقدار سرعت اولیه سنگ 42 m/s است و محبت آن زاویه $\theta_0 = 60^\circ$ نسبت به افق دارد). این سنگ $5,55 \text{ m}$ پس از پرتاب به نقطه A برخورد می‌کند.



$$\text{الف) ارتفاع } h \text{ ؟} \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + (V_0 \sin \theta_0)t \\ h = -\frac{1}{2} \times 10 \times (5,55)^2 + (42 \sin 60^\circ) \times 5,55 = 48,8$$

$$\text{ب) مقدار سرعت سنگ درست قبل از برخورد با } A \text{ ؟} \\ V_y = -gt + V_0 \sin \theta_0 \quad V_y \approx -19 \text{ m/s} \quad V_x = 21 \quad V_A = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = 29 \text{ m/s}$$

$$\text{ج) حداقل ارتفاع } H \text{ که سنگ درین پرتاب به آن می‌رسد تا برخورد نماید ؟} \\ V_y - V_{oy} = -gt \quad 0 = -(42 \times 5,55) = -2 \times 10 \times H \\ H = 84,8 \text{ m}$$



$$\vec{a}_{\text{avg}} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

$$\vec{a} = \frac{d \vec{v}}{d t} \quad a = \frac{V^2}{r}$$

حرکت دایره‌ای یکنواخت:

۲۲) شخصی سوار و سله‌ای با حرکت دایره‌ای یکنواخت به شعاع $r = 5 \text{ m}$ می‌شود.

در زمانی خاص شتاب او به صورت $\vec{a} = (4 \text{ m/s}^2) \hat{i} + (2 \text{ m/s}^2) \hat{j}$ درین لحظه

$$\vec{v}, \vec{a} = \vec{0} \quad \vec{r} \times \vec{a} = \vec{0}$$

زاویه 90°

$\vec{r} \times \vec{a} \neq \vec{0}$ نابرابر است آورید.

پرسیجه ای را در نظر گیرید که سنگی را به انتها طلبی بسته است و دور خود ری گرداند. این سنگ در صفحه ای افقی با ارتفاع ۲۵ متر و روی طایره ای به شکاع ۱۰۰m را حرکت می کند. بخش پاره های خود و سنگ پس از پیومن خالصه افقی \hat{v} متر بر زمین می خورد. انتازه شتاب مرکز گردای سنگ

$$y = \frac{1}{2} g t^2 + v_0 t \quad \rightarrow \quad \hat{v} = -\frac{1}{2} g t + v_0 \quad \rightarrow \quad t = \frac{v_0 - \hat{v}}{\frac{1}{2} g} \approx 0,4$$

$$x = v_0 t \rightarrow 10 = v_0 \times 0,4 \rightarrow v_0 \approx 1V_m \quad a = \frac{(1V)^2}{10} = 19,6 m/s^2$$

سوالات تدریس یار

دو گلوله به ترتیب با سرعت $v_0 = 100 m/s$ همزمان از بالا و پائین بر جی بر ارجاع 30° متر بر سمت هم پرتاب شوند. پس از چند ثانیه به هم رسند؟ ($g=10$)

$$100 = (\underbrace{v_0 + v_0 \sin 30^\circ}_{سرعت نسبی}) t \quad t = 10$$

سرعت اولیه پرتابی دوباره سرعت پرتاب در اوج است. زاویه پرتاب چند درجه است؟

$$\left(V_0 \cos \theta \right) = V_0 \quad \cos \theta = \frac{1}{2} \quad \theta = 60^\circ$$

حرکت نسبی در یک بعد:



$$x = x' + v_0 t \quad \frac{dx}{dt} = \frac{dx'}{dt} + \frac{d(v_0 t)}{dt}$$

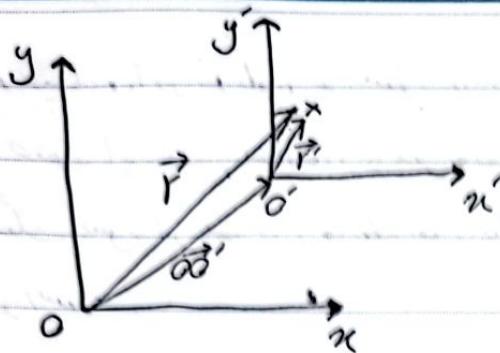
$$V = V' + v$$

قوانين فیزیک برای هر دو گیلسن است.

۱۱- شخص مشکل را در نظر گیرید که با سرعت زیاد روی پیاده روی متحرکی می دود و کل طول پیاده روی را در مدت ۱۰۰۰ طی می کند. آنکه از این از این انداد پس سری رساند و او بر جی گردید و دوباره تمام طول مسیر پیاده رو را با همان سرعت می درد. این باره کل طول می کشد. نسبت سرعت دوباره او به سرعت پیاده رو چقدر است؟

$$\frac{x}{t} = V + v \quad \frac{x}{1000} = V - v \quad \frac{V+v}{V-v} = \frac{1000}{100} \quad \frac{V+v}{V-v} = 10 \quad \frac{V+v}{V-v} = \frac{10}{1} \quad \frac{V+v}{V-v} = \frac{10}{1}$$

$$-v = \frac{V+v}{10} \quad V = \frac{V+v}{10} \quad V = \frac{V+v}{10} \quad \leftarrow \quad V_i = \frac{V}{10} \quad v_i = -\frac{V}{10}$$

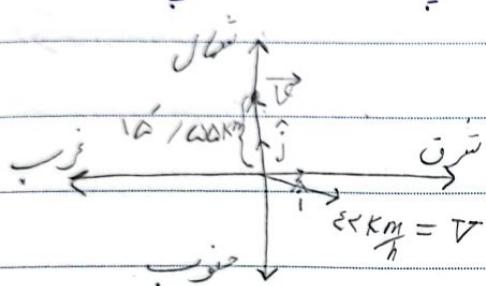


حرکت نسبی در دو پسه بُر: $\vec{r} = \vec{r}' + \vec{oo}$

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\vec{r}'}{dt} + \frac{d(\vec{oo})}{dt}$$

$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{v}_{oo}$$

۷- خلبان هواپیمای پس از ۱۵ پرواز در بادی که با سرعت 42 km/h و زاویه 20° نسبت به شرق در جهت جنوب شرقی می‌زد به بالای شهری می‌کند که در خاصله از شمال صدراحتی حرکت نشان می‌گردید. سرعت مرکز هواپیمای نسبت به هوا چیست؟



$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{v}_{oo}$$

$$\vec{v}_{oo} = \frac{42 \text{ km}}{10 \text{ min}} = 420 \text{ km/h}$$

$$(420 \text{ km/h})^j = \vec{v}' + (\underbrace{42 \cos 20^\circ}_\text{North} \hat{i} - \underbrace{42 \sin 20^\circ}_\text{West} \hat{j})$$

$$\vec{v}' = -39 \hat{i} + 234 \hat{j}$$

پرسش استیاچی یعنی قبل!

نیوہای دخل:

$$W = mg$$

نیوی وزن (W):

کشش میان گرانش - مشابه سقوط آزاد

(به سمت مرکز زمین و عمود بر سطح آفاق)

بازگردانده - مقاومت درباره تغییر شکل - هسته: الکترومغناطیسی

* نیوہای اصلی: الکترومغناطیسی - گرانش - هسته ای ضعیف - هسته ای قوی
ماهیت هر دو یکسان است.

* از سال ۱۹۷۶ ب بعد ثابت شد سه نیروی الکترومغناطیسی هسته ای صنعتی هسته ای نوی نیز ماهیت کامپان دارد. یعنی تبعیت دو نیروی اصلی داریم: کراس و الکترومغناطیس

نیروی عمودی (N): ماهیت کامپان با نیروی کشش آماجای یک بُعد در دو بُعد (کشش سطحی)

$$F = -K\Delta x \quad \rightarrow \text{ثابت نز - سنتی فر - سختی فر}$$

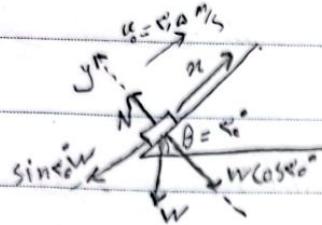
$$\vec{N} + \vec{f} = \text{اصلی} + \text{نیروی سطح}$$

نیروی اصلی (f): نیروی اصلی ایستایی \rightarrow بدون اعمال نیروی خارجی $\Rightarrow f_s = 0$
 اعمال نیروی خارجی روی جسم ثابت $\Rightarrow f_s = F$
 در لحظه ای به حرکت رکون جسم: نیروی خارجی
 $f_s = f_{s\max}$ $f_{s\max} = \mu_s N$ $0 < f_s \leq f_{s\max}$
 را ایند $f_k = \mu_k N$ f_k (جنیشی) \leftarrow در هنگام حرکت

روش حل مسائل با استفاده از قانون دو نیرویون:

- ۱- جسمی که قدر بررسی حرکت آن را داریم تعیین می کنیم.
- ۲- سه مختصات دکارتی مناسب را اختیار می نماییم به طوری که مبدأ مختصات روی جسم
- ۳- ① دلیلی از محورهای درجهت راستایی که جسم ثابت ندارد قرار داشته باشد.
- ۴- کلید نیروهای وارد شده بر جسم را مشخص کرده و روی محورهایی تقسیم ② تجزیه نماییم.
- ۵- تابع دو نیرویون را برای هر یک از محورهای نوشته و مسئله را حل می کنیم.

۱۳- نظریه ای با سرعت اولیه $v_0 = 5m/s$ به بالای سطح شنیدار بدون اصطکاک فرسناده می شود.



$$\sum F_x = m a_x$$

$$\sum F_y = m a_y$$

زاویه شیب θ

الف) این نظریه چه مسافتی را روی سطح شنیدار بالا پنهانی خواهد داشت؟

$$-W \sin \theta = m a_x \quad N - W \cos \theta = 0 \rightarrow N = W \cos \theta$$

$$-mg \sin \theta = m a_x \quad a_x = -g \tan \theta \quad (\theta, a) = (-\alpha) \times n \quad n = 1,22 \text{ am}$$

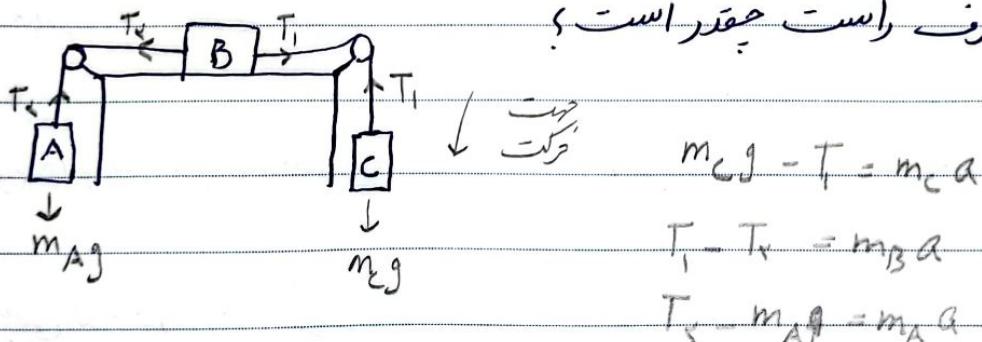
ب) چه مدت طولی کشیده ای مسافت را طی کند؟

$$v_i = a t + v_0 \quad a = f(a) t + 3/a \quad t = 0.75$$

ب) سرعت آن وقتی دوباره بپاسن سطح برخیزد چقدر است؟

$$v_i^2 - v_f^2 = a \times 2 \times n \quad v_f^2 = -(-a)(1,22) \quad v_f = -3,0 \text{ m/s}$$

۱۴- سکل زیر ۳ نظریه را شناساند و در کدام نظریه ای که از عوامل قرقوه های بین اصطکاک عبور کرده اند بهم منتهی آن نظریه ای که سطح بدون اصطکاک ک میزی خواهد دارد. جم مقطعه ها $m_A = 10 \text{ kg}$ ، $m_B = 8 \text{ kg}$ و $m_C = 4 \text{ kg}$ است. هنگامی که قطعه ها رها می شوند کشش نیز در طرف راست چقدر است؟



$$m_C g - T = m_C a$$

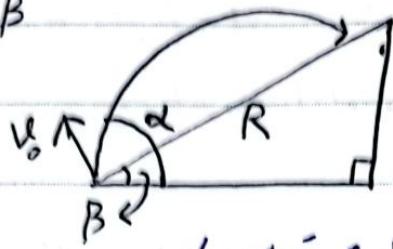
$$T_B - T_A = m_B a$$

$$T_C - m_A g = m_A a$$

$$+ \begin{cases} 100 - T_1 = 10a \\ T_1 - T_2 = 8a \\ T_2 - 80 = 4a \end{cases} \quad \left. \begin{array}{l} \xi_0 = 2.5a \\ a = \frac{\xi_0}{2.5} \end{array} \right. \quad m_A g = 100 \quad T_1 = \frac{100 - 10a}{2.5} = 80 - 4a$$

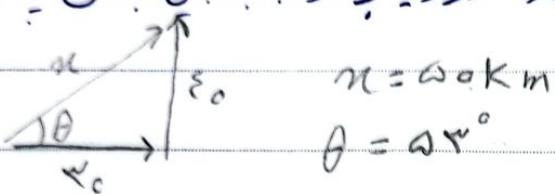
$$100 - T_1 = 10 \times 2.5 \quad T_1 = 80 - 4 \times 2.5 = 70 \text{ N}$$

$$R = \frac{V_0^2 \cos \alpha \sin(\alpha - \beta)}{g \cos^2 \beta}$$



سوالات تدریس یار

اگر جسمی روی یک جاره افقی مسافت ۳۰ کم طی کند. پس از آن به سمت شیخال مسجد و ۴۵ کیلومتر دیگر طی کند. اندازه زاویه بردار جایه جایی با افق چند است؟



تابع مکان ذره ای که روی خط راست در انتشار بردارگاهی نه حركت می کند به صورت $r(t) = r_0 + V_0 t - \frac{1}{2} a t^2$ که پارامتر ثابتی هستند. برداری ثابت در مختصات است. بردار (t) را بروزت آورید.

$$\vec{v} = V_0 - at$$

تابع سرعت ذره ای $\dot{r}(t) = b t \hat{i} + c t \hat{j}$ بیان شده است که در آن $b = 3 \frac{m}{s^2}$ و $c = -4 \frac{m}{s^2}$. سرعت ذره را در $t=1$ به دست آورید.

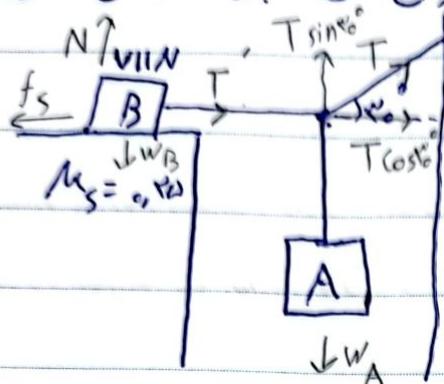
$$v_i = 3\hat{i} - 4\hat{j} \rightarrow 0 \frac{m}{s}$$

$$a(t) = b t \hat{i} + c \hat{j}$$

$$v_{\infty} = 3\hat{i} - 4\hat{j} \rightarrow$$

$$a(1) = 3\hat{i} - 4\hat{j} \quad a(3) = 1\hat{i} - \hat{j}$$

۲۵- وزن قطعه B در شکل برابر $\frac{VII}{N}$ است. ضرب اعطا کر جسمی میخواهد θ را با زاویه 45° بگیرد. وزن قطعه A در ناحیه میان قطعه و گره افق در نظر گیرید. بیشینه وزن قطعه A را که به ازای آن مجموع در محل سکون خواهد بود به دست آورید.



$$T \sin 45^\circ - w_A = 0 \quad \leftarrow A$$

$$N - w_B = 0 \quad \leftarrow B$$

$$f_s - T' = 0$$

زمانی بینیم که f_s بینیم اس که w_A بینیم باشد.
 $T = T \cos 45^\circ$ \leftarrow $=$ افق

$$f_{s\max} = \mu_s N \Rightarrow f_{s\max} = \mu_s w_B$$

$$T - f_s = 0 \rightarrow T \cos 45^\circ - VII \times \frac{1}{\sqrt{2}} = 0 \rightarrow T = 178,0 \sqrt{3} = 309 N$$

$$309 \times \frac{1}{\sqrt{2}} - w_{A\max} = 0 \rightarrow w_{A\max} \approx 105 N$$

۲۶- در شکل ۳ صندوق را شاند که باوارد آوردن یک نیروی افقی $F_{\text{اف}} = F$ روی یک سطح بتنی به جلو هم راهنمی شود. جرم های صندوق ها $m_2 = 10 \text{ kg}$, $m_1 = 30 \text{ kg}$ و $m_3 = 20 \text{ kg}$ است. ضرب اعطا کر جسمی میخواهد θ را با زاویه 45° بگیرد.

$$F_{\text{اف}} - f_{K\beta} = m_w a \quad \text{(۱)} \rightarrow a = \frac{F - \mu_K g (m_1 + m_2 + m_3)}{m_1 + m_2 + m_3} \quad \text{است.}$$

الف) برگی نیروی $F_{\text{اف}}$ که صندوق ۲ را درمی آوردی

$$\begin{aligned} F &\uparrow \mu_K = 0.1 \\ F_{\text{اف}} &= 44 N \end{aligned}$$

$$F - f_{K\beta} = (m_1 + m_2 + m_3) a$$

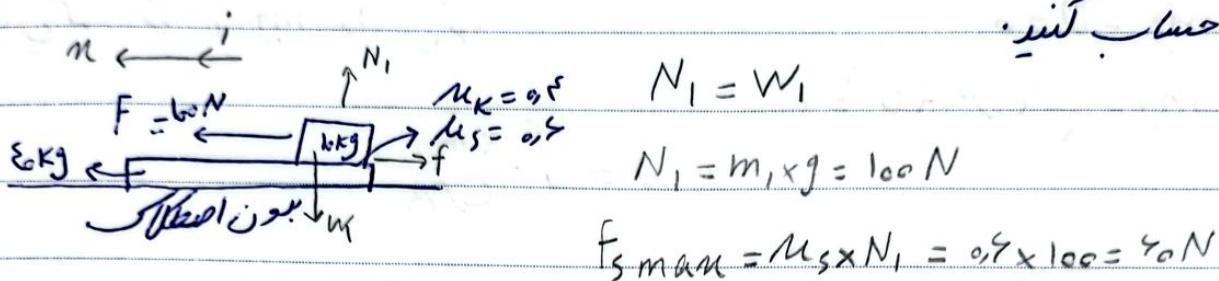
$$f_{K\beta} = \mu_K g (m_1 + m_2 + m_3) \quad \text{(۱)}$$

ب) آگر این صندوق ها بعد از این سطح روی سطح صاف تری زار گردند و μ_K کمتر باشد آنرا مقدار $F_{\text{اف}} = 44 N$ بینیم شود، کمتری شود با ثابتی مانند؟

$$F_{\text{اف}} = \frac{m_w [F - \mu_K g (m_1 + m_2 + m_3)]}{m_1 + m_2 + m_3} + \mu_K g m_w = \frac{m_w F}{m_1 + m_2 + m_3}$$

Fatima به ضرب اعطا کر بستانی ندارد و با تغییر این ضرب ثابتی نداشت.

