随机变量的数字特征

- ## 数学期望（均值）

> 离散型随机变量的期望 （随机变量所有乘以其概率之和）
>
> $$EX=\sum_{k=1}^{\infty}x_kP_k，若\sum_{k=1}^{\infty}x_kP_k绝对收敛$$
> $$数学期望不一定都存在$$
>
> **连续型随机变量期望**
>
> $$EX=\int_{-\infty}^{+\infty}xf(x)dx \quad 绝对收敛$$
>
> **随机变量函数数学期望**
>
> 离散：$\sum g(x_i)P_i$
>
> 连续：$\int_{-\infty}^{+\infty}g(x)f(x)dx$
>
> **二维变量构成函数Z=g(x,y)的期望**
>
> $EZ=\sum\sum g(x,y)P_{ij}$
>
> ---
>
> **数学期望性质**(便于计算数学期望)
>
> 1. EC =C （常数期望）
> 2. E(X+C) = EX +C
> 3. E(cX) = c(EX)，E(kX+b) = kEX+b
> 4. E(X+Y) = E(X) +E(Y)
> 5. **当X，Y随机变量相互独立时**，E(XY) = E(X)・E(Y)

- ## 方差

> *与数学期望偏离程度(变量与数学期望差值的平方)*
>
> $$DX=E(X^2)-[E(X)]^2 \quad （(X-EX)^2构造出新的随机变量函数$$
> $$标准差：\sqrt{DX}$$
>
> 离散型：$DX=\sum_k(x_k-EX)^2P_k$
>
> 连续型：
>
> $$DX=\int_{-\infty}^{+\infty}(x-EX)^2f(x)dx$$
>
> **常见随机变量方差**
>
> - **0-1分布**
>
> $$P(X=k)=p^k(1-p)^{1-k}$$
> $$D(X)=p-p^2$$

- **二项分布** X~B(n,p)

$$P(X=k)=C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$$
$$E(X)=np$$
$$D(x)=np(1-p)=npq$$

二项分布转正态分布： X~N(np，npq)

二项分布转泊松分布： X~P(np)

- **泊松分布** X~P(λ)

$$P(X=k)=\frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}$$
$$E(X)=\lambda$$
$$D(X)=\lambda$$

- **均匀分布** X~U(a,b)

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{b-a} & a\le x\le b\\ 0 & 其他\end{cases}$$
$$F(x)=\begin{cases}0 & x<a\\ \frac{x-a}{b-a} & a\le x<b\\ 1 & b\le x\end{cases}$$
$$E(X)=\frac{a+b}{2}$$
$$D(X)=\frac{(b-a)^2}{12}$$

- **指数分布** X~E(λ)

$$f(x)=\begin{cases}\lambda e^{-\lambda x} & x>0\\ 0 & 其他\end{cases}$$
$$F(x)=\begin{cases}1-e^{-\lambda x} & x>0\\ 0 & 其他\end{cases}$$
$$E(X)=\frac{1}{\lambda}$$
$$D(X)=\frac{1}{\lambda^2}$$

- **正态分布** X~N(u,σ^2)

$$标准正态分布(u=0,\sigma=1)$$
$$F_0(-x)=1-F_0(x)$$
$$F(x)=F_0(\frac{x-u}{\sigma})$$
$$E(X)=u$$
$$D(X)=\sigma^2$$

- **二维正态分布** (X,Y) ~N($u_1,u_2,\sigma_1^2,\sigma_2^2,p$)

$$(X,Y)-N(u_1,u_2,\sigma_1^2,\sigma_2^2,p)$$
$$p表示X，Y相关系数$$

方差性质

> - DC=0
> - D(X+C) =DX
> - D(CX) =C^2DX，D(kX+b) =k^2Dx
> - D(X±Y) =$DX+DY\pm 2Cov(X,Y)$ 当X，Y相互独立时 2Cov(X，Y) = 0
> - X，Y独立，D(X+Y) = DX+DY

协方差与相关系数

> **协方差**：(描述变量X与变量Y之间的数字特性)
>
> $$Cov(X,Y)=E(XY)-EX\cdot EY$$
>
> $$协方差与方差关系：D(X\pm Y)=DX+DY\pm 2Cov(X,Y)$$

> **协方差性质：**
>
> - Cov(X,X) = D(X)
> - Cov(X,C) =0
> - Cov(X,Y) = Cov(Y,X)
> - Cov(aX,bY) = abCov(X,Y)
> - 当X，Y独立时，Cov(X,Y) =0，当Cov(X,Y)=0时，不能证X，Y是否独立
>
> **相关系数：**
>
> $$\rho_{XY}=\frac{Cov(X,Y)}{\sqrt{DX}\sqrt{DY}}=\frac{E(XY)-EXEY}{\sqrt{DX}\sqrt{DY}}$$
>
> $$|\rho|\leq 1 * 相关系数是两个随机变量间线性关系强弱的度量*$$
>
> **相关系数性质：**
>
> - $COV(X,Y)=0或p_{XY}=0时，X与Y不相关，不能证X，Y独立$
> - $若(X,Y)服从正态分布，X与Y相互独立的充要条件是$ $p_{XY}=0$

中心矩与原点矩

> **原点距**：设X为随机变量，若$E(X^k)$存在（k为正整数），则称它为随机变量X的k阶原点距
>
> **中心距**：若$E[X-E(X)]^k$存在，则为X的k阶中心距
>
> $$u_k=E[X-E(X)]^k \quad 中心距$$