



Universidad Nacional
de San Martín

Licenciatura en Ciencia de Datos

Algoritmos II

Algoritmo de Dijkstra mejorado

-Devuelve el **camino de menor costo** desde un nodo **origen** a **cualquiera** que tenga **conexión** (puede ser grafo dirigido o no dirigido). Si las **aristas NO TIENEN PESO** se asume que tienen **PESO 1**

-**SOPORTA ARISTAS CON PESO NEGATIVO**

-**NO DETECTA CICLOS NEGATIVOS** (diferencia con Bellman Ford) => **PRECONDICIÓN**

-Se incorporan **ETIQUETAS** a los **nodos**: (es el mismo)

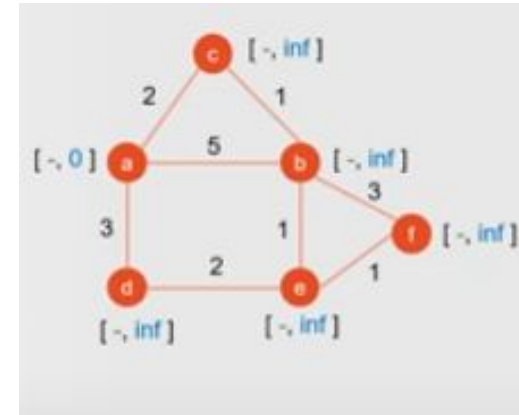
-[predecesor, **costo min** desde **nodo origen**]

-Marca **NODO DISPONIBLE PARA SER VISITADO**. Se invierte un poco que nodos puedo visitar. Existe posibilidad de que se pueda activar como

POSIBLE VISITA = PUEDE VOLVER A ENTRAR COMO NODO DISPONIBLE

(diferencia con Dijkstra original)

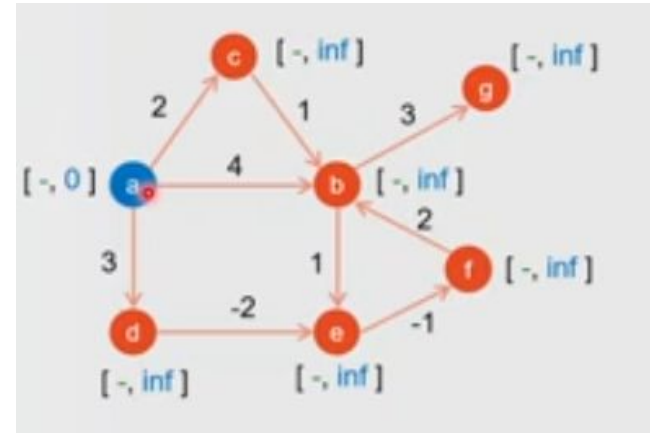
-Los **nodos DISPONIBLES A VISITAR**(no marcados) se pueden guardar en una **COLA**.



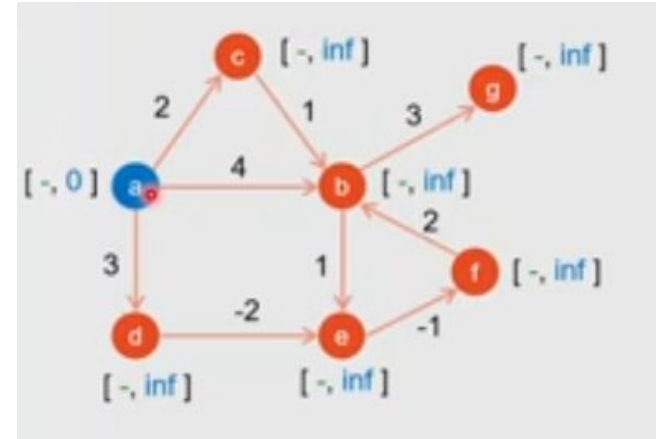
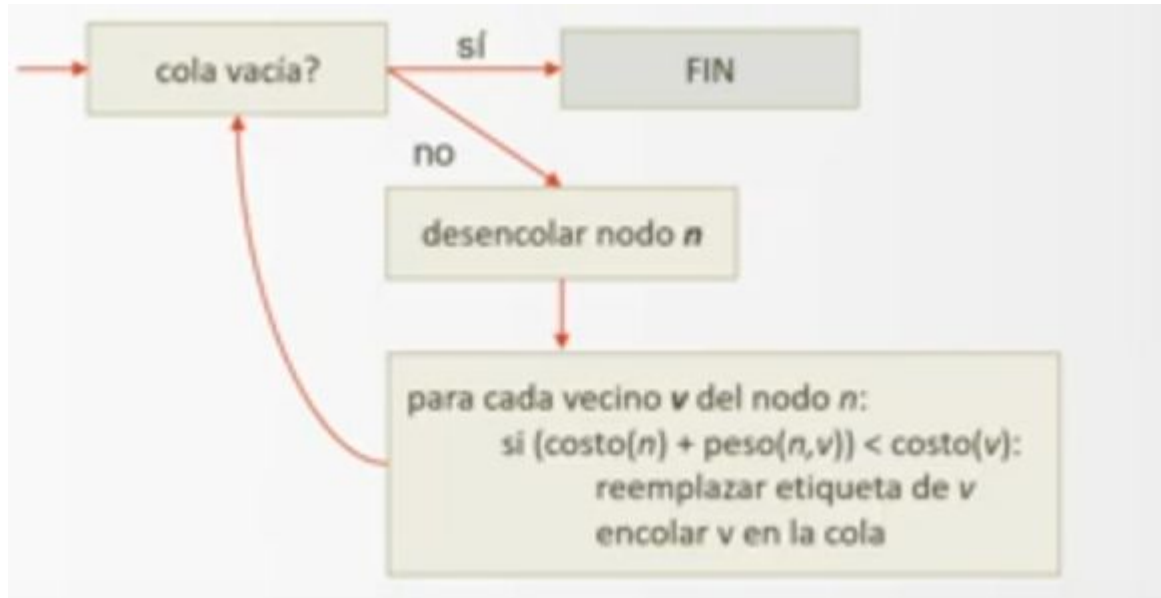
Situación inicial

