

Modul I.BA_KRYPT Musterprüfung/Kompetenznachweis 2 Datum, Zeit und Ort

Name: <u>Musterlösung</u>

Bedingungen (für die Prüfung):

Zeit: 90 Minuten

Hilfsmittel: Beliebige schriftliche Unterlagen (Open book), ein beliebiger nicht kom-

munikationsfähiger TR, keine weiteren elektronische Geräte (Handy,

Laptop, Tablet usw.).

Bitte beachten Sie:

- Mit Bleistift oder mit roter Farbe schreiben ist <u>nicht</u> gestattet.
- Lösungen auf den dafür vorgesehenen Platz eintragen und/oder die <u>angehängten Zu-satzblätter</u> benutzen.
- Lesen Sie zuerst die Aufgaben, bevor Sie zu lösen anfangen!
- Saubere und deutliche Resultatformulierung.
- Unbelegte oder nicht nachvollziehbare Resultate werden nicht berücksichtigt.
- Ungültiges ist sauber durchzustreichen, Mehrfachlösungen werden nicht gewertet.
- Der Lösungsweg muss klar ersichtlich sein.
- Rechenaufgaben werden mit dem Unterstreichen des Resultates beendet.
- Zu <u>Textaufgaben</u> gehört am Schluss ein <u>Resultatsatz</u> in Prosa.
- Dort wo offene Stellen auszufüllen sind, sind nur diese <u>offenen Stellen auszufüllen.</u>
- Bei <u>Multiple Choice Aufgaben</u> wird <u>falsches Ankreuzen mit Punktabzug</u> bestraft, d.h. im Zweifelsfalle ist es besser die Felder offen zu lassen. Die Summe innerhalb einer solchen Aufgabe kann aber <u>nicht negativ</u> werden.

Punktzahlen:

maximal: **60** für die Note 6: **50** für die Note 4: **30**

Ich wünsche Ihnen viel Glück und viel Erfolg

Josef Schuler

Punkteübersicht:

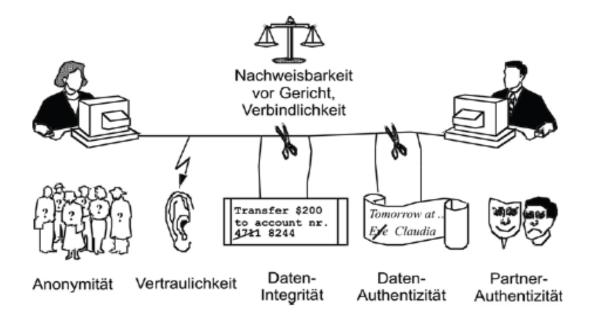
Aufgabe	Max. Punktzahl	Erreichte Punktzahl	
1)	8		
2)	5		
3)	6		
3)			
4)	4		
5)	4 + 4 = 8		
6)			
6)	6		
7)	4 + 10 = 14		
- ,			
8)	4		
9)	5		
			Note
Total	60		
Iotai	00		
	=======	=========	

Notenskala:

Note	Punkte	Anzahl
6 = A	≥ 50	
5,5 = B	≥ 45	
5 = C	≥ 40	
4,5 = D	≥ 35	
4 = E	≥ 30	
3,5 = FX	≥ 25	
3 = F	< 25	

Aufgabe 1: 8 Punkte

In einem Buch werden die folgenden Sicherheitsdienste in einer Zeichnung dargestellt. Leider wurden die Kryptographischen Mechanismen nicht mit eingezeichnet.



[8 P.] Kreuzen Sie <u>alle</u> korrekten Aussagen der Form "der gegebene Kryptographische Sicherheitsmechanismus kann Basis für den angekreuzten Sicherheitsdienst sein." <u>Falsches Ankreuzen wird mit Punktabzug versehen, die Summe kann nicht negativ werden.</u>

Sicherheitsdienst	Vertraulichkeit	Datenin- tegrität	Partnerauthentizi- tät	Keiner dieser Dienste
Krypt. Mechanismus				
Sym. Verschlüsselung				
Asym. Verschlüsselung				
Diffie-Hellman Schlüs- selaustausch Protokoll				
Hybride Verschlüsse-				
lung				
MAC- Berechnung				
Digitale Signatur				
C-R Protokoll mit MAC				
C-R Protokoll mit digita- ler Signatur				

