

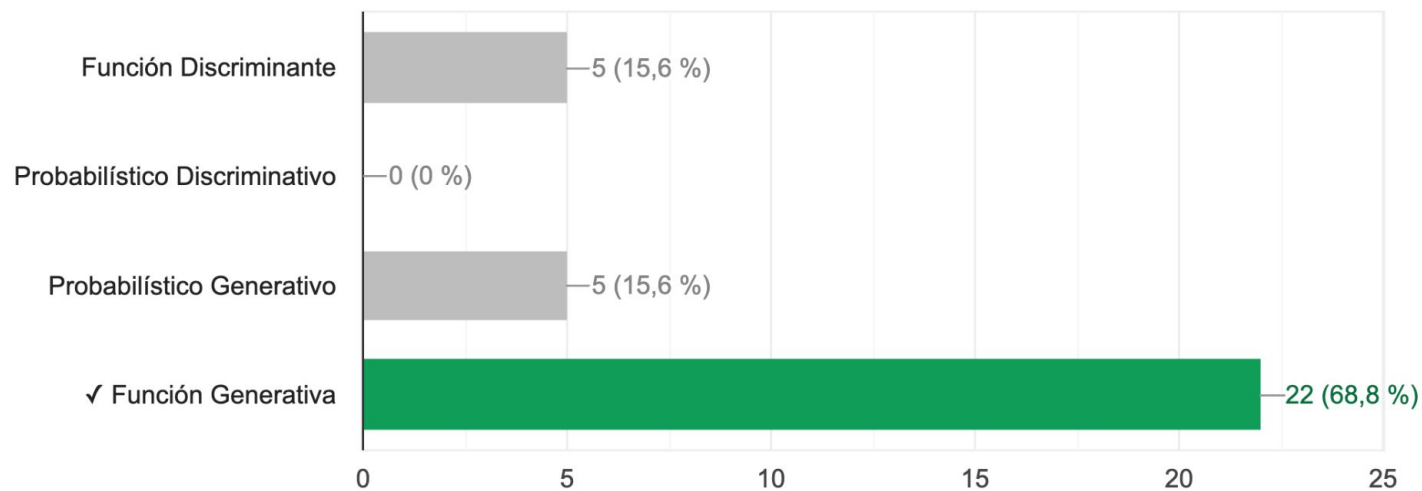


Form Clasificación



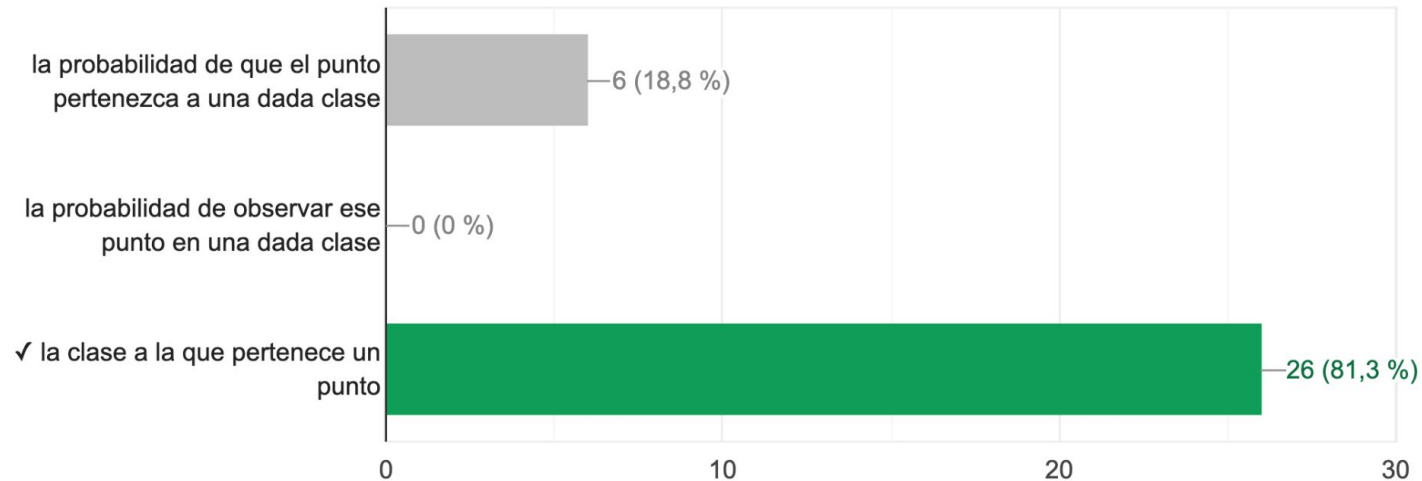
¿Cual de los siguientes no es un tipo de algoritmo de clasificación?