- Costo min nodos = inf
- Predecesores = vacíos
- Costo nodo inicial = 0
- El nodo inicial está disponible para visitar (es el único)

PUEDO USAR UNA ESTRUCTURA COMO UNA COLA
(permite insertar nodos posibles a visitar) => **mientras la cola tenga algún nodo nuevo para visitar** los vamos **removiendo** haciendo de cuenta que los **estamos marcando como visitado** => llegamos a un punto donde **no haya más nodos y el algoritmo converge.**



Algoritmo

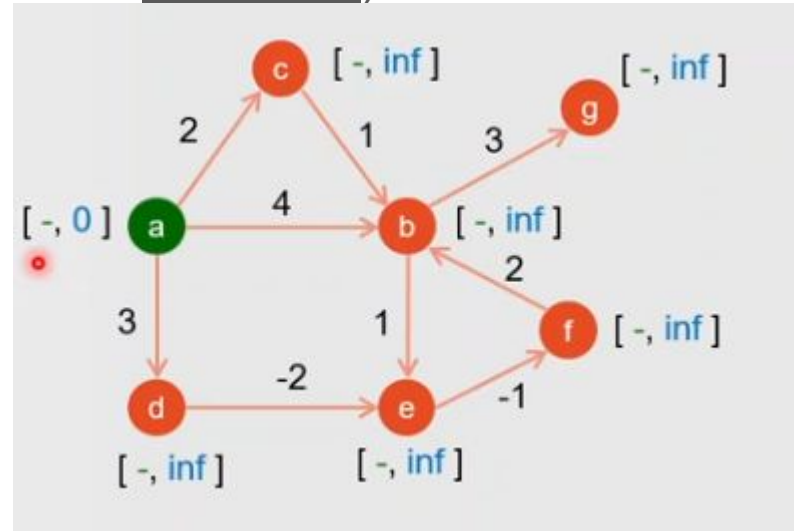
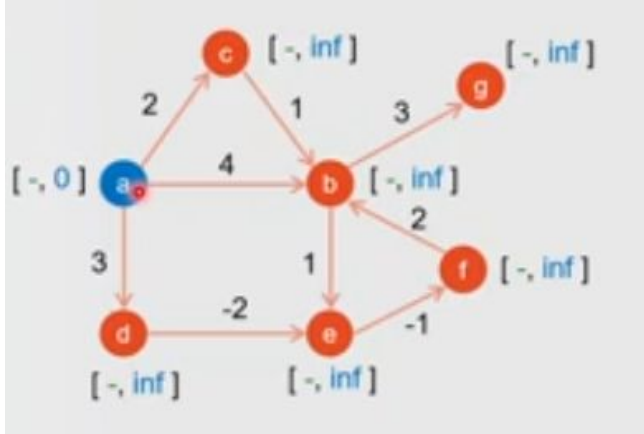


Diferencia con los otros algoritmos: si tenemos que **reemplazar la etiqueta de los vecinos**, los vamos a agregar en la cola (los habilitamos como nodos disponibles a visitar)

Ejemplo

-Arrancamos con **nodo a**(único en azul, disponible para visitar).

