Trabajo Práctico de Econometría

Martín González-Rozada
(Fecha de Entrega: lunes 23 de febrero de 2026).

1 de diciembre de 2025

1. Propiedades de muestra finita de FGLS (MCGE)

Considere el siguiente modelo:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + u_i, \quad i = 1, 2, .., 5N; \tag{1}$$

con $\beta_0 = -3$, $\beta_1 = 0{,}8$, $u_j \sim N(0, \Omega \otimes I_{N\times N})$, $\Omega = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 16 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 25 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 36 \end{bmatrix}$ y $x_j \sim U[1 \;\; 50]$

1. Genere 5000 muestras de $5N = 5$ observaciones de corte transversal a partir del modelo (1).

   a) Para cada muestra estime por FGLS los parámetros del modelo y realice un test de hipótesis para contrastar que $H_0 : \beta_1 = 0{,}8$. Reporte **tamaño del test** al 1 % y 5 % y el **poder del test** cuando $\beta_1 = 0$ y $\beta_1 = 0{,}4$. Adicionalmente, reporte la media, mediana y desvío estándar de las estimaciones de β_0 y β_1.

   b) Utilice la descomposición de Cholesky para encontrar una matriz P que cumpla que se puede escribir a $\Omega = P \cdot P'$, aplique la transformación correspondiente a MCG al modelo (1) y estime el modelo por MCC, comente si cambia algún resultado.

2. Repita el punto anterior (sólo el inciso a)) con $5N = 10$.

3. Repita el punto anterior (sólo el inciso a))con $5N = 30$.

4. Repita el punto anterior (sólo el inciso a))con $5N = 100$.

5. Repita el punto anterior (sólo el inciso a)) con $5N = 200$.

6. Repita el punto anterior (sólo el inciso a)) con $5N = 500$.

7. Describa detalladamente las propiedades de muestra finita de FGLS de acuerdo a lo que observó de los cuatro puntos anteriores. En especial, explique cómo cambia el tamaño y la potencia de los tests a medida que aumenta el tamaño de muestra.

2. Propiedades de muestra finita del test de White y de la corrección por heterocedasticidad

En este ejercicio se le pide evaluar el funcionamiento del test de heterocedasticidad de White y de la corrección sugerida por este autor para estimar la matriz de varianzas y covarianzas de los coeficientes estimados por mínimos cuadrados clásicos en muestras finitas. El objetivo final del trabajo será aprender bajo que condiciones es posible aplicar el test de heterocedasticidad y el cálculo correcto de la matriz de varianzas y covarianzas de los coeficientes estimados por mínimos cuadrados clásicos en presencia de heterocedasticidad y confiar en los resultados obtenidos. Para esto considere el siguiente modelo:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \sqrt{\nu_i} u_i, \quad i = 1, \ldots, n \tag{2}$$

Para $n = 20$ x_1 se determina como una secuencia de 18 puntos espaciados uniformemente entre -1 y 1 con puntos extremos dados por $-1{,}1$ y $1{,}1$ mientras que x_2 son cuantiles de una distribución normal estándar elegidos aleatoriamente. Las observaciones se repiten tres veces para obtener una muestra de $n = 60$, cinco veces para una muestra de $n = 100$, diez veces para una muestra de $n = 200$, veinte veces para una muestra de $n = 400$ y treinta veces para una muestra de $n = 600$. La generación de los datos de la variable dependiente se hace con $\beta_0 = \beta_1 = \beta_2 = 1$. Hay tres diseños:

- Diseño 0: $u_i \sim N(0,\, 1)$ y $\nu_i = 1$ (normalidad y homocedasticidad)
- Diseño 1: $u_i \sim N(0,\, 1)$ y $\nu_i = e^{0{,}25x_{1i}+0{,}25x_{2i}}$ (normalidad y heterocedasticidad)
- Diseño 2: $u_i \sim t_5$ y $\nu_i = e^{0{,}25x_{1i}+0{,}25x_{2i}}$ (no-normalidad y heterocedasticidad)

Todas las simulaciones se basan en $5{,}000$ replicaciones.