22 de 32 respuestas correctas



En un método de función discriminante, lo que se busca predecir es...

26 de 32 respuestas correctas



IAA-2023c1

Clase 4: Clasificación y Regresión Polinómica



UNSAM
UNIVERSIDAD
NACIONAL DE
SAN MARTÍN

Repaso: Modelos Lineales

Regresión Lineal

Modelo:

$$y = \vec{w} \cdot \vec{x} + w_0$$

Función de Pérdida:

$$L(y, t) = (y - t)^2$$

Target:

$$y, t \in \mathbb{R}$$

Optimizador

Solución algebraica
Descenso por Gradiente

Regresión Logística

$$y = \sigma(\vec{w} \cdot \vec{x} + w_0)$$

$$L(y; t) = -[t \log(y)(1 - t) \log(1 - y)]$$

$$t = k \quad t = (0, \dots, 0, 1, 0, \dots, 0)$$

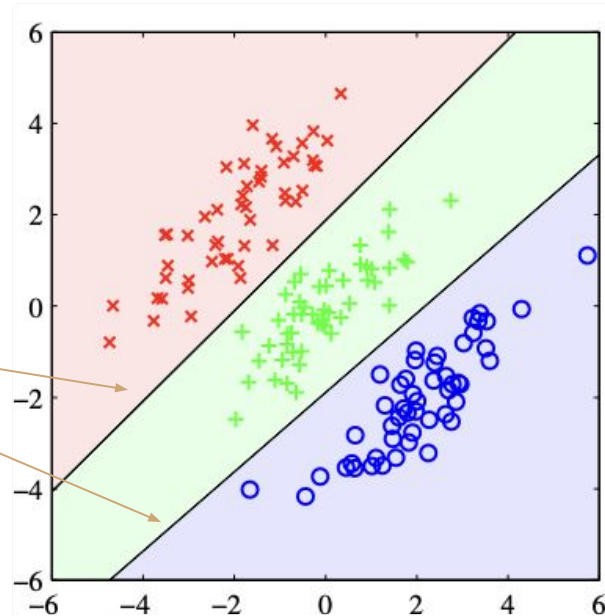
Descenso por Gradiente

Repaso: Modelos Lineales Generalizados

El output es constante cuando $\vec{w} \cdot \vec{x} + w_0 = cte$

En particular la zona donde cambio mi predicción de clase también sigue la ecuación de una recta:

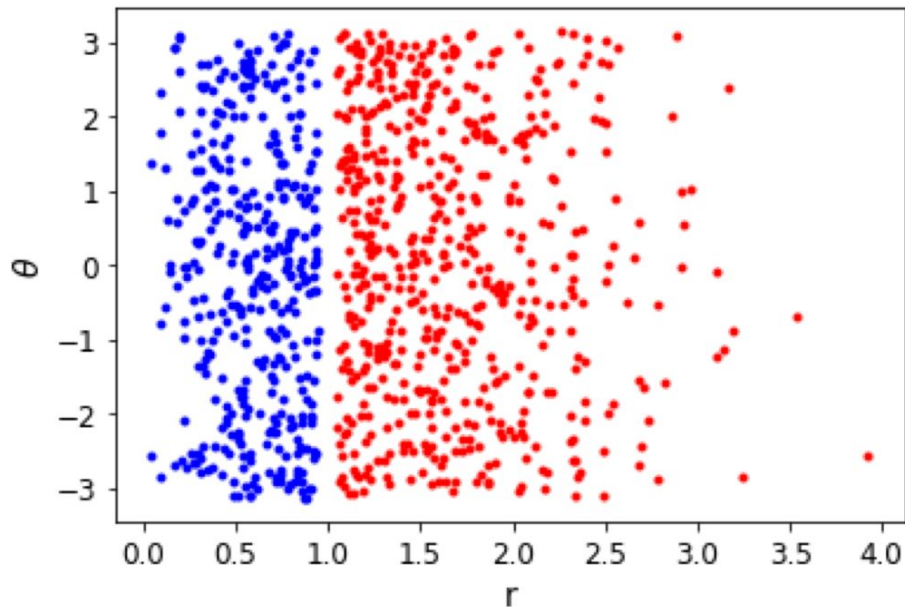
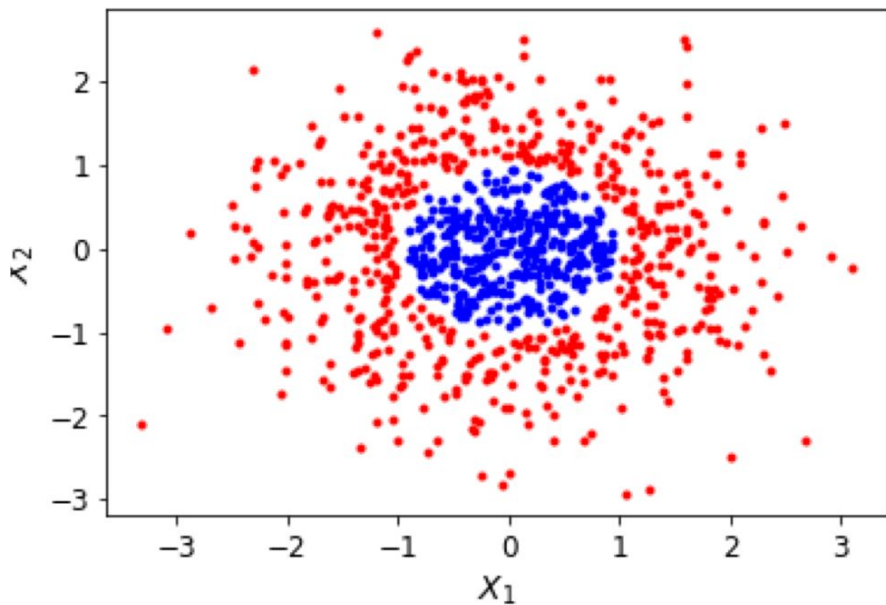
Frontera de Decisión Lineal