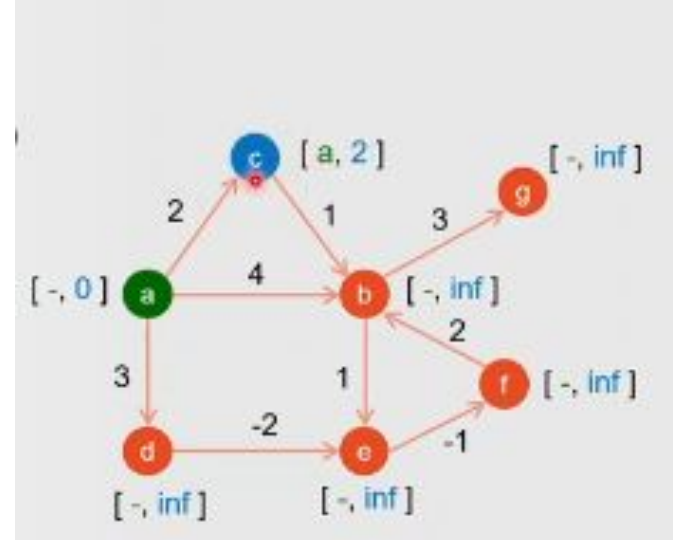
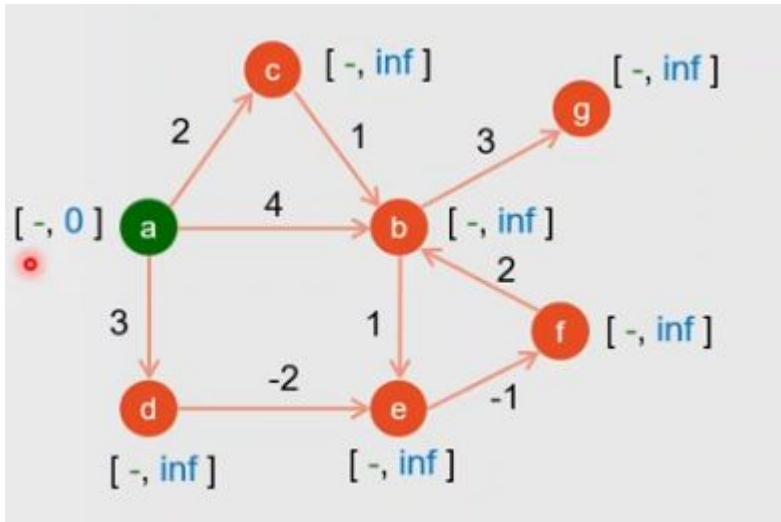
-Lo **sacamos** de la **cola** (pasa a verde para ser analizado)



Ejemplo

-Vemos **cada vecino** que tiene **a**: **c, b y d**

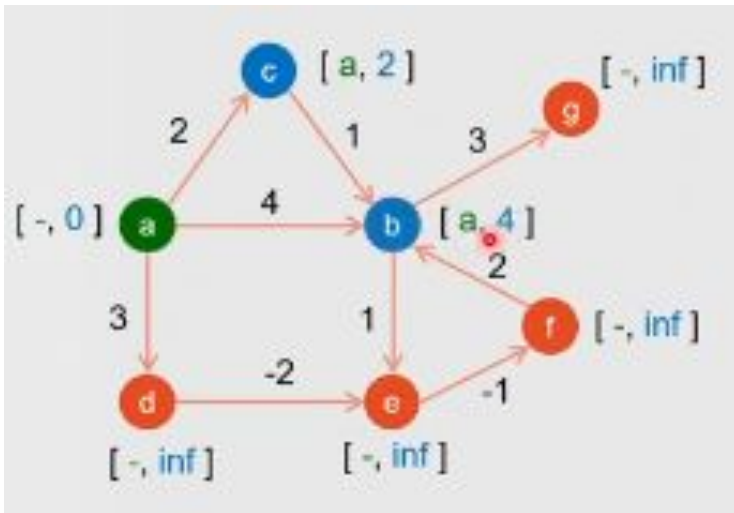
-Vecino **c**: $0+2 < \text{inf} \Rightarrow$ **modificación etiqueta** **[a,2]** (como hasta ahora) y como la modificamos lo agregamos como **disponible (azul)** en la **cola**



Ejemplo

-Otro nodo vecino de **a** es **b**.