در شکل تیغه ای به جرم $m = 5 \text{ kg}$ روی سطح بیرون از صکلهای در حال سکون قرار گرفته است و قوه ای به جرم $M = 10 \text{ kg}$ روی آن گذاشته شده است. ضریب اصطکاک ایستادی بین قطعه و تیغه کوچک و $\mu_s = 0.4$ است. قوه ای به جرم $F = 100 \text{ N}$ افقی بسمت چپ از کشید. شتاب های حاصل برای (الف) قطعه و (ب) تیغه را حساب بدارهای که حساب کنید.



قانون دینامیک برای جسم بالایی: $f > f_{s\max}$ \Rightarrow جسم در حال حرکت است و اصطکاک جنبشی است.

$$f_K = \mu_K \times 100 = 50 \text{ N}$$

$$100 - f_K = m_1 a_1$$

$$40 = a_1 \times 10 \rightarrow a_1 = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

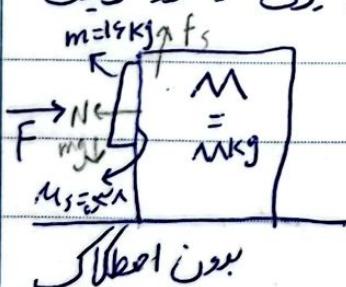
$$\vec{a}_1 = 4\hat{i}$$

برای جسم بالایی $a = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ است و عکس الگانی f_K

$$40 = \mu_K \times a \rightarrow a = 1.5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\vec{a}_2 = 1\hat{i}$$

۳۰) دو قطعه ای که در شکل نشان داده شده اند $m = 5 \text{ kg}$ و $M = 10 \text{ kg}$ به یکدیگر متصل شوند. ضریب اصطکاک ایستادی بین آن ها $\mu_s = 0.3$ است و لی سطح زیرین قطعه بزرگتر بروند ایستادی بین قطعه کوچکتر از سطح تمام قوه ای بزرگتر چقدر است؟



$$F = (m+M) a \rightarrow a = \frac{F}{m+M}$$

مشترک داریم

قانون دوم نیوتن:

برای جسم کوچکتر:

$$mg - f_s = 0$$

اعمال نمود

$$F - N = ma \rightarrow F - N = \frac{m}{m+M} F$$

$$N = \frac{MF}{m+M}$$

$$mg - \frac{\mu_s M F_{min}}{m+M} = a \rightarrow F_{min} = \frac{mg(m+M)}{\mu_s M}$$

$$D = \frac{1}{2} C_D \rho A V^2$$

سرعت \rightarrow
جسم \downarrow
سطح مقطع \rightarrow شکل
ثابت پس کشی
جسم منحرک.

نیروی پس کشی:

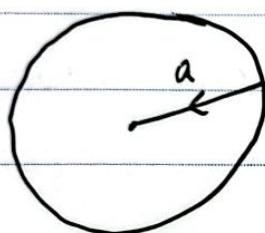
سرعت حدی (حد):

$$mg - D = 0$$

جایی که $D = mg$ برابر شود

$$mg - \frac{1}{2} C_D \rho A V^2 = 0$$

$$V = \sqrt{\frac{2mg}{C_D \rho A}}$$



$$a = \frac{V^2}{r} \rightarrow F = m \frac{V^2}{r}$$

نیروی مرکزگرایانه:

سرعت حد تاکتیکی باز سقوط آزاد در وضعيت عتماب بال کمترین $160 km/h$ و در وضعيت شرایط $100 km/h$ است. به فرض آن که خودرو پس کشی (او تغییر تاکتیک نسبت سطح مقطع مؤثر در وضعيت کند) زیاد باشد.

$$mg - D_1 = 0 \quad D_1 = D_2$$

$$\frac{1}{2} C_D \rho A_1 V^2 = \frac{1}{2} C_D \rho A_2 V^2$$

$$mg - D_2 = 0$$

$$A_1 V^2 = A_2 V^2$$

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{V_2^2}{V_1^2} \quad \frac{A_1}{A_2} \approx 4$$

نسبت نیروی پس کشی وارد بر جی که با سرعت $1000 km/h$ در پرواز است به نیروی پس کشی هواپیمای ملخی که با خصیقت آن سرعت در حال حرکت است برابر است. (چگالی در ارتفاع $10 km = 1.228 \frac{kg}{m^3}$ و در ارتفاع $10000 m = 0.67 \frac{kg}{m^3}$ فرض کنید) (و همکسان است).

$$D_1 = \frac{1}{2} C_D \rho A_1 V^2$$

$$\frac{D_1}{D_2} = \frac{0.28}{0.16} \times \frac{16}{1000} \approx 2$$

$$D_2 = \frac{1}{2} C_D \rho A_2 V^2$$

۰۹ - در شکل گلوله ای به جرم $1,34\text{ kg}$ را به کمک دورنگه نمایم. جرم و باطله های بین
به کمک میدان قائم در حال بررسی سنتایم. نمایم که به مادله $D=1,7\text{ m}$ از طبقه
به صورت سنتایم اند و حالت کشیده دارند. مقادیر نیروی لشش در نمایانه N است.

$$T \sin 30^\circ = \mu mg + T_x \quad \text{and} \quad T \cos 30^\circ = T_y$$

$$\frac{T}{2} \sin 30^\circ = \mu mg + \frac{T}{2} \cos 30^\circ \quad \Rightarrow \quad T = 2\mu mg + T \cos 30^\circ$$

$$T = 2\mu mg + T \cos 30^\circ \quad \Rightarrow \quad T = 2\mu mg / (1 - \cos 30^\circ) = 1.2\text{ N}$$

الف) کشش نمایسی $\lambda/2\text{ N}$

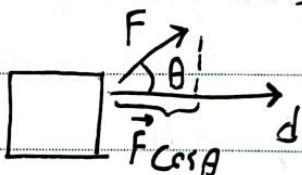
$$T_1 \sin 30^\circ - T_x \sin 30^\circ - mg = 0 \quad \text{and} \quad T_1 \cos 30^\circ + T_x \cos 30^\circ = ma$$

$$ma \approx \lambda v \quad a = \frac{\lambda v}{m} \approx \frac{2\text{ N}}{1.34\text{ kg}} \approx 1.5\text{ m/s}^2 \quad r = 1.7 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 1.46\text{ m}$$

ب) سرعت حرکت گلوله $v = 4\text{ m/s}$

$$K = \frac{1}{2} m v^2 \quad \text{از زی جنبشی و کار:}$$

$$W = \vec{F} \cdot \vec{d} = F \cdot d \cdot \cos \theta$$



$$\text{ واحد: } J \text{ نویل} \quad \perp J = \frac{1}{2} \frac{\text{kg m}^2}{\text{s}^2}$$

قضیه کار و از زی جنبشی:

$$W = \Delta K$$

$$\frac{dU}{dt} = \frac{dU}{dx} \times \left(\frac{dx}{dt} \right) = U \frac{dU}{dx}$$

$$W = Fx$$

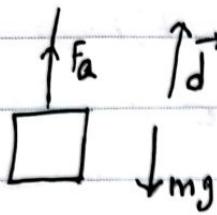
$$dw = F dx \quad dw = m U \frac{dU}{dx} dx \quad F = ma$$

$$\int_{w_0}^w dw = \int_{U_1}^{U_2} m U dU$$

$$F = m \frac{dU}{dt} = m U \frac{dU}{dx}$$

$$w = \frac{1}{2} m U_2^2 - \frac{1}{2} m U_1^2 = K_2 - K_1 = \Delta K$$

کار نیوی گرانش : در بالا رفتن :



با فرق سرعت ثابت
 $\Delta K = 0$

$$w_g = mgd \cos R$$

$$w_g = -mgd$$

$$w_a = -w_g$$

$$w_a = mgd$$

$$w_g = mgd \cos \theta \leftarrow$$

$$w_g = mgd$$

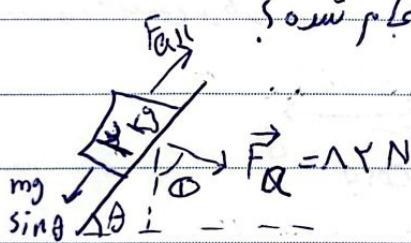
$$w_a = -mgd$$

در شکل با طرد آوردن نیوی ثابت \vec{F}_a به بزرگ $82N$ و تخت زاویه

$\Theta = 55^\circ$ درجت کفتشی به جم و $2kg$ آن را با سرعت ثابت روی سطح شیبدار بدون اصطکاک بالا می بینیم. همانگاه از جمعه $h = 1.10m$ ناچاله قائم \vec{F}_a به طرف بالا

جا بهجا شده باشد جقدرت کار رعی جمعه توسط \vec{F}_a انجام شود؟

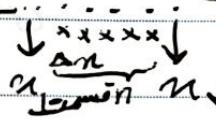
$$w_a = mgd = 2 \times 10 \times 0.10 = 4,0 J$$



$$w = \vec{F} \cdot \vec{d}$$

ثابت

کار نیوی متغیر با مکان :



$$\Delta w_i = F_i \Delta x_i$$

$$w \equiv \sum \Delta w_i = \sum_{i=1}^n F_i \Delta x_i;$$

$$w = \lim_{\Delta x_i \rightarrow 0} \sum_i F_i \Delta x_i = \int_{x_i}^{x_f} F(x) dx$$

$$w = \int_{x_i}^{x_f} (-Kx) dx = -\frac{1}{2} Kx^2 \Big|_{x_i}^{x_f}$$

کار نیوی فز:

$$= \frac{1}{2} Kx_i^2 - \frac{1}{2} Kx_f^2$$

$$w = -\frac{1}{2} Kx^2$$

تغییراتی وارد بر جسمی به جرم 9 kg که درجهت مثبت محور x در حال حرکت است، مؤلفه ای به اندازه $F_x = -4\text{ N}$ دارد که در آن x بر حسب متر است. سرعت جسم در $x=4\text{ m}$ برابر m_1 است.

$$\frac{1}{2}m_1 V_1^2 - \frac{1}{2}m_2 V_2^2 = \frac{1}{2}K(4)^2 - \frac{1}{2}K(3)^2 \quad ? \quad m_2 = 4m_1 \quad V_2 = 2V - 4 \quad V_1 = \sqrt{44} \approx 6.67 \text{ m/s}$$

$$\frac{1}{2}m_1(0)^2 - \frac{1}{2}m_2(1)^2 = \frac{1}{2}4(3)^2 - \frac{1}{2} \times 4(m_1)^2 \quad 20 - 4 = 2V - 3m_1^2$$

$$m_1 = \sqrt{22} \approx 4.7 \text{ m}$$

توان (Power): سرعت انعام کار با سرعت مصرف انژری

$$P_{avg} = \frac{W}{\Delta t} \rightarrow \text{توان متوسط} \quad P = \frac{dW}{dt} \rightarrow \text{توان} \quad \text{لحظی}$$

$$\frac{J}{s} \rightarrow W \quad \text{لیکای توان} \quad \text{دات} \quad 1 \text{ hp} = 746 \text{ W} \quad (\text{اسب بخار})$$

$$W = F \cdot n \cdot \cos \varphi \quad P = \frac{dW}{dt} = F \cdot \cos \varphi \underbrace{\frac{dn}{dt}}_{\text{ع}} = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

$$P = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

ذره ای را در نظر گیرید که در حال که در انداد محور x در حرکت است نسبت
ثابت نزدیکی $\vec{F} = (Cx - 4x) \hat{i}$ قرار گیرد که F بر حسب N و x مقیار
نماید. آنکه سرعت انژری جنبشی ذره در نقطه $x=0$ و $x=20$ نسبت است.

$$W = \int_{x_1}^{x_2} F(x) dx = \int_0^{20} (Cx - 4x) dx = \int_0^{20} Cx dx - \int_0^{20} 4x dx$$

$$= \frac{C}{2}x^2 \Big|_0^{20} - \frac{4}{2}x^2 \Big|_0^{20} = \frac{9C}{2} - (2V_0) = \frac{9C}{2} - 2V$$

Fatima $w = \Delta K = \frac{9C}{2} - 2V = K_2 - K_1 = 11 - 9 = -9$

$$\frac{9C}{2} - 2V = -9 \quad \frac{9C}{2} = 1V \rightarrow C = 4$$

$t=0$

ماشین زاده رتاریک مکرر که سمت ای بهم Ekg را از مکان اول $\vec{r}_1 = (0, 0) \hat{i} + (0, 0) \hat{j} + (0, 0) \hat{k}$ به مکان $\vec{r}_2 = (12m) \hat{i} + (12m) \hat{j} + (0, 0) \hat{k}$ دارد. نیروی ثابتی که این ماشین بر سمت وارد می‌کند $\vec{F} = 2N\hat{i} + 4N\hat{j} + 4N\hat{k}$ برابر است / $W = \vec{F} \cdot \vec{d} = 12 + 48 + 48 = 108 \text{ J}$ اگر نیروی ماشین روی سمتی

$$P_{avg} = \frac{W}{\Delta t}$$

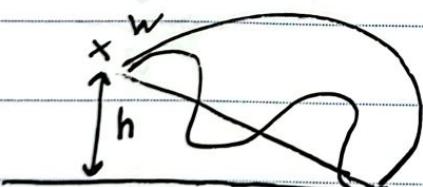
$$= \frac{108}{12-0} = 8.1^3 \text{ W}$$

در لحظه ای معین بر حسب زوایه گزایی که با سرعت $\vec{V} = -2m/s \hat{i} + 4m/s \hat{j} + 0 \hat{k}$ در حرکت است نیرو $\vec{F} = 4N\hat{i} - 2N\hat{j} + 4N\hat{k}$ وارد می‌شود. آنگاه لحظه ای کار انجام شده توسط این نیرو چقدر است؟

$$P = \vec{F} \cdot \vec{V} = -8 - 0 + 32 = 24 \text{ W}$$

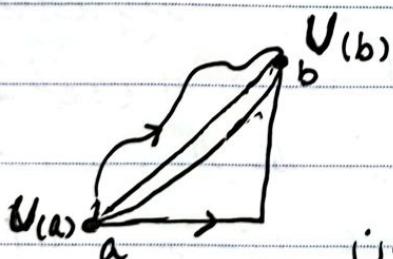
با این دلیل زاده رتاریک که در آن جسم فقط حرکت را داشتی و دارای چهل سرعت آگر نیروی وارد ب تحییر بخورد و توان لحظه ای ۲۷۱۶ باشد سرعت جسم چقدر و درجه چهار است؟

$$\vec{V} = V_y \hat{j} \quad P = -2V_y = -12 \quad \rightarrow V_y = 6 m/s \rightarrow \text{در راستای y}$$



$$Wh = \frac{1}{2} m V^2$$

از شی پیانسیل:



$$W_{ab} + W_{ba} = 0$$

نیروی پاسیو (Conservative): نیروهایی که کارشناس به مسیر حرکتشان وابسته نیست.

* شرط لازم برای تعریف شدن پتانسیل برای یک نیرو این است که آن نیوپاسیتار باشد.

$$\nabla \times \vec{F} = 0 \quad *$$

(خارج از درس)
منوم جدیدی
بهم

محاسبه پتانسیل کرانشی:

$$U_B - U_i = -w = - \int_{x_i}^{x_f} F(x) dx$$

$$U_f - U_i = - \int_{y_i}^{y_f} (-mg) dy \quad U_f - U_i = mg (y_f - y_i)$$

$$\Rightarrow \text{اگر پتانسیل مبدأ را بـ} U_i \text{ در نظر نگیریم \Rightarrow } U_f = U = mg y$$

$$\Delta U = -w$$

پتانسیل کششی:

$$U_f - U_i = \frac{1}{2} K x_f^2 - \frac{1}{2} K x_i^2$$

$$\Rightarrow \text{اگر } x_i \text{ و } x_f \text{ برابر فرض شود} \rightarrow U = \frac{1}{2} K x^2$$

قطبهای به جرم $m = 2\text{kg}$ از ارتفاع $h = 40\text{cm}$ روی قفسی با ثابت نیروی $K = 1970 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ قرار گرفته باشد (شکل زیر). حرکاتر مقدار غشکرگی قفر را بدست آورید.

$$U_g = mg(h+x)$$

$$U_s = \frac{1}{2} K x^2 \quad U_g = U_s$$

$$mg(h+x) = \frac{1}{2} K x^2$$

Fatima

$$100x - 2x - 0,1 = 0 \quad x = \frac{-\pm\sqrt{4+320}}{2 \cdot 8} = 0,1 \text{m} \quad 9,86 \text{ N/kg}$$

$$E = K + U$$

از زیری مکانیکی کل :

$$\Delta E = \Delta K + \Delta U \Rightarrow W - W = 0$$

در وضعيتی که آنلاjf وجود نداشت باشو از زیری مکانیکی کل پایسنت است $\Delta E = 0$

$$\Delta U = -\Delta K \quad U_2 - U_1 = K_1 - K_2$$

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

در شکل فری یافت نمودی $K = 1V_0 \frac{N}{m}$ در بالای سطح شیبار بون اصطلاحی به زاویه شب $37^\circ = \theta$ نشان داده ایم. آنهاي آزاد فری در حالت تحاری از جي تسبیب با اندازه $1m$ فاصله دارد که قوهی بجهنم $2kg$ را در مقابل آنهاي آزاد فری میگذاریم و به حرارت روی فری فستاریم $2m$ فشرده شود. سپس آن را از حال سکون رهايی کنیم.

$$E_1 = U_s + U_g \quad E_1 = \frac{1}{2} K u^2 + mgh \Rightarrow$$

الف) سرعت قوهی وقتی فری به طول تحاری بازیگردد

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 1V_0 \times (0,12)^2 + 2 \times 10 \times 0,12 = 0,18 \quad E_2 = \frac{1}{2} \times m \times u^2 \rightarrow U = \sqrt{0,18} = 2,8 \text{ m/s}$$

ب) سرعت قوهی وقتی به بیانی سطح شیباری رسید

$$E_2' = E_0 \quad mgh + \frac{1}{2} m u^2 = \frac{1}{2} m u'^2$$

$$2 \times 10 \times (1 \times 0,8) + 0,18 = \frac{1}{2} m \times U_2' \quad U_2' = \sqrt{16,18} = 4,0 \text{ m/s}$$

به دست آوردن نرو از تابع پایاسیل :

$$\frac{dU}{dx} = F(x)$$

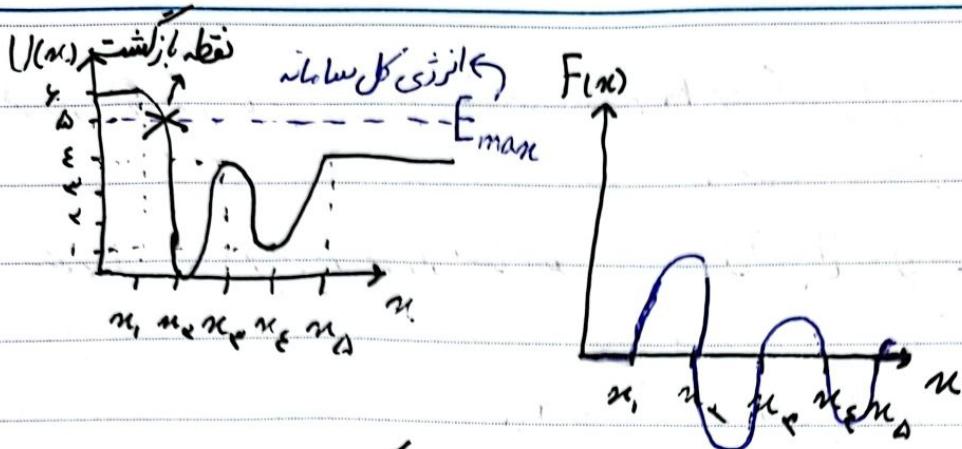
$$U(x) = - \int f(x) dx$$

$$dU = f(x) dx$$

$$F(x) = - \frac{dU(x)}{dx}$$

$$dU = \int F(x) dx$$

$$U = \frac{dF(x)}{dx}$$



* نمودار (n) ا بالا کی نمودار ریاضی است. از نظر فیزیکی بخش هایی از نمودار که (n) ا بالاتر از E_{max} است وجود ندارد و قابل قبول نیست.

