



Universidad Nacional
de San Martín

Licenciatura en Ciencia de Datos

Algoritmos II

Introducción Bellman Ford

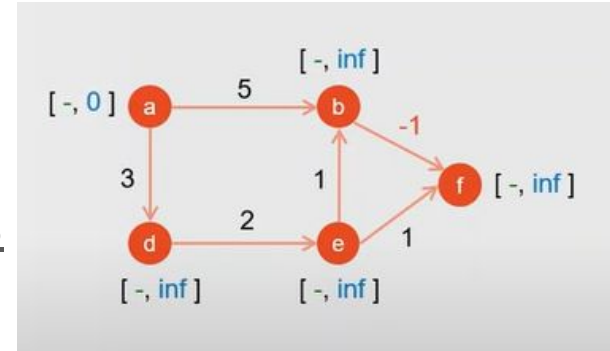
-También devuelve el **camino de menor costo** desde un **nodo origen** a cualquiera que **tenga conexión**.

-SOPORTA ARISTAS CON PESOS NEGATIVOS!!

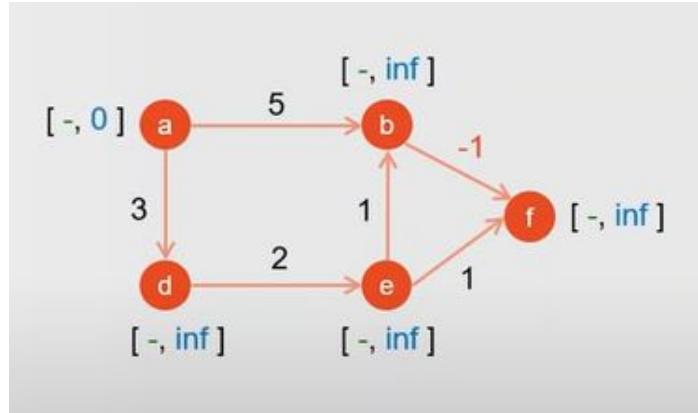
-DETECTA CICLOS NEGATIVOS!

-Se incorporan a las etiquetas [nodo predecesor, costo mínimo desde nodo origen]

-Diferencia Dijkstra: no tenemos info de qué nodos visitamos porque no vamos a estar marcando nodos de visita.



Algoritmo



Situación inicial:

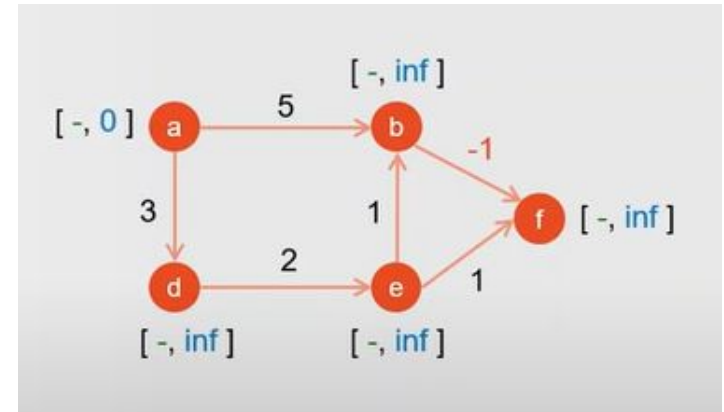
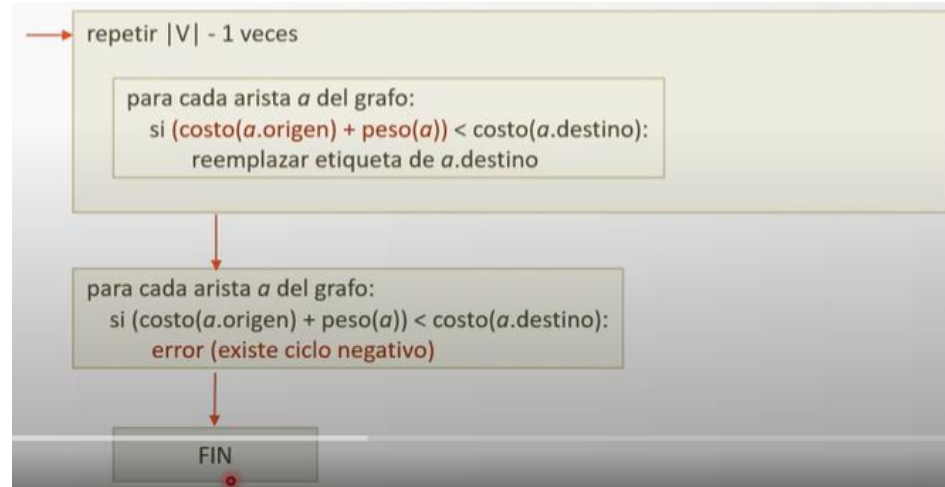
- Costo mínimo = inf
- Predecesores = vacío
- Costo nodo inicial = 0

