DEPARTAMENTO DE ESTADÍSTICA E I.O.

CONJUNTOS Y LÓGICA DIFUSA

1 Introducción

-La palabra fuzzy viene del inglés y se traduce como difuso o borroso.

- El creador de la teoría es Lofti Zadeh (1921-2018) nacido en Bakú (Azerbaiyán) de familia con origen iraní. . A los diez años su familia regresó a Teherán (Irán). Allí se licenció en Ingeniería Eléctrica en 1942, y solo un año más tarde emigró a Estados Unidos. Completó estudios en el MIT y en la Universidad de Columbia, de la que llegó a ser profesor, hasta que en 1959 se incorporó al Departamento de Ingeniería Eléctrica y Ciencia de la Computación de la Universidad de California en Berkeley, donde desarrolló el resto de su carrera.
- En 1965 Zadeh enunció el concepto de conjunto difuso, en una publicación que se convirtió en uno de los trabajos más citados de la historia de la matemáticas.
- Artículo “Fuzzy Sets”, que se publicó en Information and Control, donde era editor. Las críticas de la comunidad matemática fueron demoledoras. En general no se entendía que aportara algo diferente a la teoría de la probabilidad clásico.

- En el momento de su definición el concepto de difuso fue muy criticado porque se decía que no aportaba nada a lo sabido por la teoría de la probabilidad.

- Es importante distinguir entre probabilidad y difusos porque son conceptos distintos.

- Si una persona tiene un valor de 0,2 en el conjunto de las personas altas no significa que haya un 20% de probabilidad de que sea alto.

- En la actualidad es un campo de investigación muy importante, tanto por sus implicaciones matemáticas como por sus aplicaciones prácticas. Zadeh es Doctor Honoris Causa de casi 30 universidades de todo el mundo. En la actualidad hay más de 50.000 patentes basadas en sus ideas.

- Hay numerosas revistas dedicadas a esta teoría como Fuzzy Sets and system, Fuzzy optimization and Decision Making, etc.

- La idea de Zadeh parte de la dificultad que tienen los ordenadores para manejar conceptos imprecisos con los que los humanos nos sentimos cómodos.

- Conceptos sin definición clara: ¿Cuándo una persona es joven? ¿A qué velocidad va un coche que circula despacio?

- La lógica clásica de verdad o mentira es demasiado restrictiva en algunas ocasiones. Está comida está rica. Vuelvo en un rato.

- Así que la teoría de difusos se usa en la actualidad en sistemas basados en reglas difusas, redes neuronales, algoritmos genéticos. La primera aplicación importante es el metro no tripulado de la ciudad de Sendai en Japón (1987), en el que gracias al carácter gradual de las reglas usadas, los procesos de arranque y parada son especialmente suaves.

2 ¿Cuándo utilizar la tecnología difusa?

- En procesos complejos, si no existe un modelo de solución sencillo.
- Cuando hay que introducir la experiencia de un operador experto que se base en conceptos imprecisos obtenidos de su experiencia.
- Cuando ciertas partes del sistema no se pueden medir de forma fiable o es muy caro hacerlo.
- En general cuando se quiera representar y operar con conceptos que tengan imprecisión o incertidumbre.
- Se pueden encontrar aplicaciones en control de sistemas: control de tráfico, control de vehículos sin conductor, control en lavadoras, máquinas de fotos. Reconocimiento de patrones.

3 Conceptos principales.

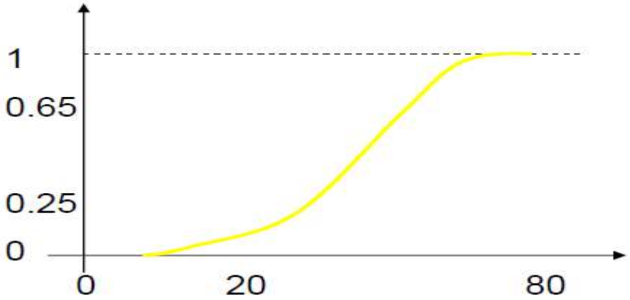
- En un conjunto clásico A, podemos definir una función de pertenencia A(x), que toma valores en $\{0,1\}$, de forma que la función vale 0 si $x \notin A$ y 1 si $x \in A$.

