ECUACIONES DE CRECIMIENTO EXPONENCIAL

Ecuaciones Generales:

$\boxed{N_{t+1} = N_t.(B-D)+(I-E)}$ ⟶ $\boxed{\Delta N = (B-D)+(I-E)}$ ⟶ $\boxed{r = \frac{\Delta N}{N_t}}$

Crecimiento exponencial:

$\boxed{N_{t+1} = N_t(f)}$ f = fec undidad (Nacimientos); f = R

$\boxed{N_{t+1} = N_t\, R}$ R = tasa reproductiva neta, R>1 la población tiende a crecer.

$\boxed{N_t = N_0 R^t}$ t = años, para predecir el tamaño de una población en tiempo.

T_{doble}= ln2/r Tiempo necesario para que una pob. duplique su tamaño

1. Crecimiento exponencial en tiempo continuo (instantáneo)

$\boxed{\frac{dN}{dt} = \frac{(N_{t+x} - N_t)}{(t+x-t)}}$ $\frac{dN}{dt}$, tasa de crecimiento poblacional continuo.

$\frac{dN}{dt} = B - D = bN - dN;$ b y d son constantes

$\boxed{\frac{dN}{dt} = rN}$ Si b>d ⟶ r>0 ⟶ la población crecerá.

r= tasa instantánea, intrínseca o per cápita de crecimiento, r=b-d

$\boxed{Nt = N_0 e^{r(t-t_0)}}$ N_t si predice el tamaño poblacional en un tiempo siguiente a diferencia de $\frac{dN}{dt}$

2. Crecimiento exponencial en tiempo discreto (pulsos)

R = λ siempre es positiva (0 –∞)

$\boxed{N_{t+1} = N_t(1+f)}$ λ= 1+f, donde f = tasa de fecundidad

$\boxed{N_{t+1} = N_t(\lambda)}$ λ>1 ⟶ la población crece

$\boxed{N_t = N_0 R^t}$ ⟶ $\boxed{N_t = N_0 \lambda^t}$

t = años, para predecir el tamaño de una población en tiempo.
Si λ=1.2 la población incrementa el 20% por año.

Equivalencia e^r (continuo) λ (discreto)

Continuo — Discreto

$$Nt = N_0 e^{rt} \rightarrow N_0 e^{rt} = N_0 \lambda \leftarrow N_t = N_0 \lambda^t$$

$$e^{rt} = \lambda \quad \text{si } t = 1$$

$$e^r = \lambda$$

$$\ln e^r = \ln\lambda$$

$$r = \ln\lambda$$

3. Análisis matemático de estocasticidad demográfica

$$\boxed{P_{(muertes)} = \frac{d}{(d+b)}}$$

Probabilidad de 1 nacimiento depende de la magnitud de b.

$$\boxed{P_{(muertes)} = \frac{d}{(d+b)}}$$

Probabilidad de 1 muerte depende de la magnitud de d.

$$\boxed{\bar{N}_t = N_o e^{rt}} \quad (r \neq \bar{r})$$

$$\boxed{\sigma^2_{N_t} = 2N_o bt} \quad (b=d)$$

$$\boxed{\sigma^2_{N_t} = \frac{N_0(b-d)e^{rt}(e^{rt}-1)}{r}} \quad (b \neq d)$$

$$\boxed{P_{(extinción)} = \left(\frac{d}{b}\right)^{N_0}}$$

CRECIMIENTO LOGISTICO, DENSODEPENDIENTE

Ecuaciones Generales:

$$\boxed{\frac{dN}{dt} = rN} \text{ (Modelo exponencial)} \qquad \boxed{\frac{dN}{dt} = rN\left(\frac{k-N}{K}\right)} \qquad \boxed{\frac{dN}{dt} = rN\left(1-\frac{N}{K}\right)}$$

K= capacidad de carga, limite de crecimiento. Si K>1 la población crecerá

$$\frac{dN}{dt} = rN\left(1-\frac{N}{K}\right) \longrightarrow \left(1-\frac{N}{K}\right) \text{ Porción no utilizada de K}$$

$$\boxed{N_t = \frac{K}{1+[(K-N_0)/N_0]e^{-rt}}}$$