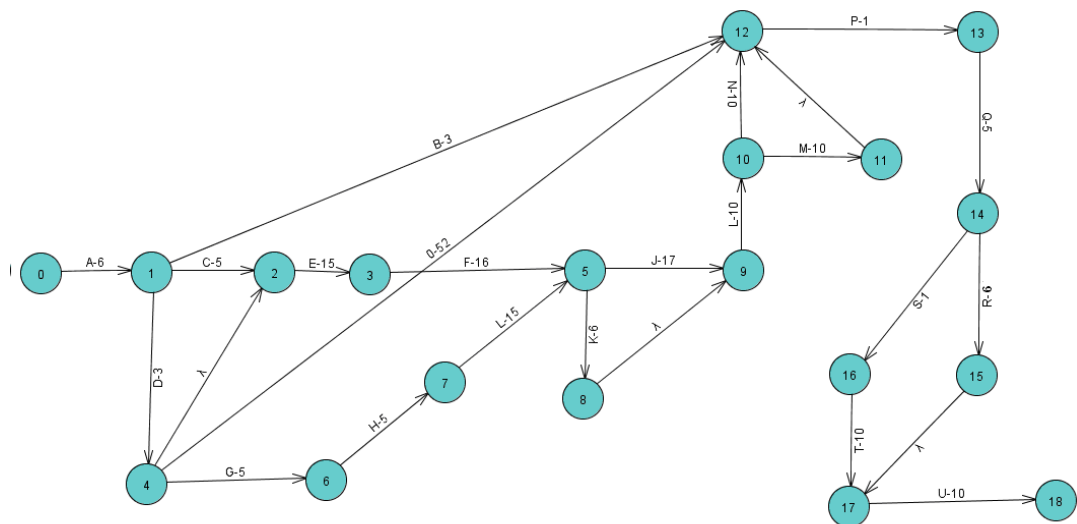


## Planificación de proyectos: Cálculo de Ruta Crítica (CPM) y Holguras

Realice una reducción máxima de costos en el siguiente proyecto, utilizando el programa que usted realizó para calcular los caminos críticos y holguras en cada iteración:

Actividad	Predece- sores	Duración	Duración mínima	Costo reducción por día
A: Repasar el trabajo	-	6	2	5
B: Avisar la interrupción temporal a los clientes	A	3	3	-
C: Solicitar mercancía en el almacén	A	5	4	30
D: levantamiento del trabajo	A	3	2	19
E: Asegurar postes y material	C,D	15	15	-
F: Distribuir postes	E	16	15	22
G: Coordinación de la ubicación de los postes	D	5	5	-
H: Volver a estacar	G	5	4	25
I: Hacer agujeros	H	15	11	7
J: Encofrar y colar los postes	F, I	17	10	15
K: Cubrir los conductores anteriores	F, I	6	6	-
L: Tensar los nuevos conductores	J, K	10	10	-
M: Instalar el material restante	L	10	7	3
N: Colgar conductores	L	10	5	5
O: Podar arboles	D	52	48	10
P: Desenergizar e intercambiar líneas	B, M, N, O	1	1	-
Q: Energizar la nueva línea	P	5	5	-
R: Limpieza	Q	6	5	7
S: Quitar el conductor anterior	Q	1	1	-
T: Quitar los postes anteriores	S	10	$\max(1, 1)$	6
U: Regresar el materia a los almacenes	R, T	10	5	5

Realicé el diagrama de red para el conjunto de actividades.



Lo primero que haremos será crear una entrada para el programa Main.java

```

1
19 25
0 1 6
1 12 3
1 2 5
1 4 3
2 3 15
3 5 16
4 2 0
4 6 5
4 12 52
5 9 17
5 8 6
6 7 5
7 5 15
8 9 0
9 10 10
10 11 10
10 12 10
11 12 0
12 13 1
13 14 5
14 15 6
14 16 1
16 17 10
15 17 0
17 18 10

```

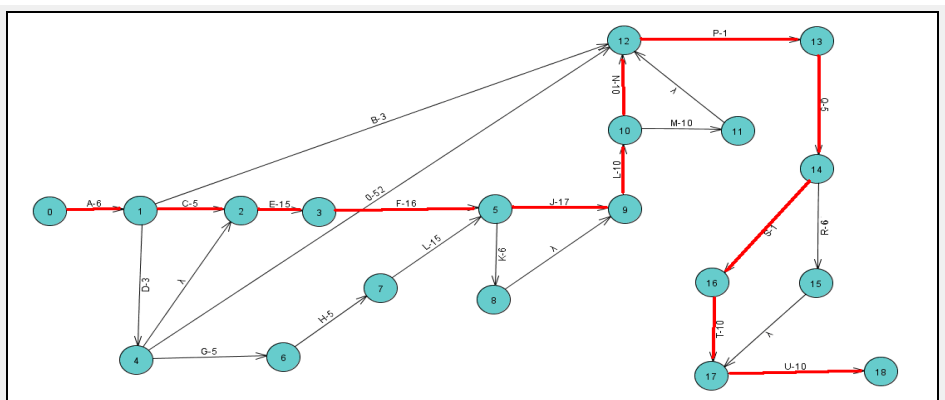
La salida arrojada por el programa es:

Caso 1: Duracion Total 106

```

0 1
1 2
2 3
3 5
5 9
9 10
10 12
12 13
13 14
14 16
16 17
17 18
1 4 2 0 R
1 12 70 70
4 2 2 2
4 6 87 0 R

```

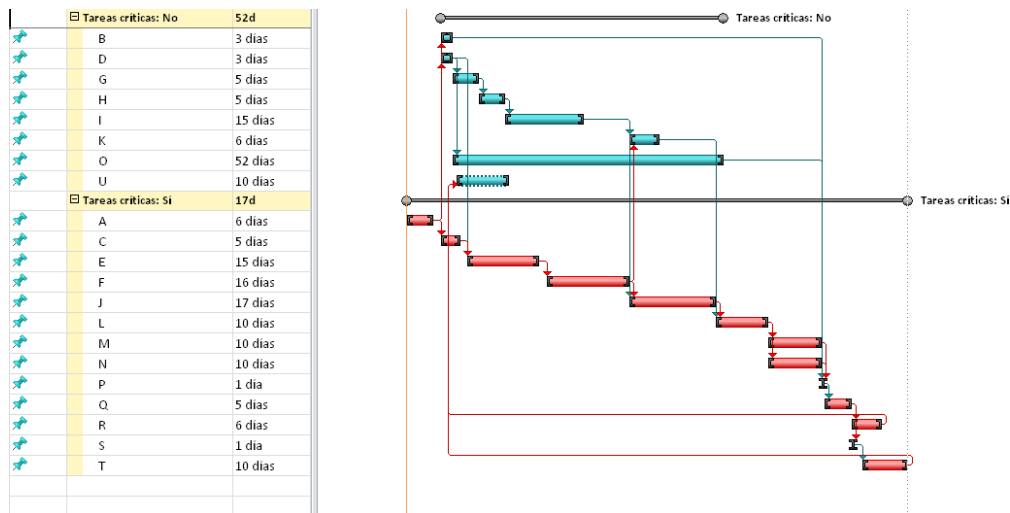


4 12 18 18  
 5 8 11 0 R  
 6 7 8 0 R  
 7 5 8 8  
 8 9 11 11  
 10 11 0 0  
 11 12 0 0  
 14 15 1 0 R  
 15 17 1 1

• Cada día de trabajo tiene un costo de **20 BsF**.

El proyecto tiene una duración total en condiciones normales de **106 días** con un costo normal de **2120 BsF**.

Luego usando el software Microsoft Project 2010, definí el conjunto de actividades junto con sus duraciones y sus precedencias, donde se genera el siguiente diagrama de Gantt.



La duración Total del proyecto son **106 días**, y se determino la ruta crítica con los siguientes cálculos:

Sabemos que:

1.  $\Delta_i = \square_i$
2.  $\Delta_j = \square_j$
3.  $\Delta_j - \Delta_i = \square_j - \square_i = D_{i,j}$
- 4.

**Paso Hacia adelante:**

Nodo 0. Hacer  $\square_0 = 0$

Nodo 1.  $\square_1 = \square_0 + D_{0,1} = 0 + 6 = 6$

Nodo 2.  $\square_2 = \text{Max} \{ \square_1 + D_{1,2}, \square_4 + D_{4,2} \} = \text{Max} \{ 11, 9 \} = 11$

Nodo 3.  $\square_3 = \square_2 + D_{2,3} = 11 + 15 = 26$

Nodo 4.  $\square_4 = \square_1 + D_{1,4} = 6 + 3 = 9$

Nodo 5.  $\square_5 = \text{Max} \{ \square_3 + D_{3,5}, \square_7 + D_{7,5} \} = \text{Max} \{ 42, 34 \} = 42$

Nodo 6.  $\square_6 = \square_4 + D_{4,6} = 9 + 5 = 14$

Nodo 7.  $\square_7 = \square_6 + D_{6,7} = 14 + 5 = 19$

Nodo 8.  $\square_8 = \square_5 + D_{5,8} = 42 + 6 = 48$

Nodo 9.  $\square_9 = \text{Max} \{ \square_5 + D_{5,9}, \square_8 + D_{8,9} \} = \text{Max} \{ 59, 48 \} = 59$

Nodo 10.  $\square_{10} = \square_9 + D_{9,10} = 59 + 10 = 69$

Nodo 11.  $\square_{11} = \square_{10} + D_{10,11} = 69 + 10 = 79$

Nodo 12.  $\square_{12} = \text{Max} \{ \square_{10} + D_{10,12}, \square_{11} + D_{11,12} \} = \text{Max} \{ 79, 79 \} = 79$

Nodo 13.  $\square_{13} = \square_{12} + D_{12,13} = 79 + 1 = 80$

Nodo 14.  $\square_{14} = \square_{13} + D_{13,14} = 80 + 5 = 85$

Nodo 15.  $\square_{15} = \square_{14} + D_{14,15} = 85 + 10 = 95$

Nodo 16.  $\square_{16} = \square_{14} + D_{14,16} = 85 + 1 = 86$

Nodo 17.  $\square_{17} = \text{Max} \{ \square_{16} + D_{16,17}, \square_{15} + D_{15,17} \} = \text{Max} \{ 96, 95 \} = 96$

Nodo 18.  $\square_{18} = \square_{17} + D_{17,18} = 96 + 10 = \mathbf{106}$

## Paso Hacia Atrás:

Nodo 18. Hacemos  $\Delta_{18} = \square_{18} = 106$

Nodo 17.  $\Delta_{17} = \Delta_{18} - D_{17,18} = 106 - 10 = 96$

Nodo 16.  $\Delta_{16} = \Delta_{17} - D_{16,17} = 96 - 10 = 86$

Nodo 15.  $\Delta_{15} = \Delta_{17} - D_{15,17} = 96 - 0 = 96$

Nodo 14.  $\Delta_{14} = \min \{ \Delta_{15} - D_{14,15}, \Delta_{16} - D_{14,16} \} = \min \{ 86, 85 \} = 85$

Nodo 13.  $\Delta_{13} = \Delta_{14} - D_{13,14} = 85 - 5 = 80$

Nodo 12.  $\Delta_{12} = \Delta_{13} - D_{12,13} = 80 - 1 = 79$

Nodo 11.  $\Delta_{11} = \Delta_{12} - D_{11,12} = 79$

Nodo 10.  $\Delta_{10} = \min \{ \Delta_{12} - D_{10,12}, \Delta_{11} - D_{10,11} \} = \min \{ 69, 69 \} = 69$

Nodo 9.  $\Delta_9 = \Delta_{10} - D_{9,10} = 59$

Nodo 8.  $\Delta_8 = \Delta_9 - D_{8,9} = 59$

Nodo 5.  $\Delta_5 = \min \{ \Delta_9 - D_{5,9}, \Delta_8 - D_{5,8} \} = \min \{ 42, 53 \} = 42$

Nodo 7.  $\Delta_7 = \Delta_5 - D_{5,7} = 27$

Nodo 6.  $\Delta_6 = \Delta_7 - D_{6,7} = 22$

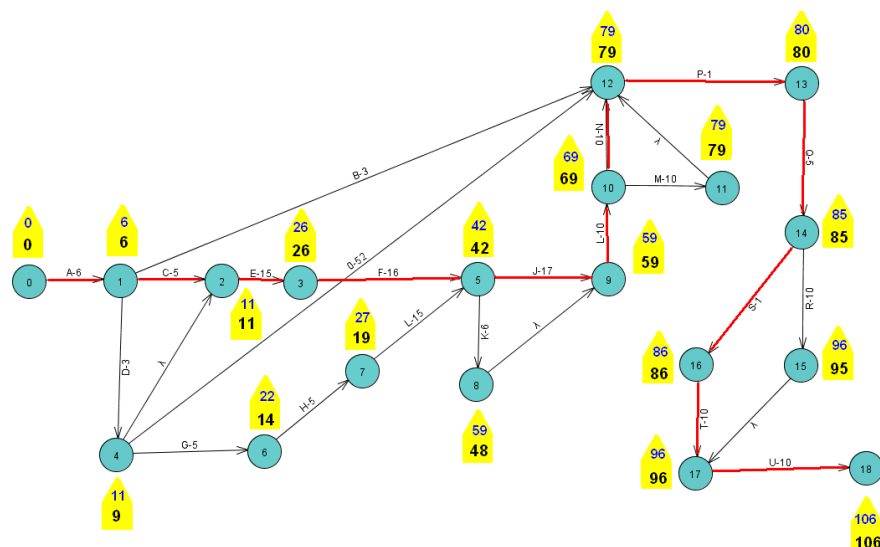
Nodo 3.  $\Delta_3 = \Delta_5 - D_{3,5} = 26$

Nodo 2.  $\Delta_2 = \Delta_3 - D_{2,3} = 11$

Nodo 4.  $\Delta_4 = \min \{ \Delta_{12} - D_{4,12}, \Delta_6 - D_{4,6}, \Delta_2 - D_{4,2} \} = \min \{ 27, 17, 11 \} = 11$

Nodo 1.  $\Delta_1 = \min \{ \Delta_{12} - D_{1,12}, \Delta_2 - D_{1,2}, \Delta_4 - D_{1,4} \} = \min \{ 76, 6, 8 \} = 6$

Nodo 0.  $\Delta_0 = \Delta_1 - D_{0,1} = 0$

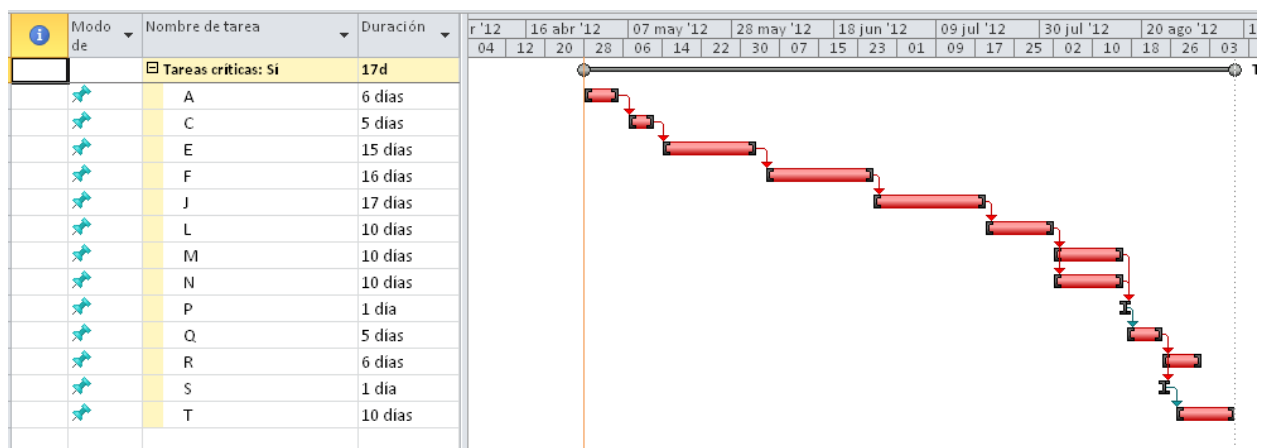


En este caso notamos que tenemos dos rutas críticas determinadas por los caminos:

**A → C → E → F → J → L → M → P → Q → R → S → T = 106 días.**

**A → C → E → F → J → L → N → P → Q → R → S → T = 106 días.**

1. Si verificamos la ruta crítica en MS Project veremos que coinciden.



Las Actividades críticas son, considerando las duraciones normales:

$$P = \{A, C, E, F, J, L, (M \text{ o } N), P, Q, S, T, U\}$$

El costo asociado es:

$$CT(106) = (20 \text{ BsF/d}) \times (106 \text{ d}) = 2120 \text{ BsF.}$$

**Se toman únicamente las Actividades NO CRÍTICAS.**

Sabiendo las rutas críticas del proyecto y la duración total calculamos el conjunto de actividades que se pueden comprimir, reduciendo la duración del proyecto:

Conjunto de actividades de la ruta crítica 1:

$$COM = \{A, C, F, J, M, R, S, T, U\}$$

Ahora hallo la actividad del conjunto con menor costo unitario de reducción por día

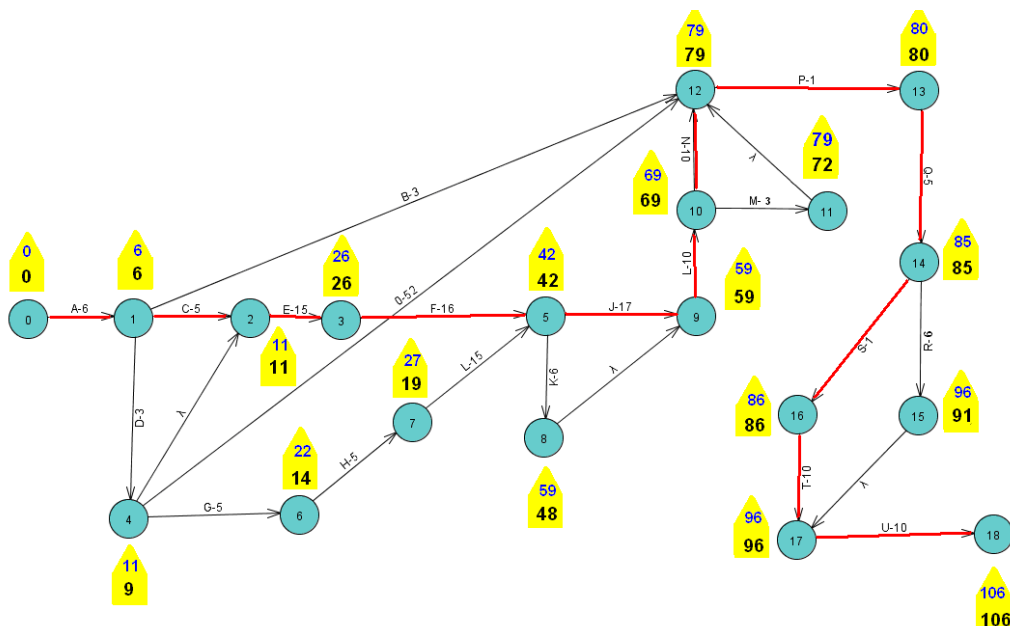
$$\text{Min } C_i = \min \{5, 30, 22, 15, 3, 7, 6, 5\} \text{ con } i \text{ perteneciente a } COM$$

La actividad a reducir será M ya que es la que tiene menor C.U.R

$$\text{Calculo la reducción: } cp(M) = TN_M - TM_M = 10 - 7 = 3$$

Ahora tengo que recalcular la ruta critica con el nuevo valor para la reducción de M:

La ruta crítica 2 que incluía a la actividad M desaparece y la nueva ruta crítica es



Sin embargo, la ruta crítica que contenía a la actividad M desaparece. Corremos nuevamente el programa con la entrada modificada.

```
1
19 25
0 1 6
1 12 3
1 2 5
1 4 3
2 3 15
3 5 16
4 2 0
4 6 5
4 12 52
5 9 17
5 8 6
6 7 5
7 5 15
```

```

8 9 0
9 10 10
10 11 7
10 12 10
11 12 0
12 13 1
13 14 5
14 15 6
14 16 1
16 17 10
15 17 0
17 18 10

```

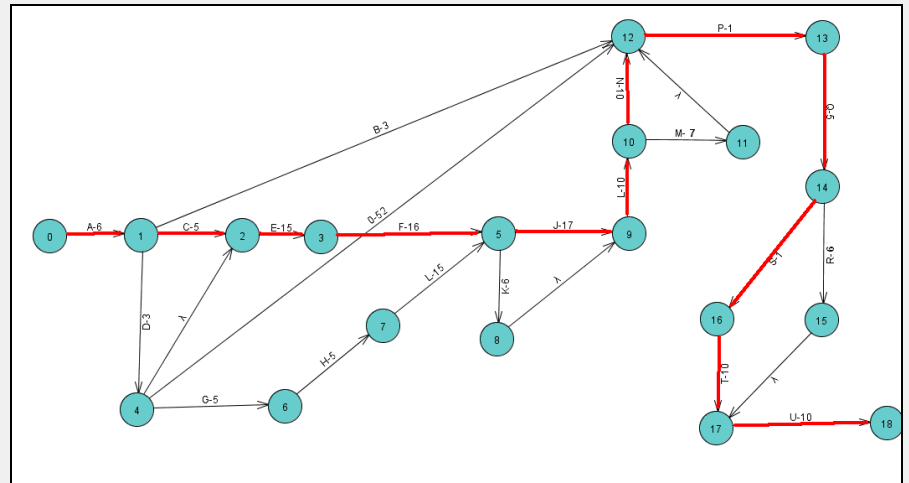
Salida:

Caso 1: Duracion Total 106

```

0 1
1 2
2 3
3 5
5 9
9 10
10 12
12 13
13 14
14 16
16 17
17 18
1 4 2 0 R
1 12 70 70
4 2 2 2
4 6 87 0 R
4 12 18 18
5 8 11 0 R
6 7 8 0 R
7 5 8 8
8 9 11 11
10 11 3 0 R
11 12 3 3
14 15 5 0 R
15 17 5 5

```



La duración del proyecto sigue siendo 106 días pero el costo asociado es ahora:  
 $106 \times 20 + 7 \times 3 = 2141$  BsF.

Volvemos a hallar la actividad del conjunto con menor costo unitario de reducción por día

$\text{Min } C_i = \min \{5, 30, 22, 15, 5, 7, 6, 5\}$  con  $i$  perteneciente a COM

Las posibles actividades a reducir son A, N y U ambas con C.U.R = 5, se selecciona la del índice final mayor (U que es (17, 18), calculo la máxima reducción posible:

$\text{cp}(U) = \text{TN}_U - \text{TM}_U = 10 - 5 = 5$

Cambiamos la arista U (17,18) y le ponemos duración de 5:

```

19 25
0 1 6
1 12 3
1 2 5
1 4 3
2 3 15
3 5 16
4 2 0
4 6 5
4 12 52
5 9 17
5 8 6
6 7 5
7 5 15
8 9 0
9 10 10
10 11 3
10 12 10
11 12 0
12 13 1
13 14 5
14 15 6
14 16 1
16 17 10
15 17 0
17 18 5

```

Salida: El camino crítico sigue siendo el mismo, pero la duración del proyecto se redujo a 101 días  
 Calculamos el costo nuevamente, que sería:

$\text{CT}(101) = 101 \times 20 + 7 \times 3 + 5 \times 5 = 2066$  BsF

Caso 1: Duracion Total 101

```

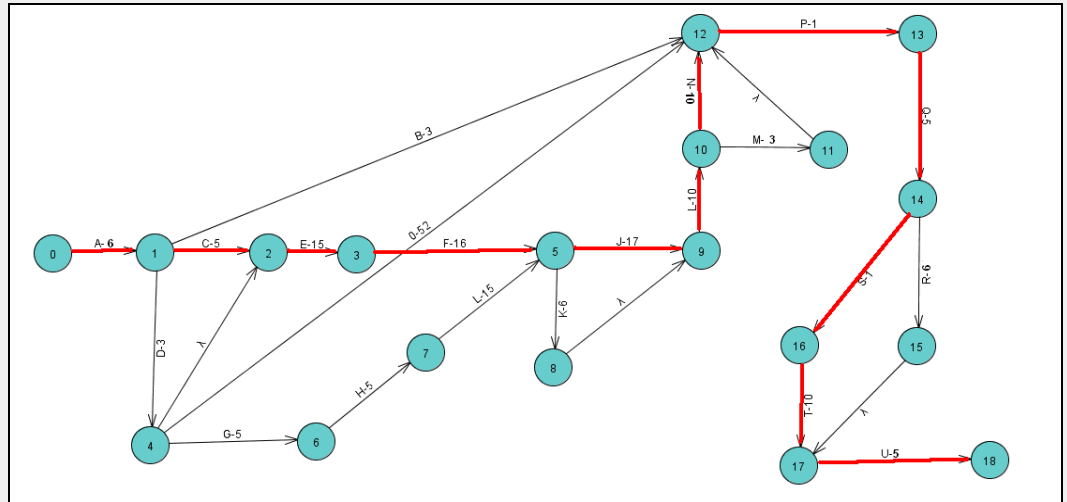
0 1
1 2

```

```

2 3
3 5
5 9
9 10
10 12
12 13
13 14
14 16
16 17
17 18
1 4 2 0 R
1 12 70 70
4 2 2 2
4 6 82 0 R
4 12 18 18
5 8 11 0 R
6 7 8 0 R
7 5 8 8
8 9 11 11
10 11 7 0 R
11 12 7 7
14 15 5 0 R
15 17 5 5

```



Seleccionamos la actividad del conjunto con menor costo unitario de reducción por día

$\text{Min } C_i = \min \{5, 30, 22, 15, 5, 7, 6\}$  con  $i$  perteneciente a COM

Las posibles actividades a reducir son A, N ambas con C.U.R = 5, se selecciona la del índice final mayor (N que es (10, 12), calculo la máxima reducción posible:

$\text{cp}(N) = \text{TN}_N - \text{TM}_N = 10 - 5 = 5$ , cambiamos la entrada correspondiente a la actividad N que sería la arista (10,12)

```

1
19 25
0 1 6
1 12 3
1 2 5
1 4 3
2 3 15
3 5 16
4 2 0
4 6 5
4 12 52
5 9 17
5 8 6
6 7 5
7 5 15
8 9 0
9 10 10
10 11 3
10 12 5
11 12 0
12 13 1
13 14 5
14 15 6
14 16 1
16 17 10
15 17 0
17 18 5

```

La ruta crítica sigue sin cambiar, a pesar de las reducciones, sin embargo ahora la duración total del proyecto es de 96 días. Por lo tanto es costo es de:

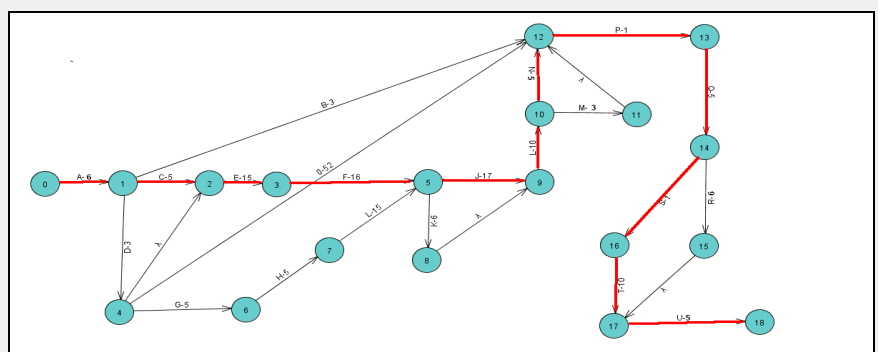
$\text{CT}(96) = (96 \text{ d}) \cdot (20 \text{ BsF/d}) + (7 \cdot 3) + (5 \cdot 5) + (5 \cdot 5) = 1991 \text{ BsF}$

Caso 1: Duracion Total 96

```

0 1
1 2
2 3
3 5
5 9
9 10
10 12
12 13
13 14
14 16
16 17
17 18
1 4 2 0 R
1 12 65 65
4 2 2 2
4 6 77 0 R
4 12 13 13
5 8 11 0 R
6 7 8 0 R

```



```

7 5 8 8
8 9 11 11
10 11 2 0 R
11 12 2 2
14 15 1 0 R
15 17 1 1

```

Nuevamente hallamos la actividad del conjunto con menor costo unitario de reducción por día

$\text{Min } C_i = \min \{5, 30, 22, 15, 7, 6\}$  con  $i$  perteneciente a COM

La actividad a reducir es A con C.U.R = 5, calculamos la reducción máxima posible:

$$\text{cp}(A) = \text{TN}_A - \text{TM}_A = 6 - 2 = 4$$

```

1
19 25
0 1 2
1 12 3
1 2 5
1 4 3
2 3 15
3 5 16
4 2 0
4 6 5
4 12 52
5 9 17
5 8 6
6 7 5
7 5 15
8 9 0
9 10 10
10 11 3
10 12 5
11 12 0
12 13 1
13 14 5
14 15 6
14 16 1
16 17 10
15 17 0
17 18 5

```

La ruta crítica sigue sin cambiar, cambio la duración a 94 días, el nuevo costo es:

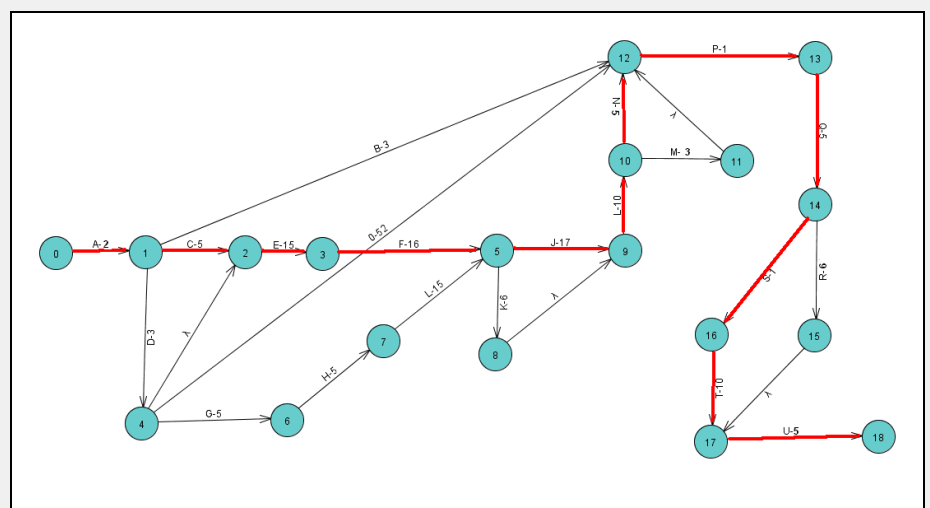
$$\text{CT}(92) = (92 \text{ d}) \cdot (20 \text{ BsF/d}) + (7 \cdot 3) + (5 \cdot 5) + (5 \cdot 5) + (4 \cdot 5) = 1931 \text{ BsF.}$$

Caso 1: Duracion Total 92

```

0 1
1 2
2 3
3 5
5 9
9 10
10 12
12 13
13 14
14 16
16 17
17 18
1 4 2 0 R
1 12 65 65
4 2 2 2
4 6 77 0 R
4 12 13 13
5 8 11 0 R
6 7 8 0 R
7 5 8 8
8 9 11 11
10 11 2 0 R
11 12 2 2
14 15 5 0 R
15 17 5 5

```



Nuevamente hallamos la actividad del conjunto con menor costo unitario de reducción por día

$\text{Min } C_i = \min \{30, 22, 15, 7, 6\}$  con  $i$  perteneciente a COM

La actividad a reducir es T con C.U.R = 6, calculamos la reducción máxima posible:

$$\text{cp}(T) = \text{TN}_T - \text{TM}_T = 10 - 1 = 9$$

Modificamos la entrada con el nuevo valor de T (16-17)



```

1
19 25
0 1 2
1 12 3
1 2 5
1 4 3
2 3 15
3 5 16
4 2 0
4 6 5
4 12 52
5 9 17
5 8 6
6 7 5
7 5 15
8 9 0
9 10 10
10 11 3
10 12 5
11 12 0
12 13 1
13 14 5
14 15 6
14 16 1
16 17 1
15 17 0
17 18 5

```

La duración del proyecto se redujo a 87 días y el camino crítico cambio al que se muestra en el grafo. Ahora el costo asociado es:

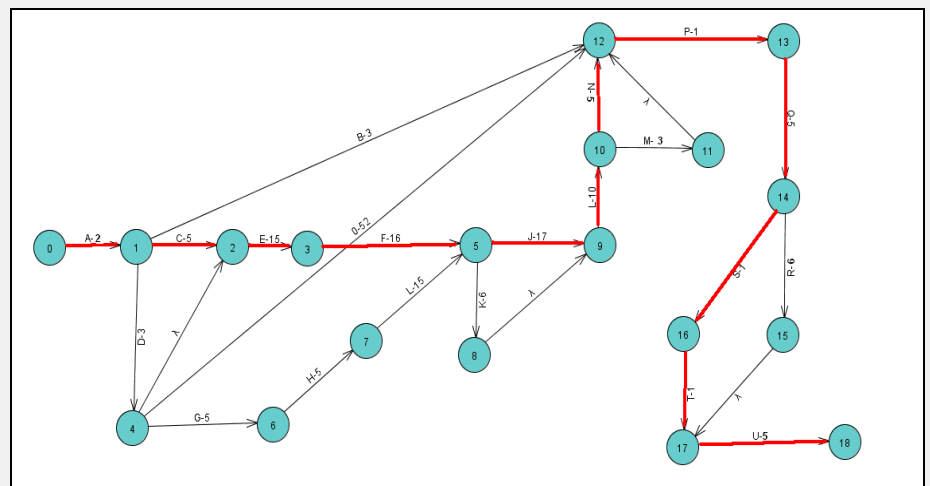
$$CT(87) = (87 \text{ d}) \cdot (20 \text{ BsF/d}) + (7 \cdot 3) + (5 \cdot 5) + (5 \cdot 5) + (4 \cdot 5) + (9 \cdot 6) = 1885 \text{ BsF.}$$

Caso 1: Duracion Total 87

```

0 1
1 2
2 3
3 5
5 9
9 10
10 12
12 13
13 14
14 15
15 17
17 18
1 4 2 0 R
1 12 65 65
4 2 2 2
4 6 72 0 R
4 12 13 13
5 8 11 0 R
6 7 8 0 R
7 5 8 8
8 9 11 11
10 11 2 0 R
11 12 2 2
14 16 4 0 R
16 17 4 4

```



La actividad del conjunto con menor costo unitario de reducción por día

$$\text{Min } C_i = \min \{30, 22, 15\} \text{ con } i \text{ perteneciente a COM}$$

La actividad a reducir es J con C.U.R = 15, calculamos la reducción máxima posible:

$$cp(J) = TN_j - TM_j = 17 - 10 = 7$$

Modificamos la entrada con el nuevo valor de J (5-9)

```

1
19 25
0 1 2
1 12 3
1 2 5
1 4 3
2 3 15
3 5 16
4 2 0
4 6 5
4 12 52
5 9 10
5 8 6
6 7 5
7 5 15
8 9 0
9 10 10

```

```

10 11 3
10 12 5
11 12 0
12 13 1
13 14 5
14 15 6
14 16 1
16 17 1
15 17 0
17 18 5

```

La duración total del proyecto ahora es de 80 días con un costo asociado de:

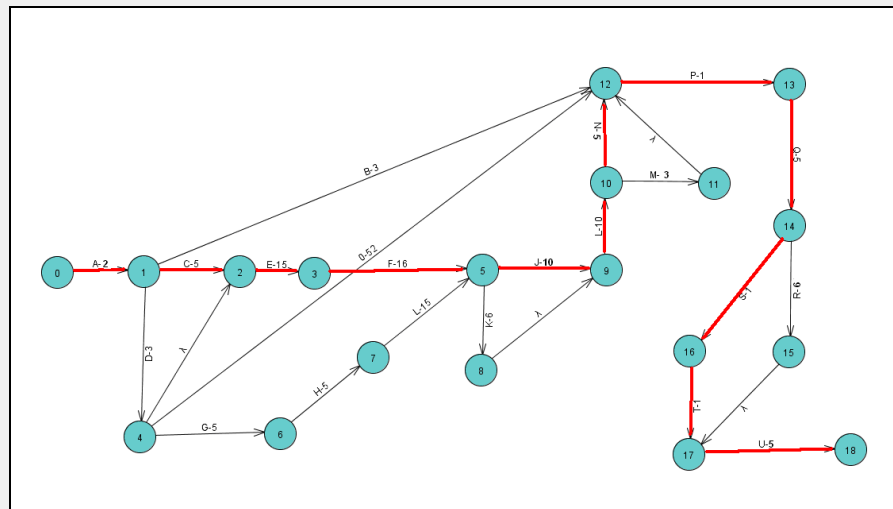
$$CT(80) = (80 \text{ d}) \cdot (20 \text{ BsF/d}) + (7 \cdot 3) + (5 \cdot 5) + (5 \cdot 5) + (4 \cdot 5) + (9 \cdot 6) + (7 \cdot 15) = 1850 \text{ BsF.}$$

Caso 1: Duracion Total 80

```

0 1
1 2
2 3
3 5
5 9
9 10
10 12
12 13
13 14
14 15
15 17
17 18
1 4 2 0 R
1 12 58 58
4 2 2 2
4 6 65 0 R
4 12 6 6
5 8 4 0 R
6 7 8 0 R
7 5 8 8
8 9 4 4
10 11 2 0 R
11 12 2 2
14 16 4 0 R
16 17 4 4

```



La actividad del conjunto con menor costo unitario de reducción por día

$$\text{Min } C_i = \min \{30, 22\} \text{ con } i \text{ perteneciente a COM}$$

La actividad a reducir es F con C.U.R = 22, calculamos la reducción máxima posible:

$$cp(F) = TN_F - TM_F = 16 - 15 = 1$$

Modificamos la entrada con el nuevo valor de F (3-5)

```

1
19 25
0 1 2
1 12 3
1 2 5
1 4 3
2 3 15
3 5 15
4 2 0
4 6 5
4 12 52
5 9 10
5 8 6
6 7 5
7 5 15
8 9 0
9 10 10
10 11 3
10 12 5
11 12 0
12 13 1
13 14 5
14 15 6
14 16 1
16 17 1
15 17 0
17 18 5

```

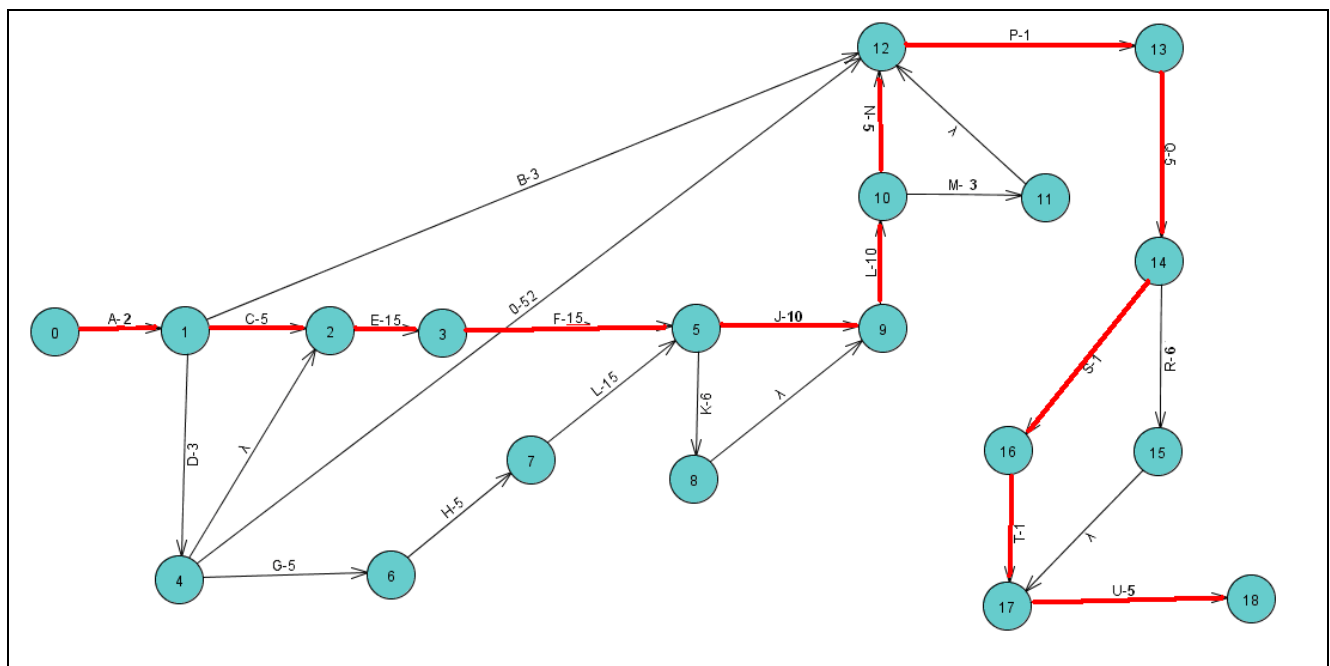
Salida: La ruta crítica se mantiene.

Caso 1: Duracion Total 79

```

0 1
1 2
2 3
3 5
5 9
9 10
10 12
12 13
13 14
14 15
15 17
17 18
1 4 2 0 R
1 12 57 57
4 2 2 2
4 6 64 0 R
4 12 5 5
5 8 4 0 R
6 7 7 0 R
7 5 7 7
8 9 4 4
10 11 2 0 R
11 12 2 2
14 16 4 0 R
16 17 4 4

```



$$CT(79) = (79 \text{ d}) \cdot (20 \text{ BsF/d}) + (7 \cdot 3) + (5 \cdot 5) + (5 \cdot 5) + (4 \cdot 5) + (9 \cdot 6) + (7 \cdot 15) + (1 \cdot 22) = 1852 \text{ BsF.}$$

La actividad del conjunto con menor costo unitario de reducción por día

$\text{Min } C_i = \min \{30\}$  con  $i$  perteneciente a COM

La actividad a reducir es C con C.U.R = 30, calculamos la reducción máxima posible:

$$cp(C) = TN_c - TM_c = 5 - 4 = 1$$

Modificamos la entrada con el nuevo valor de C (1-2)

```

0 1 2
1 12 3
1 2 4
1 4 3
2 3 15
3 5 15
4 2 0
4 6 5
4 12 52
5 9 10
5 8 6
6 7 5
7 5 15
8 9 0
9 10 10
10 11 3
10 12 5
11 12 0
12 13 1
13 14 5
14 15 6
14 16 1
16 17 1
15 17 0
17 18 5

```

Caso 1: Duracion Total 78

```

0 1
1 2
2 3
3 5
5 9
9 10
10 12
12 13
13 14
14 15
15 17
17 18
1 4 1 0 R
1 12 56 56
4 2 1 1
4 6 63 0 R
4 12 4 4
5 8 4 0 R
6 7 6 0 R
7 5 6 6
8 9 4 4
10 11 2 0 R
11 12 2 2
14 16 4 0 R
16 17 4 4

```

El costo final del proyecto asociado a la nueva duración de 78 días es de:

$$CT(78) = (78 \text{ d}) \cdot (20 \text{ BsF/d}) + (7 \cdot 3) + (5 \cdot 5) + (5 \cdot 5) + (4 \cdot 5) + (9 \cdot 6) + (7 \cdot 15) + (1 \cdot 22) + (1 \cdot 30) = 1862 \text{ BsF.}$$

La ruta crítica queda como:

