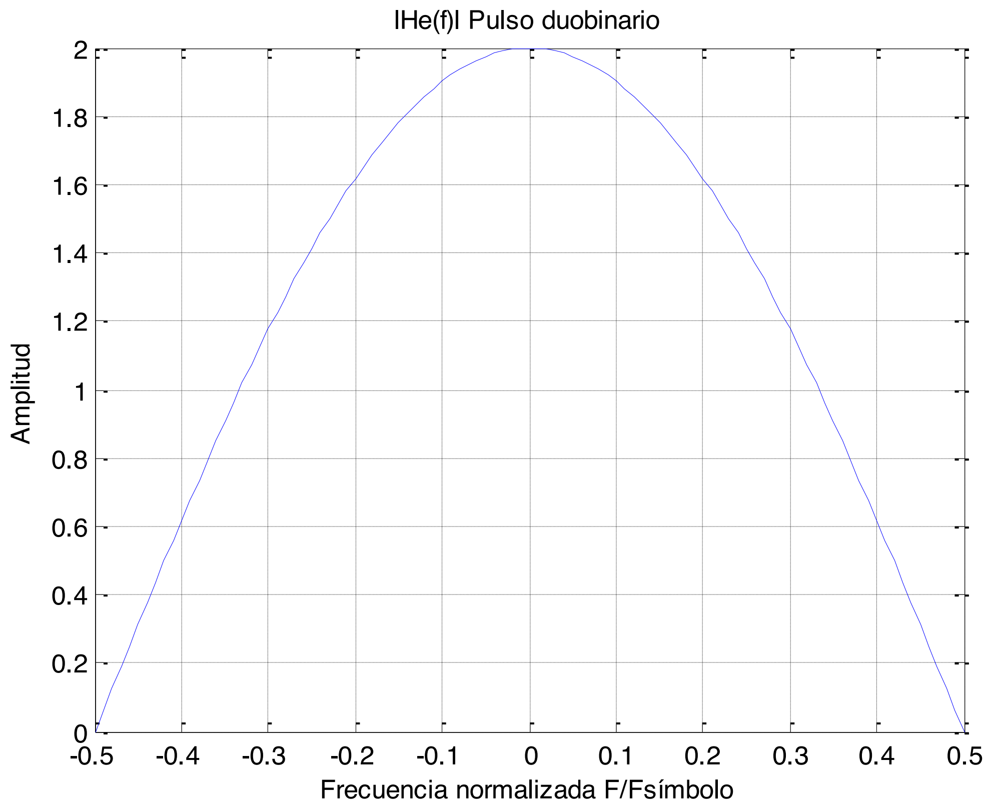
SISTEMAS DE RESPUESTA PARCIAL: SEÑALIZACION DUOBINARIA

Para evitar la aparición de Interferencia Intersimbólica (ISI) por causa del límite en ancho de banda impuesto por el canal, nos encontramos ante un compromiso entre eficiencia espectral y/o eficiencia energética. Así, en el caso de pulsos tipo coseno realzado (o pulsos de Nyquist), la minimización del ancho de banda de transmisión y la robustez frente a ruido (ante errores o derivas de sincronización) son objetivos enfrentados. Otra alternativa al uso de pulsos de Nyquist es introducir una cantidad controlada de ISI en el extremo transmisor que puede ser eliminada en el receptor. Esta estrategia se denomina **señalización de respuesta parcial**, ya que en este caso la respuesta global al impulso muestreada no cumple por completo el criterio de Nyquist.

El objetivo de este trabajo es analizar las ventajas e inconvenientes del uso de sistemas de respuesta parcial con pulsos duobinarios que tienen las siguientes respuestas frecuencial y temporal:

RESPUESTA FRECEUNCIAL DEL PULSO DUOBINARIO

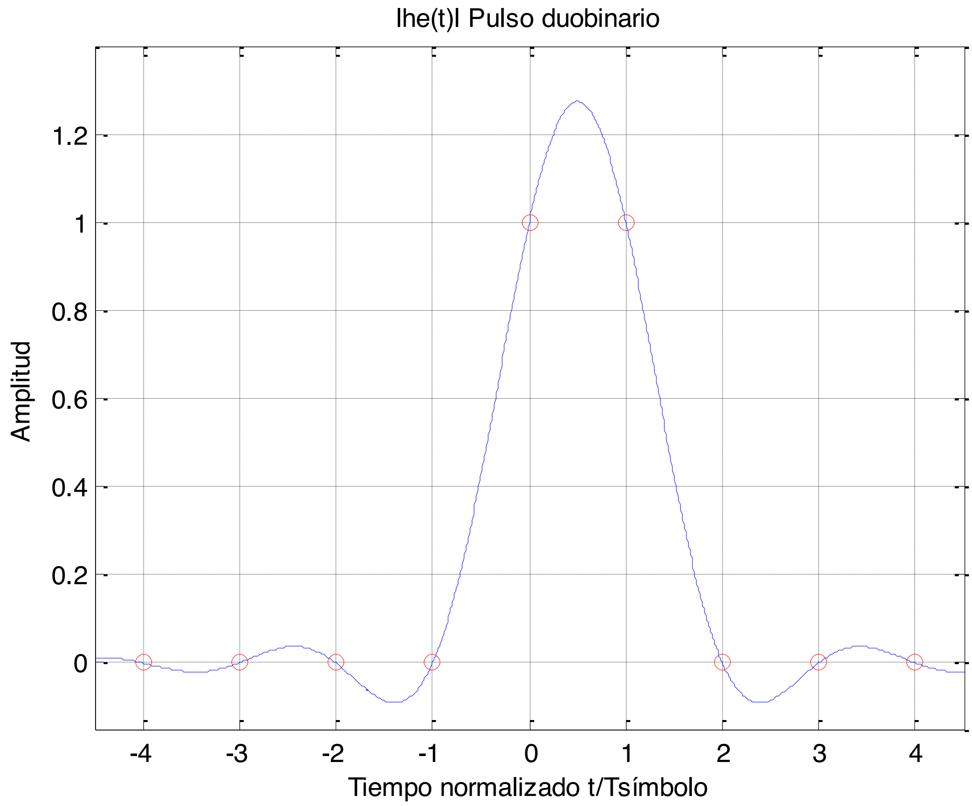
$$H(f) = \begin{cases} 2T cos(\pi f T) e^{-j\pi f t} & |f| < 1/(2T) \\ 0 & |f| > 1/(2T) \end{cases} \quad (1)$$



