Practicas de Sistemas Translacionales y Rotacionales

En esta documentación se verá el desarrollo y la implementación de diferentes sistemas translacionales y rotacionales

Autor: Javier Cestino Urdiales
Grado: Ingeniería de Computadores
Institución: Universidad de Málaga
Fecha: March 27, 2025

Contents

1 Práctica 1

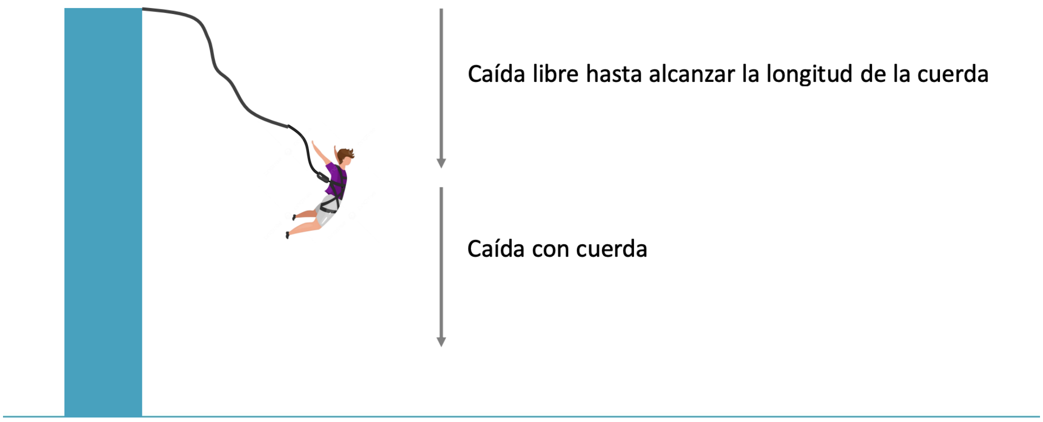
1.1 Descripción del problema

En esta práctica vamos a modelar un salto de puénting, para ello vamos a asumir algunos datos clave:

$g = 9.8\,\mathrm{m/s^2}, m = 80\,\mathrm{kg}, H = 20\,\mathrm{m}, V_0 = 0\,\mathrm{m/s}$.

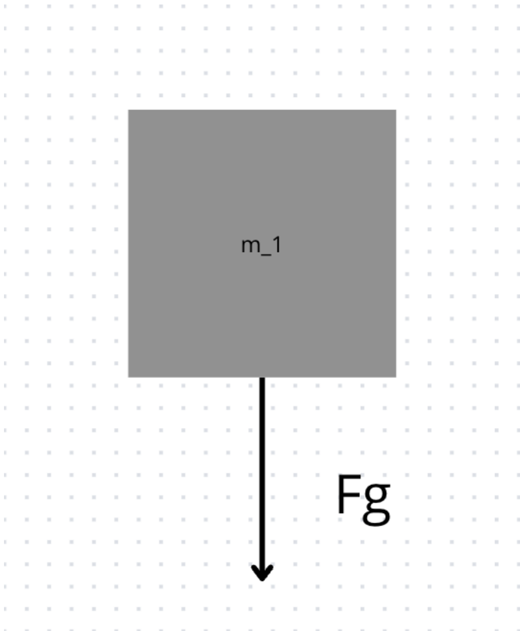
Y también tenemos que tener en cuenta las características de nuestra cuerda: $L = 10\,\mathrm{m}, k = 185\,\mathrm{N/m}, b = 75\,\mathrm{Ns/m}$.

Por lo tanto, nuestro problema se puede representar visualmente de la siguiente manera:



1.2 Diagrama de Cuerpo Libre

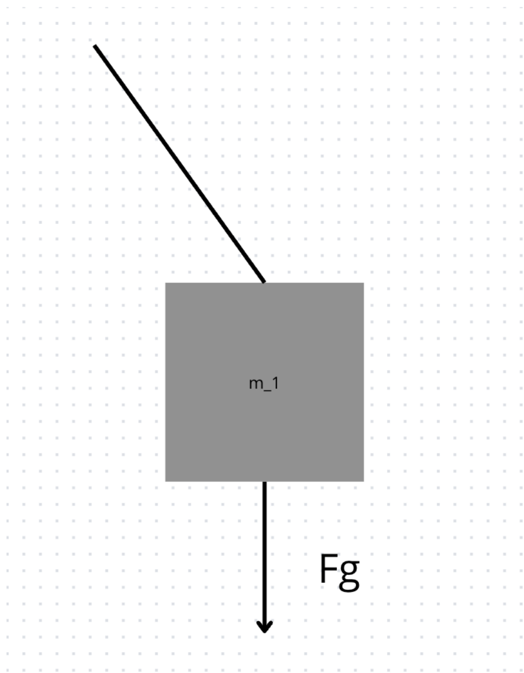
En la primera parte de nuestro problema, a nuestra masa solo le afecta la caida libre, como se muestra en el siguiente diagrama:



Por lo tanto nuestras ecuaciones en este DCL tienen esta forma:

$$m \cdot \frac{d^2y}{dt^2} = F_g(t)$$

Esta será la fuerza que se aplicará a nuestra masa, hasta que se tense la cuerda una vez nuestra masa descienda más de la longitud de nuestra cuerda, en nuestro caso sera cuando caiga 10 metros.



Por lo tanto aqui nuestro DCL cambia, y se le aplican las distintas fuerzas de nuestra cuerda, la fuerza elastica y biscosa, por lo tanto nuestro DCL quedará de la siguiente manera:

$$m \cdot \frac{d^2y}{dt^2} + b \cdot \frac{dy}{dt} + k \cdot y(t) = u(t)$$

1.3 ODES

Por lo tanto, se nos quedan varias ODES a implementar en función del momento en el que nos encontremos:

$$m \cdot \frac{d^2y}{dt^2} + b \cdot \frac{dy}{dt} + k \cdot y(t) = u(t)$$
$$m \cdot \frac{d^2y}{dt^2} = F_g(t)$$

La manera la cual voy a implementar el problema es calculando Euler paso por paso, de manera manual, por lo tanto las ecuaciones en el codigo se implementarian de la siguiente manera:

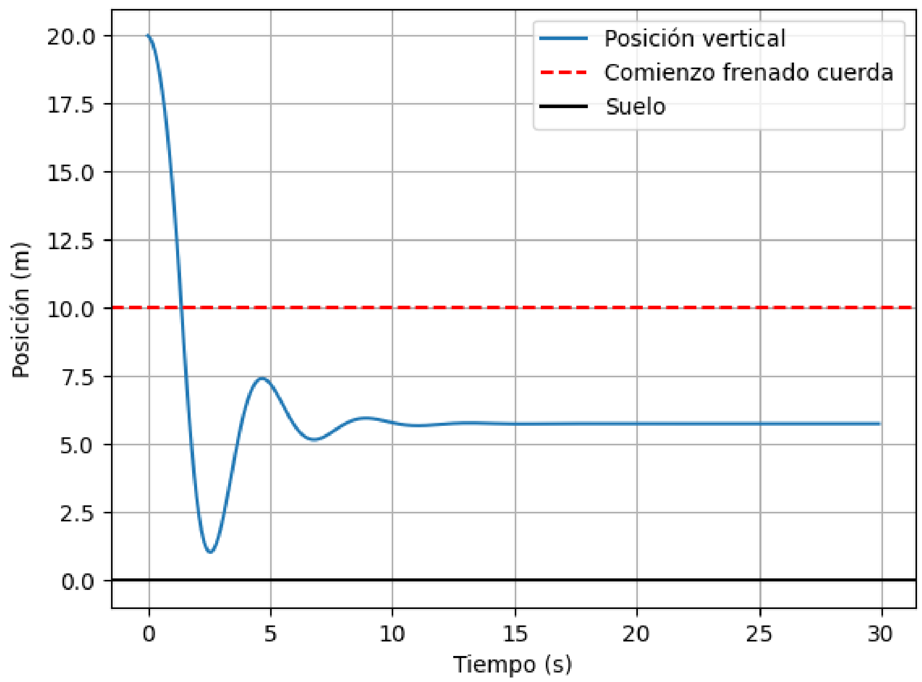
$$\text{accel}_i = \text{calcular\_aceleracion}(\text{pos}_i, \text{vel}_i)$$
$$\text{vel}_{i+1} = \text{vel}_i + h \cdot \text{accel}_i$$
$$\text{pos}_{i+1} = \text{pos}_i + h \cdot \text{vel}_{i+1}$$

Cálculo de la aceleración:

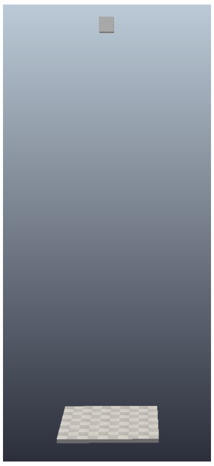
Si $\text{pos}_i \geq y_0 - L$ (fase de caída libre):
$a_i = -g$

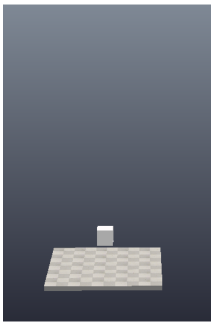
Si $\text{pos}_i < y_0 - L$ (fase elástica: cuerda estirada):
$a_i = -g + \frac{k}{m}(y_0 - L - \text{pos}_i) - \frac{b}{m} \cdot \text{vel}_i$

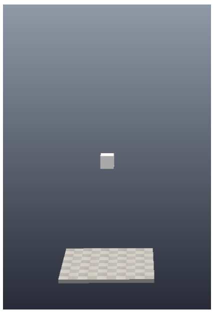
1.4 Resultados



Copellia:



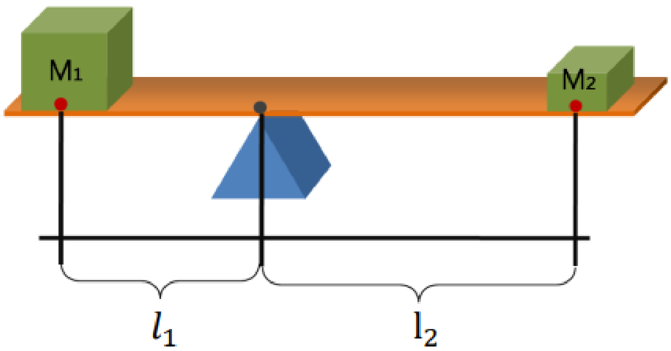




2 Practica 2

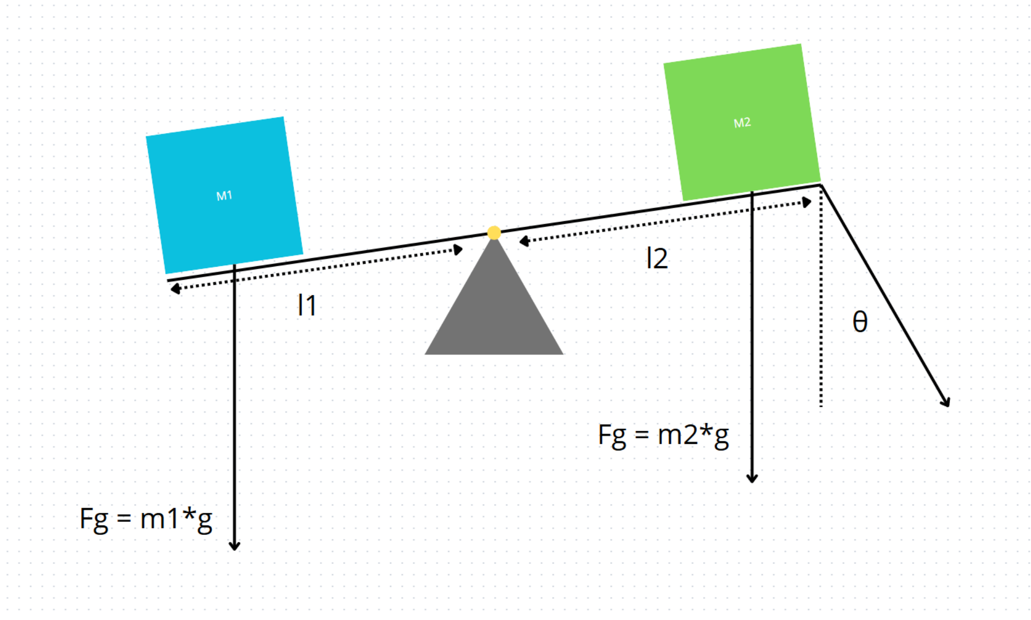
2.1 Descripción del Problema

La práctica consiste en modelar y simular el comportamiento de un balancín utilizando las leyes de la dinámica rotacional.Se trata de representar el balancín como una viga rígida que gira alrededor de un punto de apoyo, y se analiza cómo actúan las fuerzas (en este caso, los pesos de las masas en sus extremos) para producir un movimiento rotacional.

