



10 October 2017

19 محرم 1439

مهر

۱۳۹۶

تسرين اول

۱. الف) الگوریتم پیدا کردن تعداد خانه‌های خالی: $\text{int } T[n]$ و counter و i ;

خط	هزینه	مرتبه تکرار	زمان
1	C_1	1	C_1
2	C_2	$n+1$	$C_2(n+1)$
3	C_3	$\sum_{i=0}^{n-1} (n-i)$	$C_3 \times \frac{n(n+1)}{2}$
4	C_4	$\sum_{i=0}^{n-1} (n-i-1)$	$C_4 \times \frac{n(n-1)}{2}$
5	C_5		

حالت اول (بهترین حالت): خانه‌های خالی نداشته باشیم (سررت شده معود) $\leftarrow 0$

حالت دوم (بدترین حالت): سررت شده نزول $\leftarrow \sum_{i=0}^{n-1} (n-i-1)$

بهترین حالت = 0

بدترین حالت = $C_5 \times \frac{n(n-1)}{2}$

در هر ۲ حالت (بهترین و بدترین): $T(n) = an^2 + bn + c$

یعنی در حالت متوسط هم: $T_{avg}(n) = a'n^2 + b'n + c$

★ در مقایسه با Insertion Sort: در بهترین حالت Insertion Sort تابع

زمانی مرتبه اول $(T(n) = an + b)$ دارد اما در الگوریتم بالا تابع ما در بهترین

حالت نیز درجه دو $(T(n) = an^2 + bn + c)$ است. در بدترین و حالت متوسط رشد

تابع زمانی ۲ الگوریتم یکسان و درجه ۲ $(T(n) = an^2 + bn + c)$ است.



مهر

۱۳۹۶

★ نتیجه گیری: اگر تعداد خانه های صفر باشد به معنای آن است که آرایه ها از پیش به صورت sort شده و صعودی است. در این حالت طبق

الگوریتم Insertion sort تابع زمان ما رشد درجه اول خواهد داشت ($T(n) = an + b$)

③ اگر بدترین حالت در تعداد خانه های خارج به در (ها) تفاوتی در الگوریتم

صفت قبل گفته شد یعنی آرایه sort شده اما به صورت نزولی باشد. در این

حالت تابع زمان الگوریتم Insertion sort به صورت درجه دوم خواهد بود

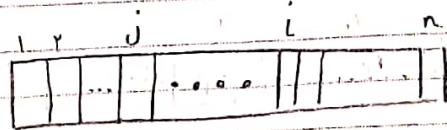
$$(T(n) = an^2 + bn + c)$$

۱- ج) سه حالت داریم: اولی انتخاب ما طوری باشد که بهترین خانه جای را داشته باشد تا حداقل

تعداد را بدست آوریم. در واقع بهترین حالت زمانی است که آرایه ها صعودی شده باشد

و تنها جان ۲ خانه را با هم عوض کرده باشیم (چون خانه ها دیگر در حالت sort شده جایگزین

خانه های ایجاد نمی کنند.)



