Diskrete Mathematik - Übungen SW06

David Jäggli

5. April 2023

Inhaltsverzeichnis

1 Wahrscheinlichkeitstheorie

I.)
Kombinationen mit 2 Würfeln: $\{(3,6), (4,5), (5,4), (6,3)\}$
Möglichkeiten mit 2 Würfeln: 6^2
Wahrscheinlichkeit mit 2 Würfeln: $\frac{4}{36} = \frac{1}{9} \approx 11.11\%$

Kombinationen mit 3 Würfeln: $\{(1,2,6), (1,3,5), (1,4,4), (2,3,4) \ldots\}$: 25 Kombinationen
Möglichkeiten mit 3 Würfeln: 6^3
Wahrscheinlichkeit mit 3 Würfeln: $\frac{25}{216} \approx 11.57\%$

Antwort: Wahrscheinlichkeit ist höher mit 3 Würfeln.

II.)
Möglichkeiten: $\binom{90}{10}$

3 verschiedene Fälle wie Resultat erzielt werden kann:

- Keine rote Kugel
- Keine weisse Kugel
- Keine blaue Kugel

Fall 1 (keine rote Kugel) dann müssen die 10 Plätze unter weiss und blau ausgehandelt werden.
Für eine der beiden Farben (z.B. weiss) ist die Wahrscheinlichkeit:

$$\binom{30+30+30}{n}$$

Das bedeutet, dass blau die anderen Plätze ausfüllen muss was in folgendem resultiert:

$$\binom{30+30+30}{10-n}$$

Wobei n von 0 bis 10 geht.

Die Anzahl valide Möglichkeiten ergibt sich aus der Summe der beiden Fälle:

$$\sum_{n=0}^{10} \binom{90}{n} \binom{90}{10-n}$$

Was in folgender Wahrscheinlichkeit für Rot resultiert:

$$\frac{\sum_{n=0}^{10} \binom{90}{n}\binom{90}{10-n}}{\binom{90}{10}}$$

Vandermon:

$$\frac{\binom{60}{10}}{\binom{90}{10}} = 0.0132$$

Für den zweiten und dritten Fall gilt genau das Gleiche, heisst die komplette Wahrscheinlichkeit ergibt sich aus der Summe der drei Fälle:
$p(A_r) \cup p(A_w) \cup p(A_b) = p(A_r) + p(A_w) + p(A_b) - p(A_r \cap A_w) - p(A_r \cap A_b)$
$-p(A_w \cap A_b) + p(A_r \cap A_w \cap A_b) = 0.039$

2 Bedingte Wahrscheinlichkeit und Unabhängigkeit

III.)
a) Anzahl Kombinationen 3 gleiche: $\binom{5}{3} = 10$

Wahrscheinlichkeit für 3 Jungen $= 0.51^3 \cdot 0.49^2 = 0.0319 \Rightarrow 10 * 0.0319 = 31.9\%$

b) $1 - 0.49^5 = 97.18\%$

c) $1 - 0.51^5 = 96.55\%$

d) $0.49^5 + 0.51^5 = 6.28\%$

3 Satz von Bayes

V.)
a)
1. 30% bei 0.03
2. 70% bei 0.05
3. Fehlsortierung: gesamt $= 0.05 \cdot 0.7 + 0.03 \cdot 0.3 = 0.044$
4. Fehlsortierung von 2: $0.05 \cdot 0.7 = 0.035$

$$\frac{0.035}{0.044} \approx 0.7955 = 79.55\%$$

b)
$1 - 0.044 = 0.956 = 95.6\%$