* به تعاطی که در آن ها نمودار (n) ا E_{max} راقطع می کند، «(نقطه بازگشت)» اطلاق می شود. $E = U \rightarrow K = 0 \leftarrow$

* در تعاطی که تابع (n) ا آلتزم می دهد، نیروی برآیند $(F(x))$ صفر است.

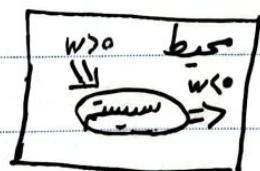
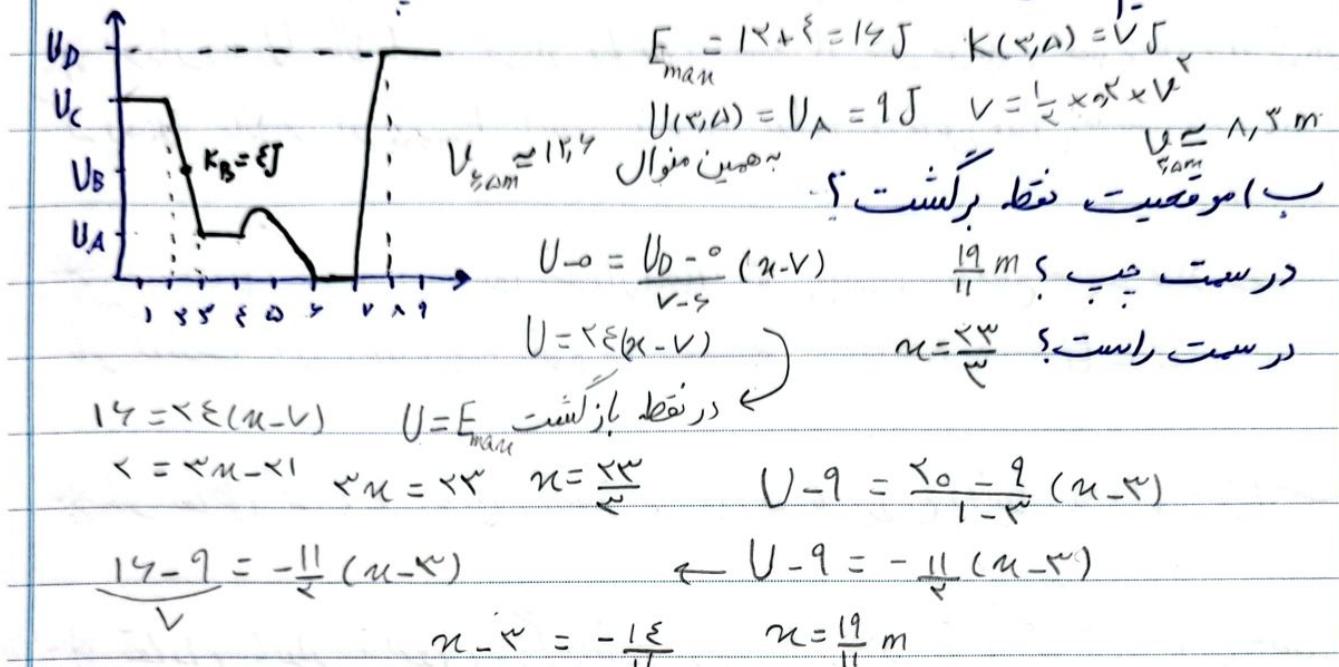
* تعادل پایدار: نیروی بازگرداننده وجود دارد. (در تعاطی که تابع (n) ا مینیمم نسبی می دهد تعادل پایدار داریم.) (اگر $x > 0 \leftarrow x \leftarrow x < 0 \leftarrow$ (نیست) در مقادیر تابع ثابت نیست) n نقطه تعادل)

* تعادل ناپایدار: نیروی دورگشته وجود دارد. (در تعاطی که تابع (n) ا مکالمیم نسبی می دهد در مقادیر تابع ثابت نیست) رخ می (هد) $(x = x_m)$

* تعادل های پایدار و ناپایدار و نیروها مشان به حضن جایه جایی از خنثیت تعادل وارد عمل می شوند.

* تعادل بی تفاهت \rightarrow در تعاطی رخ می دهد که تابع (n) ا مقادیر ثابت دارد. $(n > n_m)$

نمودار از زی پیاسنسل لازمه ای به جم ۲ کیلوگرم که بر اثر یک نیروی پایسیار فقط در امتداد محور x قادر به حرکت است بحسب در شکل شناس را داشته. بعضی از مخادر این نمودار عبارتند از: $J_A = 9$ لاملا $J_B = 4$ لاملا. ذره ای را در نقطه ای که تابع لازمه پیاسنسلی به ارتفاع $J_B = 12$ لاملا همی سازد و $K_B = 4$ نیوتن دارد رها کنیم. سرعت ذره در $x = 3$ لاملا و $x = 7$ لاملا چقدر است؟



قرارداد:

از زی مکانیکی متغیر: در تحریف یک مطحع است.

$$E_f = E_i - W_f = E_i + \Delta E_{\text{int}}$$

قدرت مطلق کار انداخت

$$E_f + W_f = E_i$$

نیوی اتفاق به بزرگی 25 N بر قطعه ای به جم ۴ کیلوگرمی بیوی روی سطحی بیوی $\mu_K = 0,6$ مواردی شود.

الف) هنگامی که قطعه 3 m روی گرفت جای بای شود این نیروی وارد شده روی سیستم قطعه گرفت

$$W = F \cdot d = 25 \times 3 = 75 \text{ J}$$

چند کار انجام می (دهد)

$$W_f = F_k \cdot d = \mu_K \times M g \times d = 0,6 \times 10 \times 5 \times 3 = 90 \text{ J} \rightarrow \text{کل افزایش از زی گرفت} \rightarrow J = 75 + 90 = 165 \text{ J}$$

اگر از زی گرمایی این قطعه حین طبقه باشد افزایش از زی گرمایی زیرین

$$Q_{\text{کل}} = Q_{\text{جسم}} + Q_{\text{کف}} = 75 + 45 = 120 \text{ J}$$

$$W_{\text{کف}} = \Delta K = 120 - 90 = 30 \text{ J}$$

افزایش، از زی، جنبشی، قطعه چند است؟

با قطعه ای به جرم 2kg بر قدر افقی منتشر کرده و آن را 15cm فشرده می کنیم. در این حالت آگر قطعه و قدر را بحال خود رها کنیم قطعه را روی سطح میز بچلو می نهارند. قطعه در فاصله 15cm از محل رها شدن متوقف می شود.

ضریب اصطکاک جنبشی بین قطعه و سطح میز چقدر است؟ $K = \frac{\mu}{m}$

$$E_i + W_f = E_f \quad E_i = U + Kd \quad \frac{1}{2}Kd^2 = m_K \times mg \times d$$

$$E_f = 0 \quad E_i = -W_f \quad \frac{1}{2}Kd^2 = m_K \times 10 \times 10 \times 10^{-2} \quad m_K = \frac{3 \times 10^{-1}}{2} = 0.15$$

$$W_f = m_K \times mg \times d$$

در شکل قطعه ای را از ارتفاع $40\text{cm} = d$ و از حالت سکون روی سطح شیبار بعد اصطکاکی رها کرد این قطعه پس از طی این سطح شیبار به سطح افقی به طول $\frac{d}{2}$ و با ضریب $K = 0.15$ متوقف شد. اگر این قطعه در آخر این مسیر افقی همان در حال حرکت باشد به سطح شیبار بدون اصطکاک بگری به ارتفاع $\frac{d}{2}$ بر سر واز آن جاهم به سطح افقی پائین تری به طول $\frac{d}{2}$ و با $m_K = 0.15$ بوارد می شود. در پایان مسیر این سطح افقی هم اگر همچنان دارای حرکت باشد از سطح شیبار بدون اصطکاک سوم بالا می روید تا موقعتاً در نقطه ای متوقف می شود. محل توقف در کجاست؟ (شکل در صفحه بعد)

$$E_f = mg h \quad E_i = mg(d + d) = mg \cdot \frac{3d}{2} \quad (H \text{ افقی اینکه } H \text{ وجود دارد})$$

ب) آگر محل توقف آگر سطح افقی باشد مشخص کنید در کدام باید است و خاطره آن از لب سمت چپ سطح افقی چقدر است؟

$$|W_f| = m_K mg \times \frac{3d}{2} = 0.15 \times mg \times \frac{3d}{2} \quad H = \frac{3d}{2} = 45\text{cm}$$

$$E_i = E_f + |W_f| \quad \frac{mgd}{2} = mgH + \frac{3mgd}{2} \quad (*)$$

ش) آگر قطعه به سطح شیبار بر سر ارتفاع توقف (H) از سطح افقی پائینتر بودست آورید \rightarrow چون H وجود دارد و از نظر فیزیکی تنایق نداریم پس

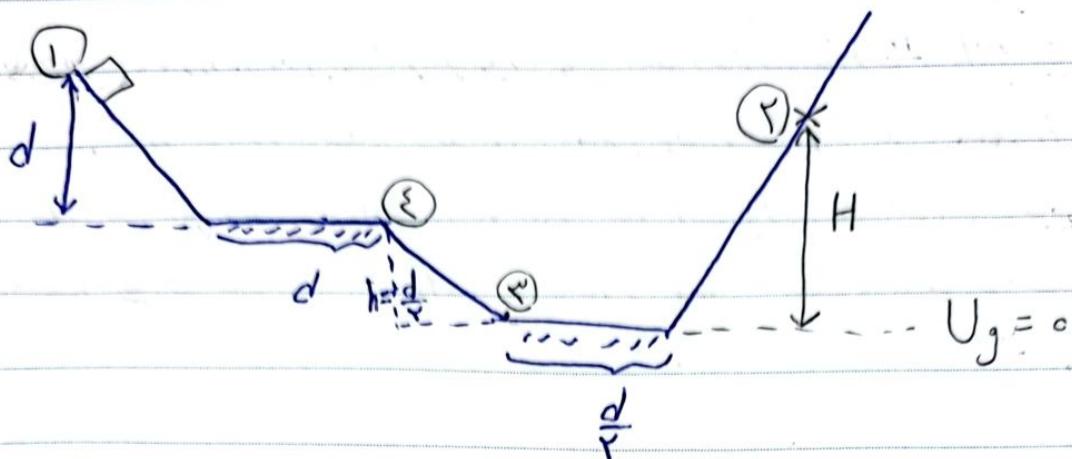
جسم روی سطح شیبار سوم متوقف می شود

$$|W_f| = \frac{mgd}{2} \quad \frac{1}{2}mg x_{max} = \frac{mgd}{2}$$

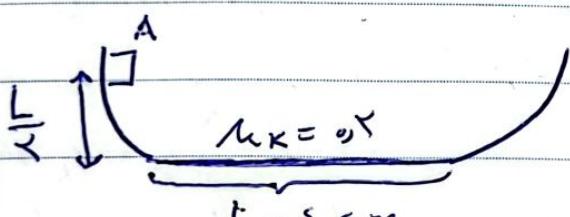
ج) آگر خطای در نظر نگیریم توقف نهایی در $(*)$ است.

$$E_f + W_f = E_i \quad E_f + \frac{1}{2}mg \frac{d}{2} = \frac{mgd}{2}$$

$$x_{max} = \frac{3d}{2} \quad E_f = \frac{mgd}{2} = E_i \quad (*)$$



ذره ای را در تظر گذیر که روی مسیری با بخش مرکزی تخت و کناره های خمیده مطا به شکل می تواند لغزان را شده باشد. طول بخش تخت مسیر $L = 40\text{cm}$ است. کناره های لبه دار مسیر بعومن اصطکاک هستند ولی $\mu_K = 0.2$ (در بخش تخت مسی است). ذره را در نقطه A به ارتفاع $\frac{L}{2} = h$ از حالت سکون رها می کنیم. این ذره سرایجام درجه فاصله ای از لبه چپ بخش تخت مسیر متوقف می شود؟



$$E = mg \frac{L}{2} \rightarrow \text{انرژی مکانیکی کل}$$

$$|W_f| = \mu_K mg x_{max} \rightarrow \text{آلفا کل}$$

$$\mu_K mg x_{max} = mg \frac{L}{2}$$

$$x_{max} = \frac{L}{\mu_K} = 20\text{cm}$$

فاصله نقطه متوقف از لبه چپ = $x_{cm} = \frac{L}{2} - x_{max}$

m_0

$\bullet m_1 (x_1, y_1, z_1)$

مرکز جرم :

((center of mass)
(com))

$\overset{\bullet}{m}_0$

$\bullet m_1 (x_1, y_1, z_1)$

$\overset{\bullet}{m}_\xi$

$\bullet m_\omega$

$$\text{باید جسم:} \quad m_{com} = \frac{m_1}{M} x_1 + \frac{m_2}{M} x_2 + \dots$$

(مثال) ذره ای

$$+ \frac{m_3}{M} x_3$$

$$* m_{com} = \frac{\sum_i m_i x_i}{M}$$

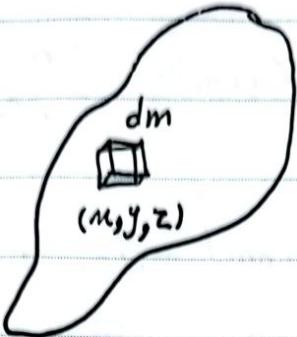
ل و ح هم به همین صورت بدست می آید.

$$x_{com} = \frac{\int x dm}{M}$$

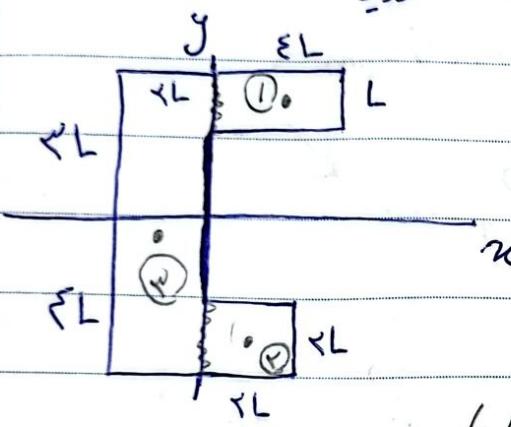
* بلاس اجسام غیر زرهای (واقعی):

$$y_{com} = \frac{\int y dm}{M}$$

$$z_{com} = \frac{\int z dm}{M}$$



محضه های الف) x و ب) y مرکز جرم ورق مکنواحت نشان داده شده در شکل را در حالت که $L = 0\text{cm}$ باشد بدست آورید.



$$x_1 = \frac{1}{2}L, y_1 = \frac{1}{2}\epsilon L$$

$$m_x = L, y_x = -\frac{1}{2}L$$

$$m_y = -L, y_y = -\frac{1}{2}\epsilon L$$

$$6A = m$$

$$m_1 = 6A_1 = \frac{1}{2}L^2 \sigma$$

$$m_2 = \frac{1}{2}L^2 \sigma$$

$$m_3 = \frac{1}{2}L^2 \sigma$$

$$x_{com} = \left(\left(\frac{1}{2}L \right) \left(\frac{1}{2}L \right) + \left(\frac{1}{2}L \right) \left(L \right) + \left(\frac{1}{2}L \right) \left(-L \right) \right) \times$$

$$x_{com} = -\frac{1}{2}L = -\frac{L}{11}$$

$$\frac{1}{2}L + \frac{1}{2}L + \frac{1}{2}L$$

$$y_{com} = \left(\left(\frac{1}{2}\epsilon L \right) \left(\frac{1}{2}\epsilon L \right) + \left(\frac{1}{2}\epsilon L \right) \left(-\frac{1}{2}\epsilon L \right) + \left(\frac{1}{2}\epsilon L \right) \left(-\frac{1}{2}\epsilon L \right) \right) \times = -\frac{9L}{22}$$