1. **Test de Heterocedasticidad de White**

   a) Para el diseño 0 genere $5{,}000$ muestras de $n = 20$ observaciones a partir del modelo (2). Para cada muestra estime por MCC los parámetros del modelo y realice el test de hipótesis de White para contrastar que H_0 : No hay heterocedasticidad. Reporte tamaño del test al 1 %, 5 % 10 %.

   b) Para los diseños 1 y 2 genere $5{,}000$ muestras de $n = 20$ observaciones a partir del modelo (2) y reporte el poder del test cuando el diseño utilizado es el modelo poblacional verdadero.

   c) Repita el punto anterior con $n = 60$.

   d) Repita el punto anterior con $n = 100$.

   e) Repita el punto anterior con $n = 200$.

   f) Repita el punto anterior con $n = 400$.

   g) Repita el punto anterior con $n = 600$.

   h) Describa detalladamente las propiedades de muestra finita del test de White de acuerdo a lo que observado en los puntos anteriores.

2. **Corrección de la matriz de varianzas y covarianzas en presencia de heterocedasticidad**

   En el modelo de regresión lineal (2) la estimación de MCC es,

$$\hat{\beta} = \begin{pmatrix} \hat{\beta}_0 \\ \hat{\beta}_1 \\ \hat{\beta}_2 \end{pmatrix} = (X'X)^{-1}X'y \tag{3}$$

   donde X es la matriz de variables explicativas de dimensión $n \times 3$ e y es el vector de observaciones de la variable dependiente de dimensión $n \times 1$. Bajo heterocedasticidad, la matriz de varianzas y covarianzas de los estimadores de MCC es: $Var(\hat{\beta}) = (X'X)^{-1}X'\Omega X(X'X)^{-1}$ con $\Omega = diag(\sigma_1^2, \ldots, \sigma_n^2)$. Una estimación consistente de esta matriz está dada por la denominada matriz de White (White, 1980): $\widehat{Var(\hat{\beta})} = (X'X)^{-1}X'\widehat{\Omega}X(X'X)^{-1}$ con $\widehat{\Omega} = diag(\hat{u}_1^2, \ldots, \hat{u}_n^2)$ y $\hat{u}$ el vector de dimensión $n \times 1$ de residuos de la estimación por MCC.

   a) Para cada uno de los diseños 1 y 2 genere $5,000$ muestras de $n = 20$ observaciones a partir del modelo (2). Para cada muestra estime por MCC los parámetros del modelo y reporte el sesgo relativo de la estimación de las varianzas de $\hat{\beta}_0$, $\hat{\beta}_1$ y $\hat{\beta}_2$ y los sesgos relativos totales. El sesgo relativo (b_0, b_1 y b_2) se define como el promedio, a lo largo de las 5,000 simulaciones, de: la varianza estimada menos la varianza verdadera divididas por la varianza verdadera y el sesgo relativo total es la suma del valor absoluto de b_0, b_1 y b_2. El sesgo relativo total es una medida del sesgo agregado de las tres varianzas.

   b) Repita el punto anterior con $n = 60$.

   c) Repita el punto anterior con $n = 100$.

   d) Repita el punto anterior con $n = 200$.

   e) Repita el punto anterior con $n = 400$.

   f) Repita el punto anterior con $n = 600$.

   g) Repita los puntos (a) a (f) pero ahora construya la estimación de la matriz de White usando una matriz diagonal con los errores verdaderos elevados al cuadrado en lugar de utilizar la matriz diagonal con los residuos elevados al cuadrado.

   h) Describa detalladamente las propiedades de muestra finita de la estimación de las varianzas de los coeficientes de MCC robustas ante la presencia de heterocedasticidad (con el procedimiento de White) de acuerdo a lo que observado en los puntos anteriores.

Instrucciones para la entrega:

- El trabajo es **individual**.
- El trabajo se puede hacer en Stata, R, Python, Matlab o similar.
- Usar como **seed** para la generación de los datos los últimos 4 números de su documento de identidad (o pasaporte) para que los resultados sean replicables.
- Hay que entregar un archivo .pdf con el reporte y adjuntar el código (**.do**, **.r**, o **.m**) o entregar el **.log** *file* aparte.
- Los archivos deberán tener el apellido de quien entregue y la seed utilizada, es decir, si Caravello usó el seed 1668 los archivos se llamarán **Caravello1668.pdf, Caravello1668.do, Caravello1668.log, Caravello1668.m o Caravello1668.r**
- En el código deberán hacer **comentarios breves** para que se entienda el **procedimiento**.
- La entrega se realizará **vía Campus Virtual hasta el día lunes 23 de febrero de 2026 a las 11.59pm**.