Examen de ordenador

4 de septiembre de 2017

Métodos Numéricos I_Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas_UGR

DURACIÓN: 1 hora

MODELO 1

APELLIDOS Y NOMBRE:

DNI/PASAPORTE: FIRMA:

OBSERVACIÓN IMPORTANTE: Hay que copiar todas las entradas y salidas de Mathematica

PREGUNTA 1
0.75 puntos

Sea $\{x_n\}_{n\geq 0}$ la sucesión de números reales definida para cada $n \in \mathbb{N} \cup \{0\}$ como

$$x_n := \int_0^1 \frac{x^n}{x+5} dx.$$

Sabemos que $\{x_n\}_{n\geq 0}$ verifica la recurrencia

$$x_0 = \log(6/5)$$

y

$$n \geq 1 \;\Rightarrow\; x_n = \frac{1}{n} - 5x_{n-1}$$

y que es posible expresar x_n como $f_n(x_0)$, para una conveniente función f_n y que su condicionamiento en x_0 diverge cuando $n \to \infty$. Toma el redondeo 0.182322 de $\log(6/5)$ y calcula los 24 primeros términos de la sucesión. ¿Contradice ello la divergencia del condicionamiento?

PREGUNTA 2
2.25 puntos

Sea $f : [0.15, 1] \longrightarrow \mathbb{R}$ la función definida por

$$f(x) := \operatorname{sen} x + \cos x - e^x, \qquad (x \in [0.15, 1]).$$

Dado $N \geq 1$, sean $x_0, x_1, \ldots, x_N$ los nodos correspondientes a la partición uniforme del intervalo $[0.15, 1]$.

a) Halla el polinomio $\mathbf{I}_N f \in \mathbb{P}_N$ que interpola los datos $(x_0, f(x_0)), \ldots, (x_N, f(x_N))$, para $N = 3, 6, 11$.

b) Sabemos que

$$\lim_{N\to\infty} \|\mathbf{E}_N f\|_\infty = 0,$$

siendo $\mathbf{E}_N f = f - \mathbf{I}_N f$. Dibuja simultáneamente las gráficas de los polinomios anteriores y de f e indica si su comportamiento se corresponde con el límite anterior.

c) Calcula (estimación gráfica se admite) la constante de Lebesgue Λ_N para $N = 3, 6, 11$. ¿Qué podemos asegurar de la estabilidad del problema de interpolación considerado para dichos valores de N?