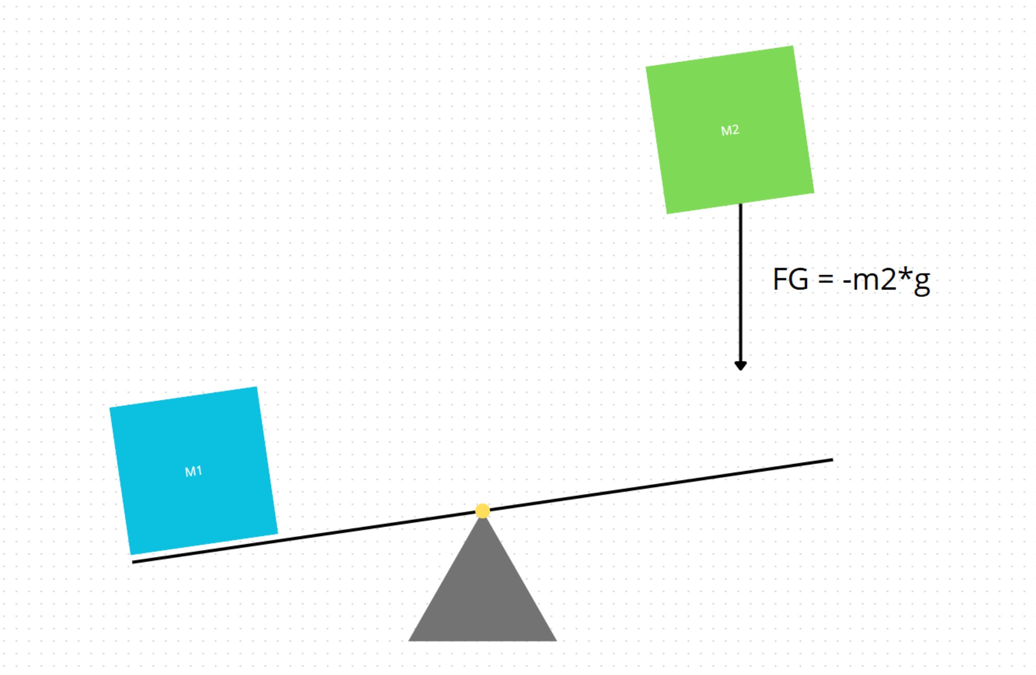


2.2 Diagrama de Cuerpo Libre

Fase de rotación:



Cuando se llega al ángulo tope y la masa sale disparada:



2.3 ODES

Consideramos el balancín como un sistema rotacional en el que las masas generan torques respecto al punto de rotación. El momento de inercia del sistema se calcula como:

$$J = m_1 l_1^2 + m_2 l_2^2.$$

Cada masa genera un torque debido a su peso. Dado que la fuerza es vertical, la componente efectiva que produce torque es proporcional al coseno del ángulo de inclinación,es decir, la tangente , de modo que:

$$\tau_{\text{ext}} = m_2 g\, l_2 \cos\theta - m_1 g\, l_1 \cos\theta = g \cos\theta\, (m_2 l_2 - m_1 l_1).$$

Aplicando la segunda ley de Newton para sistemas rotacionales:

$$J\, \ddot{\theta} = \tau_{\text{ext}},$$

obtenemos la ecuación diferencial que gobierna el movimiento del balancín:

$$(m_1 l_1^2 + m_2 l_2^2)\, \ddot{\theta} = g \cos\theta\, (m_2 l_2 - m_1 l_1).$$

Para relacionar las posiciones lineales (verticales) de las masas con el ángulo θ, se utiliza la relación:

$$x_i = l_i\, \theta, \quad \dot{x}_i = l_i\, \dot{\theta}, \quad \ddot{x}_i = l_i\, \ddot{\theta}, \quad i = 1, 2.$$

Cuando la masa m_2 es lanzada verticalmente hacia arriba desde el extremo del balancín, su movimiento está gobernado por la componente vertical, bajo la acción de la gravedad. La ecuación diferencial ordinaria (ODE) que describe su movimiento es:

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = -g$$

Donde:

- $y(t)$ es la posición vertical de la masa respecto al punto de despegue.
- g es la aceleración gravitacional ($g \approx 9.81\,\mathrm{m/s^2}$).