<u>Lösung:</u>

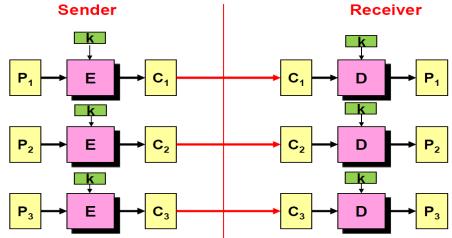
Sicherheitsdienst	Vertraulichkeit	Datenin- tegrität	Partnerauthentizi- tät	Keiner dieser Dienste
Krypt. Mechanismus				
Sym. Verschlüsselung	Х			
Asym. Verschlüsselung	Х			
Diffie-Hellman Schlüs- selaustausch Protokoll				Х
Hybride Verschlüsse- lung	X			
MAC- Berechnung		x		
Digitale Signatur		Х		
C-R Protokoll mit MAC			Х	
C-R Protokoll mit digita- ler Signatur			X	

Bewertungshinweis:

- ➤ Pro richtiges Ankreuzen, 1 P.
- ➤ Pro falsches Ankreuzen ½ P. Abzug, die Summe kann nicht negativ werden.

Aufgabe 2 5 Punkte

Im Folgenden ist auf der Senderseite die Verschlüsselung der Klartextblöcke P₁, P₂ und P₃ mit dem Schlüssel k in die Chiffretextblöcke C₁, C₂ und C₃ und beim Receiver die Entschlüsselung abgebildet.



Kreuzen Sie nun <u>alle</u> richtigen Antworten an. <u>Falsches Ankreuzen wird mit Punktabzug versehen.</u> Die Summe kann aber nicht negativ werden.

5 P.

NR	Aufgabe	Auswahl
a)	Bei diesem Verfahren handelt es	☐ symmetrisches Verfahren
	sich um ein	☐ asymmetrisches Verfahren
		☐ hybrides Verfahren
		☐ Keine der Angaben ist zutreffend.
b)	Es handelt sich dabei um eine	☐ Hashfunktion
		☐ Blockchiffre
		☐ Stromchiffre
		☐ Public Key Verfahren
		☐ Keine der Angaben ist zutreffend.
c)	Als Algorithmen kommen z.B. fol-	☐ Diffie-Hellman
	gende infrage.	□ ECC
		□ 3-DES
		□ RSA
		☐ Hashfunktionen wie SHA-1
		☐ Elliptische Kurven
		□ AES
		☐ Keine der Angaben ist zutreffend.
d)	Das abgebildete Verfahren zeigt	□ СВС
	den folgenden Modus.	□ OFB
		□ CTR
		□ ECB
		☐ Keine der Angaben ist zutreffend.

<u>Lösung:</u>

NR	Aufgabe	Auswahl
a)	Bei diesem Verfahren handelt es	 asymmetrisches Verfahren
	sich um ein	☑ symmetrisches Verfahren
		☐ hybrides Verfahren
		☐ Keine der Angaben ist zutreffend.
b)	Es handelt sich dabei um eine	☐ Hashfunktion
		🗷 Blockchiffre
		☐ Stromchiffre
		☐ Public Key Verfahren
		☐ Keine der Angaben ist zutreffend.
c)	Als Algorithmen kommen z.B. fol-	☐ Diffie-Hellman
	gende infrage.	□ ECC
		☑ 3-DES
		□ RSA
		☐ Hashfunktionen wie SHA-1
		☐ Elliptische Kurven
		☑ AES
		☐ Keine der Angaben ist zutreffend.
d)	Das abgebildete Verfahren zeigt	□ СВС
	den folgenden Modus.	□ OFB
		□ CTR
		⊠ ECB
		☐ Keine der Angaben ist zutreffend.

Aufgabe 3 6 Punkte

Sie wollen einen 3072 Bit RSA einsetzen.

- a) [3 P.] Wie viele Dezimalstellen müssen die zu wählenden Primzahlen haben?
- b) [3 P.] Angenommen Sie bräuchten 400-stellige Primzahlen, wie viele davon gibt es?