Algoritmo

-Va a hacer una **repetición de V-1** veces un recorrido del cálculo y el análisis de cada **arista**.

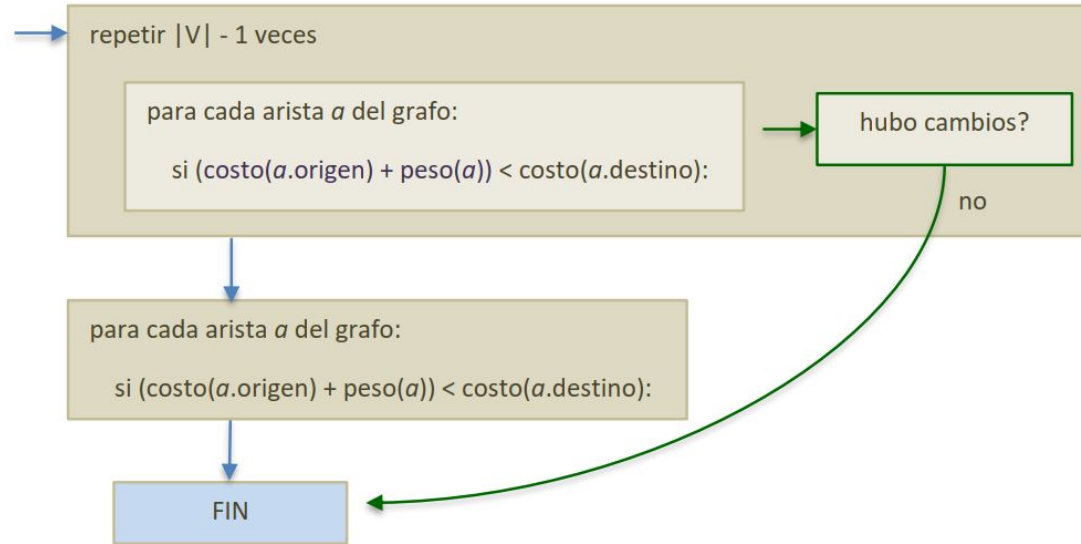
-Se recorre **cada ARISTA** del grafo, **V-1 veces**, y en c/u se calcula la condición: si el **costo del origen de la arista + el peso de la arista** es **menor** al costo del nodo destino (predecesor, origen de arista), se **reemplaza la etiqueta**

-Luego, el caso es el mismo que el del “repetir”, sólo que **se hace una vez más la validación de cambio de etiqueta**, para ver si existe un **CICLO NEGATIVO**



Algoritmo: modificación

- Optimización:** si no hubo cambios en el **tenemos info de qué nodos visitamos, terminar.**
- No va al segundo cambio porque **se terminó antes del V-1 veces.**
- Esto garantiza que no hubo **CICLO NEGATIVO.**