قانون دوم نیوتن برای سیستم از نزدات:

$$x_{com} \hat{i} = \frac{\sum m_i x_i \hat{i}}{M}$$

$$z_{com} \hat{k} = \frac{\sum m_i z_i \hat{k}}{M}$$

$$y_{com} \hat{j} = \frac{\sum m_i y_i \hat{j}}{M}$$

$$x_{com} \hat{i} + y_{com} \hat{j} + z_{com} \hat{k}$$

$$\left(\sum_i m_i (x_i \hat{i} + y_i \hat{j} + z_i \hat{k}) \right) \times \frac{1}{M}$$

$$*\vec{r}_{com} = \frac{\sum_i m_i \vec{r}_i}{M} \quad *P_{\cancel{F}} = M \vec{V}_{com}$$

$$M \vec{r}_{com} = \sum_i m_i \vec{r}_i = m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2 + \dots$$

$$M \vec{V}_{com} = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 + \dots \rightarrow F_{net} = M \vec{a}_{com}$$

$$M \vec{a}_{com} = \underbrace{m_1 \vec{a}_1}_{F_1} + \underbrace{m_2 \vec{a}_2}_{F_2} + \dots$$

قانون دوم نیوتن برمبنای لگانه:

$$\frac{d \vec{P}}{dt} = \frac{d(m \vec{v})}{dt} = m \frac{d \vec{v}}{dt} = m \vec{a} = \vec{F}$$

آهنگ زمان تغیرات لگانه خطی
کل ذره برابر برآیند نیروهای وارد شده
بر کل ذره است

$$*\vec{F} = \frac{d \vec{P}}{dt} \longrightarrow$$

برای سیستم از ذرات:

$$\vec{P}_{\text{کل}} = \vec{P}_1 + \vec{P}_2 + \dots$$

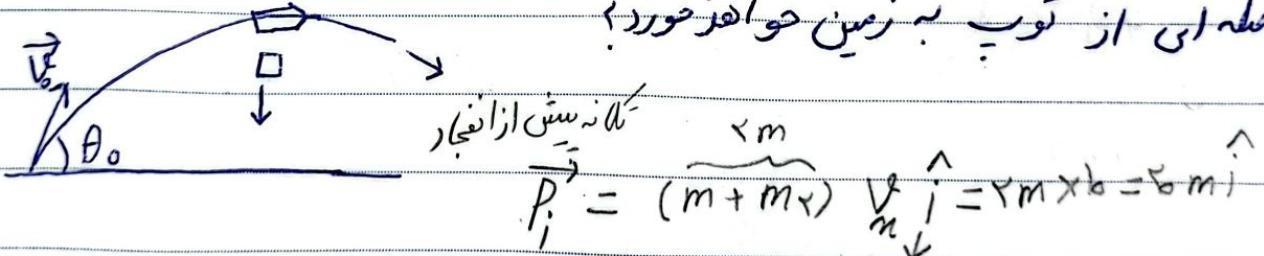
$$\frac{d\vec{P}_{\text{کل}}}{dt} = \underbrace{\frac{d\vec{P}_1}{dt}}_{F_1} + \underbrace{\frac{d\vec{P}_2}{dt}}_{F_2} + \dots = \vec{F}_{\text{net}} \quad \vec{F}_{\text{net}} = \frac{d\vec{P}_{\text{کل}}}{dt}$$

(Conservation of Linear momentum) با استثنای زمان خط

$$\vec{F}_{\text{net}} = \frac{d\vec{P}_{\text{کل}}}{dt} \xrightarrow{\vec{F}_{\text{net}} = 0} \vec{P}_{\text{کل}} = \text{ثابت} \quad \vec{P}_i = \vec{P}_f$$

$$M \vec{V}_{\text{com}} = \text{ثابت} \rightarrow \vec{V}_{\text{com}} = \text{ثابت}$$

گاوله توپ با سرعت اولیه $V_0 = 20 \text{ m/s}$ و با زاویه $\theta_0 = 45^\circ$ نسبت به افق شلیک می‌شود. در اینجا مسیر مطابق شکل برآثر انقباض را دو کله با جرم های متساوی تقسیم شود. کلی از کله ها که سرعت بعد از انقباض دارد سقوطی کند بافرضی آنکه سطح زمین تراز و نیروی پس کشی هوا تأثیر نداشت. کله دوم درجه حرارتی از توب بزمین خواهد خورد؟



$$\vec{P}_i = (m + m') \vec{V}_i = (m + m') V_0 \cos \theta_0 \hat{i}$$

با اینکه
بلای کله
بزمین از اینجا
می‌شوند

$$\vec{P}_f = m \vec{V}'_m \hat{i} + m \vec{V}'_y \hat{j}$$

بنابراین
از اینجا
می‌شوند

$$\vec{P}_i = \vec{P}_f \quad \therefore m \vec{V}'_m = m \vec{V}'_y \rightarrow \vec{V}'_m = \vec{V}'_y$$

$$0 = m \vec{V}'_y \rightarrow V'_y = 0$$

$$H_{\text{کله}} = \frac{V_0' \sin \theta_0}{g} = \frac{20 \times \frac{\sqrt{2}}{2}}{10} = 10 \text{ m} \quad -t = -\frac{1}{2} \times 10 \times t^2 + 0$$

$$t = \sqrt{2} \approx 1.41 \text{ s}$$

Fatima

$$R_y = V'_m t = 20 \times 1.41 = 28 \text{ m}$$

$$V'_y = -gt + V_0 \sin \theta_0$$

$$R_x = V'_m t = 20 \cos 45^\circ t = 20 \times \frac{1}{\sqrt{2}} \times \sqrt{2} = 20 \text{ m}$$

$$R = R_x + R_y = 20 + 28 = 48 \text{ m}$$

$$R = R_x + R_y = 20 + 28 = 48 \text{ m}$$

$$t = \sqrt{2} \approx 1.41 \text{ s}$$

توپ به جرم ۷ کیلوگرم را در نظر گیرید در حالی که با سرعت $5 m/s$ به طور افقی در راه است با دیواری همچشم برخورد می‌کند و با سرعت $2 m/s$ واگردانی شود. تغییر کلانه خط این توپ در این برخورد حصر است؟

$$\vec{P}_i = m \vec{V}_i = -m \times 5 \hat{i} = -5m\hat{i}$$

$$\vec{P}'_e = m \vec{V}'_e = m \times 2 \hat{i} = 2m\hat{i}$$

$$\Delta \vec{P} = \vec{P}'_e - \vec{P}_i = [2\hat{i} - (-5\hat{i})] \hat{i} = 7\hat{i} = 7kg \frac{m}{s}$$

در شکل مسیر رفت و برگشت یک گوی سفید بیلیارد به جرم ۱۴۰ کیلوگرم با لبه میز بیلیارد و واگش از آن را نشان داده ایم. سرعت اولیه گوی $2 m/s$ و زاویه $\theta_i = 30^\circ$ است. مؤلفه v_x سرعت گوی در واگش محکوس شود ولی مؤلفه v_y آن تغییر نماید (راهنمایی: گوی بثابت رست)

$$m V_i \sin \theta_i = m V'_e \sin \theta_e \quad \text{حصر است، } \theta_e = \theta_i = 30^\circ$$

$$m V_i \cos \theta_i = -m V'_e \cos \theta_e \quad \tan \theta_i = -\tan \theta_e \rightarrow$$

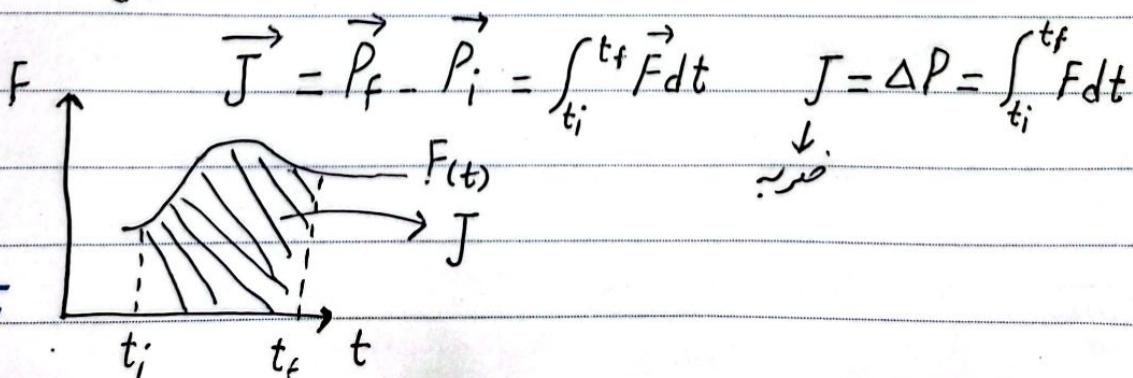
ب) تغییر کلانه خط گوی را برایک بردارهای که مشخص شده اند.

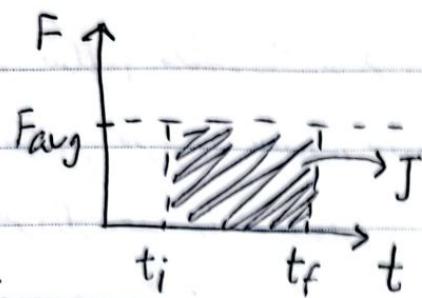
$$\vec{P}'_e - \vec{P}_i = \Delta \vec{P}$$

$$(P'_e \hat{x} + P'_e \hat{y}) - (P_i \hat{x} + P_i \hat{y}) =$$

$$= (P'_e - P_i) \hat{y} = -2 P_i \hat{y} = -2 \times 0,140 \times 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = -0,48 \frac{kg \cdot m}{s}$$

$$\vec{F} = \frac{d \vec{P}}{dt} \quad d \vec{P} = \vec{F} dt \quad \int d \vec{P} = \int \vec{F} dt \quad \text{ضریب:}$$





$$J = \int_{t_i}^{t_f} F(t) dt = F_{avg} (t_f - t_i) \quad *$$

(مقدار میانگین برای
انگرال)

توب بجرم 10 kg در راستای قائم سقوط می‌کند و با سرعت 20 m/s با کف زمین
برخورد می‌کند. سرعت اولیه واچش آن 10 m/s است.
 $J = \Delta P = (10 \times 10) - (-20 \times 10) = 40 \text{ kg m.s}^{-1}$

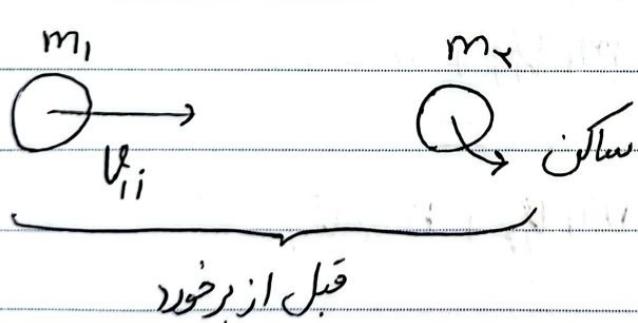
الف) ضربه وارد هب توب حين تکس بازیمین چقدر است؟

ب) اگر مرد زیان نماید با کف زمین ۲ کم را باشد نیوی متوجه شود

توب برکف زمین وارد می‌آورد چقدر است؟

$$J = F_{avg}(t_f - t_i) \quad 40 = F_{avg}(0,10) \rightarrow F_{avg} = \frac{40}{10} = 4\text{ N}$$

برخورد:



برخورد کمالاً آنکه:

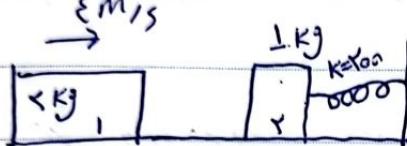
$$P_i = P_f$$

$$\begin{array}{l} \text{بعد از} \\ \text{برخورد} \end{array} : \quad m_1 + m_2 \xrightarrow{\text{V}} \quad m_1 v_{i1} = (m_1 + m_2) V$$

$$V = \frac{m_1}{m_1 + m_2} v_{i1}$$

* در برخورد، پاسیگی نکانه برقرار است ولی پاسیگی از رشی لزوماً
برقرار نیست.

در شکل قطعه ۱ به جرم ۰.۱ Kg رعنی سطحی بدون اصطکاک و در تابس با انتخابی فنری کشیده نشده باشد. ثابت $K = \frac{N}{m}$ در حال سکون قرار دارد. سرگیر فنر را به دیواری متصل کرده ایم. قطعه ۲ به جرم ۰.۳ Kg در حالی که با سرعت $v_2 = 4 m/s$ در حرکت است با قطعه ۱ برخورد می کند و دو قطعه به هم می جسبند. هنگامی که قطعات به هم جسبیده به طور لحظه ای متوقف شوند میزان خشنگی فنر چقدر است؟



$$V = \frac{m_1}{m_1 + m_2} v_{f1} = \frac{1}{2} \times 4 = \frac{1}{2} m_2$$

$$U_{\text{max}} = K \Rightarrow \frac{1}{2} K n_{\text{max}}^2 = \underbrace{\left(\frac{1}{2} \right) \times \left(\frac{m_1 + m_2}{2} \right)}_{\frac{1}{2} (m_1 + m_2) \times V^2}$$

$$n_{\text{max}} = \sqrt{\frac{4K}{m_1 + m_2}} \approx 0.5 m$$

برخورد کشسان:

$$\begin{array}{ccc} m_1 & m_2 & \\ \xrightarrow{v_{1i}} & \xleftarrow{v_{2i}} & m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} \\ m_1 & m_2 & = \\ \xleftarrow{v_{1f}} & \xrightarrow{v_{2f}} & m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f} \end{array}$$

* پاسکل از زی جنبشی (K) مختص برخورد کشسان است.

$$\frac{1}{2} m_1 v_{1i} + \frac{1}{2} m_2 v_{2i} = \frac{1}{2} m_1 v_{1f} + \frac{1}{2} m_2 v_{2f}$$

خارج از درس: این Q در برخورد کشسان

+ Q

و در سطوح بالاتر در نظر گرفته می شود.

$$V_{if} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} V_{ii} + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} V_{ei}$$

$$V_{ef} = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} V_{ei} + \frac{2m_1}{m_1 + m_2} V_{ii}$$

حالات خاص (هدف ساکن) ($V_{ei} = 0$):

$$V_{if} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} V_{ii}$$

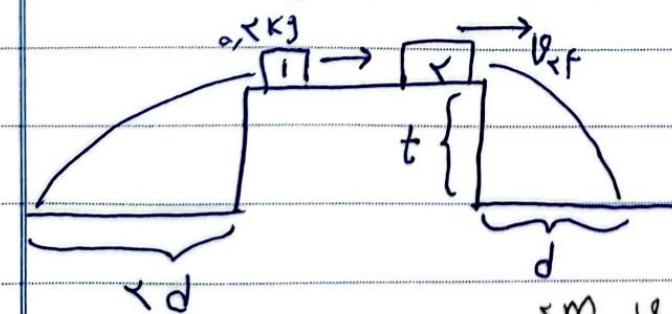
$$V_{ef} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} V_{ii}$$

$$V_{if} = 0 \quad V_{ef} = V_{ii} \quad \leftarrow m_1 = m_2 \quad \text{حالات اول:}$$

$$V_{if} = V_{ii} \quad V_{ef} = 2V_{ii} \quad \leftarrow m_1 \gg m_2 \quad \text{حالات دوم:}$$

$$V_{if} = -V_{ii} \quad V_{ef} = 0 \quad \leftarrow m_1 \ll m_2 \quad \text{حالات سوم:}$$

در شکل قرص ۱ به برم ۵ kg را روی میز بروز اصلح کنید و طرف قرص ساکن ۲ لغزانه ایم تا برخورد یک بعدی کشسان داشته باشد سپس قرص ۱ از روی میز به بیرون می‌لغزد و در فاصله d از پایی میز فرود می‌آید. قرص ۱ بر اثر برخورد دامی جرد و از آنها گلگیر میز به بیرون می‌لغزد و در فاصله d از میز فرود می‌آید. جم قرص ۲ چقدر است؟ (به عالمت ها توجه کنید)



$$d = V_{ef} \cdot t$$

$$-d = V_{if} \cdot t$$

$$-\frac{1}{2} = \frac{\frac{2m}{m_1 + m_2} V_{ii}}{\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} V_{ii}} \quad -\xi m_1 = m_1 - m_2$$

$$m_2 = \alpha m_1 = \alpha \times 5 = 1 \text{ kg}$$

Subject:

Year:

Month:

Date:

$$\vec{P}_f = \vec{P}_i$$

برخورد دو بعدی:

$$m_A \vec{V}_A + m_B \vec{V}_B = m_A \vec{V}'_A + m_B \vec{V}'_B$$

$$\begin{cases} P_{fx} = P_{ix} \\ P_{fy} = P_{iy} \end{cases}$$

$$K = \frac{1}{2} m V^2 = \frac{1}{2} m (V_x^2 + V_y^2)$$

برخورد دو جسم A و B را در نظر مایرید. سرعتهای قبل از برخورد عبارتند از: $\vec{V}_B = (-10\hat{i} + 0\hat{j}) \text{ m/s}$, $\vec{V}_A = (10\hat{i} + 30\hat{j}) \text{ m/s}$, سرعت بعد از برخورد جسم A برابر است با:

$$m_A \vec{V}_A + m_B \vec{V}_B = m_A \vec{V}'_A + m_B \vec{V}'_B \quad (10\hat{i} + 30\hat{j}) = (V'_{Bx} - 10)\hat{i}$$

$$V'_{Bx} = 10 \quad V'_{By} = 10 \rightarrow \vec{V}'_B = (10\hat{i} + 10\hat{j}) \text{ m/s} \quad + (k_0 + V'_{By})\hat{j}$$

اکل ارزی جنسی چیز تغیر نمی‌کند

$$K_i = \frac{1}{2} m_A V_A^2 + \frac{1}{2} m_B V_B^2 = (10^2 + 30^2) + ((-10)^2 + 0^2) = 220 + 900 + 100 + 0 = 1220 \text{ J}$$

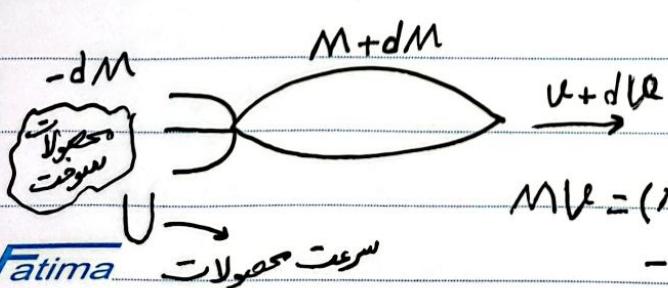
$$K_f = ((-10)^2 + 20^2) + (10^2 + 10^2) = 20 + 400 + 100 + 20 = 640 \text{ J}$$

$$\Delta K = 1220 - 640 = -580 \text{ J}$$

تسارع جم متغیر (معادله موشک):



سرعت موشک نسبت-



به محصولات جامانه

$$MV = (M+dM)(V+du) \quad \text{پرسکی}$$

$$- V dM$$

$$U = (V + dV) - V_{rel}$$

سرعت نسبی :

$$V = V' + V$$

$$V + dV = V_{rel} + U$$

سیستم کائن → $MV = MV + M dV + V_dM + dM dV$

$$-(V + dV - V_{rel}) dM$$

$$-V_dM - dV dM + V_dM$$

$$-MdV = V_{rel} dM \quad ①$$

$m \cdot a = F \rightarrow$ قانون دوم

$$\frac{-dM}{dt} = R$$

↓
rate

$$\frac{MdV}{dt} = -V_{rel} \frac{dM}{dt}$$

$T = R \downarrow V_{rel}$ ← معادله اول موشک *

(Thrust) ← $\frac{dM}{dt}$ ← معادله دوم موشک

(نیروی پیشان)

$$① \rightarrow MdV = V_{rel} dM$$

$$\int_{V_i}^{V_f} dV = -V_{rel} \int_{M_i}^{M_f} \frac{dM}{M} \rightarrow V_f - V_i = V_{rel} \ln \frac{M_i}{M_f}$$

معادله دوم موشک *

* در علم دینامیک حاصل ضرب دو دینامیک را در نظری لگاریتم (باعلات متعاقب سپیر کوچک)

موشکی را در حق فضا در حال سکون نسبت به چهارچوب مرجع لختی در نظر گیرید. قرار است که موتور این موشک را به کار بگذارد و برای بازه زمانی مخصوص روشن نگه دارد. نسبت جرم اولیه به جرم نهایی موشک چند باید شود تا سرعت اصلی موشک نسبت به چهارچوب مرجع برابر باشد.

