Jessica Gómez López

$f = x^6 + 6x^4 + 6x^3 + 3x^2 + 1$

$c(f) = 1 \rightarrow f$ es primitivo

① Eisenstein NO

② Factores lineales

$f(1) = 17 \neq 0$
$f(-1) = 5 \neq 0$ } No tiene factores lineales

$f = gr\,3 \cdot gr\,3$
ó
$f = gr\,2 \cdot gr\,2 \cdot gr\,2$
ó
$f =$ irreducible.

3.1 Módulo 2

$f_2 = x^6 + x^2 + 1$

$f_2(0) = 1 \neq 0$
$f_2(1) = 1 \neq 0$ } No tiene factores lineales

$f_2 = gr\,2 \cdot gr\,2 \cdot gr\,2$ ó $f_2 = gr\,3 \cdot gr\,3$ ó $f =$ irreducible.

Tomamos $x^2+x+1$ en $\mathbb{Z}_2[x]$ vemos que es irreducible ($f(0) = 1$ y $f(1) = 1$) y es único

$x^2+x+1 \nmid f_2$. Así, sabemos que $f_2$ no tiene factores ~~lineales~~ de grado 2 y tampoco $f$. Así,

$f = gr\,3 \cdot gr\,3$ ó $f$ irreducible.

Ahora tomemos $x^3+x+1$ y $x^3+x^2+1$ que son irreducibles en $\mathbb{Z}_2[x]$

observamos que $x^3+x+1 \mid f_3$. Así que no obtenemos información.

más que $f = gr\,3 \cdot gr\,3$ ó $f =$ irreducible

3.2 Módulo 3

$f_3 = x^6 + 1$

$f(0) = 1$
$f(1) = 2$
$f(2) = 0$ $\Rightarrow$ ~~$f_3 = (x+2)\cdot($~~

$f_3 = (x-2)\cdot(P\,gr\,5)$

$f_3 = (x+1)\cdot(x^5 - x^4 + x^3 - x^2 - x + 1)$

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| | | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 |
| | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 2 |

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| $-1$ | | $-1$ | 1 | $-1$ | 1 | 1 | $-1$ |
| | 1 | $-1$ | 1 | $-1$ | $-1$ | 1 | $\boxed{0}$ |

No me da tiempo