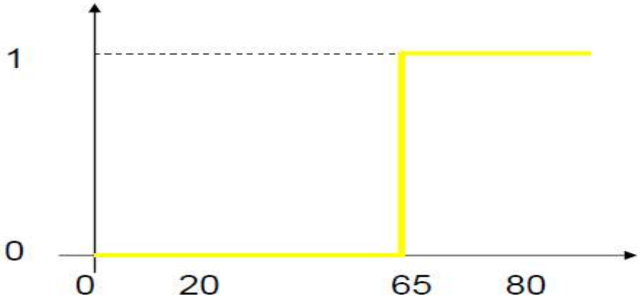
- En los conjuntos difusos la función de pertenencia toma valores en [0,1] que indica el grado de pertenencia al conjunto. Cuanto más cerca de 1 está el valor, mayor es el grado de cumplimiento de la característica que define al conjunto.

- Un conjunto difuso A puede representarse como un conjunto de pares de valores: Cada elemento $x \in X$, con su grado de pertenencia A(x).

Funciones de pertenencia

- Ejemplo: Ser viejo.





- **Universo de discurso: R**
- **Función de pertenencia normalizada entre 0 y 1**

Edad oficial

Conjunto nítido

Imaginemos que queremos describir el conjunto de los números reales cercanos a cero. Aunque el universo sea el de los números reales, podemos considerar la siguiente función de pertenencia

Ejemplos de conjunto fuzzy

$$u(x) = \begin{cases} 1 - x^2 & se \;\; x \in [-1, 1] \\ 0 & se \;\; x \notin [-1, 1]. \end{cases}$$

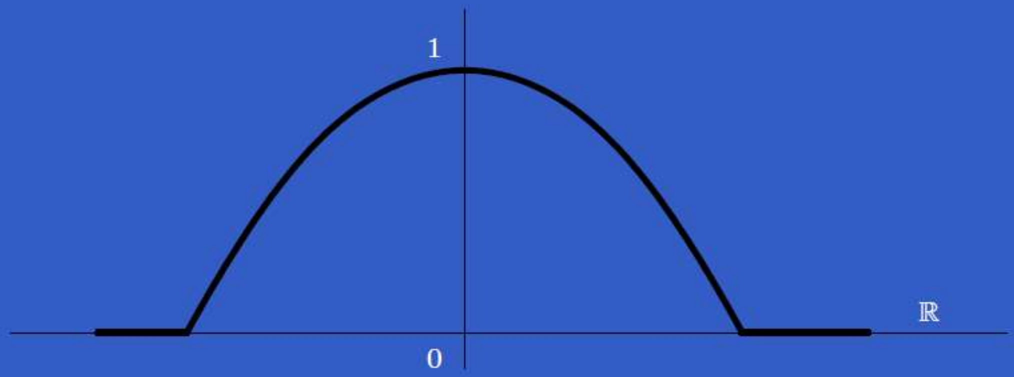


Figure 1: El conjunto fuzzy de los números

- Obviamente no es la única representación posible. Son infinitas las posibles representaciones, aunque la idea esencial es que refleje lo mejor posible las características más relevantes del conjunto que queremos representar.

- Todas las representaciones no tienen sentido, hay que exigir que tengan coherencia y que sean consistentes como veremos más tarde.