Gráfica 1: Representación de la respuesta frecuencial del pulso duobinario.

RESPUESTA IMPULSIONAL DEL PULSO DUOBINARIO

$$h(t) = sinc\left(\frac{t}{T}\right) + \ sinc\left(\frac{t-T}{T}\right) \qquad (2)$$



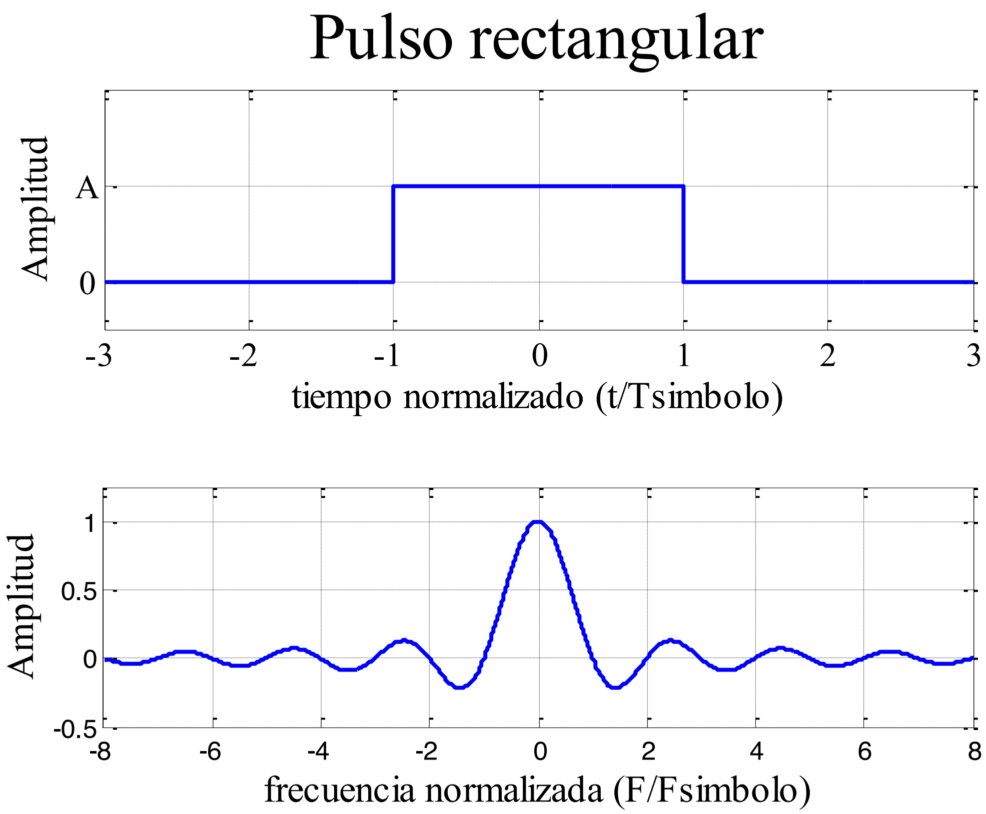
Gráfica 2: Representación de la respuesta impulsional del pulso duobinario.

Si analizamos la respuesta impulsional del sistema duobinario (2) nos encontramos con una sinc desplaza T/2. Como vemos en el desarrollo mostrado a continuación la función se anula para los múltiplos de T excepto en los instantes t=0 y t=T, para los cuales la función tiene amplitud 1.

