Presentación

15 de noviembre de 2023

Recordando el concepto de amplitude encoding al tener un vector clásico A este se puede expresar como un estado cuántico usando la expresión

$$A \longrightarrow |N\rangle = \frac{1}{|A|} \sum_i A_i |i\rangle$$

De acuerdo con esta propiedad podemos regresar al vector clásico

$$A = |A| \, |A\rangle$$

Usando los estados de inicialización mencionados en la presentación

$$|\phi\rangle = \frac{1}{\sqrt{Z}} (|A| \, |0\rangle - |B| \, |B\rangle)$$

$$\psi = \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle \otimes |A\rangle) + |1\rangle \otimes |B\rangle$$

Recordando la compuerta $CSWAP$

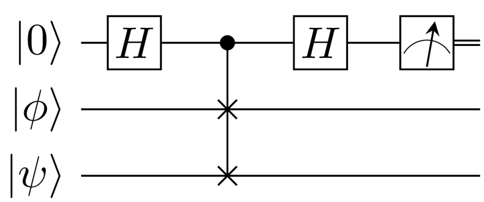

Figura 1: Compuerta CSWAP

Recordando la tarea 2 en la que se demostró que este circuito permite medir si dos estados son ortogonales o paralelos. En ese problema demostrabamos la siguiente expresión

$$P(|0\rangle) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} |\langle\phi|\psi\rangle|^2$$

(1)

Ahora desarrollando el producto interno entre los estados de inicialización que mencionamos anteriormente

$\langle\phi|\psi\rangle = \left\langle \frac{1}{\sqrt{Z}} (|A| \, |0\rangle - |B| \, |B\rangle) \middle| \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle \otimes |A\rangle) + |1\rangle \otimes |B\rangle \right\rangle$

$= \frac{1}{\sqrt{2Z}} (|A| \langle 0|0\rangle \otimes |A\rangle + |A| \langle 0|2\rangle \otimes |B\rangle - |B| \langle 1|0\rangle \otimes |A\rangle - |B| \langle 1|1\rangle \otimes |B\rangle)$

$= \frac{1}{\sqrt{2Z}} (|A| \, |A\rangle - |B| \, |B\rangle)$

Al sustituir este resultado en la expresión () obtenemos la siguiente expresión

$$P(|0\rangle = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2Z}} \, |(|A| \, |A\rangle - |B| \, |B\rangle) \, |\right)^2$$

Recordando que $|A| \, |A\rangle$ es igual al vector A clásico entonces

$$P(|0\rangle) = \frac{1}{2} + \frac{1}{4Z} | \, (A - B) \, |^2$$

siendo $D = |A - B|$ la distancia entre los vectores A y B. Por lo tanto obtenemos

$$P(|0\rangle) = \frac{1}{2} + \frac{1}{4Z} D^2 \tag{2}$$

Entonces para obtener el valor de la distancia entre vectores tenemos que la distancia esta dada por

$$D = \sqrt{4Z\left(P(|0\rangle) - \frac{1}{2}\right)} \tag{3}$$