Repaso: Separabilidad Lineal

Podemos separar las clases trazando una línea recta? (i.e. con un modelo lineal)

Depende de las variables/coordenadas que usemos



Coordenadas polares

Modelo Polinomial Univariado

Lineal

$$\begin{aligned} y &= z \\ y &= \sigma(z) \end{aligned}$$

"activación"

$$z = w_0 + w_1 x$$

Modelo Polinomial Univariado

Lineal

$y = z$
 $y = \sigma(z)$

“activación”

$z = w_0 + w_1 x$

Cuadrático

$$z = w_0 + w_1 x + w_2 x^2$$

Modelo Polinomial Univariado

Lineal

$$\begin{array}{l} y = z \\ y = \sigma(z) \end{array} \quad \begin{array}{c} \nearrow \text{"activación"} \nwarrow \\ z = w_0 + w_1 x \end{array}$$

Cuadrático

$$z = w_0 + w_1 x + w_2 x^2$$

Polinómico grado M

$$z = w_0 + w_1 x + w_2 x^2 + \cdots + w_M x^M$$

Modelo Polinomial Univariado

Lineal

$$\begin{array}{l} y = z \\ y = \sigma(z) \end{array} \quad \begin{array}{c} \nearrow \text{"activación"} \\ \nwarrow \end{array} \quad z = w_0 + w_1 x$$

Cuadrático

$$z = w_0 + w_1 x + w_2 x^2$$

Polinómico grado M

$$z = w_0 + w_1 x + w_2 x^2 + \dots + w_M x^M$$

Es como un modelo lineal pero cambiando el input a $x \rightarrow \vec{x} = (x, x^2, \dots, x^M)$

"Preprocesado Polinómico"

Modelo Polinomial Univariado

En términos de la Matriz de diseño X : $\vec{z} = X \cdot \vec{w}$

$$x \rightarrow \vec{x} = (x, x^2, \dots, x^M)$$

$$X = \begin{pmatrix} 1 & x^{(1)} \\ 1 & x^{(2)} \\ \vdots & \vdots \\ 1 & x^{(N)} \end{pmatrix} \longrightarrow X = \begin{pmatrix} 1 & x^{(1)} & (x^{(1)})^2 & \dots & (x^{(1)})^M \\ 1 & x^{(2)} & (x^{(2)})^2 & \dots & (x^{(2)})^M \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x^{(N)} & (x^{(N)})^2 & \dots & (x^{(N)})^M \end{pmatrix}$$

Modelo Polinomial Multivariado

$x \rightarrow \vec{x} = (x, x^2, \dots, x^M)$ Y si tengo muchos features?