Lösung:

a) 3072 Bit bedeutet, dass N = pq eine Zahl mit 3072 Bit ist, d.h. sie hat die Grösse 2^{3072}

$$2^{3072} = 2^{10 \cdot 307,2} = (2^{10 \cdot})^{307,2} \approx (10^{3 \cdot})^{307,2} = 10^{3 \cdot 307,2} = 10^{921,6} \approx (10^{460})^2 = 10^{460} \cdot 10^{460}$$

Somit muss p wie q je ungefähr 460-stellig sein.

2 P.

b) Ungefähr wie viele 400-stellige Primzahlen gibt es?

Die Eulersch'e Pi-Funktion $\pi(n)=\frac{n}{\ln(n)}$ gibt eine Abschätzung wie viele Primzahlen es von 1, bis n hat.

Somit gibt es ungefähr

$$\pi(n=400) - \pi(n=399) = \frac{10^{400}}{\ln(10^{400})} - \frac{10^{399}}{\ln(10^{399})} = \frac{10 \cdot 10^{399}}{400 \cdot \ln(10)} - \frac{10^{399}}{399 \cdot \ln(10)}$$

$$=10^{399} \cdot \underbrace{\frac{1}{\ln(10)} \cdot \left(\frac{10}{400} - \frac{1}{399}\right)}_{\approx 1 \cdot 10^{-2}} \approx 10^{399} \cdot 10^{-2} = 10^{397}$$

Aufgabe 4 4 Punkte

Sie berechnen d¹¹⁶ mittels Square and Multiply (SaM). Schreiben Sie detailliert die einzelnen Schritte auf. Es ist <u>nur die korrekte Reihenfolge</u> der resultierenden Exponenten aufzuschreiben.

<u>Lösung:</u>

116₁₀ = 1110100₂ 1 P.

Im Detail:

Zahl											
1	Nichts										
1		2	3								
1				6	7						
0						14					
1							28	29			
0									58		
0										116	

Aufgabe 5 4 + 4 = 8 Punkte
Aufgabe 5.1 4 Punkte

[4 P.] Welchen Schlüssel können Alice und Bob nach dem untenstehenden Austausch verwenden? Alice und Bob machen folgende Codierung miteinander ab:

⇔	1		
1	0	1	0

Alice schickt folgende Sequenz und wählt dabei die untenstehenden Filter:

Autoc Schlickt Tolg	dice schickt folgende sequenz und wantt dabei die untenstenenden Filter.							
Zufälliges Pho- ton	\bigvee	\bigvee	\bigvee	\bigvee	\bigvee	\bigvee	\bigvee	\bigvee
Polarisierung von Alice		1			*			***
Zwischenlinie für eigene No- tizen.	0	0	1	0	1	1	0	1
Bobs Wahl der Filter	\$	₩	***	₩	EX	***	₩	
Zwischenlinie für eigene No- tizen.								
Gemeinsamer Schlüssel von Alice und Bob	-	0	1	0	-	1	-	-

Bewertungshinweis: Pro falsche Position, 1½ Pte Abzug.

Aufgabe 5.2 4 Punkte

a) [1 P.] Vergleichen Sie die klassische Sicherheit von einem 2048 Bit RSA und einer 384 Bit

b) [3 P.] Vergleichen Sie die Sicherheit von einem 2048 Bit RSA und einer 384 Bit ECC, wenn es Quantencomputer mit genügend vielen Qubits gäbe.

Lösung:

a) Ein 2048 Bit RSA hat in etwa die klassische Sicherheit eines 224 Bit ECC, resp. umgekehrt eine 384 Bit ECC hat in etwa die klassische Sicherheit eines 7680 Bit RSA.

 $K \approx 5k + 8\sqrt{k} + 5 \cdot \log_2 k = 5 \cdot 384 + 8 \cdot \sqrt{384} + 5 \cdot \log_2 384 \approx 2120$

In Bezug auf die Quantencomputer ist ein 2048 Bit RSA sicherer als eine 384 Bit ECC. ½ P.

Mu-KRYPT_Musterpr-2_v2.docx

Aufgabe 6 6 Punkte

Im Folgenden ist das Protokoll einer blinden Signatur mit dem RSA gegeben. Füllen Sie die offenen Stellen aus.