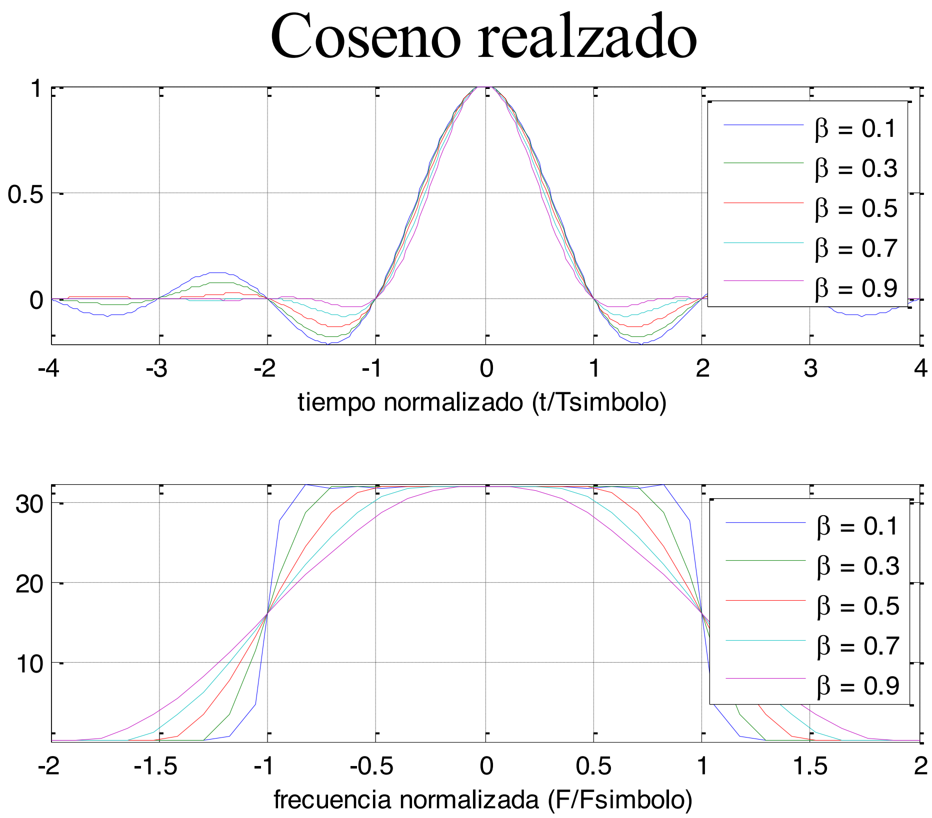
$$h(t) = sinc\left(\frac{t}{T}\right) + \ sinc\left(\frac{t-T}{T}\right) = \frac{sen\left(\frac{\pi t}{T}\right)}{\frac{\pi t}{T}} + \frac{sen\left(\frac{\pi[t-T]}{T}\right)}{\frac{\pi[t-T]}{T}} = \frac{T^2 sen\left(\frac{\pi t}{T}\right)}{\pi t(T-t)} \qquad (3)$$

Comparando las respuestas de los diferentes pulsos conformadores (Gráficas 1, 2, 3 y 4) y analizando sus diferencias podemos ver que tanto el pulso rectangular (Gráfica 3) como el coseno realzado (Gráfica 4), tienen una duración en tiempo de 2T, mientras que el tiempo total ocupado por el sistema duobinario es de 3T. Es esto lo que nos permitirá ocupar menos espacio en frecuencia. Utilizando pulsos duobinarios conseguiremos introducir una ISI controlada en nuestro sistema ya que esta está ocasionada únicamente por el símbolo transmitido con anterioridad al que se pretende detectar en cada instante. Por cada muestra convolucionada con nuestro símbolo obtenemos a la salida una sinc tanto en la muestra en cuestión como en la siguiente.

Aunque la forma de onda obtenida con este sistema tiene un decaimiento lento, en comparación con el pulso rectangular (el cual presenta una pendiente infinita) (Gráfica 3), es este hecho el que nos permite introducir datos de la siguiente muestra en cada símbolo y conseguir ISI controlada.



Gráfica 3: Representación del pulso rectangular en tiempo y frecuencia.



Gráfica 4: Representación del coseno realzado en tiempo y frecuencia.

Analizando la tabla que se muestra a continuación observamos que la eficiencia espectral del pulso rectangular es la misma que la eficiencia espectral del coseno realzado y esta es la mitad al coseno realzado cuando β=1.

Sabiendo que la eficiencia espectral es ($E = \frac{R}{B_T}$) y R (tasa de transmisión) es $R = \frac{1}{T}$ analizamos la eficiencia espectral de los tres pulsos conformadores estudiados.

Pulso conformador	***Pulso rectangular***	***Coseno realzado***	***Pulso duobinario***
Ancho de Banda	$\frac{1}{T}$	$\frac{1+\beta}{2T}$	$\frac{1}{2T}$
Eficiencia espectral	$E = \frac{R}{B_T} = 1$	$E = \frac{R}{B_T} = \frac{2}{1+\beta}$	$E = \frac{R}{B_T} = 2$
Complejidad de implementación	Irrealizable	Depende del valor de β siendo irrealizable para β=0 y siendo realizable para β=1.	Realizable

Suponiendo que el coseno realzado es realizable el pulso conformador más complejo de realizar es el pulso duobinario ya que el emisor y el receptor deben constar de más bloques para realizar la precodificacion, codificación duobinaria y luego poder deshacer estos pasos.

Debemos tener en cuenta que si se diera el caso de trabajar en banda desplazada, ocuparíamos el doble de ancho de banda. Así la respuesta en frecuencia del sistema duobinario pasaría a ocupar 1/T.

A continuación analizaremos un caso práctico en el que tenemos un sistema digital banda base a través del cual se desean transmitir 600Kb/s y en el que se dispone de una canal con ancho de banda de 150 KHz.

