常微分方程

> 通解：含任意常数，且常数的个数等于微分方程的阶数
>
> **可分离变量微分方程**
>
> $$g(y)dy = f(x)dx$$
> $$\int g(y)dy = \int f(x)dx \quad y` = \frac{dy}{dx}$$

齐次方程

> $$\frac{dy}{dx} = \varphi(\frac{y}{x}) \quad x,y\text{整体出现}$$
>
> **齐次方程求解**
>
> - 令$u = \frac{y}{x}$
> - 求x与u的关系式$y = xu$
> - 求y=xu 关于$\frac{dy}{dx} = u + x\frac{du}{dx}$
> - 转为可分离变量微分方程

一阶线性微分方程

> $$\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x)$$
> $$\text{其通解公式为：} y = e^{-\int P(x)dx}(\int Q(x)e^{\int P(x)dx}dx + C)$$
> $$Q(x) \equiv 0\text{时其通解为} \quad y = Ce^{-\int P(x)dx}$$
>
> 一阶线性齐次微分方程 $Q(x) \equiv 0$，非齐次方程等号右端不等于0

可降阶的高阶方程

> - $y^n = f(x) \quad y^{n-1} = \int f(x)dx + C$
> - $y`` = f(x, y`)$
>
>   > 令$y` = p \quad y`` = p`$带入原式得到一阶线性微分方程求y
>   > $y = e^{-\int P(x)dx}(\int Q(x)e^{\int P(x)dx}dx + C)$
>
> - $y`` = f(y, y`)$
>
>   > 令$y` = p \quad y`` = \frac{dp}{dx} = p\frac{dp}{dy}$，原函数：$p\frac{dp}{dy} = f(y,p)$

常系数齐次线性微分方程

> $y`` + p(x)y` + q(x)y = f(x)$，当$f(x) = 0$时为齐次方程
>
> 特解：

> $$y`` + py` + qy = 0 \quad \rightarrow \quad r^2 + pr + q = 0$$
> $$\Delta = p^2 - 4q > 0 \ \ \text{其解为} y = C_1 e^{r_1 x} + C_2 e^{r_2 x} \quad \text{其中} r_1 \text{与} r_2 \text{为二次方程的两个根}$$
> $$\Delta = p^2 - 4q = 0 \quad y = (C_1 + C_2) e^{r_1 x}$$