Ejemplo

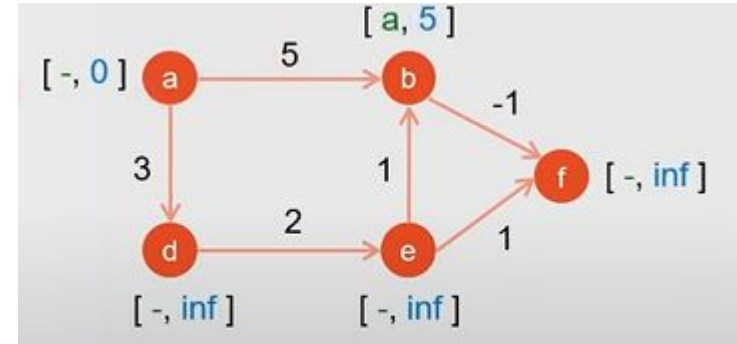
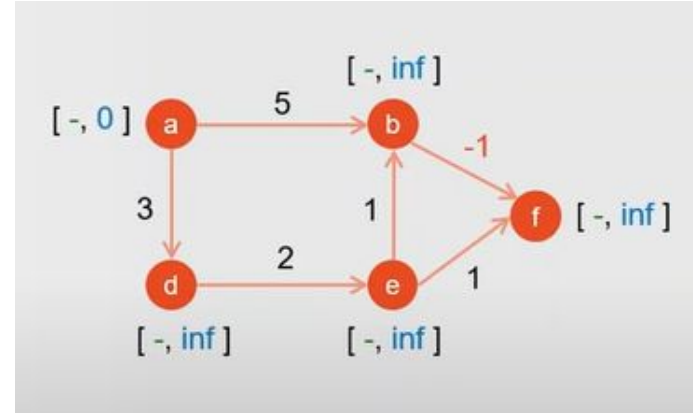
Comenzamos con el repetir en la primera iteración:

Iteración: 1

Vamos a recorrer el conj de aristas: **(a,b)**, **(a,d)**, **(d,e)**, **(e,b)** , **(e,f)**, **(b,f)** para **actualizar etiquetas**.

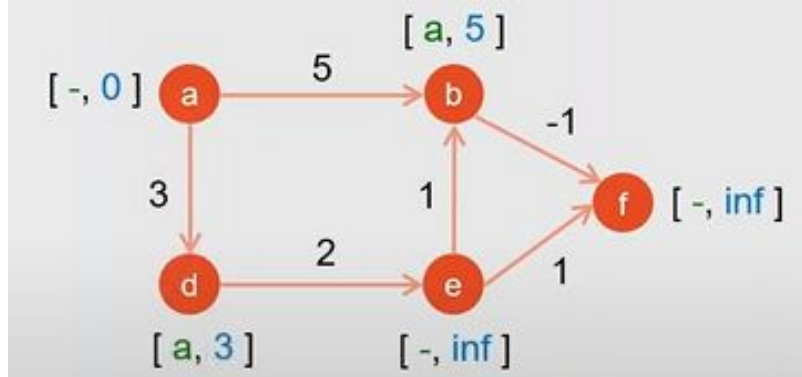
Nos posicionamos en la primera arista : **(a,b)**.

-Costo a (0)+ peso etiqueta = 5, es menor que costo de nodo destino => **reemplazo**



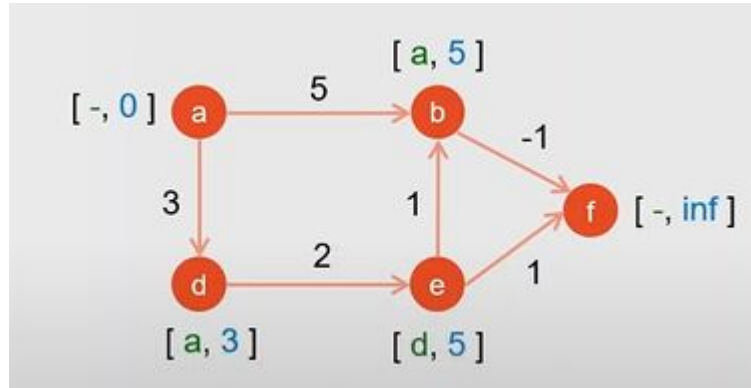
Ejemplo

- Seguimos dentro del **para** y nos movemos a arista **(a,d)**
- Pasa lo mismo que en el caso anterior => **reemplazo**.