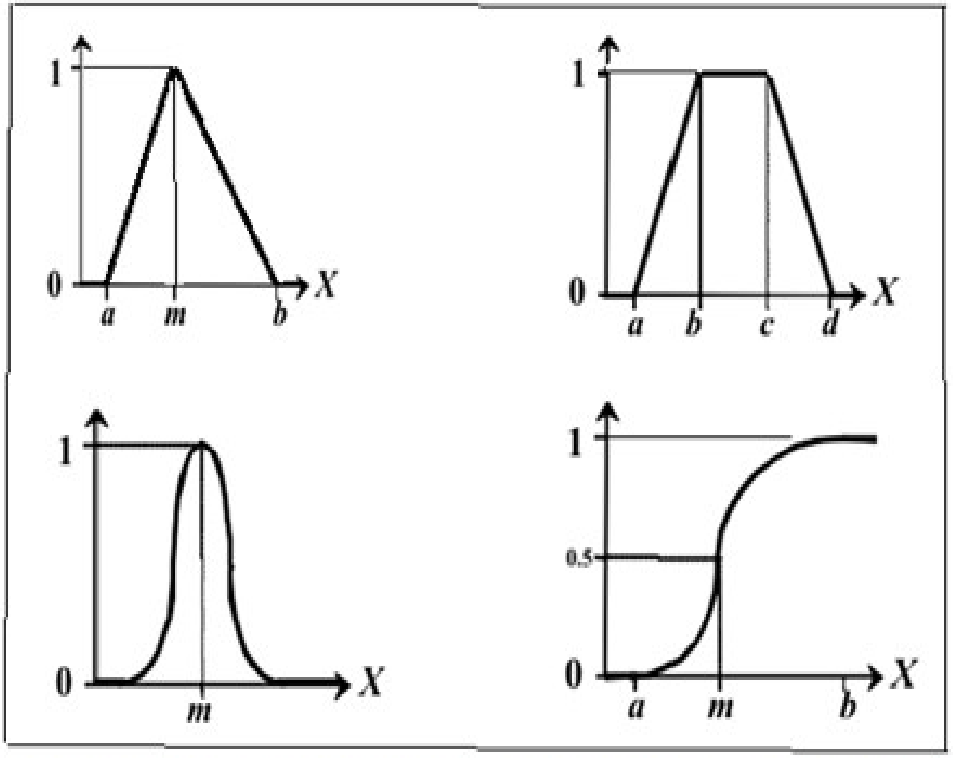


FIGURA 1. Funciones de pertenencia más habituales a) triangular, b) trapezoidal, c) gaussiana y d) sigmoidal. Fuente (Pal y Shiu, 2004).

4 Características de un conjunto difuso.

Altura de un conjunto difuso. Es el mayor valor de su función de pertenencia
Sup x $\in$ X, {A(x)}.

Conjunto difuso normalizado. Si existe x $\in$ X de manera que A(x)=1. O sea, su altura vale 1.

Soporte de un conjunto difuso.

Son los elementos del conjunto X, tales que A(x)>0.

Núcleo de un conjunto difuso

Son los elementos de X, tales que A(x)=1.

α-corte

Valores de X con grado de pertenencia mínimo α. A_α={ x $\in$ X/ A(x)$\geq$ α }

5 Teoremas de representación

<u>Teorema de representación o principio de identidad.</u> Todo conjunto difuso puede descomponerse en una familia de conjuntos difusos. Para ello, utilizaremos los <u>α-cortes.</u> Teniendo en cuenta la restricción de consistencia:

Si $\alpha_1 > \alpha_2$ entonces $A_{\alpha_1} \subset A_{\alpha_2}$

Cualquier conjunto difuso puede reconstruirse a partir de su familia de α-cortes y recíprocamente a partir de un conjunto difuso se puede reconstruir el conjunto de α-cortes.

Este teorema de representación permite calcular funciones de pertenencia:

Método horizontal: Se pregunta a N expertos si el elemento x puede ser considerarse que tiene la característica A. Solo se acepta un Sí o un No como respuesta. A(x)={Síes/N}.

Método Vertical: Se eligen varios valores para α y se determina sus α-cortes. Hay que pedir que identifique los valores de X que pertenecen a A con un grado no menor que α.

Este tipo de estudio nos lleva a la siguiente representación

Arquitectura de un controlador fuzzy

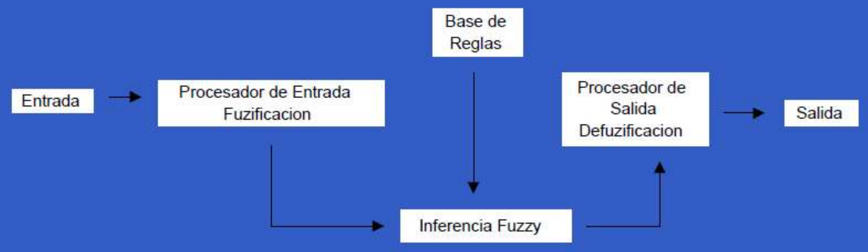


Figure 1: Arquitectura de un controlador fuzzy

- Se puede hablar, por tanto, de una lógica difusa con la que se puede abordar información imprecisa o de tipo cualitativo.
- La práctica ha demostrado que la lógica difusa no es menos útil.


¡CUIDADO!
Un móvil de 1.500 kg se acerca a ti con una aceleración de 9.8 m/s2

- La lógica difusa permite operaciones y relaciones, pero de manera distinta a las clásicas. No tenemos linealidad. Es posible que no se cumplan propiedades básicas.