

## ECUACIONES PARA CONSTRUIR TABLAS DE VIDA

### Horario de supervivencia

$$l_x = \frac{N_x}{N_0}$$

$$S_x = \frac{N_{x+1}}{N_x}$$

$$S_x = \frac{l_{x+1}}{l_x}$$

### Horario de maternidad

$$m_x = \frac{B_x}{N_x}$$

**B<sub>x</sub>**= Número de nacimientos;

**N<sub>x</sub>**= Individuos de edad x.

**M<sub>6</sub>**= 3 Hembra de 6 años produce en promedio 3 crías.

### Tasa reproductiva neta (R<sub>0</sub>). Expectativa de vida de las hembras

$$R_0 = \sum l_x m_x$$

**R<sub>0</sub>**= número de crías que una hembra promedio espera producir.  
**R<sub>0</sub>**>1 la población crecerá.

### Tiempo generacional (T, T<sub>G</sub>, G). Tiempo que tarda en nacer una hembra.

$$T = \frac{\sum x l_x m_x}{\sum l_x m_x}$$

$$T = \frac{\sum x l_x m_x}{R_0}$$

**Ej:** T=1.483 años para nacer una hembra.

### Tasa instantánea de crecimiento instantáneo estimado (r<sub>est</sub>).

$$r_{est} = \frac{\ln(R_0)}{T}$$

$$1 = \sum e^{-rx} l_x m_x$$

Ecuación de Euler.

$$r = \ln \lambda$$

### Tasa finita de crecimiento (λ) por tabla de vida.

**λ = e<sup>r</sup>** r, debe ser calculado con la anterior ecuación de Euler.

**Esperanza de vida (e<sub>x</sub>):** Número promedio de clases de edad que un individuo de su clase espera vivir o representa a la esperanza de vida de la clase x.

$$T_x = \sum L_x$$

T<sub>x</sub> es el número total de individuos de la clase x y mayores

$$L_x = (N_x + N_{x+1})/2$$

L<sub>x</sub> promedio de vivos en el intervalo N<sub>x</sub> a N<sub>x+1</sub>

$$e_x = \frac{T_x}{L_x}$$

e<sub>x</sub> es la esperanza de vida

**Fecundidad pre-reproductiva ( $F_{pre}$ )**. Corresponde al producto de la supervivencia de individuos de edad cero ( $S_0$ ), que son producto de la reproducción de individuos censados en un tiempo anterior ( $t - 1$ ) y la maternidad de esos individuos ( $m_x$ ).

$$F_{pre} = S_0 \cdot m_x$$

Lo ideal es contar con dos censos (tiempo 1= t-1 y tiempo 2= t).

**Fecundidad post-reproductiva ( $F_{post}$ )**. Corresponde al producto de la supervivencia de individuos que cumplen un año o más ( $S_x$ ), que son producto de la reproducción de individuos censados en un tiempo anterior ( $t - 1$ ) y la maternidad de esos individuos ( $m_{x+1}$ ).  $X+1$  indica que corresponde a los del censo del año siguiente (t).

$$F_{post} = S_x \cdot m_{x+1}$$

*mo* no se incluye porque solo a individuos censados en tiempo (t) o que ya han cumplido años.

**Distribución estable ( $c_x$ ) en la tabla de vida**. Distribución a la cual los individuos de las diferentes edades o estados, aumentan de forma estable y exponencial.

$$C_x = \frac{e^{-r \cdot x} \cdot l_x}{\sum [e^{-r \cdot x} \cdot l_x]} \quad y = x + 1$$

**Valor reproductivo ( $v_x$ ) en la tabla de vida**. Número de hijos que un individuo en un determinado estado, producirá respecto a los producidos por un individuo en el primer estado o edad.

$$v_x = \frac{e^{r \cdot x}}{l_x} \cdot \sum_{y=x+1}^1 [e^{-r \cdot y} \cdot l_y \cdot m_y] \quad y = x + 1$$

## ECUACIONES DE PROYECCIÓN MATRICIAL

**Matriz de Leslie (L).** L, es una matriz cuadrada y constante (única), que se construye con los valores de  $F_x$  y  $S_x$ . Al multiplicar esta matriz, por los valores  $N_x$  de la tabla de vida (vector  $n_t$ ), se puede proyectar los valores de  $N_x$ , en un tiempo siguiente (vector  $n_{t+1}$ ).

$$L \cdot n_t = n_{t+1} \quad L \text{ es una matriz constante.}$$

$$L \cdot n_t = n_{t+1} = \begin{matrix} & \begin{matrix} (L) \end{matrix} & & \begin{matrix} (n_t) \end{matrix} & & \begin{matrix} (n_{t+1}) \end{matrix} \\ & \begin{bmatrix} F_0 & F_1 & F_2 & \dots & F_n \\ S_0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & S_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_n & 0 \end{bmatrix} & \cdot & \begin{bmatrix} n_0 \\ n_1 \\ n_2 \\ \dots \\ n_n \end{bmatrix} & = & \begin{bmatrix} n_{0+1} \\ n_{1+1} \\ n_{2+1} \\ \dots \\ n_{n+1} \end{bmatrix} \end{matrix}$$

**Tasa finita de crecimiento ( $\lambda$ ) con matriz L.** Se obtiene dividiendo a la sumatoria de los  $n_{t+1}$ , sobre la sumatoria de los  $n_t$ , relacionados al inicio de la distribución estable de edades.

$$\lambda = \frac{\sum n_{t+1}}{\sum n_t} \quad \text{Donde } n_{t+1} \text{ y } n_t, \text{ son vectores proyectados con la matriz L.}$$

$\lambda$ , corresponde además al valor propio (autovalor) de la matriz L. También se puede obtener de la siguiente ecuación matricial.

$$|L - \lambda \cdot I| = 0 \quad \text{Donde } I, \text{ es la matriz Identidad de la matriz L.}$$

**Vector de distribución estable ( $c_x$ ) con matriz L.** Corresponde al vector propio (autovector) de la matriz de Leslie (L).

$$c_x = \frac{n_t}{\sum n_{t+1}} \quad \text{Donde } n_{t+1} \text{ y } n_t, \text{ son vectores proyectados con la matriz L.}$$

$$L \cdot c_x = \lambda \cdot c_x \quad \text{Donde, } \lambda, \text{ es el autovalor de L, o tasa finita de crecimiento.}$$

**Valor reproductivo ( $v_x$ ) con matriz L.**

$$v_{x1} = (n_t)' \cdot L \quad \text{Paso 1. Cálculo de } v_{x1} \text{ estimado, para el vector } n_t.$$

$$v_{x2} = (v_{x1})' \cdot L \quad \text{Paso 2. Cálculo de } v_{x2} \text{ multiplicando vector } v_{x1} \text{ por L. Multiplicar } v_{x2} \text{ por L hasta q } \lambda \text{ sea constante.}$$

$$v_x = \frac{v_{x+1}}{v_0} \quad \text{Paso 3. Cálculo de } v_x \text{ ajustado (estandarizado)}$$

$V_{x+1}$  y  $v_x$ , son elementos del vector  $v_{x2}$  con  $\lambda$  constante  
 $v_x$  empieza en 1 y el resto son su equivalentes.