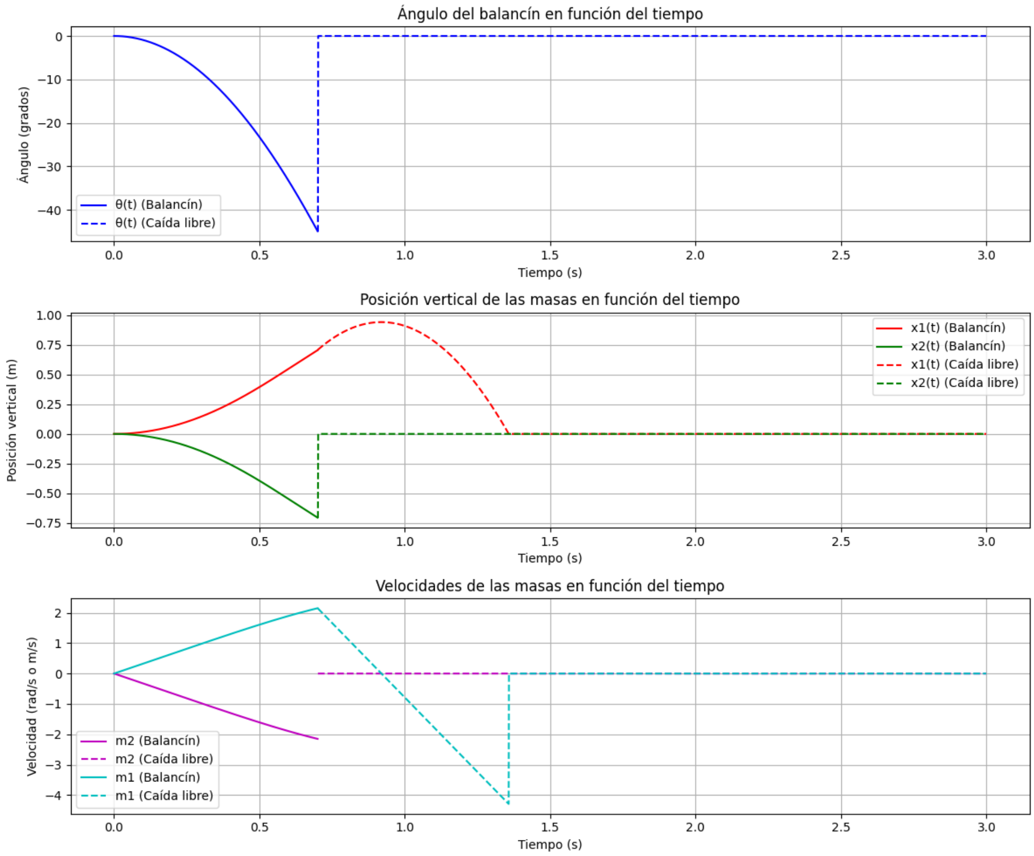
Esta ODE puede reescribirse como un sistema de primer orden:

$$\frac{dy}{dt} = v_y(t)$$
$$\frac{dv_y}{dt} = -g$$

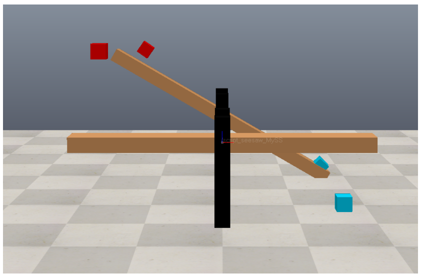
- $y(0) = y_0$: altura inicial.
- $v_y(0) = v_0$: velocidad inicial vertical, obtenida como:

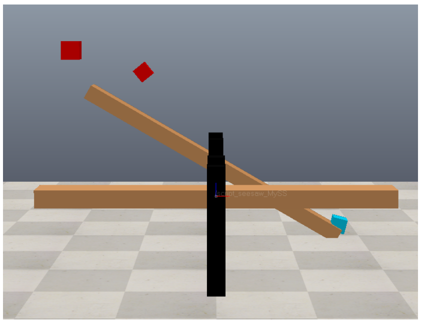
$$v_0 = l_2 \cdot \omega_{\text{max}}$$

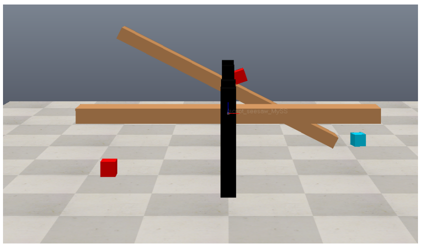
2.4 Resultados



Copellia:







3 Practica 3

3.1 Descripción del Problema

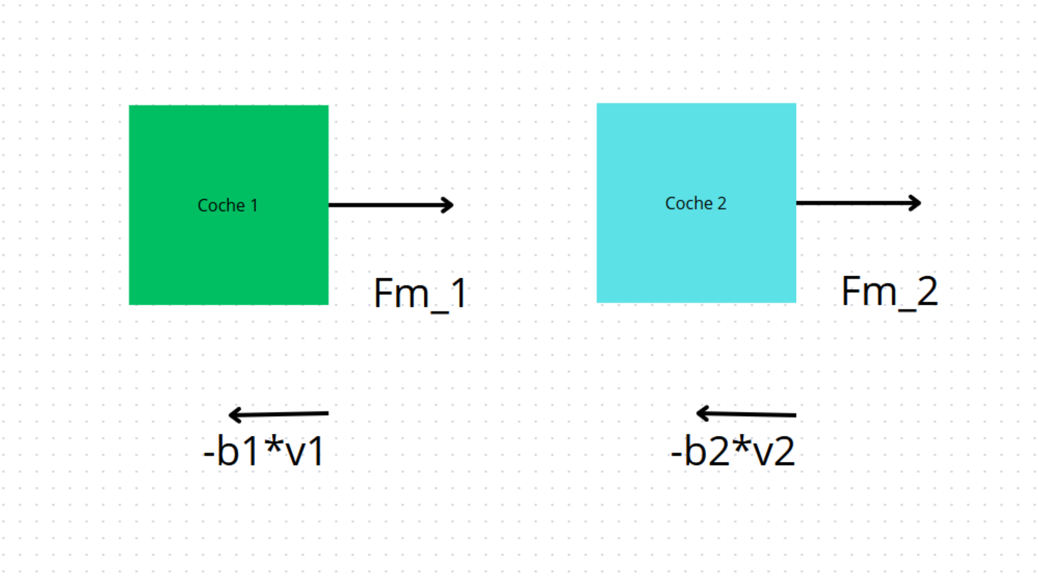
En este problema se analiza la dinámica de dos coches que se desplazan en la misma dirección sobre una superficie horizontal, partiendo desde diferentes posiciones, y que eventualmente colisionan entre sí.

Cada coche tiene una masa, una fuerza motor que lo impulsa, y una fuerza de fricción proporcional a su velocidad. Ambos inician en reposo, pero con una fuerza constante aplicada que los acelera hasta que colisionan.

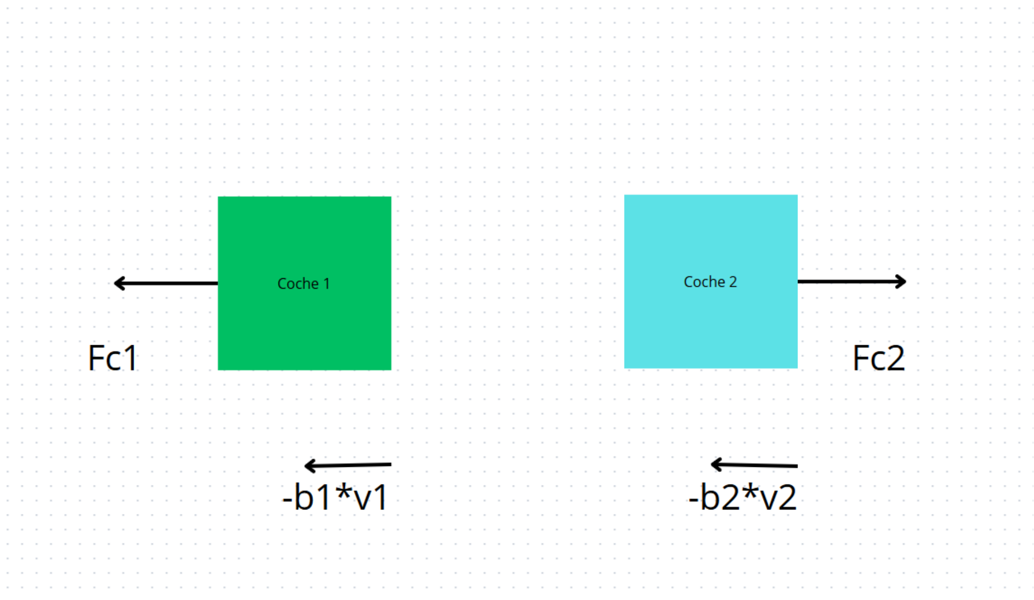
Tenemos que tener en cuenta que cuando se produce el impacto la fuerzas de los motores pasa a ser 0.