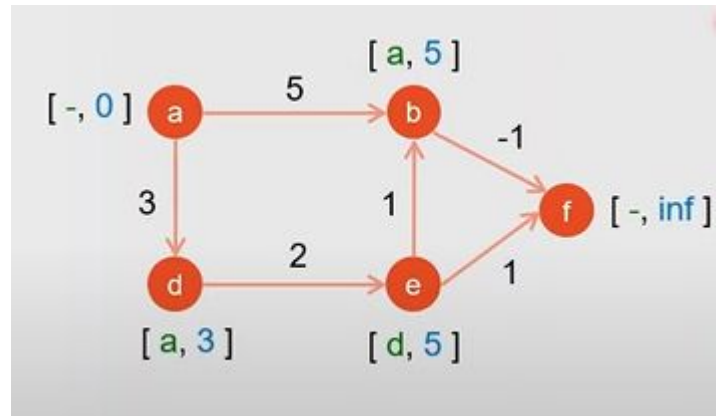
Ejemplo

-ídem siguiente arista (**d,e**)



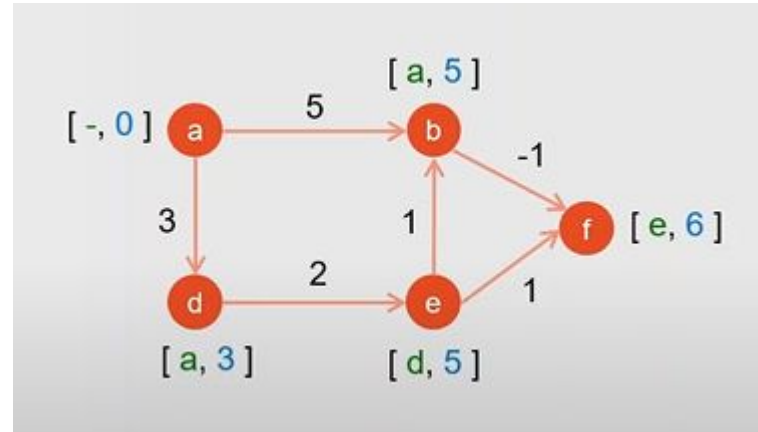
Ejemplo

-Se pasa a **(e,b)**: $5+1 = 6 < 5 \Rightarrow$ no modificamos.



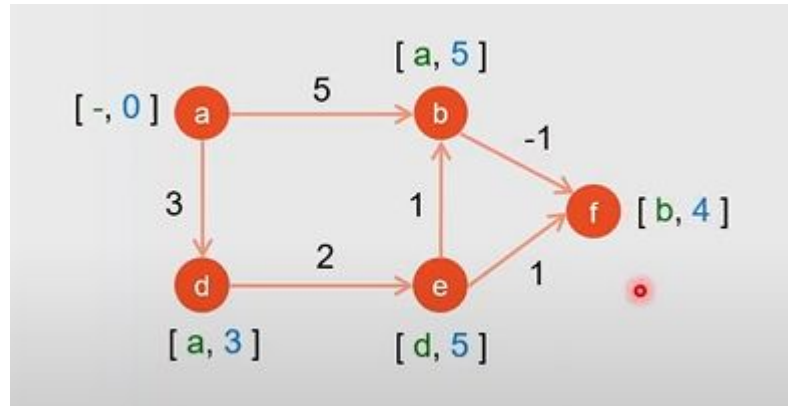
Ejemplo

-Pasamos a **(e,f)**. Reemplazo



Ejemplo

Última arista: **(b,f)**: $5-1=4 \Rightarrow$ reemplazo.