Modelo Polinomial Multivariado

$x \rightarrow \vec{x} = (x, x^2, \dots, x^M)$ Y si tengo muchos features?

$$\vec{x} = (x_1, x_2) \rightarrow \vec{x} = (x_1, x_2, x_1^2, x_1x_2, x_2^2, \dots, x_1^M, x_1^{M-1}x_2, \dots, x_1x_2^{M-1}, x_2^M)$$

Ejemplo grado 3:
$$z = w_0 + w_{1,0}x_1 + w_{0,1}x_2 + w_{2,0}x_1^2 + w_{1,1}x_1x_2 + w_{0,2}x_2^2 \\ + w_{3,0}x_1^3 + w_{2,1}x_1^2x_2 + w_{1,2}x_1x_2^2 + w_{0,3}x_2^3$$

Modelo Polinomial Multivariado

$x \rightarrow \vec{x} = (x, x^2, \dots, x^M)$ Y si tengo muchos features?

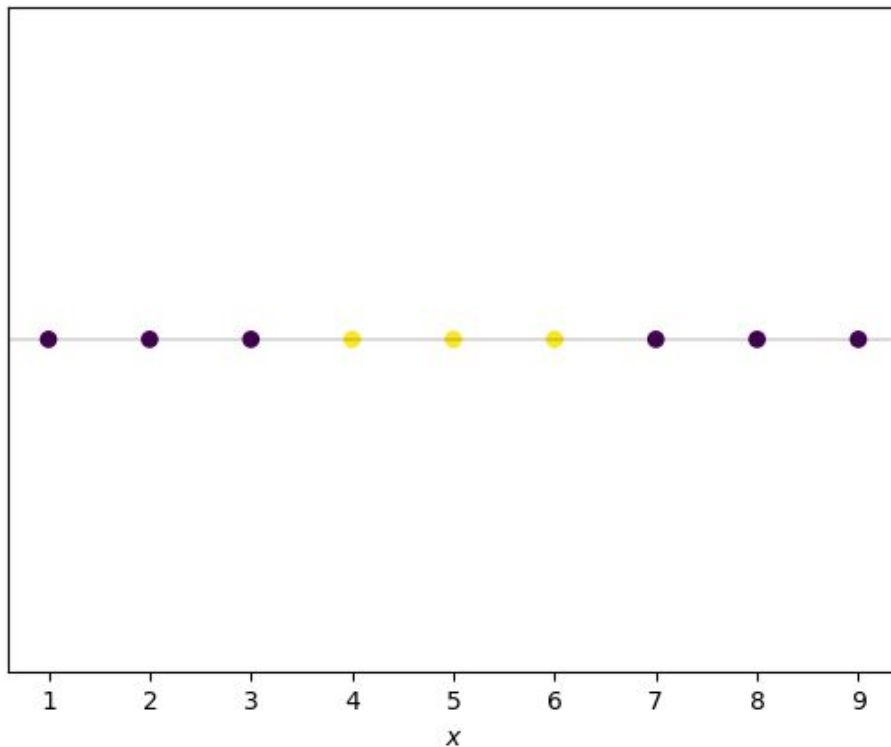
$$\vec{x} = (x_1, x_2) \rightarrow \vec{x} = (x_1, x_2, x_1^2, x_1x_2, x_2^2, \dots, x_1^M, x_1^{M-1}x_2, \dots, x_1x_2^{M-1}, x_2^M)$$

Ejemplo grado 3:
$$z = w_0 + w_{1,0}x_1 + w_{0,1}x_2 + w_{2,0}x_1^2 + w_{1,1}x_1x_2 + w_{0,2}x_2^2 \\ + w_{3,0}x_1^3 + w_{2,1}x_1^2x_2 + w_{1,2}x_1x_2^2 + w_{0,3}x_2^3$$