3.2 Diagrama de Cuerpo Libre

Antes del Impacto



Despues del Impacto



3.3 ODES

En este caso, ambos coches están inicialmente en reposo pero comienzan a moverse por la acción de fuerzas constantes F_{m1} y F_{m2}, oponiéndose una fuerza de fricción proporcional a la velocidad ($b_1 v_1$ y $b_2 v_2$).

Antes de la colisión

Las ecuaciones diferenciales que rigen el movimiento de los coches antes de la colisión son:

$$\frac{dx_1}{dt} = v_1 \qquad \frac{dv_1}{dt} = \frac{F_{m1} - b_1 v_1}{m_1}$$

$$\frac{dx_2}{dt} = v_2 \qquad \frac{dv_2}{dt} = \frac{F_{m2} - b_2 v_2}{m_2}$$

Donde:

- $x_1(t)$, $x_2(t)$: posiciones de los coches.
- $v_1(t)$, $v_2(t)$: velocidades.
- F_{m1}, F_{m2}: fuerzas motrices constantes.
- b_1, b_2: coeficientes de fricción viscosa.
- m_1, m_2: masas de los coches.

Condición de colisión

La colisión ocurre cuando:

$$|x_1(t) - x_2(t)| \leq L$$

donde L es la longitud de un coche. En ese instante:

- Se apagan las fuerzas motrices: $F_{m1} = F_{m2} = 0$.
- Se actualizan las velocidades usando el coeficiente de restitución e.

Después de la colisión

Las velocidades iniciales después del impacto se calculan como:

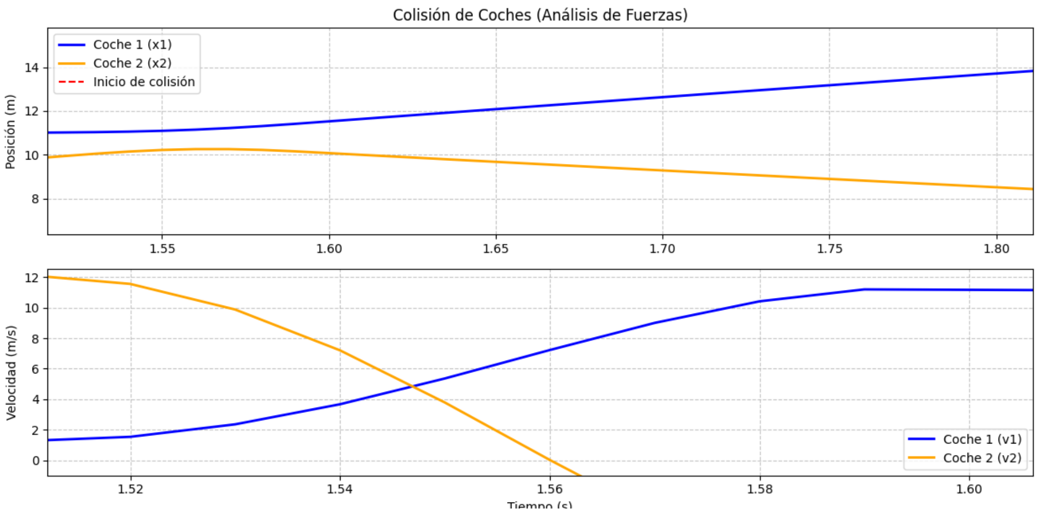
$$v_1' = \frac{(m_1 - em_2)v_1 + (1+e)m_2v_2}{m_1+m_2}$$
$$v_2' = \frac{(m_2 - em_1)v_2 + (1+e)m_1v_1}{m_1+m_2}$$

Y las nuevas ODEs (sin fuerzas motrices) son:

$$\frac{dx_1}{dt} = v_1 \qquad \frac{dv_1}{dt} = -\frac{b_1 v_1}{m_1}$$

$$\frac{dx_2}{dt} = v_2 \qquad \frac{dv_2}{dt} = -\frac{b_2 v_2}{m_2}$$

3.4 Resultados



Copellia: