

Examen de teoría y problemas 2

9 de junio de 2017

Métodos Numéricos I_Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas_UGR

DURACIÓN: 2 horas

MODELO 1

APELLIDOS Y NOMBRE:

DNI/PASAPORTE:

FIRMA:

PREGUNTA 1
1 punto

Dado el sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 4 \\ 3 & 6 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 10 \\ 18 \end{bmatrix},$$

- a) determina la descomposición LU tipo Crout de su matriz de coeficientes y
- b) resuelve el sistema a partir de la factorización anterior.

PREGUNTA 2
1.5 puntos

Considera el problema de interpolación tipo Hermite: encontrar $p \in \mathbb{P}_5$ de forma que

$$p(0) = 0, \quad p'(0) = 1, \quad p(1/2) = 1/4, \quad p'(1/2) = 0, \quad p(1) = 0, \quad p'(1) = -1.$$

- a) Halla, de entre los correspondientes polinomios de Hermite $h_0(x), h_1(x), h_2(x), h_3(x), h_4(x), h_5(x)$, aquellos que necesites para resolver el problema anterior.
- b) Determina explícitamente el polinomio p a partir de los polinomios de Hermite hallados en a).

PREGUNTA 3
1.5 puntos

a) Sean $a, b \in \mathbb{R}$, con $a < b$, $h := b - a$, $f \in C^2([a, b])$, $\mathbf{I}_1 f$ el único polinomio en \mathbb{P}_1 de forma que

$$\mathbf{I}_1 f(a) = f(a) \quad \text{y} \quad \mathbf{I}_1 f(b) = f(b)$$

y $\mathbf{E}_1 f(x) = f(x) - \mathbf{I}_1 f(x)$. Demuestra que

$$\|\mathbf{E}_1 f\|_\infty \leq \frac{\|f''\|_\infty}{8} h^2.$$

b) Dada una partición $P = \{a = x_0 < x_1 < \dots < x_N = b\}$ del intervalo $[a, b]$, se considera el problema de interpolación

$$\text{encontrar } \mathbf{S}_N^1 f \in \mathbb{S}_1^0(P) : [i = 0, 1, \dots, N \Rightarrow \mathbf{S}_N^1 f(x_i) = f(x_i)].$$

Deduce el apartado anterior que

$$\|f - \mathbf{S}_N^1 f\|_\infty \leq \frac{\|f''\|_\infty}{8} \left(\max_{i=0, \dots, N-1} (x_{i+1} - x_i) \right)^2.$$