در آرایه sort شده و تعویض مکان داده ها در

هیچ یک از خانه ها در n و $n-1$ و $n-2$ و $n-3$ و $n-4$ و $n-5$ و $n-6$ و $n-7$ و $n-8$ و $n-9$ و $n-10$ و $n-11$ و $n-12$ و $n-13$ و $n-14$ و $n-15$ و $n-16$ و $n-17$ و $n-18$ و $n-19$ و $n-20$ و $n-21$ و $n-22$ و $n-23$ و $n-24$ و $n-25$ و $n-26$ و $n-27$ و $n-28$ و $n-29$ و $n-30$ و $n-31$ و $n-32$ و $n-33$ و $n-34$ و $n-35$ و $n-36$ و $n-37$ و $n-38$ و $n-39$ و $n-40$ و $n-41$ و $n-42$ و $n-43$ و $n-44$ و $n-45$ و $n-46$ و $n-47$ و $n-48$ و $n-49$ و $n-50$ و $n-51$ و $n-52$ و $n-53$ و $n-54$ و $n-55$ و $n-56$ و $n-57$ و $n-58$ و $n-59$ و $n-60$ و $n-61$ و $n-62$ و $n-63$ و $n-64$ و $n-65$ و $n-66$ و $n-67$ و $n-68$ و $n-69$ و $n-70$ و $n-71$ و $n-72$ و $n-73$ و $n-74$ و $n-75$ و $n-76$ و $n-77$ و $n-78$ و $n-79$ و $n-80$ و $n-81$ و $n-82$ و $n-83$ و $n-84$ و $n-85$ و $n-86$ و $n-87$ و $n-88$ و $n-89$ و $n-90$ و $n-91$ و $n-92$ و $n-93$ و $n-94$ و $n-95$ و $n-96$ و $n-97$ و $n-98$ و $n-99$ و $n-100$ و $n-101$ و $n-102$ و $n-103$ و $n-104$ و $n-105$ و $n-106$ و $n-107$ و $n-108$ و $n-109$ و $n-110$ و $n-111$ و $n-112$ و $n-113$ و $n-114$ و $n-115$ و $n-116$ و $n-117$ و $n-118$ و $n-119$ و $n-120$ و $n-121$ و $n-122$ و $n-123$ و $n-124$ و $n-125$ و $n-126$ و $n-127$ و $n-128$ و $n-129$ و $n-130$ و $n-131$ و $n-132$ و $n-133$ و $n-134$ و $n-135$ و $n-136$ و $n-137$ و $n-138$ و $n-139$ و $n-140$ و $n-141$ و $n-142$ و $n-143$ و $n-144$ و $n-145$ و $n-146$ و $n-147$ و $n-148$ و $n-149$ و $n-150$ و $n-151$ و $n-152$ و $n-153$ و $n-154$ و $n-155$ و $n-156$ و $n-157$ و $n-158$ و $n-159$ و $n-160$ و $n-161$ و $n-162$ و $n-163$ و $n-164$ و $n-165$ و $n-166$ و $n-167$ و $n-168$ و $n-169$ و $n-170$ و $n-171$ و $n-172$ و $n-173$ و $n-174$ و $n-175$ و $n-176$ و $n-177$ و $n-178$ و $n-179$ و $n-180$ و $n-181$ و $n-182$ و $n-183$ و $n-184$ و $n-185$ و $n-186$ و $n-187$ و $n-188$ و $n-189$ و $n-190$ و $n-191$ و $n-192$ و $n-193$ و $n-194$ و $n-195$ و $n-196$ و $n-197$ و $n-198$ و $n-199$ و $n-200$ و $n-201$ و $n-202$ و $n-203$ و $n-204$ و $n-205$ و $n-206$ و $n-207$ و $n-208$ و $n-209$ و $n-210$ و $n-211$ و $n-212$ و $n-213$ و $n-214$ و $n-215$ و $n-216$ و $n-217$ و $n-218$ و $n-219$ و $n-220$ و $n-221$ و $n-222$ و $n-223$ و $n-224$ و $n-225$ و $n-226$ و $n-227$ و $n-228$ و $n-229$ و $n-230$ و $n-231$ و $n-232$ و $n-233$ و $n-234$ و $n-235$ و $n-236$ و $n-237$ و $n-238$ و $n-239$ و $n-240$ و $n-241$ و $n-242$ و $n-243$ و $n-244$ و $n-245$ و $n-246$ و $n-247$ و $n-248$ و $n-249$ و $n-250$ و $n-251$ و $n-252$ و $n-253$ و $n-254$ و $n-255$ و $n-256$ و $n-257$ و $n-258$ و $n-259$ و $n-260$ و $n-261$ و $n-262$ و $n-263$ و $n-264$ و $n-265$ و $n-266$ و $n-267$ و $n-268$ و $n-269$ و $n-270$ و $n-271$ و $n-272$ و $n-273$ و $n-274$ و $n-275$ و $n-276$ و $n-277$ و $n-278$ و $n-279$ و $n-280$ و $n-281$ و $n-282$ و $n-283$ و $n-284$ و $n-285$ و $n-286$ و $n-287$ و $n-288$ و $n-289$ و $n-290$ و $n-291$ و $n-292$ و $n-293$ و $n-294$ و $n-295$ و $n-296$ و $n-297$ و $n-298$ و $n-299$ و $n-300$ و $n-301$ و $n-302$ و $n-303$ و $n-304$ و $n-305$ و $n-306$ و $n-307$ و $n-308$ و $n-309$ و $n-310$ و $n-311$ و $n-312$ و $n-313$ و $n-314$ و $n-315$ و $n-316$ و $n-317$ و $n-318$ و $n-319$ و $n-320$ و $n-321$ و $n-322$ و $n-323$ و $n-324$ و $n-325$ و $n-326$ و $n-327$ و $n-328$ و $n-329$ و $n-330$ و $n-331$ و $n-332$ و $n-333$ و $n-334$ و $n-335$ و $n-336$ و $n-337$ و $n-338$ و $n-339$ و $n-340$ و $n-341$ و $n-342$ و $n-343$ و $n-344$ و $n-345$ و $n-346$ و $n-347$ و $n-348$ و $n-349$ و $n-350$ و $n-351$ و $n-352$ و $n-353$ و $n-354$ و $n-355$ و $n-356$ و $n-357$ و $n-358$ و $n-359$ و $n-360$ و $n-361$ و $n-362$ و $n-363$ و $n-364$ و $n-365$ و $n-366$ و $n-367$ و $n-368$ و $n-369$ و $n-370$ و $n-371$ و $n-372$ و $n-373$ و $n-374$ و $n-375$ و $n-376$ و $n-377$ و $n-378$ و $n-379$ و $n-380$ و $n-381$ و $n-382$ و $n-383$ و $n-384$ و $n-385$ و $n-386$ و $n-387$ و $n-388$ و $n-389$ و $n-390$ و $n-391$ و $n-392$ و $n-393$ و $n-394$ و $n-395$ و $n-396$ و $n-397$ و $n-398$ و $n-399$ و $n-400$ و $n-401$ و $n-402$ و $n-403$ و $n-404$ و $n-405$ و $n-406$ و $n-407$ و $n-408$ و $n-409$ و $n-410$ و $n-411$ و $n-412$ و $n-413$ و $n-414$ و $n-415$ و $n-416$ و $n-417$ و $n-418$ و $n-419$ و $n-420$ و $n-421$ و $n-422$ و $n-423$ و $n-424$ و $n-425$ و $n-426$ و $n-427$ و $n-428$ و $n-429$ و $n-430$ و $n-431$ و $n-432$ و $n-433$ و $n-434$ و $n-435$ و $n-436$ و $n-437$ و $n-438$ و $n-439$ و $n-440$ و $n-441$ و $n-442$ و $n-443$ و $n-444$ و $n-445$ و $n-446$ و $n-447$ و $n-448$ و $n-449$ و $n-450$ و $n-451$ و $n-452$ و $n-453$ و $n-454$ و $n-455$ و $n-456$ و $n-457$ و $n-458$ و $n-459$ و $n-460$ و $n-461$ و $n-462$ و $n-463$ و $n-464$ و $n-465$ و $n-466$ و $n-467$ و $n-468$ و $n-469$ و $n-470$ و $n-471$ و $n-472$ و $n-473$ و $n-474$ و $n-475$ و $n-476$ و $n-477$ و $n-478$ و $n-479$ و $n-480$ و $n-481$ و $n-482$ و $n-483$ و $n-484$ و $n-485$ و $n-486$ و $n-487$ و $n-488$ و $n-489$ و $n-490$ و $n-491$ و $n-492$ و $n-493$ و $n-494$ و $n-495$ و $n-496$ و $n-497$ و $n-498$ و $n-499$ و $n-500$ و $n-501$ و $n-502$ و $n-503$ و $n-504$ و $n-505$ و $n-506$ و $n-507$ و $n-508$ و $n-509$ و $n-510$ و $n-511$ و $n-512$ و $n-513$ و $n-514$ و $n-515$ و $n-516$ و $n-517$ و $n-518$ و $n-519$ و $n-520$ و $n-521$ و $n-522$ و $n-523$ و $n-524$ و $n-525$ و $n-526$ و $n-527$ و $n-528$ و $n-529$ و $n-530$ و $n-531$ و $n-532$ و $n-533$ و $n-534$ و $n-535$ و $n-536$ و $n-537$ و $n-538$ و $n-539$ و $n-540$ و $n-541$ و $n-542$ و $n-543$ و $n-544$ و $n-545$ و $n-546$ و $n-547$ و $n-548$ و $n-549$ و $n-550$ و $n-551$ و $n-552$ و $n-553$ و $n-554$ و $n-555$ و $n-556$ و $n-557$ و $n-558$ و $n-559$ و $n-560$ و $n-561$ و $n-562$ و $n-563$ و $n-564$ و $n-565$ و $n-566$ و $n-567$ و $n-568$ و $n-569$ و $n-570$ و $n-571$ و $n-572$ و $n-573$ و $n-574$ و $n-575$ و $n-576$ و $n-577$ و $n-578$ و $n-579$ و $n-580$ و $n-581$ و $n-582$ و $n-583$ و $n-584$ و $n-585$ و $n-586$ و $n-587$ و $n-588$ و $n-589$ و $n-590$ و $n-591$ و $n-592$ و $n-593$ و $n-594$ و $n-595$ و $n-596$ و $n-597$ و $n-598$ و $n-599$ و $n-600$ و $n-601$ و $n-602$ و $n-603$ و $n-604$ و $n-605$ و $n-606$ و $n-607$ و $n-608$ و $n-609$ و $n-610$ و $n-611$ و $n-612$ و $n-613$ و $n-614$ و $n-615$ و $n-616$ و $n-617$ و $n-618$ و $n-619$ و $n-620$ و $n-621$ و $n-622$ و $n-623$ و $n-624$ و $n-625$ و $n-626$ و $n-627$ و $n-628$ و $n-629$ و $n-630$ و $n-631$ و $n-632$ و $n-633$ و $n-634$ و $n-635$ و $n-636$ و $n-637$ و $n-638$ و $n-639$ و $n-640$ و $n-641$ و $n-642$ و $n-643$ و $n-644$ و $n-645$ و $n-646$ و $n-647$ و $n-648$ و $n-649$ و $n-650$ و $n-651$ و $n-652$ و $n-653$ و $n-654$ و $n-655$ و $n-656$ و $n-657$ و $n-658$ و $n-659$ و $n-660$ و $n-661$ و $n-662$ و $n-663$ و $n-664$ و $n-665$ و $n-666$ و $n-667$ و $n-668$ و $n-669$ و $n-670$ و $n-671$ و $n-672$ و $n-673$ و $n-674$ و $n-675$ و $n-676$ و $n-677$ و $n-678$ و $n-679$ و $n-680$ و $n-681$ و $n-682$ و $n-683$ و $n-684$ و $n-685$ و $n-686$ و $n-687$ و $n-688$ و $n-689$ و $n-690$ و $n-691$ و $n-692$ و $n-693$ و $n-694$ و $n-695$ و $n-696$ و $n-697$ و $n-698$ و $n-699$ و $n-700$ و $n-701$ و $n-702$ و $n-703$ و $n-704$ و $n-705$ و $n-706$ و $n-707$ و $n-708$ و $n-709$ و $n-710$ و $n-711$ و $n-712$ و $n-713$ و $n-714$ و $n-715$ و $n-716$ و $n-717$ و $n-718$ و $n-719$ و $n-720$ و $n-721$ و $n-722$ و $n-723$ و $n-724$ و $n-725$ و $n-726$ و $n-727$ و $n-728$ و $n-729$ و $n-730$ و $n-731$ و $n-732$ و $n-733$ و $n-734$ و $n-735$ و $n-736$ و $n-737$ و $n-738$ و $n-739$ و $n-740$ و $n-741$ و $n-742$ و $n-743$ و $n-744$ و $n-745$ و $n-746$ و $n-747$ و $n-748$ و $n-749$ و $n-750$ و $n-751$ و $n-752$ و $n-753$ و $n-754$ و $n-755$ و $n-756$ و $n-757$ و $n-758$ و $n-759$ و $n-760$ و $n-761$ و $n-762$ و $n-763$ و $n-764$ و $n-765$ و $n-766$ و $n-767$ و $n-768$ و $n-769$ و $n-770$ و $n-771$ و $n-772$ و $n-773$ و $n-774$ و $n-775$ و $n-776$ و $n-777$ و $n-778$ و $n-779$ و $n-780$ و $n-781$ و $n-782$ و $n-783$ و $n-784$ و $n-785$ و $n-786$ و $n-787$ و $n-788$ و $n-789$ و $n-790$ و $n-791$ و $n-792$ و $n-793$ و $n-794$ و $n-795$ و $n-796$ و $n-797$ و $n-798$ و $n-799$ و $n-800$ و $n-801$ و $n-802$ و $n-803$ و $n-804$ و $n-805$ و $n-806$ و $n-807$ و $n-808$ و $n-809$ و $n-810$ و $n-811$ و $n-812$ و $n-813$ و $n-814$ و $n-815$ و $n-816$ و $n-817$ و $n-818$ و $n-819$ و $n-820$ و $n-821$ و $n-822$ و $n-823$ و $n-824$ و $n-825$ و $n-826$ و $n-827$ و $n-828$ و $n-829$ و $n-830$ و $n-831$ و $n-832$ و $n-833$ و $n-834$ و $n-835$ و $n-836$ و $n-837$ و $n-838$ و $n-839$ و $n-840$ و $n-841$ و $n-842$ و $n-843$ و $n-844$ و $n-845$ و $n-846$ و $n-847$ و $n-848$ و $n-849$ و $n-850$ و $n-851$ و $n-852$ و $n-853$ و $n-854$ و $n-855$ و $n-856$ و $n-857$ و $n-858$ و $n-859$ و $n-860$ و $n-861$ و $n-862$ و $n-863$ و $n-864$ و $n-865$ و $n-866$ و $n-867$ و $n-868$ و $n-869$ و $n-870$ و $n-871$ و $n-872$ و $n-873$ و $n-874$ و $n-875$ و $n-876$ و $n-877$ و $n-878$ و $n-879$ و $n-880$ و $n-881$ و $n-882$ و $n-883$ و $n-884$ و $n-885$ و $n-886$ و $n-887$ و $n-888$ و $n-889$ و $n-890$ و $n-891$ و $n-892$ و $n-893$ و $n-894$ و $n-895$ و $n-896$ و $n-897$ و $n-898$ و $n-899$ و $n-900$ و $n-901$ و $n-902$ و $n-903$ و $n-904$ و $n-905$ و $n-906$ و $n-907$ و $n-908$ و $n-909$ و $n-910$ و $n-911$ و $n-912$ و $n-913$ و $n-914$ و $n-915$ و $n-916$ و $n-917$ و $n-918$ و $n-919$ و $n-920$ و $n-921$ و $n-922$ و $n-923$ و $n-924$ و $n-925$ و $n-926$ و $n-927$ و $n-928$ و $n-929$ و $n-930$ و $n-931$ و $n-932$ و $n-933$ و $n-934$ و $n-935$ و $n-936$ و $n-937$ و $n-938$ و $n-939$ و $n-940$ و $n-941$ و $n-942$ و $n-943$ و $n-944$ و $n-945$ و $n-946$ و $n-947$ و $n-948$ و $n-949$ و $n-950$ و $n-951$ و $n-952$ و $n-953$ و $n-954$ و $n-955$ و $n-956$ و $n-957$ و $n-958$ و $n-959$ و $n-960$ و $n-961$ و $n-962$ و $n-963$ و $n-964$ و $n-965$ و $n-966$ و $n-967$ و $n-968$ و $n-969$ و $n-970$ و $n-971$ و $n-972$ و $n-973$ و $n-974$ و $n-975$ و $n-976$ و $n-977$ و $n-978$ و $n-979$ و $n-980$ و $n-981$ و $n-982$ و $n-983$ و $n-984$ و $n-985$ و $n-986$ و $n-987$ و $n-988$ و $n-989$ و $n-990$ و $n-991$ و $n-992$ و $n-993$ و $n-994$ و $n-995$ و $n-996$ و $n-997$ و $n-998$ و $n-999$ و $n-1000$ و $n-1001$ و $n-1002$ و $n-1003$ و $n-1004$ و $n-1005$ و $n-1006$ و $n-1007$ و $n-1008$ و $n-1009$ و $n-1010$ و $n-1011$ و $n-1012$ و $n-1013$ و $n-1014$ و $n-1015$ و $n-1016$ و $n-1017$ و $n-1018$ و $n-1019$ و $n-1020$ و $n-1021$ و $n-1022$ و $n-1023$ و $n-1024$ و $n-1025$ و $n-1026$ و $n-1027$ و $n-1028$ و $n-1029$ و $n-1030$ و $n-1031$ و $n-1032$ و $n-1033$ و $n-1034$ و $n-1035$ و $n-1036$ و $n-1037$ و $n-1038$ و $n-10$



۲- کد را بازنویسی (مربب کر) حل کنید:

1. $x = 0;$

2. $\text{for } (i=1; i \leq n; i++) \{$

3. $\text{for } (j=1; j \leq n; j++)$

4. $x++;$

4,1. $j=1;$

5. $\text{while } (j < n) \{$

6. $x++;$ $j = j+2;$

7. $\}$

8. $\}$

خط	هزینه	مربب کر
1.	c_1	1
2	c_2	$n+1$
3	c_3	$n(n+1)$
4	c_4	$n \times (n) = n^2$
4,1	$c_{4,1}$	n
5	c_5	$n(n-1+1) = n^2$
6	c_6	$n(n-1)$
7	0	مربب نیست
8	0	مربب نیست

$$T(n) = \sum (\text{مربب کر}) \times (\text{هزینه})$$

$$+ n c_{4,1}$$

$$T(n) = c_1 + c_2(n+1) + c_3(n^2+n) + c_4(n^2) + c_{4,1}n^2 + c_5n^2 + c_6(n^2-n)$$

$$= (c_3 + c_4 + c_5 + c_6) n^2 + (c_2 + c_3 - c_6 + c_{4,1}) n + (c_1)$$

a

b

c

$$T(n) = an^2 + bn + c \rightarrow T(n) \in O(n^2) \quad \& \quad T(n) \in \Theta(n^2)$$

جمعه



13 October 2017

۲۲ محرم ۱۴۳۹

مهر

۱۳۹۶

۲- (A) در بهترین حالت : key در اولین خانه باشد.

$$T(n) = c_1 \times 1 + c_2 \left(\frac{1}{10}\right) + c_3 = c_1 + \frac{c_2}{10} + c_3 \quad \text{مورد ثابت}$$

شماره	هزینه	تکرار در بهترین
1. for(i=1; i ≤ n; i++)	c_1	1
2. if(A[i] == a)	c_2	$1 \times \frac{1}{10} = 1/10$
3. return i	c_3	1

(B) در حالت میانگین :

حالت	هزینه	تکرار
1	c'_1	$(n+1)$
2	c'_2	$\frac{1}{10} \times (1+2+\dots+\frac{n}{10}) + \frac{9}{10} \times \left(1 \times (\frac{n}{10}+1) + (\frac{n}{10}+2) + \dots + (\frac{9n}{10})\right) +$
3	c'_3	$\frac{9}{10} \times \left((\frac{9n}{10}+1) + (\frac{9n}{10}+2) + \dots + n\right)$

$$T'(n) = (n+1)c'_1 + \frac{1}{10} \left(\frac{(1+\frac{n}{10})(\frac{n}{10})}{2} \right) c'_2 + \frac{9}{10} \left(\frac{(n+1)(\frac{n}{10})}{2} \right) c'_2 + \frac{9}{10} \left(\frac{(\frac{9n}{10}+1)(\frac{n}{10})}{2} \right) c'_2 + c'_3$$

$$= (n+1)c'_1 + \left(\frac{n}{40} + \frac{n^2}{160}\right)c'_2 + \left(\frac{n}{20} + \frac{n^2}{20}\right)c'_2 + \left(\frac{n}{10} + \frac{n^2}{10}\right)c'_2 + c'_3 \Rightarrow$$

$$T'(n) = \left(c'_1 + \frac{c'_2}{4}\right)n + \left(\frac{9}{40}c'_2\right)n^2 + c'_1 + c'_3 \quad \text{درجه ۲}$$



© در بدترین حالت: در آفرین خانه باشد

ردیف	هزینه	تکرار
1	c_1''	$n+1$
2	c_2''	$5 \times (1 + 2 + \dots + \frac{n}{3}) + 5 \times (\frac{n}{3} + 1) + (\frac{n}{3} + 2) + \dots + (\frac{2n}{3} + 1) +$
3	c_3''	$1 \quad \frac{4}{10} \times ((\frac{2n}{3} + 1) + (\frac{2n}{3} + 2) + \dots + n)$

$$T''(n) = (n+1)c_1'' + (\frac{n}{10} + \frac{n^2}{4})c_2'' + c_3''$$

$$= (\frac{c_2''}{4})n^2 + (c_1'' + \frac{c_2''}{10})n + c_1'' + c_3'' \quad \text{درجه ۲}$$



مهر

۱۳۹۶

۴- اگر آرایه مرتب شده باشد: (بهترین حالت را در نظر بگیرید از این به بعد) ^(A)