Werte: (i) p = 3, q = 11 \Rightarrow N = pq = 33 und $\varphi(N) = (p-1)(q-1) = 20$ (ii) e = 3, und damit ist $d = e^{-1} \mod \varphi(N) = 3^{-1} \mod 20 = 7$.

Kunde kennt den Public Key ()	Meldung	Bank kennt Secret Key
		1
	I	\/
1. Wahl der Nachricht m: m = 2		
2. Nachricht m "blinden": r = 5		
2. reachient in "biniach".		
,		
$m' \equiv $		
3. geblindete Nachricht m' schicken:	m' =	
	>	
4. Nachricht m' signieren:		$s' \equiv $
5. Signatur s' zurückschicken:	s' =	
	<	
C Cianatura a que el outrabioron.		
6. Signatur s aus s' extrahieren:		
s =		

<u>7.</u>	Kontrolle	mit Signatur	s direkt	rechnen:

Platz für Nebenrechnungen:

<u>Lösung:</u>

Kunde kennt den Public Key (3, 33)	Meldung	Bank kennt Secret Key (3, 11, 7)
1. Wahl der Nachricht m: m = 2		
2. Nachricht m "blinden": $r = 5$ $m' \equiv 5^3 \cdot 2 \mod 33 \equiv 19$		
3. geblindete Nachricht m' schicken:	m' = 19	
	>	
4. Nachricht m' signieren:		$s' \equiv (19)^7 \bmod 33 \equiv 13$
5. Signatur s' zurückschicken:	s' = 13	
	<	
6. Signatur s aus s' extrahieren: $s \equiv \frac{13}{5} \equiv 13 \cdot 5^{-1} \equiv 13 \cdot 20 \equiv 29 \mod 33$		

7. Kontrolle mit Signatur s direkt rechnen:

$$\underbrace{m^7 \equiv 2^7}_{OK} \equiv 29 \bmod 33 = s$$

Bemerkung:

Der Kunde kann nun mit (m, s) = (2, 29) im Shop einkaufen. Der Shopbesitzer will natürlich kontrollieren, ob das Geld echt ist und überprüft die Signatur

$$\underbrace{s^3 \equiv 29^3 \equiv 2 \, mod \, 33 = m}_{OK}$$

Bei der Einlieferung des Geldes bei der Bank, macht die Bank natürlich die gleiche Überprüfung der Signatur wie der Shopbesitzer.

Aufgabe 7
Aufgabe 7.1
14 Punkte

Gegeben sind drei Gleichungen:

a)
$$E: y^2 \equiv x^3 + 3x + 6$$
 über \mathbb{Z}_{21}

b)
$$E: y^2 \equiv x^3 + 3x + 10$$
 über \mathbb{Z}_{13}

c)
$$E: y^2 \equiv x^3 + 4x + 2 \text{ über } \mathbb{Z}_{29}$$

Begründen Sie welche dieser Gleichungen als Gleichung für eine elliptische Kurve dienen kann und welche nicht.

Lösung:

- a) Kann keine Gleichung für eine elliptische Kurve sein, da der Modulus keine Primzahl ist. [1 P.]
- b) Die Nichtsingularitätsbedingung $4 \cdot 3^3 + 27 \cdot 10^2 \equiv 2808 \equiv 0 \ mod \ 13$ ergibt Null, daher kann es keine Gleichung für eine elliptische Kurve sein. [1½ P.]
- c) Die Nichtsingularitätsbedingung $4 \cdot 4^3 + 27 \cdot 2^2 \equiv 364 \equiv 16 \ mod \ 29 \not\equiv 0 \ mod \ 29$, also kann sie Gleichung für eine elliptische Kurve sein. [1½ P.]

Aufgabe 7.2 10 Punkte

Gegeben ist die elliptische Kurve $E: y^2 \equiv x^3 + 3x + 9$ über \mathbb{Z}_{19}

- a) [2 P.] Liegt der Punkt B(15; 8) auf der Kurve?
- b) [7 P.] Von einem Punkt P, der auf der Kurve liegt kennt man die Koordinaten von 6*P = Q(15; 16) und 4*P = R(4; 16). Bestimmen Sie die Koordinaten des Punktes S = 14*P.
- c) [1 P.] Sie bestimmen alle Punkte der Kurve und kommen auf die Anzahl 32. Kann diese Zahl stimmen?