الف) سرعت خروج محصولات سوخته شده نسبت به موشک شود؟

$$\approx \boxed{v_1}$$

$$v = v_{rel} \ln \frac{M_i}{M_f} \quad v_{rel} = v_{rel} \ln \frac{M_i}{M_f} \rightarrow \ln \frac{M_i}{M_f} = 1 \quad \frac{M_i}{M_f} = e$$

ب) در برای این سرعت خروج شود؟

$$v_{rel} = v_{rel} \ln \frac{M_i}{M_f} \rightarrow \ln \frac{M_i}{M_f} = v \rightarrow \frac{M_i}{M_f} = e^v \approx \boxed{v_1}$$

موشکی به جرم $kg^{10} \times 2,58 \times 2,58$ را در نظر گیرید که $kg^{10} \times 2,58 \times 2,58$ آن را سوخت سکلی می‌دهد. این موشک ابتدا در حق فضا نسبت به چهارچوب مرجع لختی در حال سکون غزاردارد. سپس موتور آن روشن می‌شود و برای صرف 250 با آهنگ مصرف سوخت $kg^{10} \times 480$ به کارش ادامه می‌دهد. سرعت محصولات سوخت خروجی نسبت به موشک $\frac{v}{5}$ است.

الف) نیروی پیشنهاد موشک چقدر است؟

$$T = - \frac{dM}{dt} v_{rel}$$

$$m/s \quad m/s \quad \approx 1,0 \times 10^4 N$$

$$T = - (-480) \times 3270 \approx 1,0 \times 10^4 N$$

ب) بعراز گذشت 250 از روشن بودن موتور جرم و سرعت موشک یکی

$$M' = R \cdot t = 480 \times 250 = 12 \times 10^4 kg$$

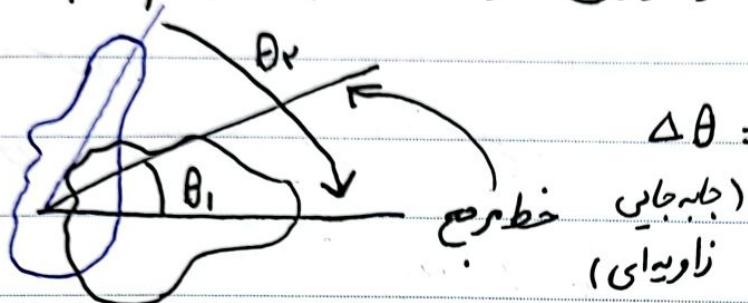
ج) معنی

$$M = M_{الاية} - M' = (2,00 - 1,2) \times 10^4 = 1,32 \times 10^4 kg$$

$$Fatima \quad v = v_{rel} \ln \frac{M_i}{M_f} \quad v = 3270 \ln \frac{2,00 \times 10^4}{1,32 \times 10^4} \approx 2080 m/s$$

چرخش (Rotation)

* جسم صلب یا سبز (Rigid body) به جسمی می‌گویند که در سه نقطه دلخواهی از آن در طول محکم و دوران در فضه نسبت به هم ثابت باشند.



$$\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$$

(چهارچو
زاویه‌ای)

سرعت زاویه‌ای متوسط:

$$\theta = \frac{L}{R} \rightarrow \text{رادیان}$$

$$\omega_{avg} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \text{ (rad/s)}$$

$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt} = \ddot{\theta}$$

سرعت زاویه‌ای لحظه‌ای:

$$\alpha_{avg} = \frac{\omega_2 - \omega_1}{t_2 - t_1} = \frac{\omega - \omega_0}{t}$$

شتاب متوسط زاویه‌ای:

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d\dot{\theta}}{dt} = \ddot{\theta}$$

شتاب لحظه‌ای زاویه‌ای:

حرکت چرخشی با شتاب زاویه‌ای ثابت:

$$\alpha = \alpha_{avg} \quad \Delta\theta = \frac{1}{2} \alpha t^2 + \omega_0 t$$

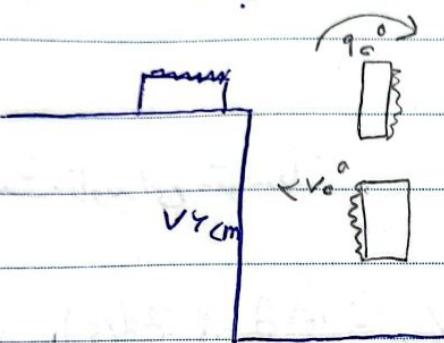
$$\omega = \alpha t + \omega_0$$

$$\omega^2 - \omega_0^2 = 2\alpha\Delta\theta$$

$$\Delta\theta = \left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \right) t = \left(\frac{\omega + \omega_0}{2} \right) t$$

مکان که مالکه ای را در نظر گیرد که نیوی آن را از لبه میز پرتاب می کند و هنگام سقوط به پرخشن در می آید. در صورتی که ارتفاع میز ۷۶ cm باشد و رکله نان هم کمتر از ۱ دور بچرخد:

الف) کمترین زاویه ای برای آن که نان
بصورت پشت و رو (با سطح کوای) به زمین بیوفتد چقدر است؟



$$90^\circ < \Delta\theta < 270^\circ$$

$$t = \sqrt{\frac{2g}{h}}$$

$$t = \sqrt{\frac{2 \times 0.76}{10}} \approx 0.4 \text{ s}$$

$$\Delta\theta = \omega t$$

$$\Delta\theta_{\min} = \omega_{\min} \times t \rightarrow \frac{R}{2} = 0.4 \times \omega_{\min}$$

$$\Delta\theta_{\max} = \omega_{\max} \times t$$

$$270^\circ \rightarrow \frac{5\pi}{2}$$

$$\omega_{\min} = \frac{\Delta R}{4} \text{ rad/s}$$

$$\frac{\pi R}{2} = \omega_{\max} \times 0.4$$

$$\omega_{\max} = \frac{10\pi}{4}$$

موقوعیت زلوبه ای نقطه ای واقع بر لبه یک جسم (رهان) پرخشن میشوند است که در آن $\theta = 4t - 3t^2 + t^3$ سرعت این نقطه در $t=2$ s، $t=4$ s، $t=5$ s چقدری شود و مشتاب زاویه متوسط این نقطه در بازه زمانی $t=2$ s تا $t=4$ s چقدر است و مشتاب های زاویه لحظه ای لین نقطه در آنها و پایان این بازه زمانی چقدر است؟

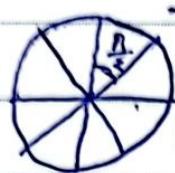
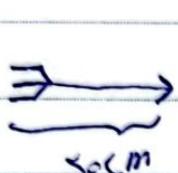
$$\theta' = \omega = \dot{\theta} = 4 - 6t + 3t^2 \rightarrow \begin{cases} t=2 \rightarrow \omega = 4 \text{ rad/s} \\ t=4 \rightarrow \omega = 12 \text{ rad/s} \end{cases}$$

$$\frac{\omega_2 - \omega_1}{\Delta t} = \alpha_{avg} \quad \frac{12 - 4}{4 - 2} = 4 \text{ rad/s}^2 \quad \rightarrow t=2 \rightarrow \alpha = 4 \text{ rad/s}^2$$

$$\alpha = \ddot{\omega} = -6 + 6t$$

$$\alpha \rightarrow t=4 \rightarrow \alpha = 18 \text{ rad/s}^2$$

چون شکل زیر به شعاع ۲۰cm دارای ۷ باره هم فاصله است و روی محور ثابت مبارگرفته است و با سرعت $\frac{1}{5} rev/s$ (دور بر تانه) من چرخنده خواهد
بیکار بطول ۲۰cm را به موازات محور چرخش برسست آن پرتاب کنیم
که بعد از خود باشد ها از فاصله میان آنها گذارد. سپاهان و پرده ها را
سینه های ریک در نظر نگیرید.



$$\omega = \frac{1}{5} rev/s$$

$$R = 20\text{cm}$$

$$t_{\max} = \frac{\Delta\theta_{\max}}{\omega} \quad t_{\max} = \frac{\frac{\pi}{3}}{\frac{1}{5}} = \frac{5\pi}{3}$$

$$(v) \text{ کمترین سرعت پیکان؟}$$

$$\omega = \frac{1}{5} \times 2R \frac{\text{rad}}{\text{s}} = \alpha R \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$v_{\min} = \frac{x}{t_{\max}} = \frac{0.8}{\frac{5\pi}{3}} = 0.48 \text{ m/s}$$

) آیا میتوانی که جه فاصله ای از محور و لبه چون راستانه گیری کنیم؟
اگر به بیشترین جای برای نشانه گیری، با توجه به حل بخش الف (و بلوغ
خط بون پرده و پیکان) محاسبات بر حسب چرخش زاویه ای بوده و نشانه
گیری تائی در آن ندارد.

فرضی را در نظر نگیرید که در آغاز سرعت زاویه ای $\omega_0 = 120 \text{ rad/s}$ من چرخند و با شتاب
زاویه ای ثابت به میزان $\alpha = -4 \text{ rad/s}^2$ کند و شود. جه مدت طولی کشید تا قرص متوقف
شود؛ درین مدت چه مقدار دور می پیمایید؟

$$\omega_0 = 120 \text{ rad/s}$$

$$\alpha = -4 \text{ rad/s}^2$$

$$\omega = \omega_0 + \alpha t \rightarrow 0 = -4t + 120$$

$$t = 30 \text{ s}$$

$$\Delta\theta = \Delta t \left(\frac{\omega_0 + \omega}{2} \right) = 30 \times 40 = 1200 \text{ rad}$$

$$2 \times 90^\circ$$

بنابراین که با سرعت زاویه ای $\omega_0 = 120 \text{ rad/s}$ در میان چرخش است $\frac{1}{4}$ دوری زند
که از مرکز باست ثابت بودن شتاب زاویه ای زمان لازم برای
متوقف شدن پنج را مشخص کند. این شتاب حدود است؛ بیش از $\frac{1}{4}$
دور اول چه مدت طولی کشید؟

$$\Delta\theta = \frac{\omega_0 + \omega}{2} \times \Delta t = 120 \text{ rad} = \frac{(120 + 0)}{2} \Delta t \quad \Delta t \approx 30 \text{ s}$$

Subject:

Year:

Month:

Date:

چرخ دنلک در نظر گیرید که از حالت سکون شروع به چرخش می‌کند
جهد مرتب طول می‌کشد که این چرخ دنلک دو دور اول دودم را بسیار بزرگ

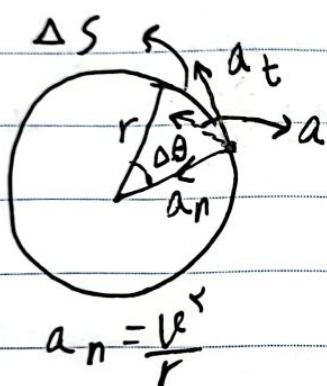
$$\Delta\theta = \frac{1}{2}\alpha t^2 + \omega_0 t \quad \epsilon R = \frac{1}{2} \times 1,0 \times t^2 + 0$$

$$\Delta\theta \rightarrow \epsilon \times R = 1R \quad t_1 \approx [45]$$

$$\hookrightarrow 1R = \frac{1}{2} \left(\frac{\omega}{\alpha} \right) t_1^2 + 0 \rightarrow t_1 = \frac{\omega \times R}{\alpha} \quad t_2 \approx 0.1\text{vs}$$

$$t_2 - t_1 = 0.1\text{v} - 45 = [1\text{vs}]$$

ارتباط میان گشت‌های خط و زاویه‌ای:



$$a_n = \frac{V^2}{r}$$

$$\Delta s = r \Delta \theta$$

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} r \frac{\Delta \theta}{\Delta t}$$

$$\frac{ds}{dt} = r \frac{d\theta}{dt} \quad V = \omega r$$

$$\frac{dv}{dt} = r \frac{d\omega}{dt}$$

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_t^2}$$

$$a_t = \alpha r$$

*

*

$$a_n = \frac{V^2}{r} = \frac{(\omega r)^2}{r} \quad a_n = \omega^2 r$$

*

جسم حول محور ثابتی می‌چرخد و موقعیت زاویه‌ای خط مرجع را در آن

به صورت $\theta = 2\pi t + \theta_0$ داشته باشد. ($t \leftarrow \text{rad} \leftarrow \theta$)

نقطه ای را برعی جسم و در فاصله $4cm$ از محور چرخش در نظر گیرید
در $t = 0$ اندازه (الف) مؤلفه مختصی و (ب) مؤلفه شعاعی ستارب

$$\omega = \theta' = 0.1 e^{2t} \quad a_n = \omega^2 r = (0.1 e^{2t})^2 \times 4 = 4e^{4t} \text{ m/s}^2$$

$$\underline{\text{Fatima}} \quad \alpha = \omega' = 1.4 e^{2t} \quad a_t = \alpha r = 1.4 e^{2t} \times 4 = 5.6 e^{2t} \text{ m/s}^2$$

سرعت زاویه ای ω نقطه ای از سطح زمین در عرض جغرافیایی 40° شمالی حول محور قطبی زمین چقدر است؟

$$\omega = \frac{2\pi}{14400} = 1,3 \times 10^{-4} \text{ rad/s}$$

(ب) سرعت خطی v این نقطه چقدر است؟

$$v = \omega r = 1,3 \times 10^{-4} \times 7400 \times \cos 40^\circ = 300 \text{ m/s}$$

(پ) سرعت زاویه ای ω و سرعت خطی v این نقطه ای از آسیوا

$$\omega = 1,3 \times 10^{-4} \text{ rad/s}$$

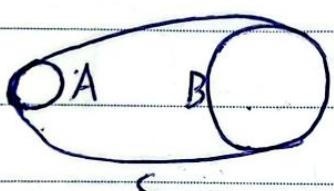
$$v = 1,3 \times 10^{-4} \times 4000 = 520 \text{ m/s}$$

در شکل: جرخ A و سایر سایری C و سایر سایری B با $r_A = 10 \text{ cm}$ و $r_B = 50 \text{ cm}$ سرعت زاویه ای ω از محیط

سکون با آنکه ثابت $1,4 \text{ rad/s}$ افزایش می باید. با این فرض که سرمه

نی لغزد حرمت زبانی که لازم است ω سرعت زاویه ای جرخ B با 100 rev/min

بررس می شوند.



$$\omega_{\text{وA}} = \omega_{\text{وB}}$$

$$\alpha_A = 1,4 \text{ rad/s} \quad r_A = 10 \text{ cm}$$

$$r_B = 50 \text{ cm}$$

$$\omega_B = \omega_A \quad \omega_B r_B = \omega_A r_A$$

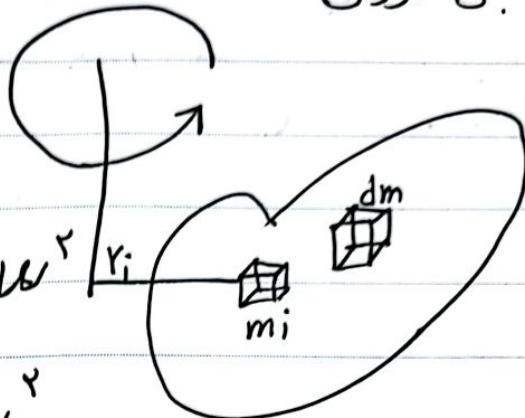
$$\omega_B = \frac{100 \text{ rev}}{\text{min}}$$

$$\omega_A = \frac{\omega_B r_B}{r_A} = \frac{100}{10} \times \frac{50}{50} = 10 \text{ rad/s}$$

$$\omega_A = \alpha_A t + \omega_{\text{وA}} \rightarrow 10 = 1,4 \times t \quad t \approx 14 \text{ s}$$

$$K = \frac{1}{2} m u^2$$

انرژی جنبشی دورانی:



$$K = \sum_i K_i = \sum_i \frac{1}{2} m_i r_i^2 \omega^2$$

$$= \frac{1}{2} (\underbrace{\sum m_i r_i^2}_\text{موم}) \omega^2$$

$$I = \int r^2 dm \quad *$$

I : لختی جنبشی

لختی دوران

ممان اینفرسی

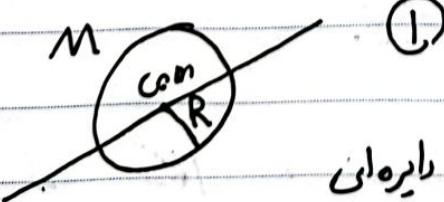
$$K = \frac{1}{2} I \omega^2 \quad *$$

لختی جنبشی بُرنی را می‌محاسبه کنید که وقتی با سرعت 402 rev/min چرخ انرژی جنبشی آن برابر 24400 J می‌شود.

$$\omega = 402 \text{ rev/min} = 402 \times \frac{\pi}{60} \approx 43 \text{ rad/s}$$