1. $\text{for}(i=1; i < n-1; i++) \{$ Arr $\boxed{1 \dots n}$

2. $\text{for}(j=n; j > i; j--) \{$

3. $\text{if}(\text{Arr}[i] + \text{Arr}[j] < k)$

4. $\text{break};$ (به خط بعد می‌رسد)

5. $\text{if}(\text{Arr}[i] + \text{Arr}[j] == k)$

6. $\text{return true};$

7. $\}$

8. $\}$

خط	تجزیه	مقدار تکرار
1	C_1	n
2	C_2	$\sum_{i=1}^{n-1} (n-i+1) = \frac{(n-1)(n+1)}{2}$
3	C_3	$\sum_{i=1}^{n-1} (n-i) = \frac{n(n-1)}{2}$
4	C_4	بهترین حالت = 0 بهترین حالت = $\sum_{i=1}^{n-1} (n-i-1) = \frac{(n-2)(n-1)}{2}$
5	C_5	$\sum_{i=1}^{n-1} (n-i) = \frac{n(n-1)}{2}$
6	C_6	1
		$\Rightarrow T(n) = an^2 + bn + c$

4, 8

0

مهم نیست

شهادت پنجمین شهید محراب آیت ا... اشرفی اصفهانی به دست منافقان (۱۳۶۱ ه.ش) - روز جهانی نابینایان (عصای سفید)

جمعه



6 October 2017

۱۵ مهر ۱۳۹۶

مهر

۱۳۹۶

③ اگر آرایه مرتب نشده باشد: (بدترین حالت را در نظر بگیرید)

1. for (i=1; i < n; i++) {

2. for (j=i+1; j < n; j++) {

3. if (Arr[i] + Arr[j] == k)

4. return true;

5. }

6. }

خطا	هزینه	تعداد تکرار
1	C_1	n
2	C_2	$\sum_{i=1}^{n-1} (n-i+1) = \frac{(n+1)(n-1)}{2}$
3	C_3	$\sum_{i=1}^{n-1} (n-i) = \frac{n(n-1)}{2}$
4	C_4	1
5	c	همیشه
6	c	همیشه

زمان الگوریتم

$$T(n) = an^p + bn + c$$

هر دو الگوریتم در زمان $O(n^2)$ انجام شدند.



$$a) \lg(n!) = \Theta(\lg(n^n))$$

$$\text{if } A = O(B) \text{ و } A = \Omega(B) \Rightarrow A = \Theta(B)$$

$$\text{اول: } A = O(B) \iff \exists c > 0, n_0 > 0 \mid \forall n \geq n_0, 0 \leq A \leq c \cdot B$$

$$\text{از استقرای ساده علیه: } \lg(1) \leq \lg(1) \checkmark \rightarrow c=1, n_0=1$$

$$\text{فرض استقرای} \rightarrow \lg(n!) \leq \lg(n^n)$$

$$\text{مرحله استقرای} \rightarrow \lg(n!) \leq \lg(n^n) \rightarrow \lg(n+1) + \lg(n!) \leq \lg(n+1) + \lg(n^n)$$

$$\rightarrow \lg((n+1)!) \leq \lg(n+1) + n \lg(n) \quad (1)$$

$$(2) \lg(n) < \lg(n+1) : \text{چون تابع } \lg \text{ از آنجا که صعودی است (از } n \text{)} \rightarrow \lg(n) < \lg(n+1)$$

$$(1), (2) \rightarrow \lg((n+1)!) \leq \lg(n+1) + n \lg(n+1) = (n+1) \lg(n+1) = \lg((n+1)^{n+1})$$

$$\rightarrow \lg((n+1)!) \leq \lg((n+1)^{n+1}) \quad \text{حکم ثابت شد} \checkmark$$

$$\text{دوم: } A = \Omega(B) \iff \exists c > 0, n_0 > 0 \mid \forall n \geq n_0, 0 \leq c \cdot B \leq A$$

$$\text{حداقل برای یافتن } c \text{ میتوان: } \lg(n!) \geq c \cdot \lg(n^n) \rightarrow c \leq \frac{\lg(n)}{n \lg(n)} + \frac{\lg(n-1)}{n \lg(n)} + \dots + \frac{\lg(1)}{n \lg(n)}$$

$$\rightarrow c \leq A < n \times \left(\frac{1}{n}\right) \rightarrow \boxed{c < 1}$$

$$\text{یعنی اگر } c < 1 \text{ باشد و } n_0 = 1 \text{ (چون } \lg(1) \leq \lg(1) \text{ جایگزین درست است)}$$

حکم ثابت می شود.



