Examen de teoría y problemas 1

26 de abril de 2017

Métodos Numéricos I_Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas_UGR

DURACIÓN: 55 minutos

MODELO 1

APELLIDOS Y NOMBRE:

DNI/PASAPORTE: FIRMA:

PREGUNTA 1
1 punto

a) Demuestra que toda función real de variable real de clase C^1 es estable.

b) Comprueba que la función $f : \mathbb{R}_+ \longrightarrow \mathbb{R}$ definida en cada $x \in \mathbb{R}_+$ como

$$f(x) := -\sqrt{x}$$

no es estable en cero.

PREGUNTA 2
1 punto

Consideremos el sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & -1 \\ -1 & 0 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 37/\pi \\ 24.67 \\ 0 \end{bmatrix}$$

y el correspondiente **método de Jacobi**

$$\left| \begin{array}{l} \mathbf{x}_0 \text{ dado} \\ n \geq 1 \;\Rightarrow\; \mathbf{x}_n = \mathbf{M}^{-1}\mathbf{N}\mathbf{x}_{n-1} + \mathbf{M}^{-1} \begin{bmatrix} 37/\pi \\ 24.67 \\ 0 \end{bmatrix} \end{array} \right. .$$

a) Calcula $||\mathbf{M}^{-1}\mathbf{N}||_1$.

b) Deduce que $\rho(\mathbf{M}^{-1}\mathbf{N}) < 1$.

c) ¿Es diagonalmente estrictamente dominante la matriz de coeficientes del sistema? ¿Contradice este hecho el resultado obtenido en el apartado anterior?

Examen de teoría y problemas 1

26 de abril de 2017

Métodos Numéricos I_Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas_UGR

DURACIÓN: 55 minutos

MODELO 2

APELLIDOS Y NOMBRE:

DNI/PASAPORTE: FIRMA:

PREGUNTA 1
1 punto

Partiendo del sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix},$$

consideremos el correspondiente **método de Gauss–Seidel**

$$\left| \begin{array}{l} \mathbf{x}_0 \text{ dado} \\ n \geq 1 \;\Rightarrow\; \mathbf{x}_n = \mathbf{M}^{-1}\mathbf{N}\mathbf{x}_{n-1} + \mathbf{M}^{-1}\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix} \end{array} \right. .$$

a) Prueba que dicho método es consistente con el sistema.

b) Calcula $\rho(\mathbf{M}^{-1}\mathbf{N})$.

c) ¿Qué podemos deducir sobre la convergencia del método?

PREGUNTA 2

1 punto

a) ¿Es cierto que toda función real de variable real estable es de clase C^1? Razona tu respuesta.

b) Estudia el condicionamiento de la función

$$f(x) = 2\log x, \qquad (x > 0),$$

en todos los puntos de su dominio donde tenga sentido, y discute los puntos de mal condicionamiento que eventualmente puedan existir.

Examen de teoría y problemas 1

26 de abril de 2017

Métodos Numéricos I_Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas_UGR

DURACIÓN: 55 minutos

MODELO 3

APELLIDOS Y NOMBRE:

DNI/PASAPORTE: FIRMA:

PREGUNTA 1
1 punto

Consideremos el sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{bmatrix} -4 & 2 & 2 \\ -1 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{\pi} \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

y el correspondiente **método de Jacobi**

$$\left| \begin{array}{l} \mathbf{x}_0 \text{ dado} \\ \\ n \geq 1 \ \Rightarrow \ \mathbf{x}_n = \mathbf{M}^{-1}\mathbf{N}\mathbf{x}_{n-1} + \mathbf{M}^{-1} \begin{bmatrix} \sqrt{\pi} \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} \end{array} \right. .$$

a) Calcula $||\mathbf{M}^{-1}\mathbf{N}||_1$.

b) Deduce que $\rho(\mathbf{M}^{-1}\mathbf{N}) < 1$.

c) ¿Es diagonalmente estrictamente dominante la matriz de coeficientes del sistema? ¿Contradice este hecho el resultado obtenido en el apartado anterior?

PREGUNTA 2

1 punto

a) Demuestra que toda función real de variable real de clase C^1 es estable.

b) Comprueba que la función $f : \mathbb{R}_+ \longrightarrow \mathbb{R}$ definida en cada $x \in \mathbb{R}_+$ como

$$f(x) := 3\sqrt{x}$$

no es estable en cero.

Examen de teoría y problemas 1

26 de abril de 2017

Métodos Numéricos I_Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas_UGR

DURACIÓN: 55 minutos

MODELO 4

APELLIDOS Y NOMBRE:

DNI/PASAPORTE: FIRMA:

PREGUNTA 1
1 punto

1. ¿Es cierto que toda función real de variable real estable es de clase C^1? Razona tu respuesta.

2. Estudia el condicionamiento de la función

$$f(x) = 4 \log x, \qquad (x > 0),$$

en todos los puntos de su dominio donde tenga sentido, y discute los puntos de mal condicionamiento que eventualmente puedan existir.

PREGUNTA 2
1 punto

Partiendo del sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix},$$

consideremos el correspondiente **método de Gauss–Seidel**

$$\left| \begin{array}{l} \mathbf{x}_0 \text{ dado} \\ n \geq 1 \;\Rightarrow\; \mathbf{x}_n = \mathbf{M}^{-1}\mathbf{N}\mathbf{x}_{n-1} + \mathbf{M}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix} \end{array} \right. .$$

a) Prueba que dicho método es consistente con el sistema.

b) Calcula $\rho(\mathbf{M}^{-1}\mathbf{N})$.

c) ¿Qué podemos deducir sobre la convergencia del método?