$\boxed{6.6}$ g) $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{x-e^x}dx = \int_0^{+\infty} e^{x-e^x}dx + \int_{-\infty}^{0} e^{x-e^x}dx$.

$f(x) = e^{x-e^x}$ $F(x) = -e^{-e^x}$, donde $F'(x) = e^x e^{-e^x} = e^{x-e^x} = f(x)$

$\int_0^{+\infty} e^{x-e^x}dx = \lim_{t\to+\infty} \int_0^t e^{x-e^x}dx = \lim_{t\to+\infty} (F(t)-F(0)) = \lim_{t\to+\infty} (-e^{-e^t} + e^{-1}) = e^{-1} - e^{-e^{\infty}} =$

$= e^{-1} - e^{-\infty} = e^{-1} - 0 = e^{-1}$

$\int_{-\infty}^{0} e^{x-e^x}dx = \lim_{t\to-\infty} \int_t^0 e^{x-e^x}dx = \lim_{t\to-\infty} (F(0)-F(t)) = \lim_{t\to-\infty} (-e^{-1}+e^{-e^t}) = -e^{-1}+e^{-e^{-\infty}} =$

$= -e^{-1} + e^0 = 1 - e^{-1}$

Como $\int_0^{+\infty} e^{x-e^x}dx$ y $\int_{-\infty}^{0} e^{x-e^x}dx$ convergen $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{x-e^x}dx$ converge y es $e^{-1} - e^{-1} + 1 = 1$

$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{x-e^x}dx = 1$

h) $\int_0^{+\infty} e^{-x}\sin x\,dx$ $f(x) = e^{-x}\sin x$ $\int u\,dv = u\cdot v - \int v\,du$

$\int e^{-x}\sin x\,dx = -e^{-x}\sin x + \int e^{-x}\cos x\,dx$

$u = \sin x$ $dv = e^{-x}dx$
$du = \cos x\,dx$ $v = -e^{-x}$

$u = \cos x$ $dv = e^{-x}dx$
$du = -\sin x\,dx$ $v = -e^{-x}$

$\int e^{-x}\cos x\,dx = -e^{-x}\cos x - \int e^{-x}\sin x\,dx$

$\int e^{-x}\sin x\,dx = -e^{-x}\sin x + \int e^{-x}\cos x\,dx = -e^{-x}\sin x - e^{-x}\cos x - \int e^{-x}\sin x\,dx \Rightarrow$

$\Rightarrow \int e^{-x}\sin x\,dx = -e^{-x}\sin x + \int e^{-x}\cos x\,dx$

$\Rightarrow 2\int e^{-x}\sin x\,dx = -e^{-x}(\sin x + \cos x) \Rightarrow \int e^{-x}\sin x\,dx = -\frac{e^{-x}}{2}(\sin x + \cos x)$

$F(x) = -\frac{e^{-x}}{2}(\sin x + \cos x)$

$\int_0^{+\infty} e^{-x}\sin x\,dx = \lim_{t\to+\infty} \int_0^t e^{-x}\sin x\,dx = \lim_{t\to+\infty} (F(t)-F(0)) = \lim_{t\to+\infty} \left(-\frac{e^{-t}}{2}(\sin t + \cos t) + \frac{1}{2}\right) =$

$= 0 + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$