

## Práctica 4. Funciones implícitas

### Ejercicios propuestos

1. Probar que el sistema de ecuaciones

$$\begin{aligned}z x^3 + w^2 y^3 &= 1 \\ 2 z w^3 + x y^2 &= 0\end{aligned}$$

define dos funciones implícitas  $z = z(x, y)$  y  $w = w(x, y)$ , diferenciables en un entorno de  $(0, 1)$ , verificando que  $z(0, 1) = 0$  y  $w(0, 1) = 1$ . Probar también que la función  $(x, y) \mapsto (z(x, y), w(x, y))$  es inyectiva en un entorno de  $(0, 1)$ .

2. Probar que el sistema de ecuaciones

$$\begin{aligned}t \cos x + x \cos y + y \cos t &= \pi \\ t^2 + x^2 + y^2 - tx &= \pi^2\end{aligned}$$

define funciones implícitas  $x = x(t)$  e  $y = y(t)$ , derivables en un entorno del origen, con  $x(0) = 0$  e  $y(0) = \pi$ . Calcular  $x'(0)$  e  $y'(0)$ .

3. Probar que el sistema de ecuaciones

$$\begin{aligned}x^3 u - y u^3 + x v^3 - y^3 v &= 0 \\ (x^2 + y^2)(u^4 + v^4) + 2uv &= 0\end{aligned}$$

define funciones implícitas  $u = u(x, y)$  y  $v = v(x, y)$ , diferenciables en un entorno del punto  $(1, 0)$ , con  $u(1, 0) = 1$  y  $v(1, 0) = -1$ . Calcular las derivadas parciales de  $u$  y  $v$  en el punto  $(1, 0)$ .