多维随机变量及其概率分布

- ## 二维随机变量

> 假设E是随机试验，Ω是样本空间，X，Y是定义在Ω的随机变量
>
> **分布函数:**
>
> $$F(x,y)=P\{X\le x,Y\le y\}\text{关于}X\text{，}Y\text{联合分布函数}$$
>
> 分布函数性质:
>
> 1. $0\le F(x,y)\le 1$
> 2. F(x,y) 当y不变 $x_1\le x_2$时 $F(x_1,y)\le F(x_2,y)$
> 3. $F(-\infty,y)=0,F(x,-\infty)=0,F(-\infty,-\infty)=0\text{，}F(+\infty,+\infty)=1$
> 4. $P\{x_1<X\le x_2\text{，}y_1<Y\le y_2\}=F(x_2,y_2)-F(x_2,y_1)-F(x_1,y_2)+F(x_1,y_1)\ge 0$
>
> ---
>
> #### 二维离散型的联合分布及边缘分布
>
> | X\Y | 1 | 2 | 3 |
> |---|---|---|---|
> | 1 | 0 | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{8}$ |
> | 2 | $\frac{1}{8}$ | $\frac{1}{8}$ | $\frac{1}{8}$ |
>
> 关于X、Y的边缘分布：横纵求和
>
> ---
>
> #### 二维连续分布函数与密度函数关系
>
> $$f(s,t)\text{为联合密度函数}$$
>
> $$F(x,y)=P\{X\le x\text{，}Y\le y\}=\int_{-\infty}^{x}\int_{-\infty}^{y}f(s,t)dsdt$$
>
> - 二维边缘分布函数
>
> $$\text{变量}X\text{取定点}x\text{，变量}Y\text{取任意值，得到对}X\text{的边缘分布函数}F_X(x)$$
>
> $$F_X(x)=P\{X\le x\}=F(x,+\infty)=P\{X\le x,Y\le +\infty\}\ \ F_X(x)\text{：}X\text{的边缘分布函数}$$
>
> $$F_Y(y)=P\{Y\le y\}=F(+\infty,y)=P\{X\le \infty,Y\le y\}\ \ F_X(x)\text{：}X\text{的边缘}$$
>
> - 二维边缘密度函数与联合密度函数
>
> $$f_X(x)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,t)dt=\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,y)dy$$
>
> $$f_Y(x)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(s,y)dt=\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,y)dx$$
>
> - **二维均匀分布**

> $$当D是矩形时：f(x,y)=\begin{cases}\frac{1}{(b-a)(d-c)} & a\le x\le b,c\le y\le d\\ 0 & 其他\end{cases}$$
>
> $$当D是圆形区域时：f(x,y)=\begin{cases}\frac{1}{\pi R^2} & x^2+y^2\le R^2\\ 0 & 其他\end{cases}$$

随机变量的独立性

> 判断随机变量的充要独立条件
>
> $$f(x,y)=f_X(x)f_Y(y)$$
>
> $$F(x,y)=F_X(x)F_Y(y)$$
>
> #### 二维离散型独立性判断
>
> | X\Y | 0 | 1 |
> | --- | --- | --- |
> | 0 | 0.2 | 0.2 |
> | 1 | 0.2 | 0.4 |
>
> 其横纵坐标边缘概率之和的乘积等于其坐标上值则独立

二维连续性随机变量函数分布

> 通过密度函数求分布函数（积分）