Pulso rectangular:

$$B_T = \frac{1}{T} = R_s = \frac{R_b}{\log_2 M}$$

$$150 \cdot 10^3 = \frac{600 \cdot 10^3}{\log_2 M} \rightarrow M = 16$$

Coseno realzado:

$$B_T = \frac{1+\ \beta}{2} R = \frac{1+\ \beta}{2} \frac{R_b}{\log_2 M}$$

El mínimo ancho de banda ocupado (teórico) se origina cunado β=0, por lo tanto:

$$150 \cdot 10^3 \geq \frac{1}{2} \frac{R_b}{\log_2 M}$$

$$\log_2 M \geq \frac{R_b}{300 \cdot 10^3} = \frac{600 \cdot 10^3}{300 \cdot 10^3} = 2$$

$$\log_2 M \geq 2 \ \rightarrow M = 4$$

$$R = \frac{R_b}{\log_2 M} = \frac{600 \cdot 10^3}{2} = 300\ kbaudios$$

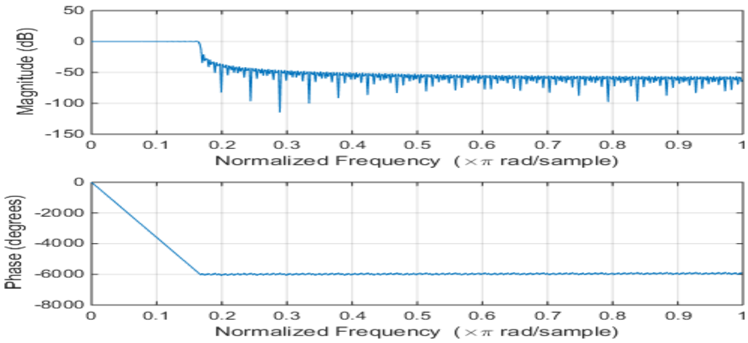
$$B_T = \frac{1+\beta}{2} R \ \rightarrow \ \beta = \frac{2B_T}{R} - 1 = \frac{2 \cdot 150}{300} - 1 = 0$$

Pulso duobinario:

$$B_T = \frac{1}{2T} = \frac{R_S}{2} = \frac{R_b}{2 \log_2 M}$$

$$150 \cdot 10^3 = \frac{600 \cdot 10^3}{2 \log_2 M} \rightarrow M = 4$$

Si las condiciones del canal empeoran y el ancho de banda se ve reducido a 100 KHz:



Pulso rectangular:

$$100 \cdot 10^3 = \frac{600 \cdot 10^3}{\log_2 M} \rightarrow M = 64$$

Coseno realzado:

$$100 \cdot 10^3 \geq \frac{1}{2} \frac{R_b}{\log_2 M}$$

$$\log_2 M \geq \frac{R_b}{200 \cdot 10^3} = \frac{600 \cdot 10^3}{200 \cdot 10^3} = 3$$

$$\log_2 M \geq 3 \ \rightarrow M = 8$$

$$R = \frac{R_b}{\log_2 M} = \frac{600 \cdot 10^3}{3} = 200\ kbaudios$$

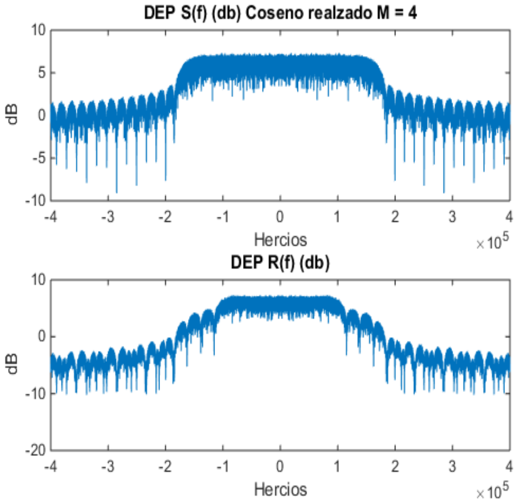
$$B_T = \frac{1+\beta}{2} R \ \rightarrow \ \beta = \frac{2B_T}{R} - 1 = \frac{2 \cdot 100}{200} - 1 = 0$$

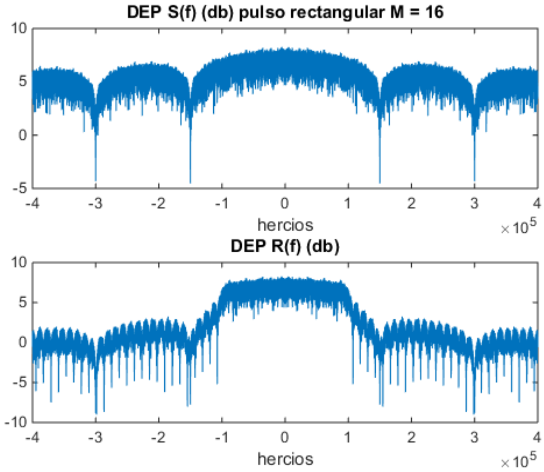
Pulso duobinario:

$$100 \cdot 10^3 = \frac{600 \cdot 10^3}{2 \log_2 M} \rightarrow M = 8$$

Como el duobinario ocupa menos ancho de banda, ante restricciones del canal es más resistente pero en caso de que el canal permita el paso de menos ancho de banda que el mínimo del pulso duobinario y se produzca ISI, este es más vulnerable ante la ISI producida porque se produciría la propagación de errores.