مهر

۱۳۹۶

b) ابتدا داریم: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^{1/\lg n}}{n} = 0$ اثبات مستقیم:

کم ثابت شد $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^d}{n} = 1$ $d \rightarrow 0$

روش دوم (دو مرحله): $\exists c_1 > 0, n_0 > 0 \mid \forall n \geq n_0, c_1 \cdot g(n) \leq f(n) \leq c_2 \cdot g(n)$

مرحله ۱: $c_1 \cdot 1 \leq n^{1/\lg n} \rightarrow \left[c_1 = 1, n_0 = 2 \right] \mid 1 \leq 2^{1/\lg 2} = 2 \checkmark$

مرحله ۲: $n^{1/\lg n} \leq c_2 \cdot 1 \xrightarrow{\lg} \lg(n^{1/\lg n}) \leq \lg c_2 \xrightarrow{\frac{\lg(n)}{\lg(n)}} \frac{1}{\lg(n)} \leq \lg c_2 \rightarrow \left[c_2 \geq 2 \right] \checkmark$

پس c_2 را مثلاً ۲ انتخاب کنیم و $n_0 = 2$ خواهد بود. \checkmark $2 \geq 2^{1/\lg 2} = 2$

پس

(A) و (B) $\rightarrow \left(n^{1/\lg n} = O(1) \right) \& \left(n^{1/\lg n} = \Omega(1) \right) \Rightarrow n^{1/\lg n} = \Theta(1)$

c) $n! = \omega(2^n) \rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2\pi n} \left(\frac{n}{e}\right)^n \left(1 + \Theta\left(\frac{1}{n}\right)\right)}{2^n} \Rightarrow$ توان های بزرگتر مرتبه را
نگاه می داریم و بعد از ثابت
ضد می کنیم

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n^{\frac{1}{e}})^n \times (n^n) \times (n^{-1})}{2^n \times e^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^{n - \frac{1}{e}}}{(2e)^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^n}{k^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n}{k}\right)^n$

هم پایه و هم توان به سمت بی نهایت می روند پس عدد برابر ∞ است

$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n}{k}\right)^n = \infty \rightarrow n! \text{ رشد } > 2^n \text{ رشد } \checkmark$

روش دوم ضد شد



مهر
۱۳۹۶

(برون استرلینگ) روش دوم:

$$\forall c > 0, \exists n_0 > 0 \mid \forall n > n_0, c \leq f(n) < f(n)$$

حالا میخواهیم ببینیم به ازای هر n_0 که گرفته شد میتوان یک c نام برد که شرط مساله را برآورده کند.

$$n! = o(2^n) \quad ?$$

عبارت A

$$2^n \times c < n! \rightarrow c \times \underbrace{\frac{1}{n-1} \times \frac{1}{n-2} \times \frac{1}{n-3} \times \frac{1}{n-4} \times \frac{1}{n-5} \times \frac{1}{n-6} \times \frac{1}{n-7} \times \frac{1}{n-8} \times \frac{1}{n-9} \times \frac{1}{n-10} \times \frac{1}{n-11} \times \frac{1}{n-12} \times \frac{1}{n-13} \times \frac{1}{n-14} \times \frac{1}{n-15} \times \frac{1}{n-16} \times \frac{1}{n-17} \times \frac{1}{n-18} \times \frac{1}{n-19} \times \frac{1}{n-20} \times \frac{1}{n-21} \times \frac{1}{n-22} \times \frac{1}{n-23} \times \frac{1}{n-24} \times \frac{1}{n-25} \times \frac{1}{n-26} \times \frac{1}{n-27} \times \frac{1}{n-28} \times \frac{1}{n-29} \times \frac{1}{n-30} \times \frac{1}{n-31} \times \frac{1}{n-32} \times \frac{1}{n-33} \times \frac{1}{n-34} \times \frac{1}{n-35} \times \frac{1}{n-36} \times \frac{1}{n-37} \times \frac{1}{n-38} \times \frac{1}{n-39} \times \frac{1}{n-40} \times \frac{1}{n-41} \times \frac{1}{n-42} \times \frac{1}{n-43} \times \frac{1}{n-44} \times \frac{1}{n-45} \times \frac{1}{n-46} \times \frac{1}{n-47} \times \frac{1}{n-48} \times \frac{1}{n-49} \times \frac{1}{n-50} \times \frac{1}{n-51} \times \frac{1}{n-52} \times \frac{1}{n-53} \times \frac{1}{n-54} \times \frac{1}{n-55} \times \frac{1}{n-56} \times \frac{1}{n-57} \times \frac{1}{n-58} \times \frac{1}{n-59} \times \frac{1}{n-60} \times \frac{1}{n-61} \times \frac{1}{n-62} \times \frac{1}{n-63} \times \frac{1}{n-64} \times \frac{1}{n-65} \times \frac{1}{n-66} \times \frac{1}{n-67} \times \frac{1}{n-68} \times \frac{1}{n-69} \times \frac{1}{n-70} \times \frac{1}{n-71} \times \frac{1}{n-72} \times \frac{1}{n-73} \times \frac{1}{n-74} \times \frac{1}{n-75} \times \frac{1}{n-76} \times \frac{1}{n-77} \times \frac{1}{n-78} \times \frac{1}{n-79} \times \frac{1}{n-80} \times \frac{1}{n-81} \times \frac{1}{n-82} \times \frac{1}{n-83} \times \frac{1}{n-84} \times \frac{1}{n-85} \times \frac{1}{n-86} \times \frac{1}{n-87} \times \frac{1}{n-88} \times \frac{1}{n-89} \times \frac{1}{n-90} \times \frac{1}{n-91} \times \frac{1}{n-92} \times \frac{1}{n-93} \times \frac{1}{n-94} \times \frac{1}{n-95} \times \frac{1}{n-96} \times \frac{1}{n-97} \times \frac{1}{n-98} \times \frac{1}{n-99} \times \frac{1}{n-100}}_{\leq 1} < n$$

$$\rightarrow 2c \leq A \text{ عبارت } < n \rightarrow 2c < n \rightarrow n_0 = \lceil 2c \rceil + 1$$

اگر فکت ها را از آخر به اول برعکس کنیم به اثبات بخواهیم میرسیم.

$$d) n! = o(n^n) \rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2\pi n} \left(\frac{n}{e}\right)^n (1 + \theta(\frac{1}{n}))}{n^n} = 0$$

$$\rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2\pi n} (1 + \theta(\frac{1}{n}))}{e^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n^{\frac{1}{2}})(n^{-1})}{e^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{n} e^n} = 0 \quad \checkmark$$

$$a) \text{ غلط: } n^f \in O(n^f) \quad \text{اما} \quad n^f \notin O(n^3) \quad -2$$

$$b) \text{ غلط: } \sqrt{n} + n \notin \Theta(\sqrt{n})$$

$$c) \text{ درست: } f(n) = O(g(n)) \iff f(n) \leq C \cdot g(n) \quad \text{برای } n \text{ بزرگ}$$

$$\lg(f(n)) \leq \lg(C \cdot g(n)) \rightarrow \lg(f(n)) \leq \lg(C) + \lg(g(n)) \quad ①$$

$$\lg(C) + \lg(g(n)) \leq (\lg(C) + 1) \lg(g(n)) \quad ② \quad \checkmark$$

$$①, ② \rightarrow \lg(f(n)) \leq (\lg(C) + 1) \lg(g(n)) \rightarrow \boxed{\lg(f(n)) = O(\lg(g(n)))}$$

کتابت



مهر

۱۳۹۶

d) غلط: $2^n = O(n)$ اما $2^n \neq O(2^n)$

e) غلط: $\frac{1}{n} \neq O(\frac{1}{n^2})$

f) درست: $f(n) = O(g(n))$ یعنی $\exists c > 0, n_0 > 0 \mid \forall n \geq n_0, 0 \leq f(n) \leq c \cdot g(n)$

$\rightarrow 0 \leq \frac{1}{c} f(n) \leq g(n) \rightarrow 0 \leq k f(n) \leq g(n) \quad (1)$

می‌توانیم $k = \frac{1}{c}$ و به ازای هر c متناهی k وجود دارد.

بازنویس $(1) \Rightarrow \exists c > 0, n_0 > 0 \mid \forall n \geq n_0, 0 \leq k f(n) \leq g(n) \Leftrightarrow g(n) = \Omega(f(n))$

با بازنویس عبارت اول به سادگی می‌رسیم.

g) غلط: $f(n) = 2^{2n}$ اگر $\rightarrow f(\frac{n}{2}) = 2^n \rightarrow 2^{2n} \neq O(2^n)$

h) درست: if $f(n) > 0$ then $o(f(n)) > 0 \rightarrow f(n) + o(f(n)) > f(n)$

$\Rightarrow f(n) + o(f(n)) = \Omega(f(n)) \quad (1)$

و. $f(n) \geq g(n) = o(f(n))$ است آنوقت $n \geq n_0$ می‌توانیم بنویسیم

$\rightarrow f(n) + o(f(n)) \leq 2f(n) \rightarrow f(n) + o(f(n)) = O(2f(n)) = O(f(n))$

$(1), (2) \rightarrow$ ثابت شد ✓

پنجشنبه



5 October 2017

۱۴ محرم ۱۳۹۶

مهر

۱۳۹۶

A = ... (B)

A	B	O	o	Ω	ω	Θ
n^r	n^r	✓	✓	x	x	x
$\lg^k n$	n^e	✓	✓	x	x	x
n^k	c^n	✓	✓	x	x	x
r^n	$r^{n/r}$	x	x	✓	✓	x
$n \lg c$	$c \lg n$	✓	x	✓	x	✓
$r \lg n$	n^r	✓	x	✓	x	✓
$n!$	$n r r^n$	x	x	✓	✓	x
$\sqrt{r} \lg n$	$r^{\sqrt{r} \lg(n)}$	x	x	✓	✓	x
$(\lg(n!))$	r^n	✓	✓	x	x	x
$\lg(\lg(n))$	$(\lg(n))^{\lg(n)}$	✓	x	✓	x	✓

$$\lg(\sqrt{n}) \stackrel{?}{=} o(\sqrt{\lg(n^r)})$$

$$\lg(\sqrt{n}) \stackrel{?}{=} o(\sqrt{\lg(n^r)}) \leftarrow \lg(\sqrt{n}) < c \cdot \sqrt{\lg(n^r)} \leftarrow \lg^2 \sqrt{n} < K \cdot \lg(n^r)$$

$$\leftarrow \lg(n^{1/r}) \times \lg(n^{1/r}) \stackrel{\text{ثابت}}{=} \frac{1}{r} \lg^2(n) < \frac{1}{r} K \lg(n) \leftarrow \lg^2(n) < \lg(n) \quad \times$$

$$\lg(\sqrt{n}) = \omega(\sqrt{\lg(n^r)})$$

یعنی :