Diskrete Mathematik - Übungen SW07

David Jäggli

12. April 2023

Inhaltsverzeichnis

1 Binomialverteilung und hypergeometrische Verteilung

I.)

a) $B(10|1000, 0.01) = \binom{1000}{10} 0.01^{10} \cdot 0.99^{990} = 12.57\%$
b) $\sum_{k=0}^{9} B(k|1000, 0.01) = \sum_{k=0}^{9} \binom{1000}{k} 0.01^{k} \cdot 0.99^{1000-k} = 45.8\%$
b) $\sum_{k=0}^{20} 1 - B(k|1000, 0.01) = 1 - \sum_{k=0}^{20} \binom{1000}{k} 0.01^{k} \cdot 0.99^{1000-k} = 0.15\%$

2 Poissonverteilung

II.)

$P(k) = \frac{e^{-\mu} \cdot \mu^k}{k!}$, $\mu = 3$

a) $P(k=0) = \frac{3^0}{0!} \cdot e^{-3} = 5\%$
b) $P(k=1) = \frac{3^1}{1!} \cdot e^{-3} = 14.9\%$
c) $P(k \leq 2) = 1 - \sum_{k=0}^{2} \frac{3^k \cdot e^{-3}}{k!} = 42.3\%$
d) $P(k > 2) = 1 - \sum_{k=0}^{2} \frac{3^k \cdot e^{-3}}{k!} = 57.7\%$

3 Zufallsvariablen, Erwartungswerte und Varianzen

III.)

a) Wahrscheinlichkeit für schwarz: $\frac{2}{5}$

IV.)

Beispielverteilung für Veranschaulichung bei n=3:

	Y				
X	0	1	2	3	$P(X)$
0	0	0	0	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$
1	0	0	$\frac{3}{8}$	0	$\frac{3}{8}$
2	0	$\frac{3}{8}$	0	0	$\frac{3}{8}$
3	$\frac{1}{8}$	0	0	0	$\frac{1}{8}$
$P(Y)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$	

$P(X = 0 \wedge Y = 3) = \frac{1}{8} \neq \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{8}$

V.)
Falls X = Würfe bis Augenzahl = 7, dann gilt folgendes:

$$P(X = k) = \left(1 - \frac{1}{6}\right)^{k-1} \cdot \frac{1}{6} = \left(\frac{5}{6}\right)^{k-1} \frac{1}{6}$$

Die durchschnittliche Anzahl der Würfe bis eine 7 gewürfelt wird ist:

$$E(X) = \sum_{k=0}^{\infty} k \left(\frac{5}{6}\right)^{k-1} \frac{1}{6} = \frac{1}{6} \sum_{k=0}^{\infty} k \left(\frac{5}{6}\right)^{k-1} = \frac{1}{6} \frac{1}{(1 - \frac{5}{6})^2} = 6$$