Representamos para cada pulso conformador del apartado c la densidad espectral de potencia y vemos como al reducir el canal la señal queda atenuada:



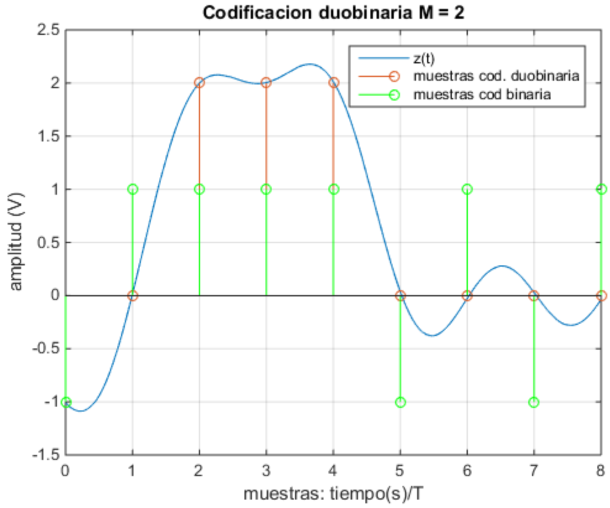


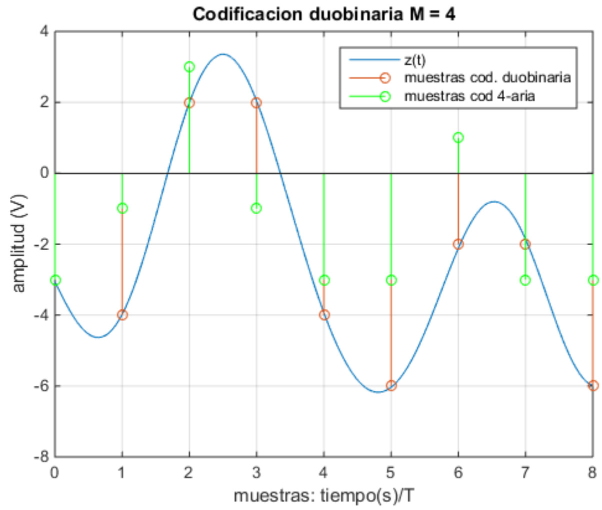
SIMULACIÓN DEL SISTEMA DE RESPUESTA PARCIAL

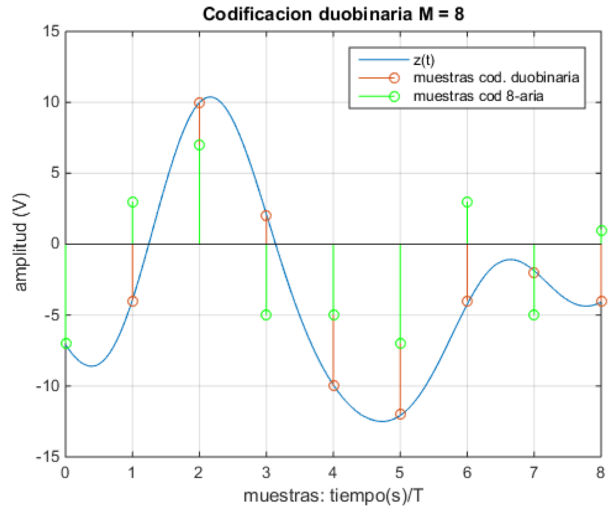
Tras simular un sistema de respuesta parcial en Matlab considerando el pulso conformador duobinario obtenemos estas gráficas para distintos valores de M:

Ante la complejidad del filtro adaptado el cual explicaremos al final del trabajo hemos optado por utiliza la respuesta impulsional del sistema en emisión y una delta en recepción. Adicionalmente hemos hecho uso de un receptor que busca las posibles muestras duobinarias, es decir, que decide las muestras regidas en la (expresión 1) y posteriormente, hemos realizado la decodificación duobinaria para volver a las amplitudes de una señal M-aria regidas por la (expresión 2).

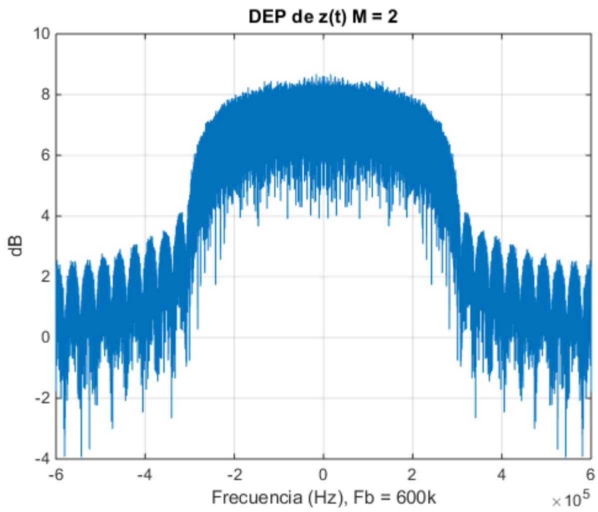
En las siguientes representaciones en tiempo, podemos observar, la señal recibida, los valores en codificación duobinaria muestreados en ella y los símbolos M-arios decodificados. Como hemos visto antes, los posibles valores muestreados y decididos se rigen por la (expresión 2), y los decodificados por la (expresión 1). En todos los casos el primer símbolo es -M+1. Esta muestra la utilizamos para sincronización y la recibimos en codificación M-aria. Como nuestras simulación se ha realizado en ausencia de ruido, la probabilidad de error obtenida toma un valor de 0.