- $-0+4 < \text{inf} \Rightarrow$ **etiqueta** [a,4] y activación para **visitar posteriormente** (azul)

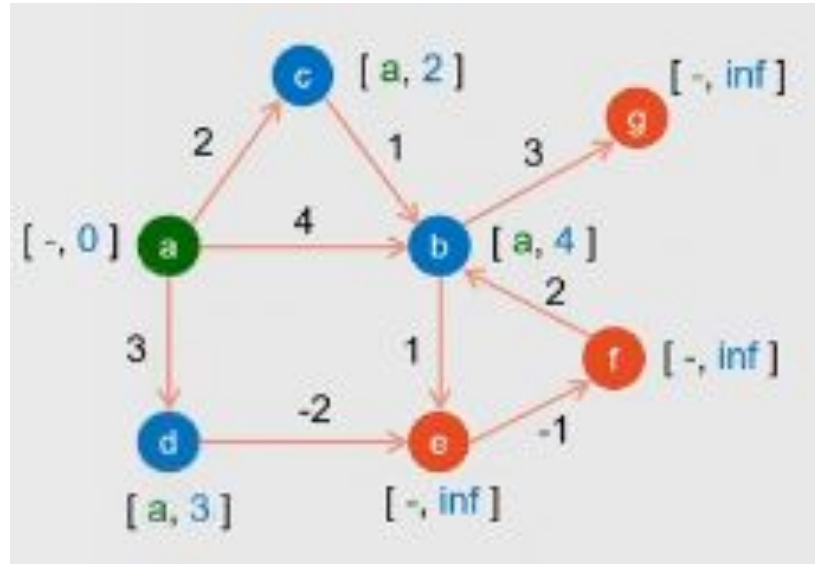


Ejemplo

-Vecino **d**: $0+3 < \text{inf} \Rightarrow$ etiqueta **[a,3]** y se marca el nodo para poder visitarlo de nuevo (**azul**).

Cola hasta ahora

tiene: c, b, d.



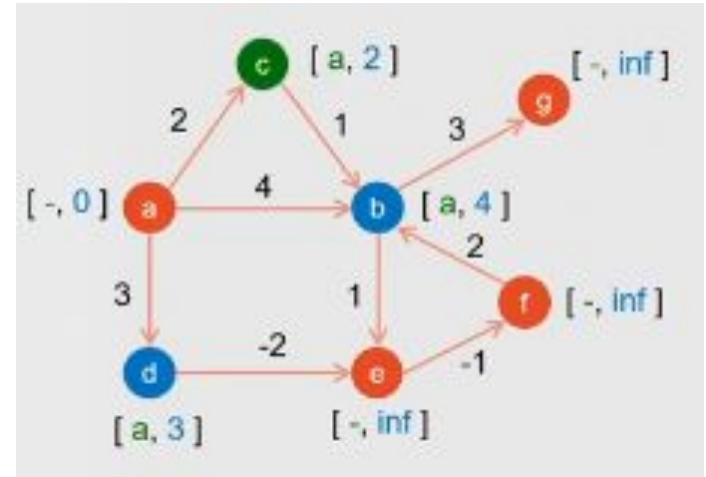
Ejemplo

Terminó el bloque **para** del nodo **a** \Rightarrow el nodo se **finalizó** (ya queda marcado que **no se va a recorrer más**)

-Volvemos a validar **condición de cola**.

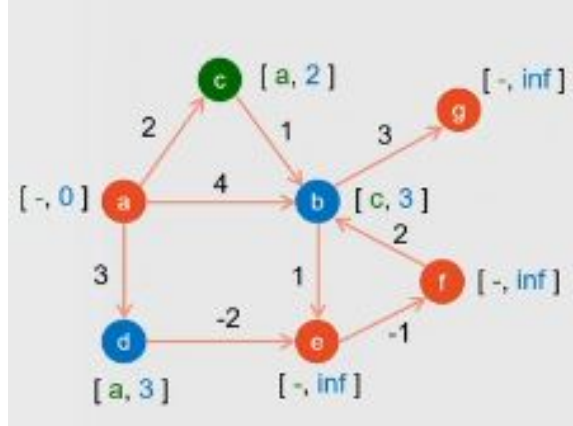
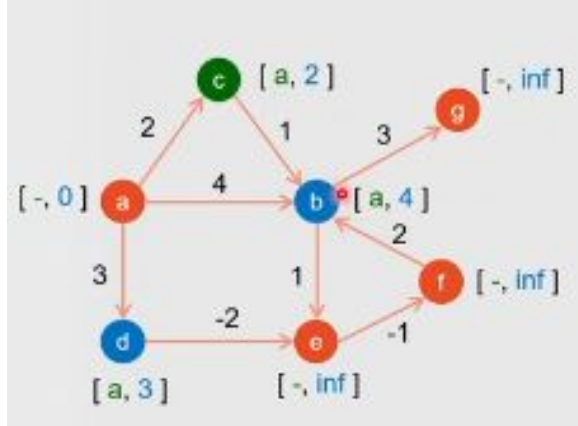
-Tomamos el **primer nodo** que habíamos insertado: **c** Lo ponemos en **verde** porque lo

sacamos de la cola y **validamos** lo mismo con sus **vecinos**.