Falls es Ihnen hilft, dürfen Sie die Kehrwerttabelle mod 19 im Folgenden verwenden.

х	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x ⁻¹ mod 19	1	10	13	5	4	16	11	12	17	2
								I.		

Х	11	12	13	14	15	16	17	18
x ⁻¹ mod 19	7	8	3	15	14	6	9	18

Lösungen

a) P(15; 8) in die Gleichung einsetzen.

Der Punkt P(15; 8) in $y^2 \equiv x^3 + 3x + 9 \mod 19$ eingesetzt: $8^2 \equiv 15^3 + 3 \cdot 15 + 9 \mod 19$

$$8^2 \equiv 64 \equiv 7 \mod 19$$
 und $15^3 + 3 \cdot 15 + 9 \equiv 3429 \equiv 9 \mod 19$ 1½ P.

b) Koordinaten von Punkt
$$S = 14*P = 8*P + 6*P = 2R + Q$$
. 1 P.

Für 2*R(4; 16) gilt:

$$s \equiv \frac{3 \cdot x_1^2 + a}{2 \cdot y_1} \mod p \equiv \frac{3 \cdot 4^2 + 3}{2 \cdot 16} \mod 19 \equiv \frac{51}{32} \mod 19 \equiv \frac{13}{13} \mod 19 \equiv 1$$

$$x_3 \equiv s^2 - x_1 - x_2 \mod p \equiv 1^2 - 4 - 4 \mod 19 \equiv -7 \mod 19 \equiv 12$$

$$y_3 \equiv s(x_1 - x_3) - y_1 \mod p \equiv 1(4 - 12) - 16 \mod 19 \equiv 14$$

Detailberechnungen:

$$s \equiv \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \mod p \equiv \frac{16 - 14}{15 - 12} \mod 19 \equiv \frac{2}{3} \mod 19 \equiv (2 \cdot 3^{-1}) \mod 19$$

 \equiv (2 mod 19 · 3⁻¹ mod 19) mod 19 \equiv (2 · 13) mod 19 \equiv 7 (siehe Tabelle)

$$x_3 \equiv s^2 - x_1 - x_2 \mod p \equiv 7^2 - 15 - 12 \mod 19 \equiv 22 \mod 19 \equiv 3$$

$$y_3 \equiv s(x_1 - x_3) - y_1 \mod p \equiv 7(12 - 3) - 14 \mod 19 \equiv 49 \mod 19 \equiv 11$$

3 P.

c) Mit dem Theorem von Hasse, kann die Anzahl der Kurvenpunkte abschätzt werden:

$$p+1-2\sqrt{p} \leq |E| \leq p+1+2\sqrt{p}$$

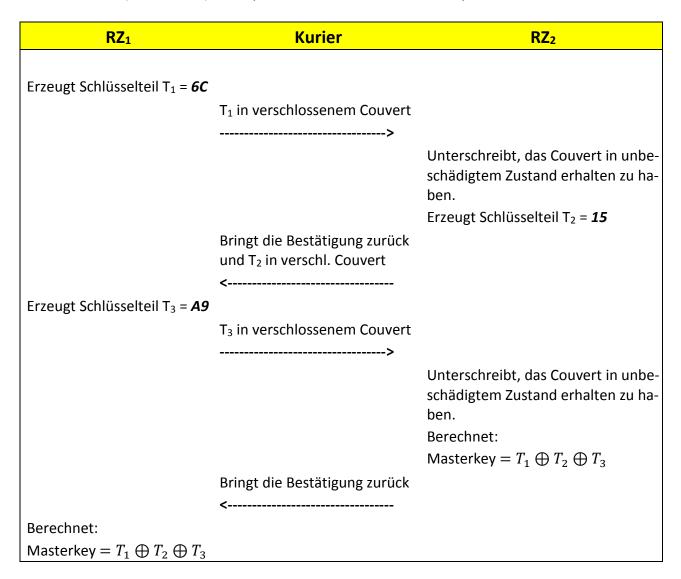
Für p = 23 ist das somit:
$$19 + 1 - 2\sqrt{19} \le |E| \le 19 + 1 + 2\sqrt{19}$$
, also: $11 \le |E| \le 28$

Resultat:

Eine Kurve mit mod 23 kann zwischen 11 und 28 Punkte haben, somit kann diese Anzahl <u>nicht</u> stimmen.