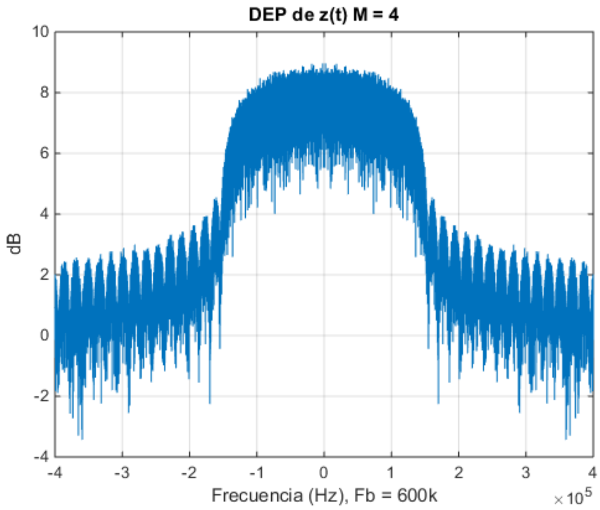


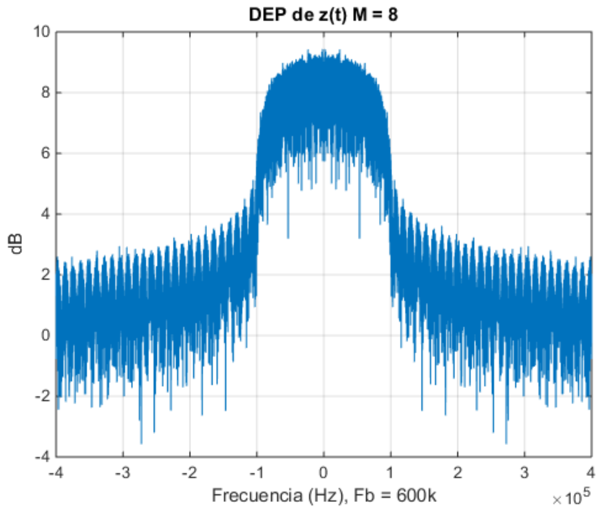




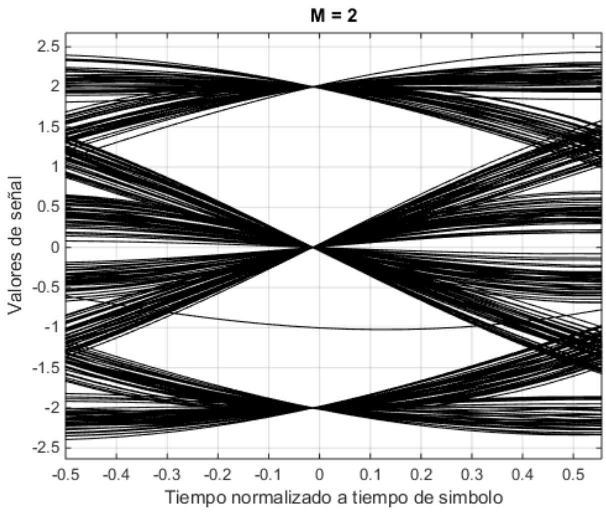
En frecuencia, observamos que se cumplen nuestras predicciones teóricas sobre el ancho de banda ocupado. En esta simulación, Rb toma un valor de 600kb/s. El ancho de banda ocupado por el lóbulo principal de la DEP es 300KHz para el caso de M = 2. El valor de Bt es de 150KHz y 100KHz para M = 4 y M = 8 respectivamente.(Estamos considerando el corte en la frecuencia ocupada cuando la potencia decae mas de 3dB.)