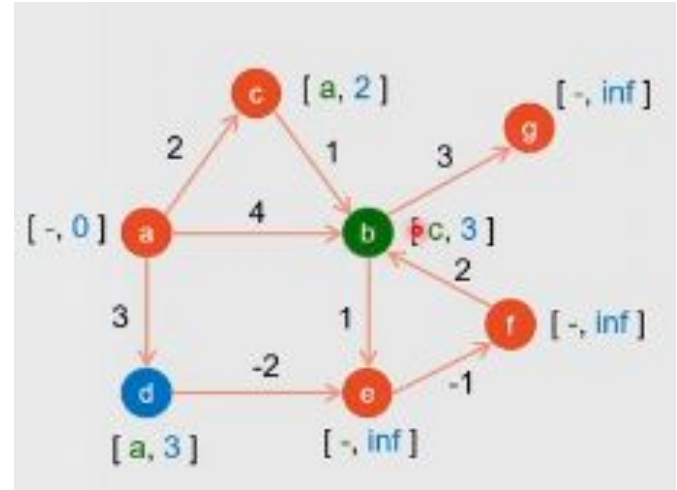
Ejemplo

- Único vecino de **c** es **b**: $2+1 = 3 < 4 \Rightarrow$ **etiqueta** = **[c,3]**
- Como **b** ya estaba marcado en la cola, **no hace falta encolarlo** (activarlo como **azul**)



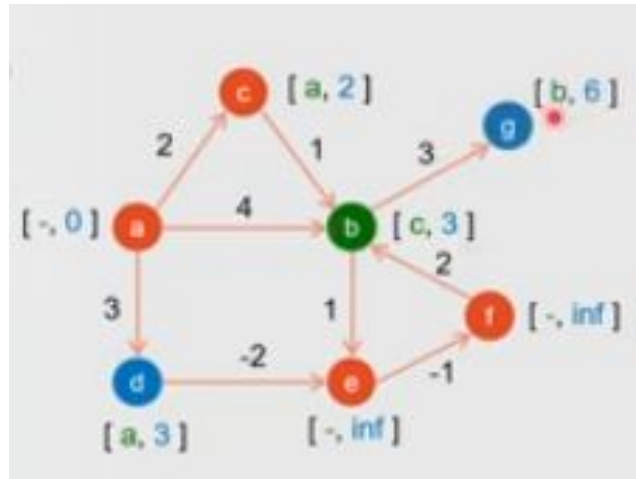
Ejemplo

- Terminó el nodo **c** (lo desmarcamos, pasa a naranja como el nodo **a**)
- Chequeamos la **cola**, y tenemos por visitar el **nodo b**.
- Tiene 2 vecinos: **g** y **e** (por ser grafo **dirigido**)



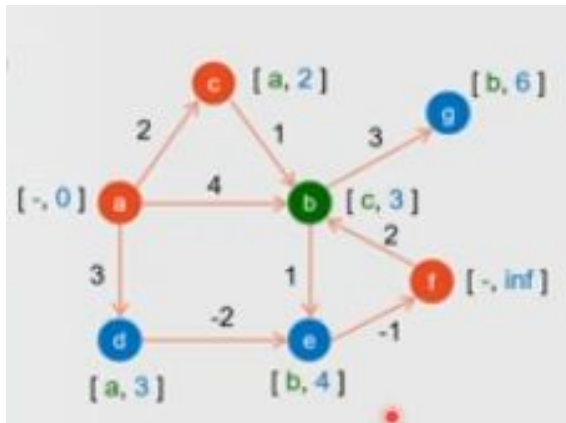
Ejemplo

- Nodo **g**: etiqueta: $3 \text{ (de b)} + 3 \text{ (de arista)} = 6 < \text{inf} \Rightarrow$ reemplazo **[b,6]**
- Se marca **g** para **poder visitar en azul (cola)**



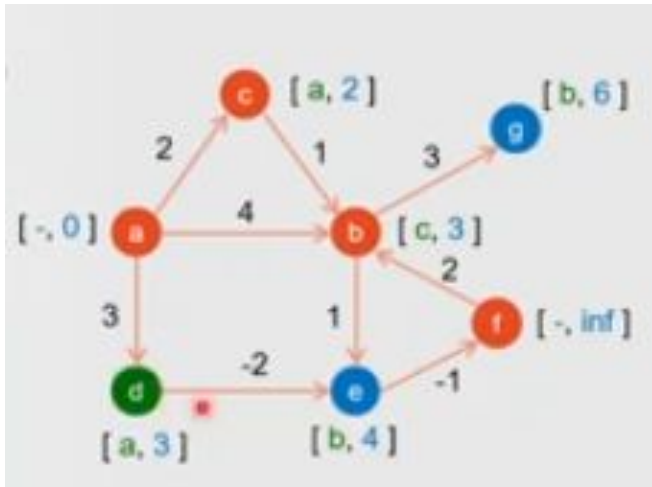
Ejemplo

- **Nodo e:** $3+1=4 < \text{inf} \Rightarrow$ reemplazo **etiqueta** [b,4]
- También se marca **para visitar y agrega a la cola.**



