## Examen 1

18 de abril de 2018

Métodos Numéricos I\_Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas\_UGR

DURACIÓN: 1 hora y 30 minutos

MODELO 1

**APELLIDOS Y NOMBRE:** 

DNI/PASAPORTE: FIRMA:

(1) 0.6 puntos Considermos el sistema de punto flotante  $\mathbb{F}(b,t,L,U), L \leq e \leq U$  y sea  $x = (-1)^s b^e \sum_{n=1}^{\infty} a_n b^{-n} \in$ 

 $\mathbb{R}$ . Demuestra que

- (i)  $|x \operatorname{tr}(x)| \le b^{e-t}$ .
- (ii)  $\frac{|x \operatorname{tr}(x)|}{|x|} \le \varepsilon_M$ .

(2) 0.7 puntos

Decide razonadamente si la matriz

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & \sqrt{2} & \sqrt{2} \\ \sqrt{2} & 2 & 5 \\ \sqrt{2} & 5 & 18 \end{bmatrix}$$

es o no definida positiva, y aplica tu argumento para resolver el sistema de ecuaciones lineales

$$\mathbf{A}\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 2\\6+\sqrt{2}\\26+\sqrt{2} \end{bmatrix}.$$

(3) 0.7 puntos

Supongamos que  $N \geq 1$ ,  $\mathbf{A}, \mathbf{B} \in \mathbb{R}^{N \times N}$  con  $\mathbf{A}$  regular,  $\mathbf{B}$  triangular,  $\mathbf{x}_0, \mathbf{b}, \mathbf{c} \in \mathbb{R}^N$  y que el método iterativo

$$\mathbf{x}_0 \text{ dado}$$
 $n \ge 1 \implies \mathbf{x}_n = \mathbf{B}\mathbf{x}_{n-1} + \mathbf{c}$ 

es consistente con el sistema unisolvente  $\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b}$ . Justifica razonadamente que el método iterativo converge a la solución del sistema cualquiera sea  $\mathbf{x}_0 \in \mathbb{R}^N$ 

$$\lim_{i=1,\dots,N} |b_{ii}| < 1.$$

## Examen 1

18 de abril de 2018

Métodos Numéricos I\_Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas\_UGR

DURACIÓN: 1 hora y 30 minutos

**MODELO 2** 

**APELLIDOS Y NOMBRE:** 

DNI/PASAPORTE: FIRMA:

(1) 0.6 puntos Considermos el sistema de punto flotante  $\mathbb{F}(b,t,L,U), L \leq e \leq U$  y sea  $x = (-1)^s b^e \sum_{n=1}^{\infty} a_n b^{-n} \in$ 

 $\mathbb{R}.$  Demuestra que

(i) 
$$|x - \operatorname{tr}(x)| \le b^{e-t}$$
.

(ii) 
$$\frac{|x - \operatorname{tr}(x)|}{|x|} \le \varepsilon_M$$
.

(2) 0.7 puntos

Decide razonadamente si la matriz

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & \sqrt{2} & \sqrt{2} \\ \sqrt{2} & 2 & 5 \\ \sqrt{2} & 5 & 18 \end{bmatrix}$$

es o no definida positiva, y aplica tu argumento para resolver el sistema de ecuaciones lineales

$$\mathbf{A}\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 2\\6+\sqrt{2}\\26+\sqrt{2} \end{bmatrix}.$$

(3) 0.7 puntos

Supongamos que  $N \geq 1$ ,  $\mathbf{A}, \mathbf{B} \in \mathbb{R}^{N \times N}$  con  $\mathbf{A}$  regular,  $\mathbf{B}$  triangular,  $\mathbf{x}_0, \mathbf{b}, \mathbf{c} \in \mathbb{R}^N$  y que el método iterativo

$$\mathbf{x}_0 \text{ dado}$$
 $n \ge 1 \implies \mathbf{x}_n = \mathbf{B}\mathbf{x}_{n-1} + \mathbf{c}$ 

es consistente con el sistema unisolvente  $\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b}$ . Justifica razonadamente que el método iterativo converge a la solución del sistema cualquiera sea  $\mathbf{x}_0 \in \mathbb{R}^N$ 

$$\lim_{i=1,\dots,N} |b_{ii}| < 1.$$