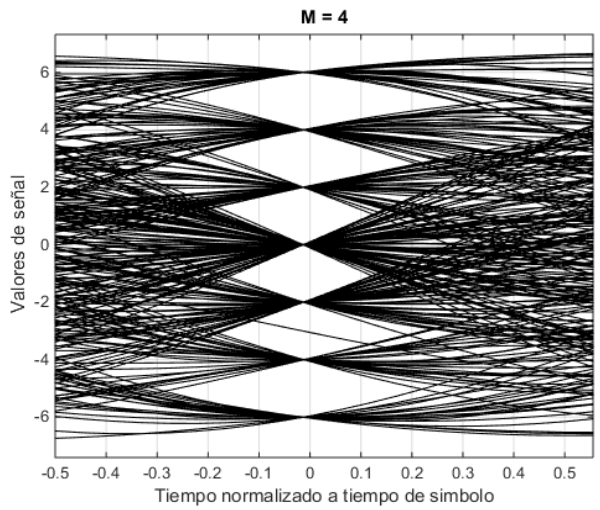


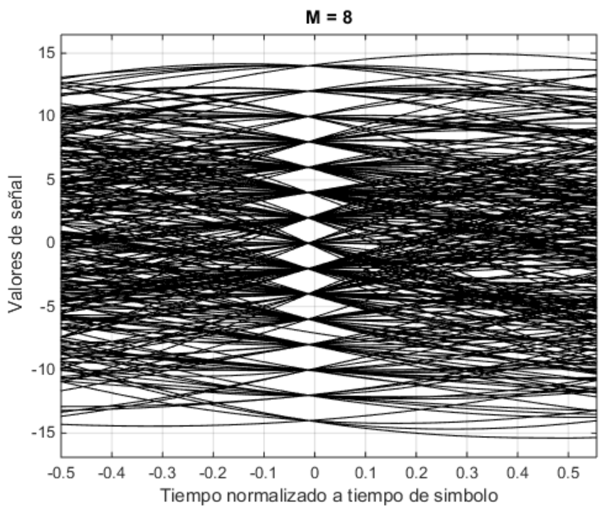




En los diagramas de ojo, podemos observar que se ha cumplido que las amplitudes recibidas se rigen por la (expresión 2). Al no haber ruido en nuestro sistema, no podemos apreciar distorsión de pico. Consecuentemente, la distancia entre símbolos es menor y en caso de haber ruido, la probabilidad de error aumentaría mas rápido con EbNo. Podemos observar en todos los diagramas un símbolo que no toma un valor de la (expresión 2) en el instante de decisión. Este es el primer símbolo enviado, el cual como hemos explicado antes se decide de acuerdo a codificación M-aria estándar.







El esquema en emisión para la señalización duobinaria es ligeramente más complejo al de un emisor convencional. Este hecho también se cumple en recepción pero en orden inverso. En primer lugar se realiza el proceso de precodificación sobre el conjunto de bits a(k). Tras la precodificación, los bits se agrupan dependiendo del valor de M escogido (el abanico de posibles valores es [-M+1:2:M-1]) (Expresión 1), la señal resultante se convoluciona con el pulso duobinario y la salida de este sistema se rige por la ecuación s(k)=q(k) + q(k-1). Los bits a la salida se rigen por la expresión [-2M+2:2:2M-2] (Expresión 2) es decir, hay 2M-1 símbolos. Esta señal s(k) es la enviada al canal. El receptor cuenta con sistemas para deshacer esta codificación y volver a la señal original.

La amplitud de cada muestra enviada es la suma de las amplitudes de la muestra en cuestión más la amplitud del símbolo anterior. Como hemos mencionado anteriormente, la señal recibida tendrá 2M-1 niveles. Para una misma energía, tenemos más símbolos que enviar. Consecuentemente, en el espacio de la señal, la distancia entre símbolos disminuye y la probabilidad de error aumenta.

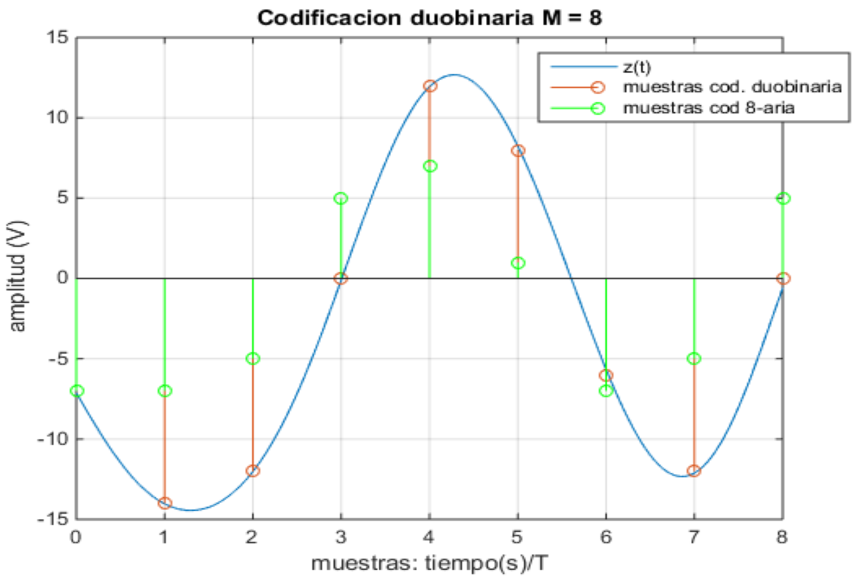
Uno de los inconvenientes de la señalización duobinaria es que se producen ráfagas de errores en detección; es decir, cuando se producen errores, estos tienden a propagarse debido a que la decisión en el instante actual depende de la decisión realizada en el instante anterior. Para evitar este fenómeno podemos hacer uso de una precodificación en el emisor antes de pasar nuestra secuencia de bits a codificación duobinaria. Esta precodificación consiste en realizar una evaluación XOR entre el bit a enviar y el anterior codificado.

El esquema de un emisor duobinario sería el siguiente:

1. Datos binarios: a(k)
2. Pre- codificación: $b(k) = a(k) \oplus b(k-1)$
3. Convertir a M-aria: $q(k) = 2b(k) – 1$
4. Codificación duobinaria: $s(k) = q(k) + q(k – 1)$

Para poder realizar la codificación duobinaria, el primer símbolo debe ser transmitido independientemente, es decir, sin modificaciones producidas por ISI. El valor del primer símbolo es el utilizado para comenzar la cadena de codificación y descodificación. Para minimizar la probabilidad de error en este primer símbolo le hemos dado el símbolo de menor amplitud posible, es decir (-M+1). De esta manera, su probabilidad de error es menor que un símbolo de amplitud intermedia. Un error en el primer símbolo sería especialmente grave pues se transmitiría a todos los siguientes. En el siguiente ejemplo ilustramos el ejemplo presentado anteriormente para una M=8.