Ejemplo

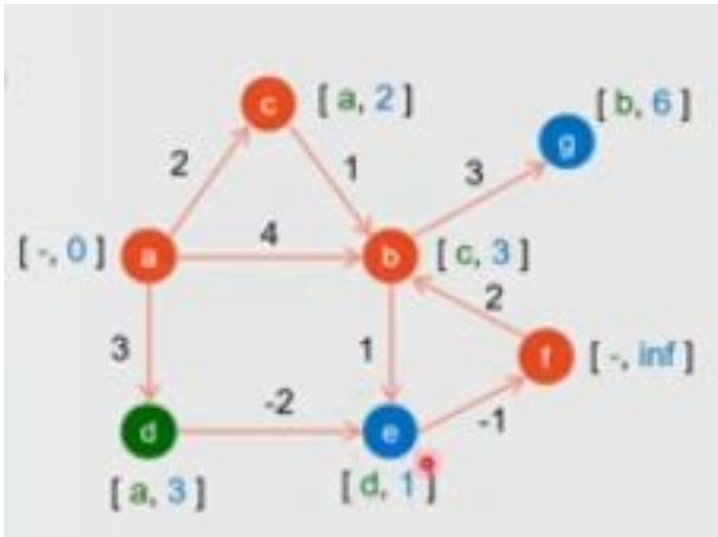
- Terminó el **nodo b** => se **desmarca (naranja)**
- Tomamos el **nodo d** de la **cola** a marcar como **visita** (porque es el que sigue en la cola)



Ejemplo

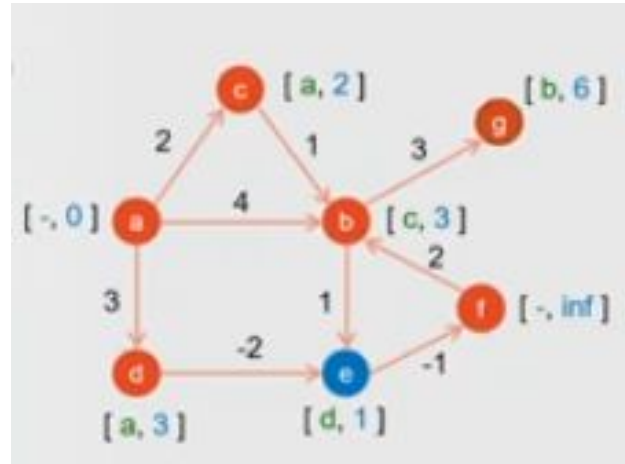
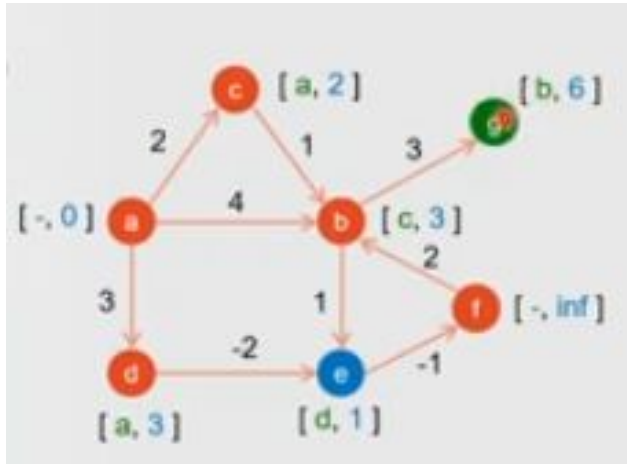
-Único vecino: **e**. **Etiqueta:** $3 - 2 = 1 < 4 \Rightarrow [d, 1]$

- **e** ya está **marcado** \Rightarrow no se agrega a **cola**



Ejemplo

- Terminó el proceso del **d**, se **desmarca** y pasamos a **g** (nodo que sigue en la cola)
- Se verifica si **tiene vecinos**. No tiene, no entra en **para**, se **desmarca** y seguimos



Ejemplo

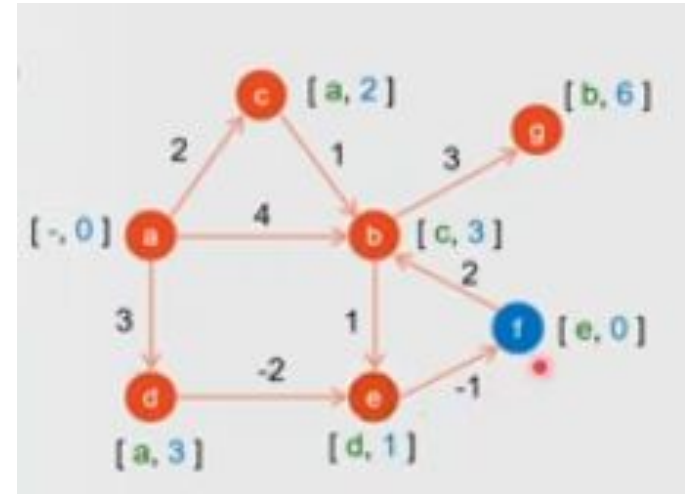
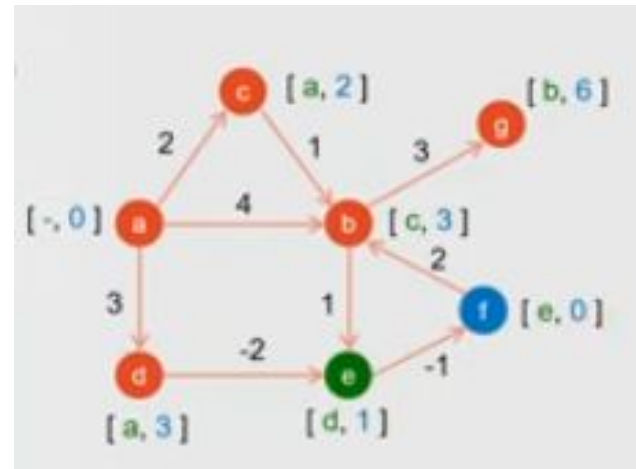
-Nos queda en la cola para **visitar** el **e**.

-Único vecino es el **f**:

-**Etiqueta:** $1 - 1 = 0 < \text{inf} \Rightarrow [e, 0]$

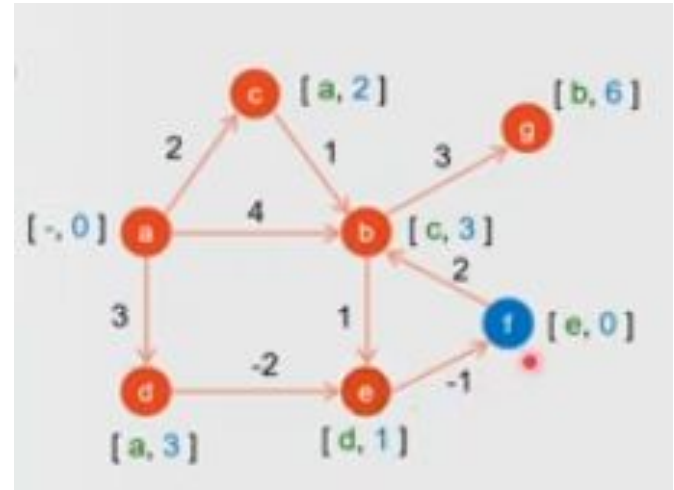
-Se **encola** **f**

-Se desmarca **e**



Ejemplo

- Nos queda el nodo **f** para **validar**
- **f** tiene de vecino al **b**



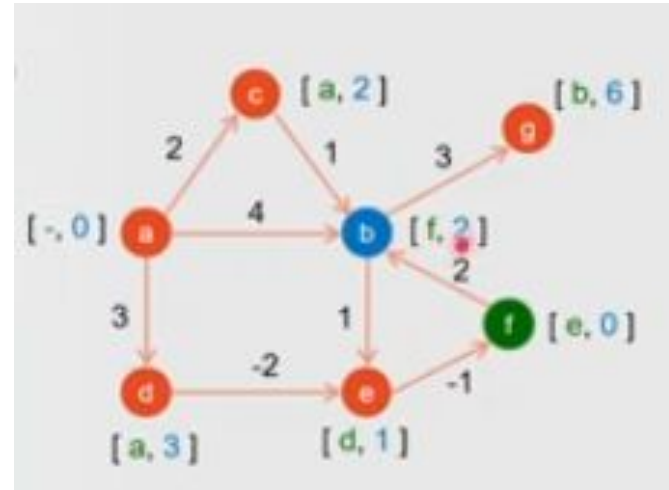
Ejemplo

-Etiqueta: $0+2=2 < 3 \Rightarrow [f, 2]$

- EL NODO B VUELVE A MARCARSE
COMO HABILITADO A VISITAR (estaba
deshabilitado, por haberse
editado etiqueta)

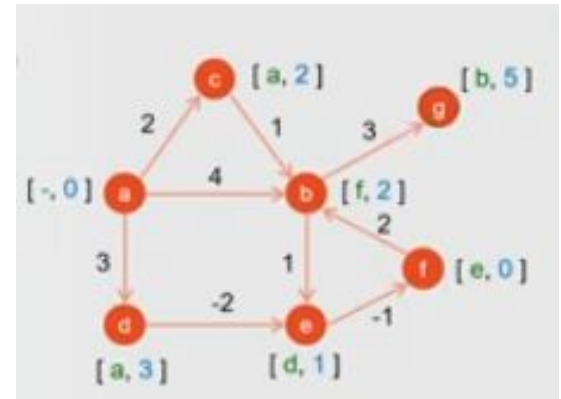
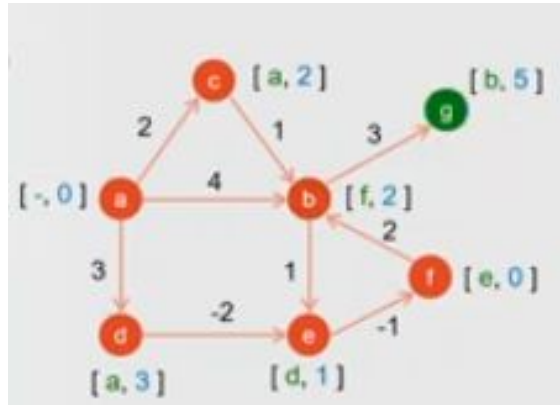
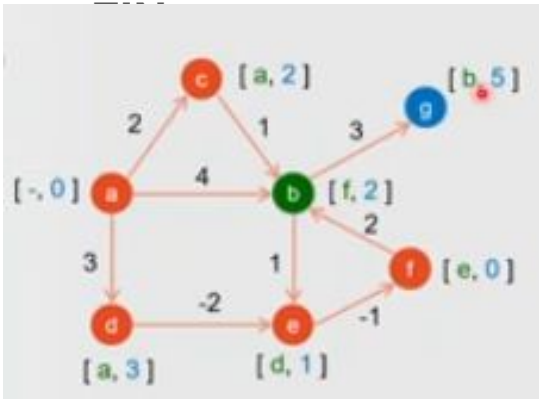
\Rightarrow puede haber **otro camino** con un
costo menor)

HAY QUE VOLVER A COMPUTARLO!



Ejemplo

- Se **desmarca b** y se **analiza el g** (en el caso de **e**, el costo es mayor, así que **no se modifica la etiqueta**)
- Etiqueta de g**: $2+3=5 < 6 \Rightarrow$ se reemplaza **[b,5]**
- **g** se vuelve a **encolar**
- Como g no tiene vecinos, se marca **verde, naranja** y no quedan nodos en **cola**

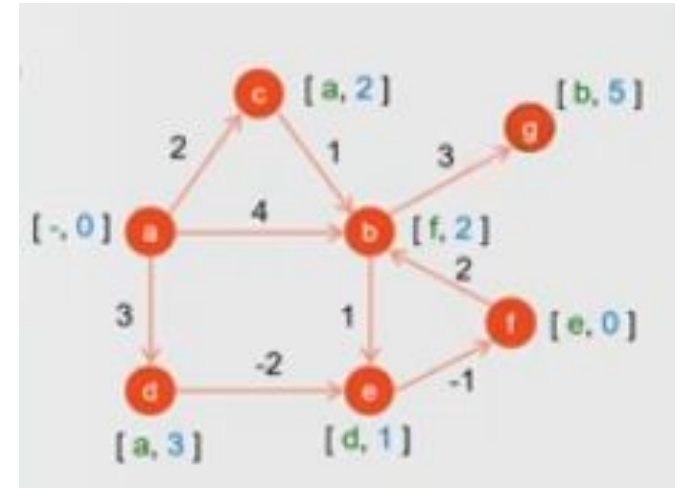


Ejemplo

Camino mínimo (a,g) = [a,d,e,f,b,g] -> Se hace de igual manera viendo predecesores

Costo mínimo = 5.

Es el **numero** que aparece en la etiqueta de **g**



Ejercicio

Implementar **Dijkstra mejorado y recursivo** para grafos con representación de nodos y aristas, de acuerdo al siguiente `__init__`:

```
def __init__(self):  
    self.nodos: set[T] = set()  
    self.aristas: dict[tuple[T, T], int] = {}
```

def dijkstra_recursivo(self, inicio: T, destino: T) -> list[T]:

Nota: modificar el método **agregar_arista** para que soporte la asignación de un peso.