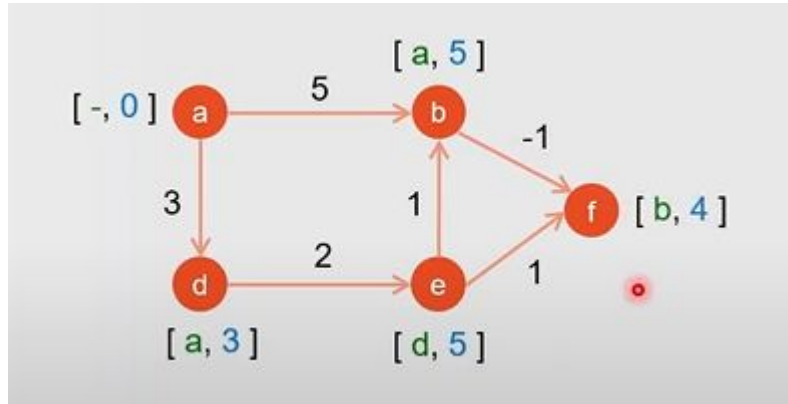


Ejemplo

Como terminó en el “**para**” completo, volvemos al “**repetir**” $V-1$ veces.
Tenemos 5 nodos.

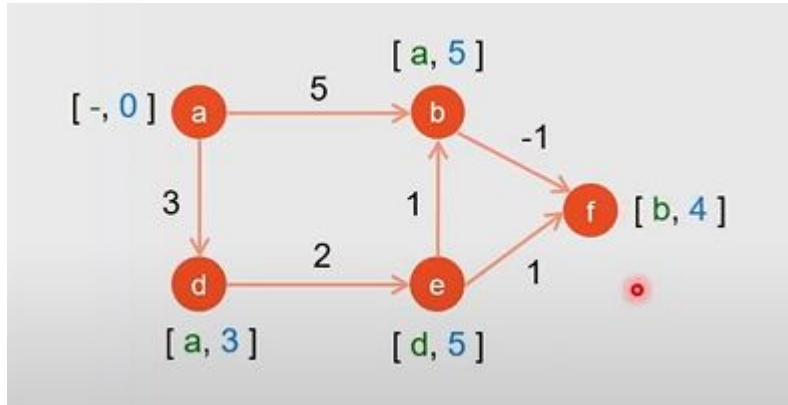
-Iteración 2:

-Verificamos **(a,b)**, no hay cambios. No modificamos etiqueta de **b**



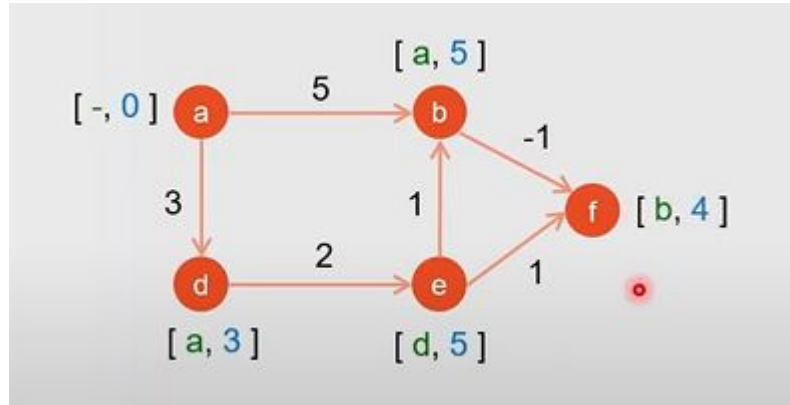
Ejemplo

-(a,d): ídem, no hay cambios.