Muestras	0	1	2	3	4	5	6	7
a(k)	0 0 0	0 0 0	0 1 0	1 1 0	1 1 1	0 1 1	0 0 0	0 0 1
q(k)	-7	-7	-5	5	7	1	-7	-5
s(k)	-7	-14	-12	0	12	8	-6	-12



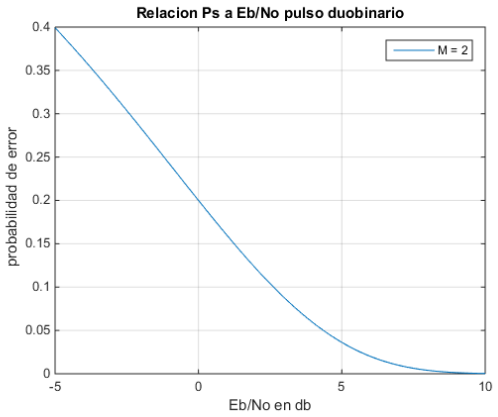
Gráfica 5

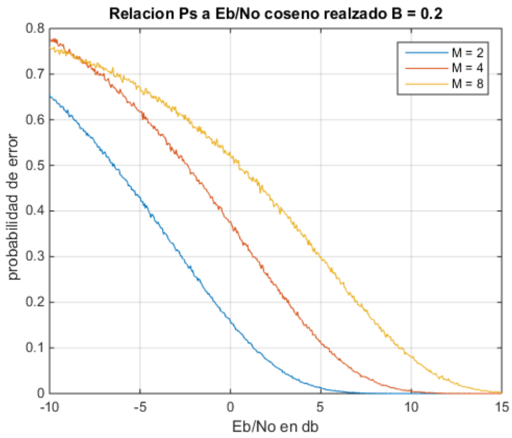
Ya que M es igual a 8, hemos agrupado los bits de tres en tres ($\log_2 M$), el primer simbolo tiene un valor de -7 (0 0 0), además hemos prescindido de utilizar precodificación.

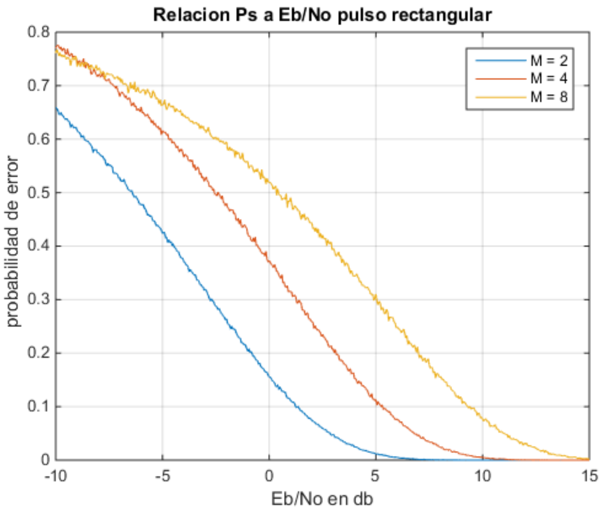
En la gráfica anterior (Gráfica 5) se muestra la representación de la tabla con las respectivas decisiones sobre la señal recibida.

Aparte de la precodificación otra solución posible que podemos implementar para evitar la propagación de errores es añadir bits de sincronismo. De la misma manera que los primeros $\log_2 M$ bits se utilizan como valor inicial para la secuencia duobinaria, cada N* $\log_2 M$ bits podríamos introducir una secuencia conocida tanto por el emisor como por el receptor. Así en caso de estar arrastrado un error producido anteriormente, el receptor esperará escuchar esta secuencia y se resincronizará.

Por ultimo, hemos simulado sistemas utilizando distintos pulsos conformadores y variando la relacion señal ruido. A continuacion se encuentran las representaciones de los resultados de este experimento. Podemos observar que las prestaciones para el pulso conformador rectangular y el coseno realzado son las mismas. El pulso conformador duobinario presenta unas probabilidades de error ligeramente peores. Esto se debe a el fenomeno de propagacion de propagacion de errores descrito anterioirmente y a el hecho de que enviamos mas simbolos.







La simulacion en el caso duobinario se corresponde a la expresion teorica de la probabilidad de error. Esto es asi debido a la complejidad de la obtencion del filtro adaptado duobinario. Al no poder introducir el ruido entre filtrados con el filtro adaptado, no podemos simular probabilidades de error correctamente. Aun asi hemos obtenido la expresion en frecuencia de el filtro adaptado que deberiamos utilizar.

$$h_{adapt}(t) = TF^{-1}\{\sqrt{2T\cos(\pi f t)}\}$$

La complejidad de esta expresión está en la transformada inversa de la raiz del coseno. Adicionalmente la naturaleza infinita de la sinc en tiempo evita que esta operación la realicemos con matlab. La solucion que proponemos consiste en realizar un desarrollo de Taylor de la expresión superior y buscar la transformada inversa de cada elemento de esta serie.