Pasamos de 2 features a 9... **rápido crecimiento de features con el grado M!**

Ejemplo: Clasificación Unidimensional

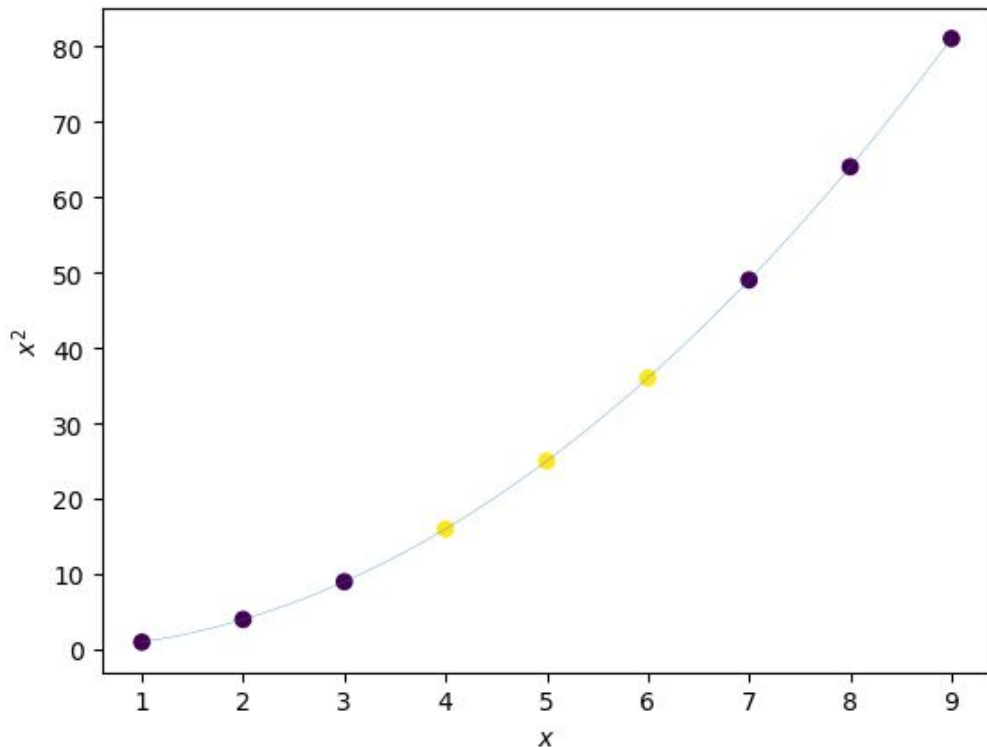
Es linealmente separable?



Ejemplo: Clasificación Unidimensional (cuadrático)

Es linealmente
separable?

y ahora?

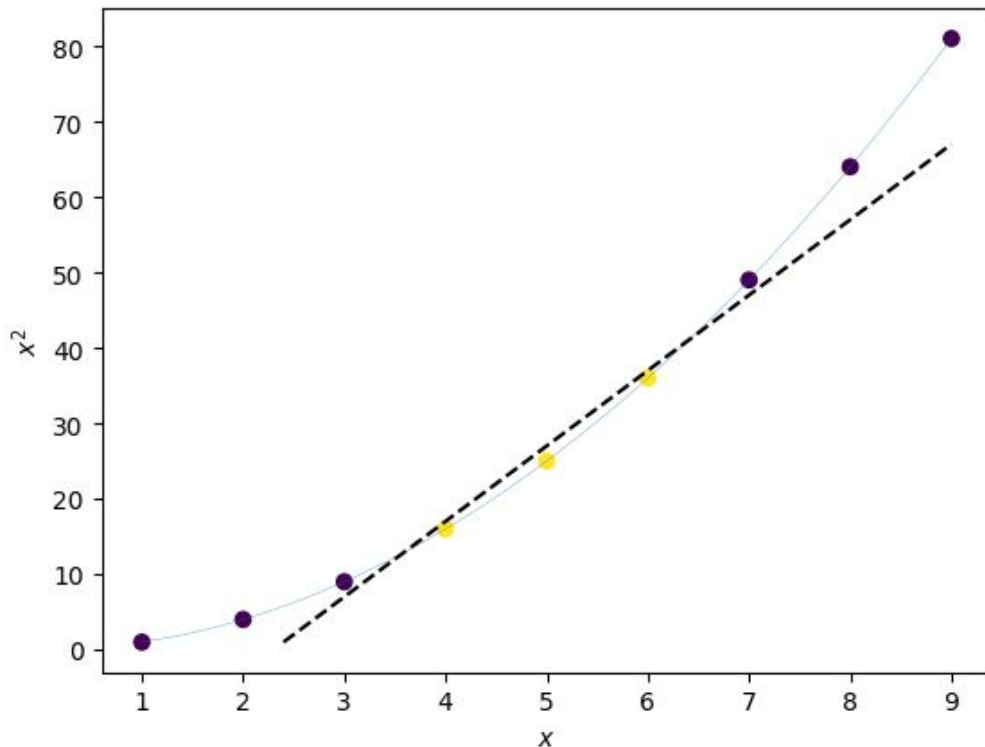


Ejemplo: Clasificación Unidimensional (cuadrático)

Es linealmente separable?

y ahora?

que significa esa
frontera de decisión
en términos del
espacio original?

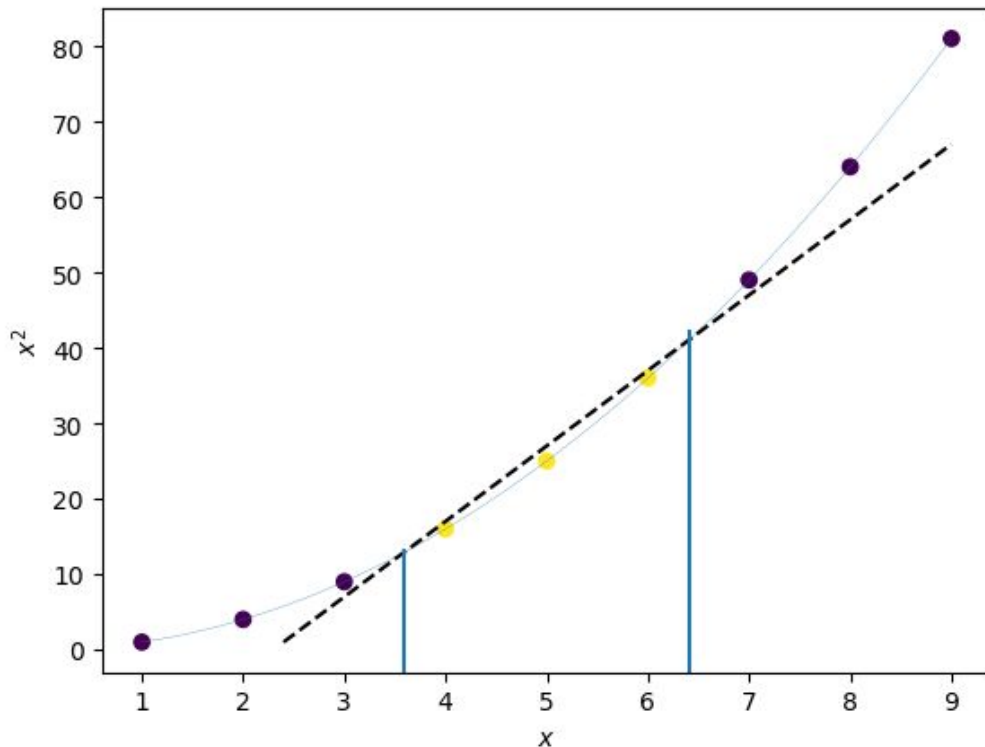


Ejemplo: Clasificación Unidimensional (cuadrático)

Es linealmente separable?

y ahora?

que significa esa
frontera de decisión
en términos del
espacio original?



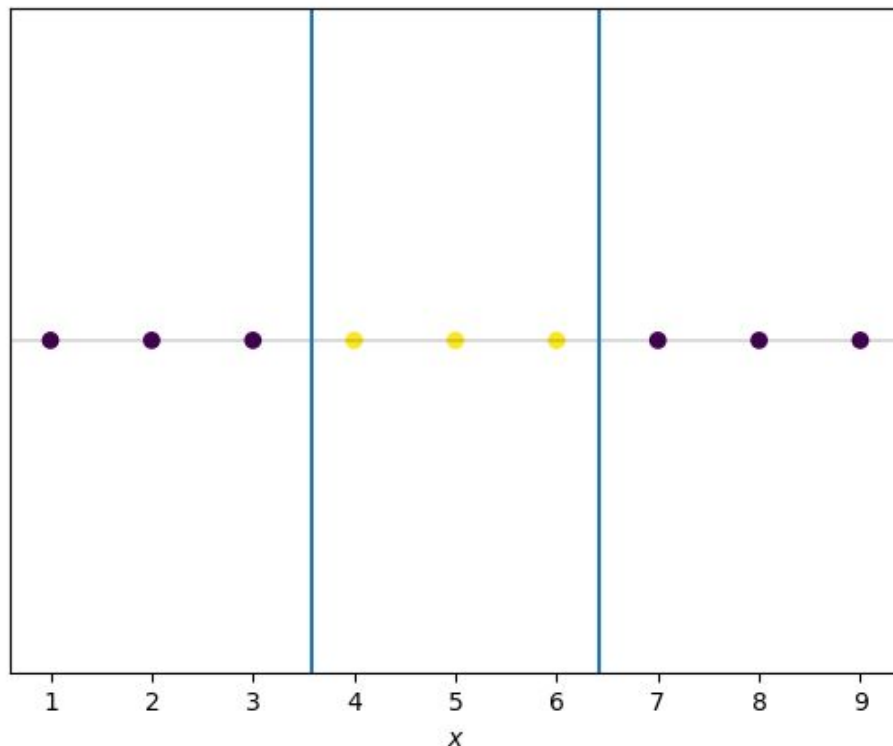
Ejemplo: Clasificación Unidimensional (cuadrático)

Es linealmente separable?

y ahora?

que significa esa frontera de decisión en términos del espacio original?