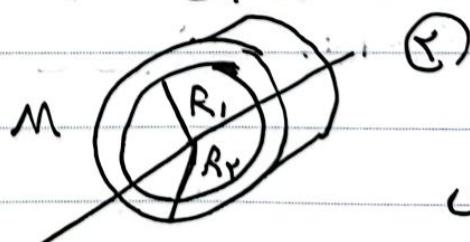
$$K = \frac{1}{2} I \omega^2 \times 4400 \text{ J} = \frac{1}{2} I (43)^2 \quad I = 12,3 \text{ kg.m}^2$$

شکل‌های مورد نیاز برای محاسبه I بعنوان انتگرال‌گیری یک گانه:



حالة دائرة اى

$$I_1 = MR^2$$



پوسته
اسطوانه اى

$$I_2 = \frac{1}{2} M (R_1^2 + R_2^2)$$

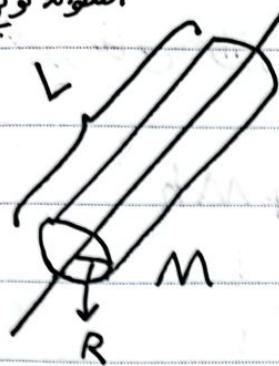
Subject:

Year:

Month:

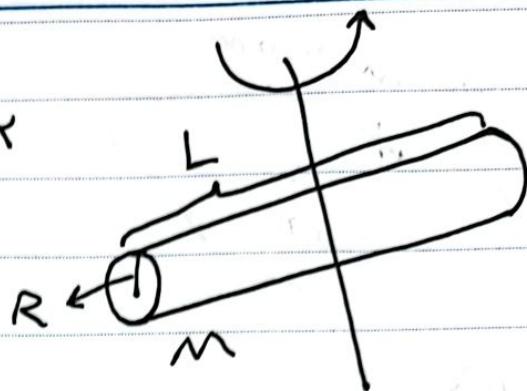
Date:

اسوانه تویر (ناظم)



(۲)

$$I = \frac{1}{2} MR^2$$



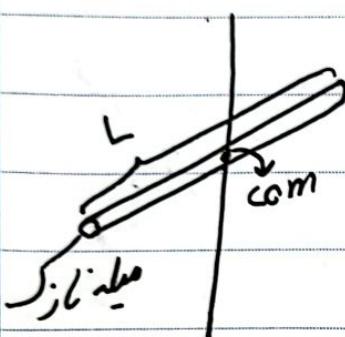
(۳)

R

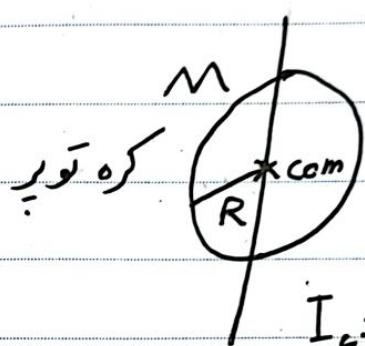
M

$$I_c = \frac{1}{12} ML^2 + \frac{1}{2} MR^2$$

(۴)



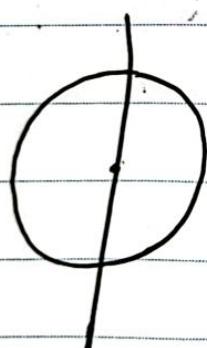
$$I_\omega = \frac{1}{12} ML^2$$



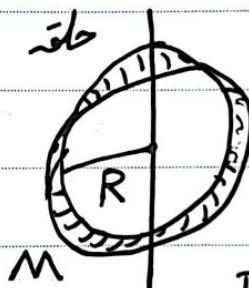
(۵)

$$I_s = \frac{1}{2} MR^2$$

(۶)



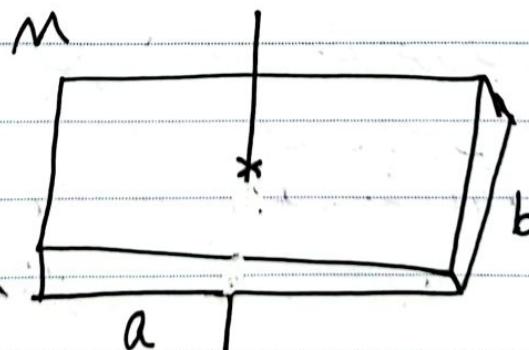
$$I = \frac{1}{2} MR^2$$



(۷)

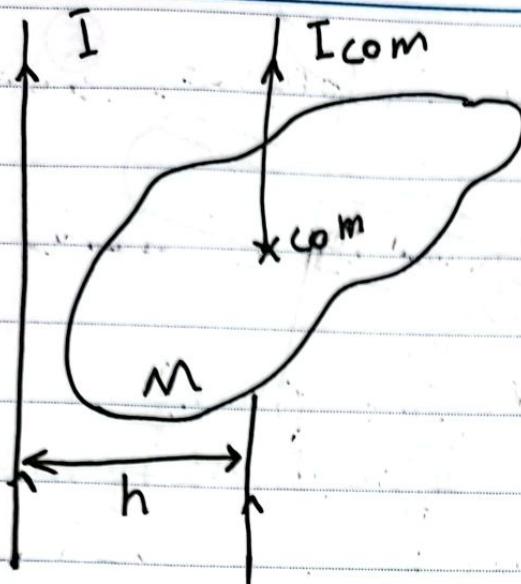
$$I_h = \frac{1}{2} MR^2$$

(۸)



$$I_q = \frac{1}{12} M(a^2 + b^2)$$

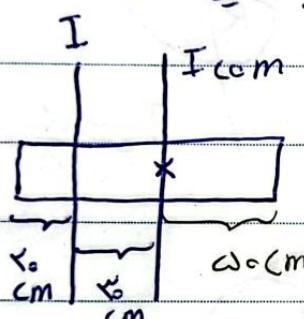
در تمام اشکال بالا محور از COM دور شده است.



فُقيه محور های موازی:

$$I = I_{\text{com}} + Mh^2$$

لختی پرنسپی خط کش به جرم ۰۵۴ kg و ب طول ۱m را حول محوری عمود بر آن که از محل نشانه ۲۰ cm میگذرد محاسبه کنید.



$$I_{\text{com}} = \frac{1}{12} M L^2$$

$$I = I_{\text{com}} + Mh^2 = \frac{1}{12} \times 0,54 \times 1^2 + 0,54 \times (0,3)^2 = 0,091 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

در شکل دو ذره هر کیک به جرم $m = 0,180 \text{ kg}$ را به وسیله در میله باریک به طول $d = 0,6 \text{ cm}$ و به جرم $M = 1,2 \text{ kg}$ به یکدیگر و به محور پرنسپی متصل کرده ایم.

این مجموعه با سرعت زاویه ای $\omega = \frac{\pi}{5} \text{ rad/s}$ حول محوری پرداز.

(الف) لختی پرنسپی؟ و (ب) انرژی جنبشی مجموعه؟

$$I = I_1 + I_2 + I_3 + I_4$$

$$I_1 = \frac{1}{12} M d^2 + M \left(\frac{d}{2} \right)^2 = \frac{M d^2}{4}$$

$$I_2 = M d^2$$

$$I_3 = \frac{1}{12} M d^2 + M \left(\frac{3d}{2} \right)^2 = \frac{17d^2 M}{12}$$

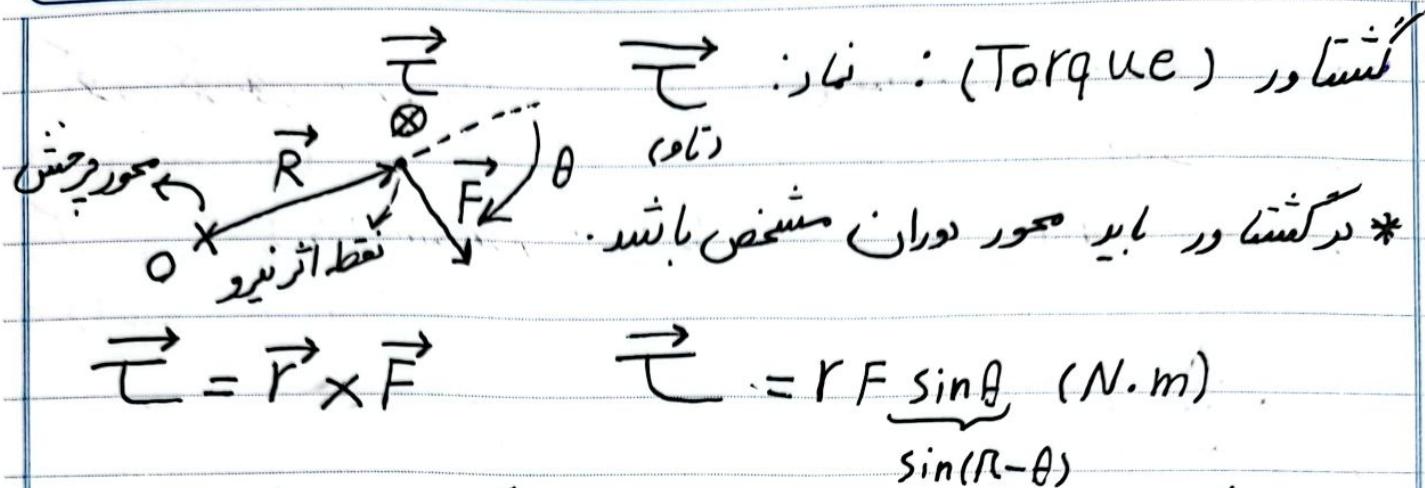
$$I_4 = m(2d)^2 = 4md^2$$

$$I = 0,022 \text{ kgm}^2$$

(الف)

$$K = \frac{1}{2} I \omega^2 = 0,22 \times (0,3)^2$$

$$K = 0,11 \text{ mJ}$$



* نقشی که نیرو در حرکت راست خط دارد، کشوار در حرکت دورانی آن را ایجاد می‌کند.

جسم شکل زیر حول نقطه O لولا شده است و دونیوی نیروی دورانی دارند. بر آن حرارتی شوند. اگر $r_1 = 1,3 \text{ m}$, $F_1 = 4,2 \text{ N}$, $r_2 = 1,1 \text{ m}$, $F_2 = 4,9 \text{ N}$ باشد، کشوار نیروی دورانی $\theta_1 = 60^\circ$, $\theta_2 = 70^\circ$ باشد.

$$T_1 = r_1 F_1 \sin\theta_1 \quad (\text{دورانی})$$

$$T_2 = r_2 F_2 \sin\theta_2 \quad (\text{دورانی})$$

$$|T_1| = 1,3 \times 4,2 \times \sin 60^\circ$$

$$|T_2| = 1,1 \times 4,9 \times \sin 70^\circ$$

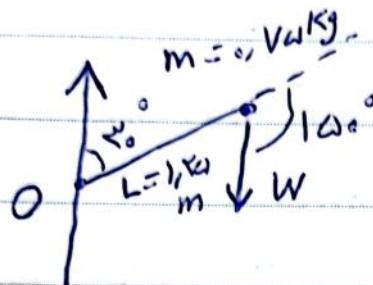
$$T_{\text{مجموع}} = |T_2 - T_1|$$

$$= 4,8 \text{ N.m}$$

$$(\text{دورانی})$$

* اگر چندین نیرو بر جسم اثر کند حاصل کشوار کل برابر است با جمع برداری تمامی کشوارها.

گویی کوچکی به جرم $m = 1,2\text{ kg}$ و $V_0 = 10\text{ m/s}$ به انتقامی صلب بدون جی به طول $1,2\text{ m}$ متصل شده و انتقامی دیگر صلب از نقطه ای آورزان شده است. هنگاهی که این آونگ با راستای تمام زاویه $\theta = 30^\circ$ می سازد اندازه کشناور نیروی گرانشی حول نقطه آ دریز چقدر است؟



$$\vec{\tau} = rF \sin\theta = 1,2\omega \times 0,5 \times 10 \times \frac{1}{2}$$

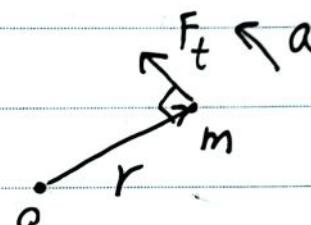
$$\vec{\tau} = 4,7 \text{ N.m}$$

(روشنی)

قانون دوم نیوتون در حرکت چرخشی:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

$$\vec{\tau} = I \cdot \vec{\alpha}$$



$$F_t = m a_t$$

$$r F_t = m r a_t$$

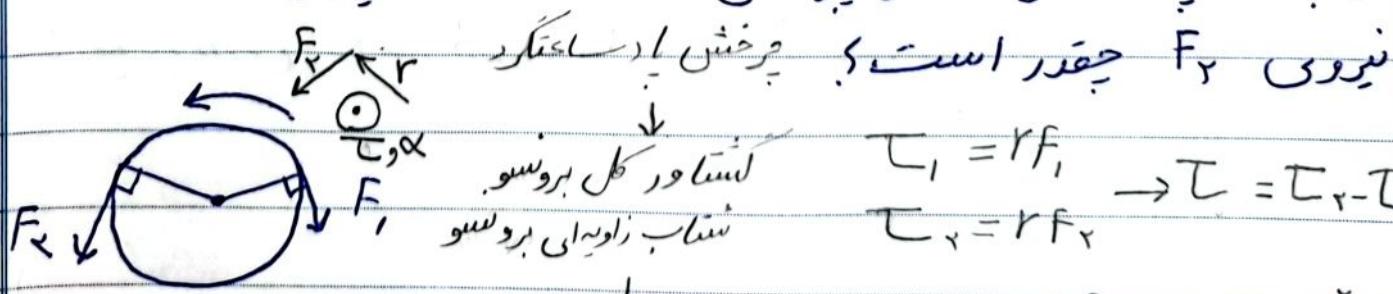
$$\tau = m r (\alpha r)$$

$$\tau = \frac{m r^2}{I} \alpha$$

* در سطح فعلی (که I مارسی قطبی با اندازه قطر یکسان است)

به عباره α هم جهت است.

در نشانه قرص یکنواختی را نشان داده ایم که می تواند حول مرکزش بچرخو شدید آن 2 cm و جرم آن $0,5\text{ kg}$ است. و قرص را در آغاز سالن در نظر گیریم و در لحظه $t = 0$ (دو نیرو متساوی بر لبه برآن وارد می شوند) بجهت $F_1 = 2\text{ N}$ و در لحظه $t = 1\text{ s}$ این قرص با سرعت زاویه ای $\omega = 2\pi\text{ rad/s}$ طوردی که در لحظه $t = 1\text{ s}$ این قرص با سرعت زاویه ای $\omega = 2\pi\text{ rad/s}$ در جهت پارسایگرد در حال چرخش است. اندازه نیروی $F_2 = 0,14\text{ N}$



Fatima

$$(F_2 - F_1) = 2 \times 10^{-2} \text{ N}$$

$$F_2 = 0,14 \text{ N}$$

$$F_1 < F_2$$

$$\tau = r(F_2 - F_1) = 2 \times 10^{-2} (F_2 - F_1)$$

$$\tau = I\alpha \rightarrow I = \frac{1}{2} MR^2 = 8 \times 10^{-4} \text{ Nm}$$

$$\alpha = \frac{\omega - \omega_0}{t} = \frac{2\pi}{1,2} = 200 \text{ rad/s}$$

قرقه‌ای در نظر گیرید که بالختی پرخشی $10 \times 10^{-3} \text{ kg.m}^3$ نسبت به محورش و شعاع 10cm تحمیل نماید. از این نتیجه ممکن است مدار می‌گیرد. اندازه این نیرو بر حسب زمان به صورت زیر تابع $F = \omega \omega t + \alpha t^2$ تغییر می‌کند ($F \leftarrow N$, $\omega \leftarrow \text{const}$, $t = \text{time}$). در لحظه $t = 2\text{s}$ (الف) ثابت زاویه‌ای و (ب) سرعت زاویه‌ای قرقه چقدر است؟

$$\tau = I\alpha$$

$$\tau = rF = 10(\omega \omega t + \alpha t^2) = 10\alpha \rightarrow \alpha = \omega \omega t + \alpha t^2$$

$$\alpha(\text{s}) = \omega \omega t^3 + \alpha t^3 = 100 + 2t^3 = 100 + 2 \times 8 = 420 \text{ rad/s}^2 \quad (\text{الف})$$

$$\alpha = \frac{d\theta}{dt} \quad \int_0^{\theta} d\theta = \int_0^{\omega} \alpha dt = \int_0^{\omega} (\omega \omega t + \alpha t^2) dt \quad (\text{ب})$$

$$\omega \cdot dt = d\theta \quad \theta = \left(\omega \frac{t^2}{2} + \alpha \frac{t^3}{3} \right) \Big|_0^{\omega} = 200 + 10 \times 8^2 = 220 + 2 \times 8 = 490 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

کار و انرژی در حرکت پرخشی:

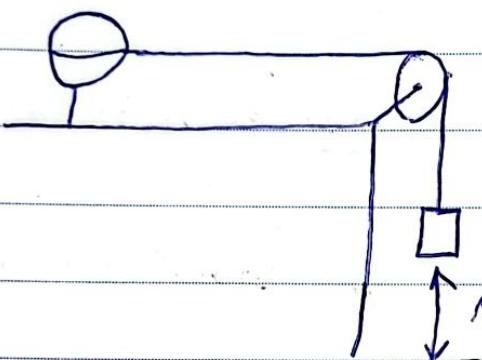
$$W = \int_{x_1}^{x_2} F dx$$

$$W = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \tau d\theta \quad \begin{array}{l} \text{ابتدا} \\ \text{اگر} \\ \text{باشد.} \end{array} \rightarrow W = \tau(\theta_2 - \theta_1)$$

$$W = \Delta K = \frac{1}{2} I \omega_2^2 - \frac{1}{2} I \omega_1^2 \quad : \text{قیاسی کار و انرژی جنبشی}$$

$$P = FV \longrightarrow P = \tau \omega$$

پوسته‌ی کروی یک‌فو اختی به جرم $m = 4,5 \text{ kg}$ و شعاع $R = 1,0 \text{ cm}$ می‌تواند حول محوری قائم روی یا ناقان های بیون اصطلاحاًکی پیچ خز (شکل زیر) نماین بیون می‌گذرد که روحی اسیلوای پوسته‌ی بیچیده شده است از شیار قدرتمندی با لختی پیچ خشی که روحی اسیلوای پوسته‌ی بیچیده شده است از شیار قدرتمندی با لختی پیچ خشی $I = 3 \times 10^3 \text{ kg} \cdot m^2$ و شعاع $r = 0,7 \text{ cm}$ می‌گذرد و به انتهای دیگر آن هم جسم کوچکی به جرم $m = 0,4 \text{ kg}$ متصل شده است. همچنانه اصطلاحاًکی در محور قدرتمند وجود ندارد و نماین روی قدرتمندی لغزد. سرعت جسم آوریزان شده را پس از رهاشدن از تکون و طی مسافت 10 cm به طرف پاسن برداشت آوریزان



$$mgh = \frac{1}{2} I_{\text{rot}} + \frac{1}{2} I_{\text{trans}} + \frac{1}{2} m v^2$$

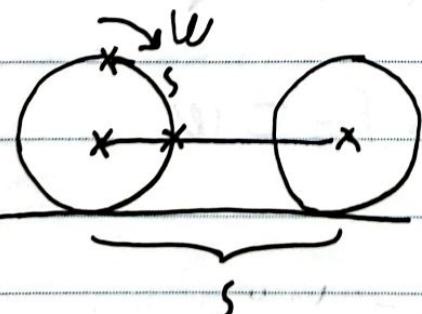
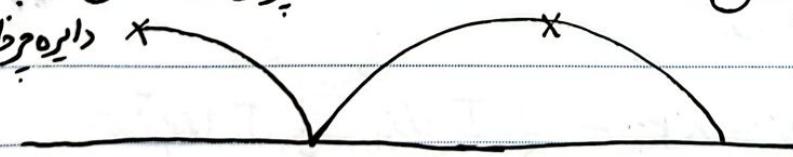
$$+ \frac{1}{2} m v^2$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} M R^2 \frac{v^2}{R^2} + \frac{1}{2} I_{\text{trans}} \frac{v^2}{r^2} + \frac{1}{2} m v^2$$

$$-- V_g = 0$$

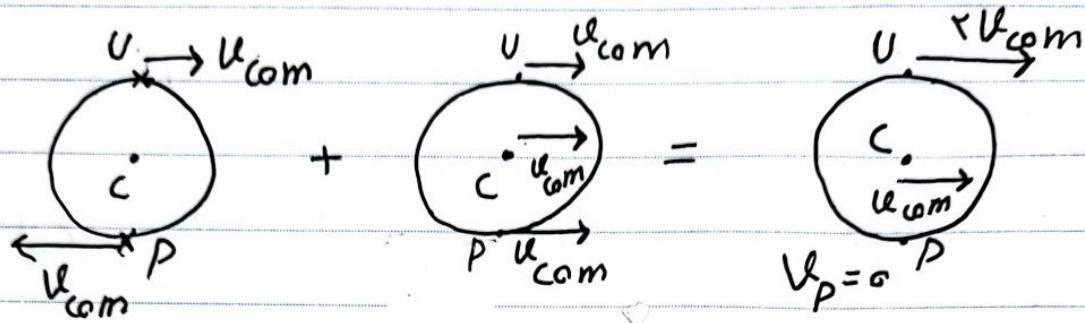
$$0.7 \times 10 \times 0.15 = 1.0 \text{ V} + \frac{0.7 \times 10^{-4}}{2.0 \times 10^{-5}} \times \frac{1}{2} \text{ V} + \frac{1}{2} \times 0.4 \text{ V}$$

غلش، لستاور و نکانه زاویه ای: نمودار حکمت جزء از (نقطه ای در لعنه دایره جرخان) (Rolling)

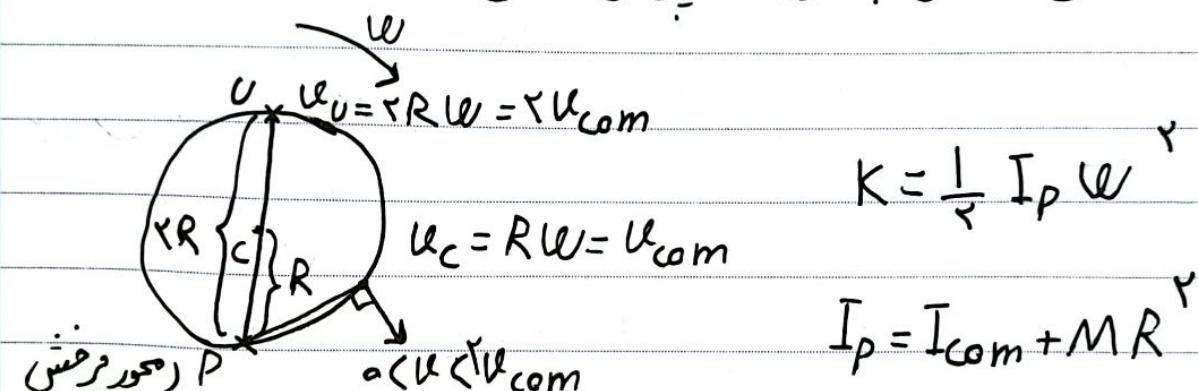


$$V_{\text{com}} = R V$$

عائش = حرکت مسنتیم الخط مرکزی + حرخش بیرون مرکز
پر



در نظر گرفتن عائش به صورت حرخش محض:



$$K = \frac{1}{2} I_p w^2$$

$$I_p = I_{com} + M R^2$$

$$K = \frac{1}{2} (I_{com} + M R^2) w^2$$

$$K = \frac{1}{2} I_{com} w^2 + \frac{1}{2} M R^2 w^2$$

$$K = \frac{1}{2} I_{com} w^2 + \frac{1}{2} M v_{com}^2 \quad *$$

قطعه های اتومبیلی که با سرعت v_{com} حرکت می کنند برابر $M w$ است

$$w = \frac{v}{R} \quad v = \frac{\Delta \theta}{\frac{2\pi}{v} \times 60} = 40 \text{ rad/s}$$

$$\begin{cases} 40 \\ \text{rad/s} \end{cases}$$

الف) سرعت زاویه ای جرخ ها حول محور شان چقدر است؟

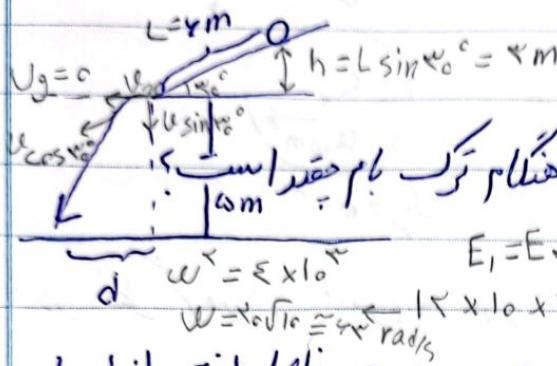
ب) اگر این خودرو با طی ۲۰ دور کامل جرخ ها متوقف شود مقدار شتاب

$$\Delta \theta = 20 \text{ rev} = 70 \text{ rad} \quad w - w_0 = 2 \alpha \Delta \theta \quad -40 = 2 \alpha \times 40 \text{ rad} \quad \alpha = -\frac{40}{40} = -10 \text{ rad/s}^2$$

ج) این خودرو در چنین این ترکیب مسافتی را پیماید؟

$$40 \text{ rad} \times \frac{2\pi}{40} \times 10^2 = 22 \text{ m} \approx 70 \text{ m}$$

در شکل اسوانه قویی به شعاع 10 cm و جرم 12 kg از حالت سکون شروع به خلش بدون لغش می کند و مسافت 4 m از سطح شیبار باشی که زاویه ۴۵ درجه بافق می سازد پاین می آید.



$$E_i = E_f \rightarrow mgh = \frac{1}{2} I \omega^2 + \frac{1}{2} m v_{com}^2$$

$$m = 12 \text{ kg} \quad h = 4 \text{ m} \quad I = \frac{1}{3} m L^2 \quad \omega = 4 \text{ rad/s}$$

الف) سرعت زاویه ای این جسم حول مرکز چگونه باشد؟

ب) اگر ارتفاع لبه باشد این جسم در چه فاصله افقی از لبه باز می شود؟

$$\Delta y = -\frac{1}{2} g t^2 + v_{y0} t \quad v_0 = 12 = 0.1 \times 63 \approx 4 \text{ m/s}$$

$$-\Delta x = -v_{x0} t \quad v_{x0} t + v_{y0} t - v_0 = 0$$

$$d = \Delta x = v_{x0} t = 0.1 \times 63 \times \frac{\sqrt{109}}{10} \approx 0.6 \text{ s}$$

$$d = 2.1 \sqrt{3} \approx 3.6 \text{ m}$$

کره ای توانی به شعاع 15 m را باختی چرخش ۳ kgm²/s² در می کند. آن را کنار بگذاری و دوی سطح شیباری که بافق زاویه ۴۵ درجه می سازد ببالا می خورد. در موقعیت اولیه محیین کل انرژی جنبشی که برابر ۲۰۰ است.

$$K = \frac{1}{2} I \omega^2 + \frac{1}{2} m v_{com}^2 \quad \text{چرخشی} = \frac{3}{2} K = \frac{3}{2} \left(\frac{1}{2} I \omega^2 \right)$$

الف) حیندراز این کره از نوع مرخی است؟

$$I = \frac{2}{5} m r^2 \quad K = \frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{2}{5} m r^2 \right) \omega^2$$

$$m = \frac{2}{5} \times \frac{1000}{(0.1)^2} = 120 \text{ kg} \quad \omega = \sqrt{\frac{2}{5} \times 120} = 4 \sqrt{15} \text{ rad/s}$$

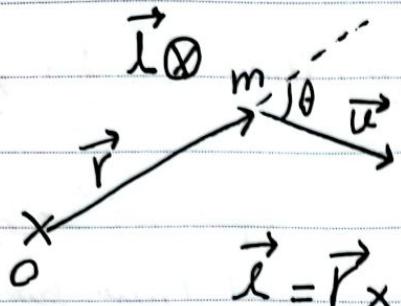
ب) سرعت مرکز جرم کره در موقعیت اولیه چقدر است؟

$$\frac{1}{2} m v_{com}^2 = \frac{1}{2} \times 120 \times 16 = 960 \text{ J} \quad v_{com} = \sqrt{16} = 4 \sqrt{15} \text{ m/s}$$

پ) هنگامی که این کرد به اندازه ۱ سرماز موقعیت اولیه اش بالا رفته انرژی جنبشی کل و سرعت مرکز جرم آن چقدر می شود؟

$$E_i = E_f \quad \text{Fatima} \quad \therefore J = mgh + K_f \quad K_f = 0 \text{ J} \quad \frac{1}{2} m v_{com}^2 = 1 \quad v_{com} = \sqrt{1}$$

$$\frac{1}{2} \times 120 \times 4^2 \quad \frac{1}{2} m v_{com}^2 + \frac{1}{2} (2/5 m r) v_{com}^2 = 1$$

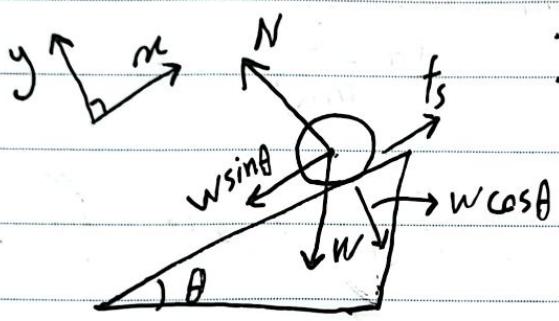


: (Angular Momentum) زاویه ای نکته

$$\vec{l} = \vec{P} \times \vec{P} = \vec{r} \times m \vec{v}$$

$$\frac{kgm^2}{s} = K$$

$$l = rmv \sin\theta$$



: حرکت روی سطح بارگذار

$$N - w \cos\theta = 0$$

$$f_s - w \sin\theta = m a_{com}$$

$$T = I\alpha = r \times F \rightarrow rf_s = I\alpha \quad f_s = \frac{I\alpha}{r} = -\frac{Ia_{com}}{r^2}$$

$$-\frac{Ia_{com}}{r^2} - mg \sin\theta = m a_{com}$$

$$a_{com} \left(m + \frac{I}{r^2} \right) = -mg \sin\theta \rightarrow a_{com} = \frac{-g \sin\theta}{1 + \frac{I}{mr^2}}$$

$$a_{com} = \frac{-g \sin\theta}{1 + \frac{K_{cm}}{r^2}}$$

$$I = m \times \left(\text{مربی مجموعات مول} \right)$$

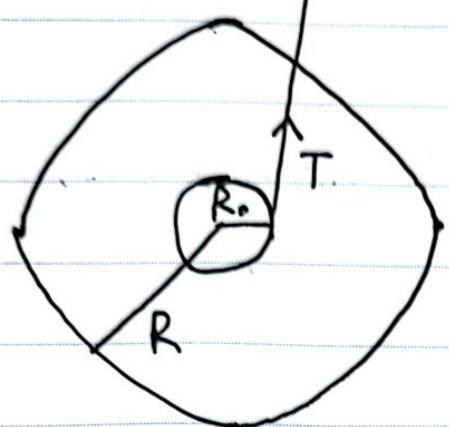
: شعاع جریش

$$\rightarrow I = \frac{\gamma}{\alpha} mr^2 = m \left(\frac{\gamma}{\alpha} r^2 \right)$$

$$* \quad K_{cm} = \frac{I}{m}$$

$$شعاع جریش = K_{cm}$$

بیوو (کیک آریا سینگھ فیزیک اے) :



$$\theta = 90^\circ$$

$$f_s \rightarrow T$$

* روابط متش بعائش

دی سطح شیدار است ..

$$a_{com} = \frac{-J}{1 + \frac{I}{mR_0^2}}$$

شكل دیگر قانون دوم نیوتون در حالت چرخشی:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt}$$

$$\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt}$$

$$\vec{\tau} = \frac{d\vec{l}}{dt}$$

$$\vec{r} \times \vec{F} = \vec{r} \times \frac{d\vec{P}}{dt}$$

$$\vec{\tau} = \frac{d(\vec{r} \times \vec{P})}{dt}$$

$$\frac{d(\vec{r} \times \vec{P})}{dt}$$

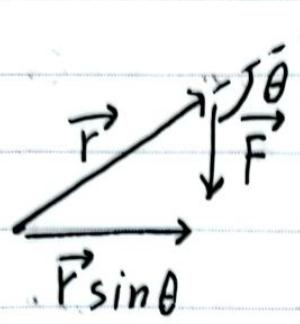
$$= \left(\frac{d\vec{r}}{dt} \right) \times \vec{P}$$

$$\left(\frac{d\vec{r}}{dt} \right) \times \vec{P} + \vec{r} \times \frac{d\vec{P}}{dt}$$

$$\vec{v} \times m\vec{v} = 0$$

$$\vec{\tau} = \frac{d\vec{l}}{dt}$$

نظامی دیگر به گشتاور:



$$\tau = r(F \sin \theta) = (r \sin \theta) F$$

بازدی گشتاور

$$\vec{F} = 3m\hat{i} + 4m\hat{j}$$

بروزهای برابر مکان $\vec{F} = -4N\hat{i} + 3N\hat{j}$
دارد می شود.

(الف) گشتاور نیزی طارد برزنه حول مبدأ مختصات را با استفاده از بردار

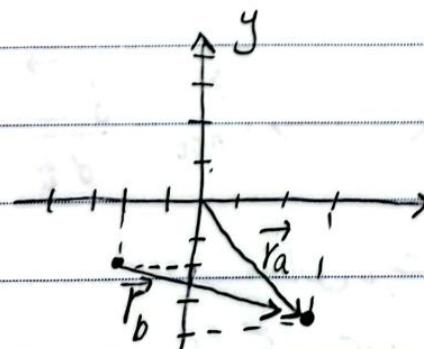
$$\tau = \vec{r} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 3 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = \hat{k}(12 + 32) = 56 Nm \hat{k}$$

(ب) زاویه سنجات α و F را به دست آورید.

$$\tau = rF \sin \theta \rightarrow \sin \theta = \frac{\tau}{rF} = \frac{56}{\sqrt{3^2 + 4^2} \cdot \sqrt{12^2 + 16^2}} = 1 \rightarrow \theta = \frac{\pi}{2}$$

جسم ذره گونه به جرم $2kg$ در صفحه حرکت می کند. مولفه های سرعت این جسم عبارتند از $v_x = 30 m/s$ و $v_y = 40 m/s$ و این در حالی است که ذره از نقطه ای به مختصات $(4, 0)$ میگذرد. درست در این زمان لگانه زاویه ای را نسبت به محور مختصات و نقطه $m(2, 0)$ بر حسب بردارهای لکه به دست آورید.

(الف) (ب)



$$\vec{r}_a = \hat{i} - 4\hat{j}$$

(الف)

$$\vec{P} = m\vec{v} = 40\hat{i} + 120\hat{j}$$

$$\vec{l}_a = \vec{r}_a \times \vec{P} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & -4 & 0 \\ 40 & 120 & 0 \end{vmatrix} = -(320 + 160)\hat{k} = 480\hat{k} \left(\frac{Kg.m}{s}\right)$$

$$\vec{l}_b = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 0 & 0 & 0 \\ 40 & 120 & 0 \end{vmatrix} = (400 + 120)\hat{k} = 520\hat{k} \left(\frac{Kg.m}{s}\right)$$

بردار $\vec{r} = \xi t^2 \hat{i} - (2t + 4t^3) \hat{j}$ در زمان t موقعیت ذره ای به جرم $m = 3kg$ نسبت به مبدأ مختصات (سکله (yو x) شناسی دارد ($s \leftarrow t$ و $m \leftarrow 1$)

الف) برای کشاده نیروی خارجی ذره نسبت به مبدأ مختصات عبارت یابید.

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{a} = \hat{i} - 1\hat{j} \xrightarrow{\vec{F} = m\vec{a}} \vec{F} = \xi \hat{i} - 4\hat{j} \quad \vec{r} = \xi t^2 \hat{i} - (2t + 4t^3) \hat{j}$$

$$\vec{r} = \vec{r} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \xi t^2 & -(2t + 4t^3) & 0 \\ \xi & -4 & 0 \end{vmatrix} = (-14\xi t^2 + 4\xi t + 14\xi t^3) \hat{k}$$

ب) آنچه مقدار کافی نباشد ذره نسبت به مبدأ مختصات در حال افزایش،

$$\vec{r} = \frac{d\vec{l}}{dt} \rightarrow \frac{d\vec{l}}{dt} = \xi \hat{i} + \hat{k} \xrightarrow[t>0]{\text{دواره}} dt > 0 \Rightarrow d\vec{l} > 0 \quad \text{کافی نباشد تا بلوں تغیر ایست!} \quad ①$$

$$\frac{d\vec{l}}{dt} = \xi \hat{i} \rightarrow \int_{l_0}^l d\vec{l} = \int_0^t \xi \hat{i} dt \rightarrow \vec{l} - \vec{l}_0 = \frac{\xi \hat{i} t}{2}; \quad ② \text{ اولیه}$$

$$\vec{l} = \vec{l}_0 + \frac{\xi \hat{i} t}{2} \quad \text{کافی نباشد تا بلوں تغیر ایست!}$$

لگانه زاویه ای سیستم از ذرات:

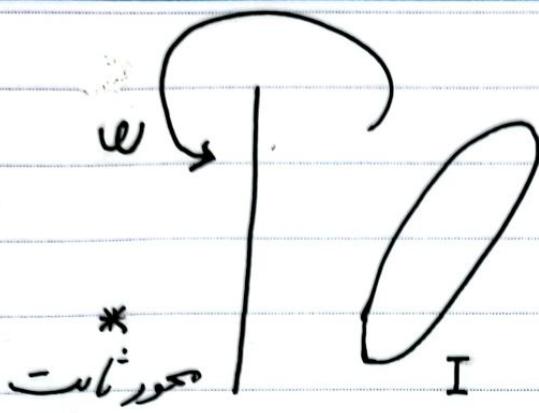
$$\vec{L} = \vec{l}_1 + \vec{l}_2 + \vec{l}_3 + \dots + \vec{l}_N \quad \vec{L} = \sum_{i=1}^N \vec{l}_i$$

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \underbrace{\frac{d\vec{l}_1}{dt} + \dots}_{\vec{l}_i} = \sum_{i=1}^N \vec{r}_i = \vec{r}_{net}$$

$$\vec{F}_{net} = \frac{d\vec{P}}{dt} \longleftrightarrow \vec{r}_{net} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

$$\vec{r}_{net} = 0 \rightarrow \frac{d\vec{L}}{dt} = 0 \rightarrow \vec{L} = \text{مقدار ثابت}$$

* پاسخگوی لگانه زاویه ای *



نکاته زاویه ای جسم صلب:

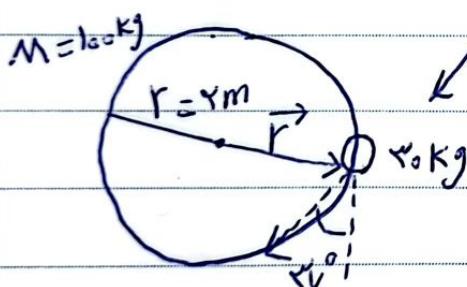
$$\vec{P} = m \vec{V}$$

* در این روابط

$$\vec{L} = I \vec{\omega}$$

باید محور دوران ثابت باشد.

در شکل کوکی به جرم 20 kg را نشان داده ایم که روی لبه چرخ و فلک سالکنی به جرم 10 kg و شعاع 2 m است. I این چرخ و فلک حول مرکز جرم آن 100 kg m^2 است. کوک کوچک تری به جرم 1 kg را که به طرفش پرتا ب شده می کسرد سرعت این توب درست قبل از رسیدن به سمت لو افقی و برآرد $v = 12\text{ m/s}$ است و با زاویه 37° نسبت به خط محاس بر لبه پرونی چرخ و فلک ترکیت می کند سرعت زاویه ای چرخ و فلک درست پس از گرفته شدن توب چهراست؟



$$1\text{ kg}$$

$$v = 12\text{ m/s}$$

$$L_i = rm \cdot v \sin 37^\circ$$

$$L_i = 2 \times 1 \times 12 \times \sin 37^\circ = 19.2 \frac{\text{kg m}^2}{\text{s}}$$

$$I = 100\text{ kg m}^2$$

$$L_f = I_f \omega_f = (I_{کودک} + I_{چرخ} + I_{فلک}) \omega_f$$

$$L_i = L_f$$

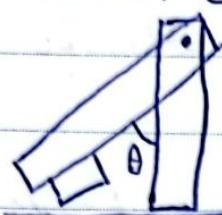
$$= (100 + (20 \times 2^2) + (1 \times 2)) \omega_f = 214 \omega_f$$

$$19.2 = 214 \omega_f$$

$$m_{کودک} r^2 \quad m_{توب} r^2$$

$$\omega_f = \frac{19.2}{214} = 0.09 \text{ rad/s}$$

در شکل یک قطعه لوح که بهم و م را این که روی سطح بروز احتکار کی ب ارتفاع 20cm به پائین می‌لغزد. در پایین ترین نقطه به مقدار 40cm خود روی حسید. این مطالعه از نقطه O آغاز می‌شود که با خود این 20cm طول دارد. این مطالعه از نقطه O آغاز می‌شود. شده محل آن ب اندکه θ می‌چرخ و سپس به طور لحظه‌ای به حالت سکون دری آید. θ را مشخص کنید.



$$E_i = E_f \quad E_i = mgh$$

$$\begin{aligned} U_g &= 0 \\ l' \cos \theta &= l - l \cos \theta \\ h' &= l - l \cos \theta \end{aligned}$$

$$E_f = mgh' + Mg h'' = mg(1 - \cos \theta) l' + Mg \frac{l'}{2}(1 - \cos \theta)$$

$$E_i = E_f \rightarrow mgh = g(m l' + M \frac{l}{2})(1 - \cos \theta)$$

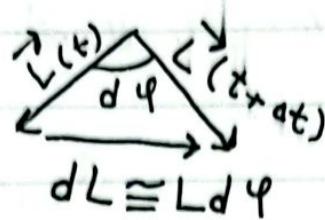
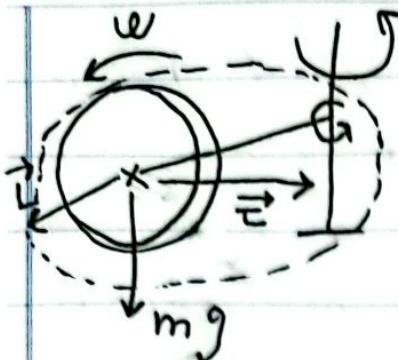
$$\begin{aligned} 1 - \cos \theta &= \frac{m h}{m l' + M \frac{l}{2}} = \frac{\omega_0 \times 10^{-2} \times 20 \times 10^{-2}}{0.0 \times 10^{-2} \times \{0 \times 10^{-2} + 20 \times 10^{-2}\}} \\ &= \frac{10}{22} \quad \cos \theta = \frac{12}{22} \quad \theta \approx \cos^{-1} \frac{1}{2} = \frac{\pi}{3} \end{aligned}$$

$$E_i = E_f \quad mgh = \frac{1}{2} m V^2 \rightarrow V = \sqrt{2gh} \quad : \text{راهنمایی}$$

$$L_i = l = m V l' = L_f = I \omega$$

$$I = m l'^2 + \left(\frac{1}{2} M l'^2 + M \frac{l^2}{4} \right)$$

$$\begin{aligned} \omega &= \frac{m V l'}{m l'^2 + M l'^2} = \frac{m V}{m l' + M l'} \quad E_f = \frac{1}{2} I \omega^2 \\ \text{کل جریان} &= \frac{m l'^2 + M l'^2}{m l'^2 + M l'^2} = \frac{1}{2} (m l'^2 + M l'^2) \\ \text{Fatima} \downarrow E_{ext} = 0 \quad E_f &= g \left(m l' + \frac{M l'}{2} \right) (1 - \cos \theta) \quad \times \left(\frac{m \sqrt{2gh}}{m l' + M l'} \right)^2 \\ E_f = E_i \rightarrow \theta &= \end{aligned}$$



حرکت تقدیس ثریوسکوب:

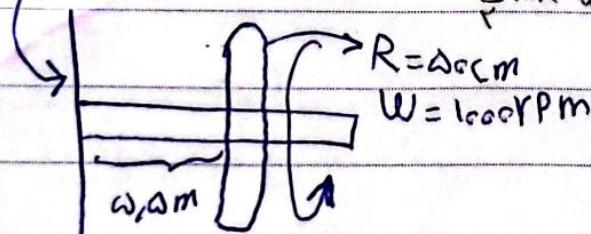
$$\tau dt = L \quad m g r dt = L d\varphi \quad m g r = I \omega \frac{d\varphi}{dt}$$

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{m g r}{I \omega} \rightarrow \Omega = \frac{m g r}{I \omega}$$

سرعت زاویه ای
حرکت تقدیس

ثریوسکوب خاصی را در نظر بگیرید متشتمل از عرض یکمتری به شعاع ۷۰۰ cm که در نقطه وسط سایه ای به طول ۱۱ cm و با جرم ناجیز قابل حشم پوشی داشل شده. این سایه افقی است و یک سر آن رعنای تکمیل گاهی قراردارد. اگر این عرض با سرعت زاویه ای ۱۰۰۰ RPM حول فیله بیرون آهانگ حرکت تقدیسی اش چیزی است؟

$$\Omega = \frac{m g r}{I \omega} = \frac{m g r}{\frac{1}{2} m R^2 \omega} = \frac{g r}{R \omega} = \frac{9.8 \times 10 \times 10^{-2}}{\omega_0 \times 10^{-4} \times 1000 \times \frac{2\pi}{60}} = 0.10 \text{ rad/s}$$

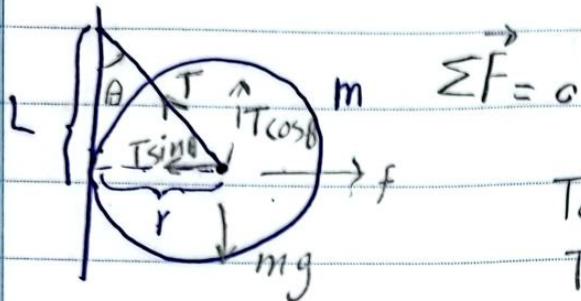


$$\sum \vec{F} = 0$$

تعادل (Equilibrium)

$$\sum \vec{r} = 0$$

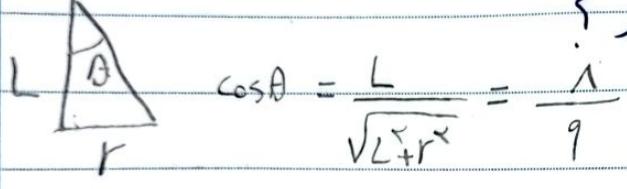
در شکل که یک نوختی به جرم ۰،۱۵ kg و شعاع $r = 4,2 cm$ دارد و مسافت افقی $L = 1 cm$ با لایز را زیر کرده تحریش است.



الف) نیروی کشش رسم کن؟

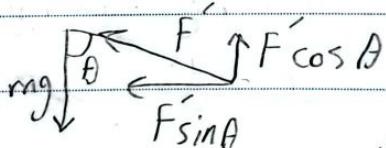
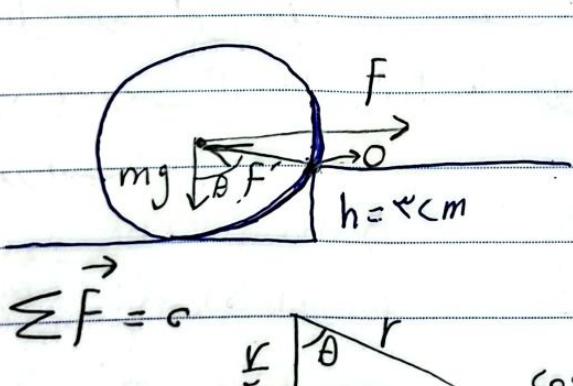
$$T \cos \theta - mg = 0 \quad \frac{8T}{9} - 0,15 \times 10 = 0 \\ T = 9 N$$

ب) نیروی وارد برگره از طرف دیوار؟



$$F = T \sin \theta = 9 \times \frac{4}{9} = 4 N$$

در شکل چه نیروی افقی نسبت F را باید به تپی جرخ وارد کنیم تا این جرخ از مانعی به ارتفاع $h = 4 cm$ بالا بود؟ شعاع جرخ $4 cm$ است.



$$F' \cos \theta - mg = 0 \quad F_N = mg$$

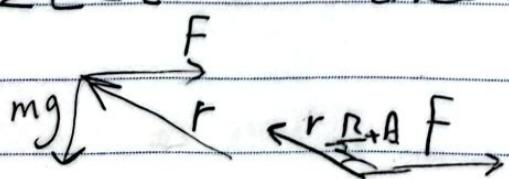
$$F' - F' \sin \theta = 0 \quad mg = F' \times \frac{1}{\cos \theta} \\ \cos \theta = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad mg = 1 \times 10 \times 1 \times \sqrt{2} = 14 N$$

$$F - 14 \times \frac{1}{\sqrt{2}} = 0 \rightarrow F \approx 13,4 N \quad F - F' \sin \theta = 0$$

$$(\sum \vec{F} = 0) \rightarrow F = 13,4 N$$

$$\sum \vec{F} = 0 \quad \text{کندran} \rightarrow \text{کندran}$$

* آنچه بعد

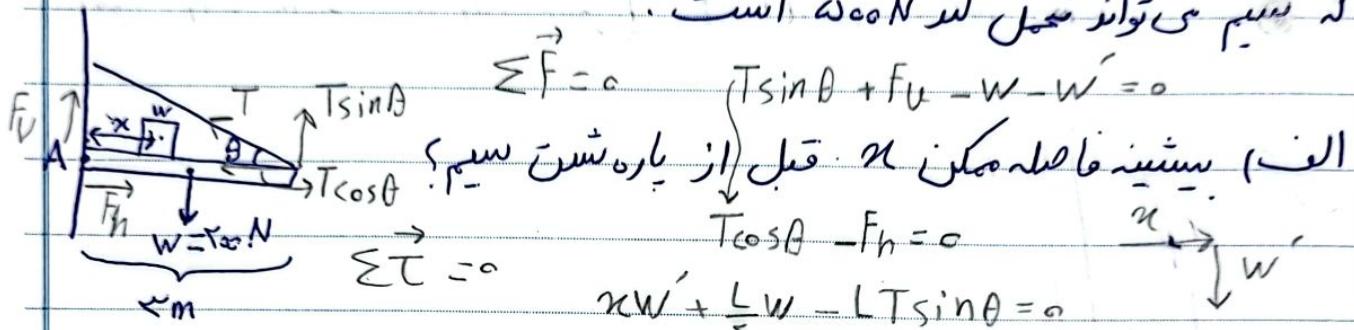


$$r F' \sin(\theta + \alpha) - mg r \sin \alpha = 0$$

$$F = mg \tan \theta = 10 \times 0,1 \times \sqrt{3} \approx 17 N$$

* در حل مسائل تاحد امکان مرکز دوران را جایی در نظر می‌گیریم که بینشیدن نیرو از آنچه گذشته است تا محاسبات کثتاداری کمتری داشته باشیم ($\theta = 0^\circ$)

در شکل فرض کنید طول اصلیه بلواخت $3m$ و وزن آن $200N$ است. بینشیدن فرض کنید وزن قطب $w = 200N$ و زاویه $\theta = 30^\circ$. بینشیدن نیروی لشتنی که بینمی‌تواند تحمل $200N$ است.



ب) با فرض اینکه که قطعه درین بینشیدن توانگر گرفته باشد مولفه های افقی و عکمی وارد بر صله از طرف لولا در نقطه A حصر اند

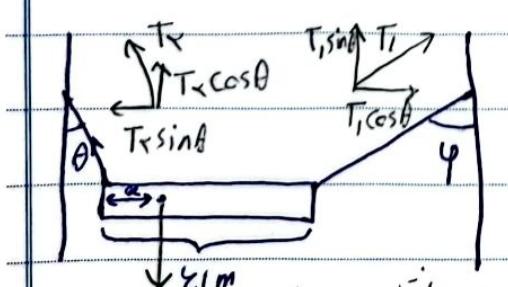
$$200 \times \frac{1}{2} + F_N - 200 - 200 = 0 \rightarrow F_N = 200N$$

$$200 \times \frac{\sqrt{3}}{2} - F_h = 0 \rightarrow F_h = 173N$$

$$200 \times \sin \alpha + \frac{3}{2} \times 200 - 200 \times \frac{1}{2} = 0$$

(الف) $\alpha = 30^\circ$

در شکل نشانه نماینواختن که به وسیله درین سیمان بی جرم آوینه شده است در وضعيت افقی به حال سکون تواردارد. کلی از سیمان ها با امتداد عاشر زاویه $\theta = 36.9^\circ$ و سیمان دیگر زاویه $\varphi = 53.9^\circ$ باشد. آنکه طول این تخته $4.1m$ باشد. ناحله مرکز جرم آن را از اتفاقی سمت چپ محاسبه کنید.



ستاده حل محور انتقالی سمت راست راست
داشتی - اختیاری

$$\cos \varphi = \sin \theta \quad \sin \varphi = \cos \theta \quad T_x = \frac{W}{\cos \theta}$$

$$\sum \vec{F} = 0 \quad T_1 \sin \theta + T_x \cos \theta - W = 0$$

$$T_1 \cos \theta - T_x \sin \theta = 0 \rightarrow T_1 = \frac{T_x}{\tan \theta}$$

$$\sum \vec{L} = 0$$

$$\vec{r}_1 = r T_x \cos \theta \quad T_1 - T_x = 0$$

$$\vec{r}_x = (r - x) W \quad \Rightarrow \quad r \times \frac{W}{\cos \theta} - x W = (r - x) W$$

در شکل صخره نوردی به جرم $V_0 kg$ را نشان داده ایم که با گرفتن لبه افقی کم عمق دیواری صخره ای با یک دست آوران شده است. پایه ای دیوار مانند $H = 2m$ با سینت از محل درگیری انگشت است. با دیوار صخره ای در نمایش فراهم گردید و لایه کامپوزیت برای افزایش قدرت آن از دیوار بر این $A = 2 \times 1m^2$ است. فرض کنید نوردی کامپوزیت از لبه دیوار به طور متساوی بین دو انگشتی که او را نگه داشته اند تقسیم شوند. مؤلفه های افقی F_h و قائم F_v وارد برده ایک از آنگشتان از حقدار اند.

$$\sum \vec{F} = 0 \quad \sum \vec{T} = 0$$

$$mg - F'_h = 0 \quad \text{و } T_{دیوار} = HF$$

$$F - F'_v = 0$$

$$T_{دیوار} = r \perp mg - HF = 0$$

$$0,2 \times V_0 \times 1,0 - 2 \times F = 0 \quad F = V_0 N$$

$$F'_h = V_0 N \quad F'_v = V_0 N$$

$$F_v = \frac{F'_v}{\xi} = 1V_0 N \quad F_h = \frac{F'_h}{\xi} = \frac{V_0}{\xi} = 1V_0 N$$