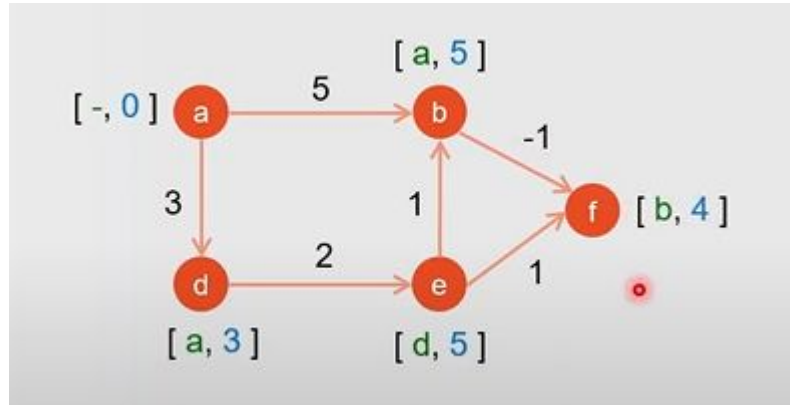
Ejemplo

(d,e): tampoco se modifica



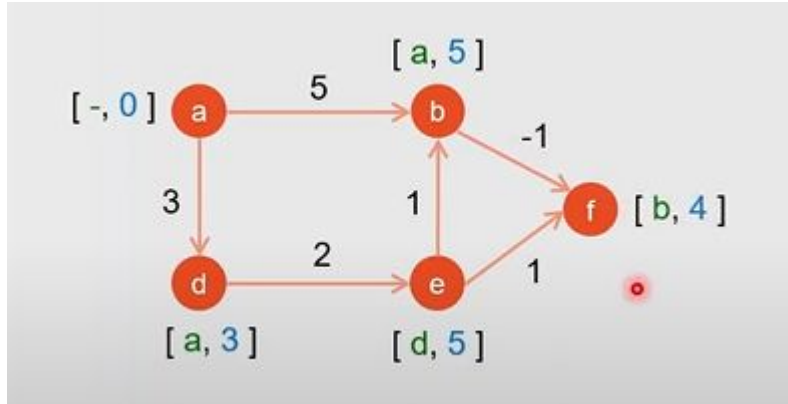
Ejemplo

(e,b): $5+1=6>5$. No se modifica



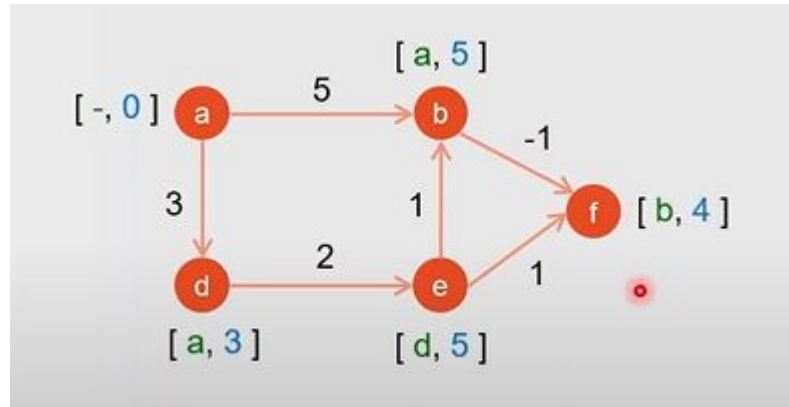
Ejemplo

(e,f): $5+1=6 > 4$ no se modifica



Ejemplo

(b,f) : $5-1 = 4 = 4 \Rightarrow$ tampoco se modifica. \Rightarrow **LLEGAMOS A LA CONVERGENCIA** (no hubo cambios) \Rightarrow **FIN**.



Camino mínimo $(a,f) = [a,b,f]$

Costo mínimo = 4 (el costo de **etiqueta del nodo destino**).

También se construye posicionándose en el **nodo destino** y siguiendo los **predecesores**.

Ejercicio

Implementar el **algoritmo de Bellman Ford recursivo adaptando** la representación de grafos como conjunto de grafos y aristas (desarrollar sólo las funciones que sean necesarias únicamente). Debe recibir **dos nodos** y devolver una **lista con el camino mínimo**.

```
def __init__(self):  
    self.nodos: set[T] = set()  
    self.aristas: dict[tuple[T, T], int] = {}
```

```
def bellman_ford(self, inicio: T, destino: T) -> list[T]:
```

Nota: modificar el método **agregar_arista** para que soporte la asignación de un peso.