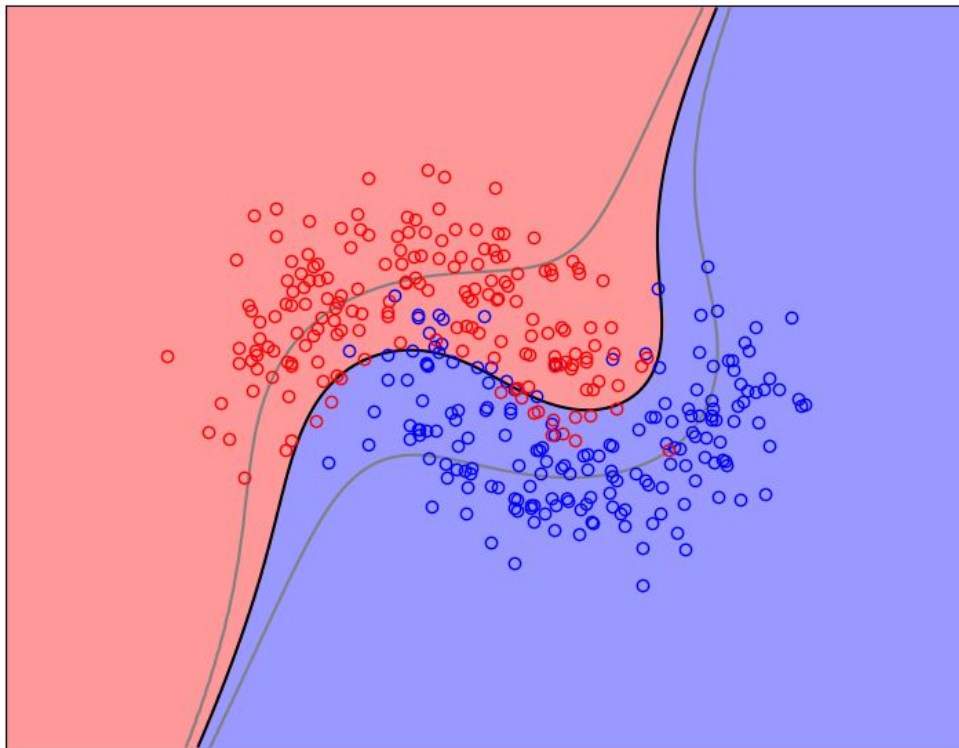
Wow... Esa frontera si que es *no lineal*



Ejemplo: Clasificación Bidimensional (cúbico)

En el caso genérico,
conseguimos
fronteras de decisión
que **proyectadas al
espacio original**
se ven **no lineales**.

(Aunque en el
espacio luego del
procesado
polinómico, sigue
siendo un
hiperplano **lineal**)



Ejemplo: Regresión Unidimensional

$$z = \sum_{i=0}^M w_i x^i$$

En regresión suele ser más intuitivo ver que ventaja tiene.