Aufgabe 8 4 Punkte

Im folgenden Protokoll wird ein symmetrischer Schlüssel mittels einem Kurier auf zwei Rechenzentren verteilt (RZ₁ und RZ₂). Die Operation \bigoplus bedeutet die XOR-Operation.



- a) [2 P.] Berechnen Sie den ausgetauschten Schlüssel = Masterkey = $T_1 \oplus T_2 \oplus T_3$
- b) [2 P.] Es gelang dem Kurier ein Couvert zu öffnen, den Teilschlüssel zu betrachten und das Couvert wieder so zu verschliessen, dass es wie unversehrt aussah. Den Teilschlüssel verkaufte er für viel Geld an die Mafia. Kann die Mafia mit diesem Teilschlüssel etwas über den Masterkey erfahren? Wenn ja, was und wie schlimm ist dieser Angriff?

Lösung:

- a) Masterkey = $T_1 \oplus T_2 \oplus T_3 = 6C \oplus 15 \oplus A9 = D0$
- b) Es passiert nichts. Selbst wenn er zwei Couverts h\u00e4tte \u00f6ffnen k\u00f6nnen, h\u00e4tte er keine Information \u00fcber den Schl\u00fcssel. Dies selbst wenn er unendlich viele Computerressourcen zur Verf\u00e4gung h\u00e4tte. Er (oder die Mafia) h\u00e4tte nicht Informationen, als sie durch raten erhalten w\u00e4rden, resp. nicht mehr als sie zum vorneherein schon wissen, n\u00e4mlich der Masterkey 00 bis FF lauten muss.

Aufgabe 9 5 Punkte

Aufgabe 9.1: 2 Punkte

Asymmetrische Schlüsselpaare können auf Smart-Cards berechnet werden. Technisch ist es dabei möglich sicherzustellen, dass der private Schlüssel nicht aus der Karte ausgelesen werden kann. Der private Schlüssel existiert in diesem Fall also ausschliesslich auf der Karte selber. Beantworten Sie zu diesem Szenario die folgende Frage:

Für welche kryptografische Operation (Verschlüsseln oder Signieren) sollten Sie das dem beschriebenen Szenario zugrundeliegende Schlüsselpaar *nicht* verwenden? (1 Punkt) Begründen Sie Ihre Antwort. (1 Punkt)

Lösung:

Das Schlüsselpaar sollte *nicht* für Verschlüsselungsoperationen verwendet werden. (1 Punkt) Begründung: Wenn das Schlüsselpaar nur auf der Smart-Card existiert, dann gibt es kein Backup des privaten Schlüssels. Bei einem Schlüsselverlust sind deshalb die verschlüsselten Daten verloren. (1 Punkt)

Aufgabe 9.2: 3 Punkte

Welches grundsätzliche Problem ergibt sich bei der Anwendung von PKI-Verfahren, wenn aufgrund eines Software-Problems keine CRLs mehr ausgestellt werden können? (1 Punkt) Welche Sicherheitsprobleme entstehen dabei bei der Verschlüsselung von Daten? (1 Punkt) Und welche bei der Verifikation von Signaturen? (1 Punkt)

Lösung:

Das grundsätzliche Problem besteht darin, dass Zertifikate vor deren Verwendung von den Applikationen nicht mehr auf Gültigkeit hin geprüft werden können. (1 Punkt)

Wenn Zertifikate vor der Verschlüsselung von Daten nicht mehr auf Gültigkeit hin geprüft werden können, werden Daten möglicherweise für einen Angreifer verschlüsselt. (1 Punkt)

Wenn Zertifikate vor der Verifikation von Signaturen nicht mehr auf Gültigkeit hin geprüft werden können, können Signaturen, die von einem Angreifer erstellt worden sind, nicht mehr als gefälscht erkannt werden. (1 Punkt)