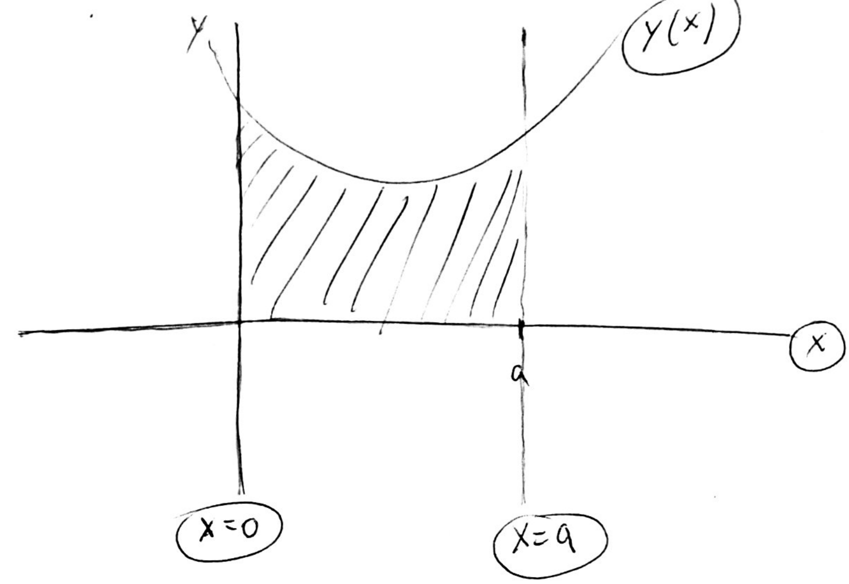
7.10 Calcular el área limitada por la curva $y(x) = \frac{a}{2}\left(e^{\frac{x}{a}} + e^{-\frac{x}{a}}\right)$, los ejes coordenados y la recta $x = a$, siendo $a > 0$

- $y(x) = \frac{a}{2}\left(e^{\frac{x}{a}} + e^{-\frac{x}{a}}\right)$
- ejes $\begin{cases} x \\ y \end{cases}$
- recta : $x = a$

$\forall a > 0$



- Averiguamos el signo de $y(x)$:

$$y(x) = \underbrace{\underset{>0}{\frac{a}{2}} \left(\underset{>0}{e^{x/a}} + \underset{>0}{e^{-x/a}}\right)}_{>0} \quad \forall a > 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$$

. la fución queda por encima del eje x
. calculamos el área de una curva entre las rectas $x = 0$ y $x = a$

- $\boxed{A = \int_0^a y(x)\,dx}$ Primero, calculamos la primitiva $Y(x)$:

$\hookrightarrow Y(x) = \int y(x)\,dx = \int \frac{a}{2}\left(e^{x/a} + e^{-x/a}\right)dx = \frac{a}{2}\int e^{x/a} + e^{-x/a}\,dx =$

$= \frac{a}{2}\left[\int e^{x/a}dx + \int e^{-x/a}dx\right] = \frac{a}{2}\left[a\int \frac{1}{a}\cdot e^{x/a}dx - a\int -\frac{1}{a}\cdot e^{-x/a}dx\right] =$

$= \frac{a}{2}\left(a\cdot e^{x/a} - a e^{-x/a}\right) = \boxed{\frac{a^2}{2}\left(e^{x/a} - e^{-x/a}\right) = Y(x)}$ $\forall a > 0, \forall x \in \mathbb{R}$

Aplicando Barrow

$\hookrightarrow$ • $A = \int_0^a y(x)\,dx = Y(a) - Y(0) = \boxed{\frac{a^2}{2}\left(e - \frac{1}{e}\right) = A}$ Es un área positiva ✓ $\forall a > 0$

$\hookrightarrow Y(a) = \frac{a^2}{2}\left(e^{a/a} - e^{-a/a}\right) = \frac{a^2}{2}\left(e - \frac{1}{e}\right)$

$\hookrightarrow Y(0) = \frac{a^2}{2}\left(e^{0/a} - e^{-0/a}\right) = \frac{a^2}{2}(1-1) = 0$