Figura del Bishop

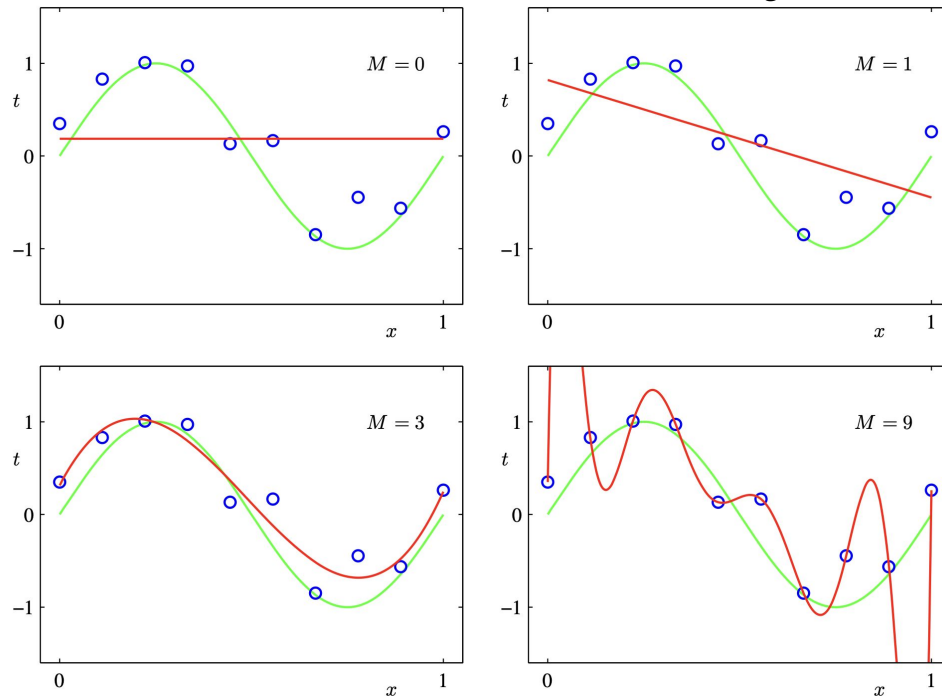


Figure 1.4 Plots of polynomials having various orders M , shown as red curves, fitted to the data set shown in Figure 1.2.

Ejemplo: Regresión Unidimensional

$$z = \sum_{i=0}^M w_i x^i$$

En regresión suele ser más intuitivo ver que ventaja tiene.

Pero ahora tengo que elegir el M **antes** de *entrenar*.

Hiperparámetro

Figura del Bishop

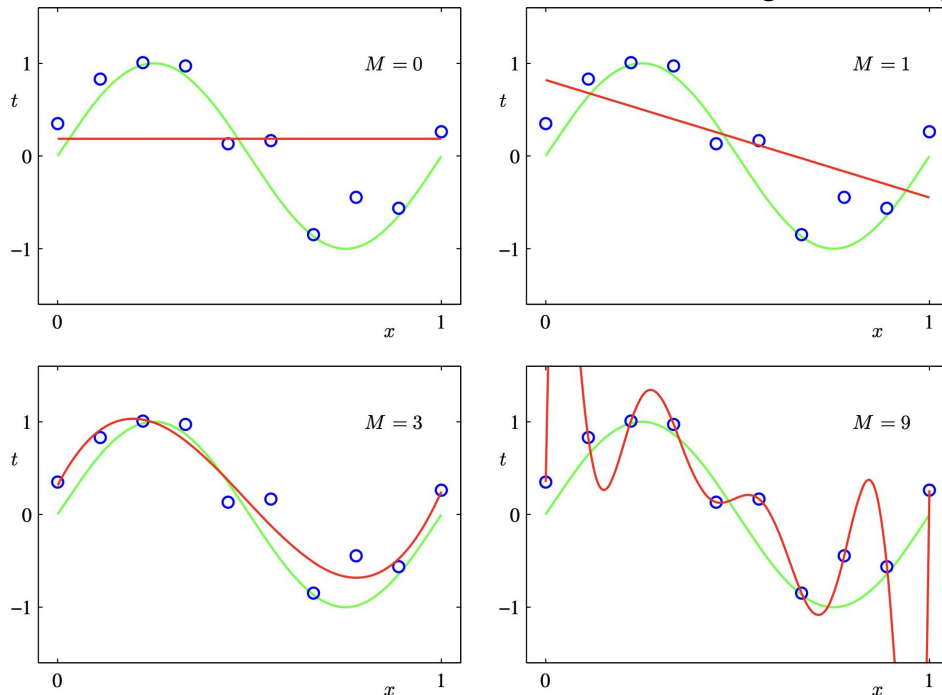


Figure 1.4 Plots of polynomials having various orders M , shown as red curves, fitted to the data set shown in Figure 1.2.

Parámetros, hiperparámetros y generalización

$$z = \sum_{i=0}^M w_i x^i$$

Hiperparámetro

parámetros

Parámetros:

- Son elegidos por el algoritmo de *optimización* para minimizar la *función de pérdida* medida sobre el *set de datos de **entrenamiento***.

Hiperparámetros:

- Son elegidos *antes* de entrenar el modelo. El criterio de elección es para conseguir un modelo que *generalice* mejor.

Parámetros, hiperparámetros y generalización

$$z = \sum_{i=0}^M w_i x^i$$

Diagram illustrating the equation $z = \sum_{i=0}^M w_i x^i$. An arrow points from the upper index M to the label **Hiperparámetro**. Another arrow points from the weight w_i to the label **parámetros**.

Conjunto de Datos

Entrenamiento

Evaluación

Parámetros:

- Son elegidos por el algoritmo de *optimización* para minimizar la *función de pérdida* medida sobre el *set de datos de **entrenamiento***.

Hiperparámetros:

- Son elegidos *antes* de entrenar el modelo. El criterio de elección es para conseguir un modelo que *generalice* mejor.

Poder de generalización:

- La performance esperada sobre un conjunto de datos *nuevo* (i.e. no visto durante el entrenamiento)