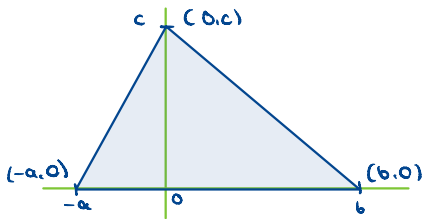


Ejercicio 7.2: Calcular mediante integración, el área de un triángulo y de un trapecio.



Recta que pasa por los puntos $(-a, 0)$, $(0, c)$:

$$y = mx + n = f(x)$$

$$\left. \begin{array}{l} f(-a) = 0 \Rightarrow -am + n = 0 \\ f(0) = c \Rightarrow n = c \end{array} \right\} \begin{array}{l} m = \frac{c}{a} \\ n = c \end{array}$$

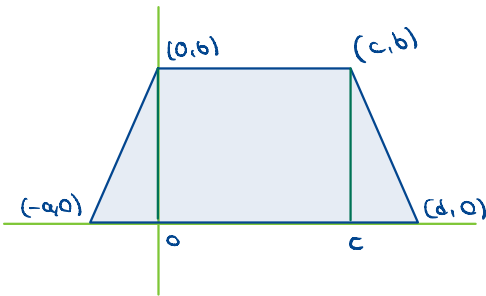
$$f(x) = \frac{c}{a}x + c$$

Recta que pasa por los puntos $(0, c)$ y $(b, 0)$:

$$\left. \begin{array}{l} g(0) = n = c \\ g(b) = b m + n = b m + n = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} m = -\frac{c}{b} \\ n = c \end{array} \quad g(x) = -\frac{c}{b}x + c$$

Luego el área del triángulo será:

$$\begin{aligned} A &= \int_{-a}^0 f(x) dx + \int_0^b g(x) dx = \int_{-a}^0 \frac{c}{a}x + c dx + \int_0^b -\frac{c}{b}x + c dx = \\ &= \left[\frac{cx^2}{2a} + cx \right]_{-a}^0 + \left[-\frac{cx^2}{2b} + cx \right]_0^b = \\ &= -\frac{a^2c}{2a} + ac - \frac{cb^2}{2b} + bc = -\frac{ac}{2} + ac - \frac{bc}{2} + bc = \frac{ac}{2} + \frac{bc}{2} \end{aligned}$$



Para este apartado aprovechamos lo calculado para el triángulo pero en este caso tenemos que añadir el rectángulo del medio:

$$\begin{aligned} A &= \int_{-a}^0 f(x) dx + \int_0^c b dx + \int_c^d g(x) dx = \int_{-a}^0 \frac{c}{a}x + c dx + \int_0^c b dx + \int_c^d -\frac{c}{b}x + c dx = \\ &= \left[\frac{cx^2}{2a} + cx \right]_{-a}^0 + \left[bx \right]_0^c + \left[-\frac{cx^2}{2b} + cx \right]_c^d = \\ &= \frac{ac}{2} + bc - \frac{bc}{2} + bc + \frac{c^3}{2b} - c^2 = \frac{ac}{2} + bc + \frac{c^3}{2b} - c^2 \end{aligned}$$