

# Circuitos Eléctricos II

## ***TEMA 5. CIRCUITOS POLIFÁSICOS*** (Capítulo 12)

5.1 Sistemas monofásicos de tres hilos  
(Sección 12.3 libro de texto).

5.2 Sistemas trifásicos con conexión Y-Y  
(Sección 12.4 libro de texto).

# ***TEMA 5. CIRCUITOS POLIFÁSICOS***

## **(Capítulo 12)**

### **INTRODUCCIÓN.**

- Es importante el estudio de los circuitos polifásicos debido a que la mayoría de la potencia eléctrica que recibimos de la industria eléctrica se genera y después distribuye como potencia polifásica a 60 Hz.
- Los 3 voltajes que recibimos son senoidales y cuando están balanceados, entre cualquiera de sus dos terminales, se pueden medir voltajes de igual magnitud y con un defasamiento de  $120^0$  con respecto a los otros dos.

# *CIRCUITOS POLIFÁSICOS*

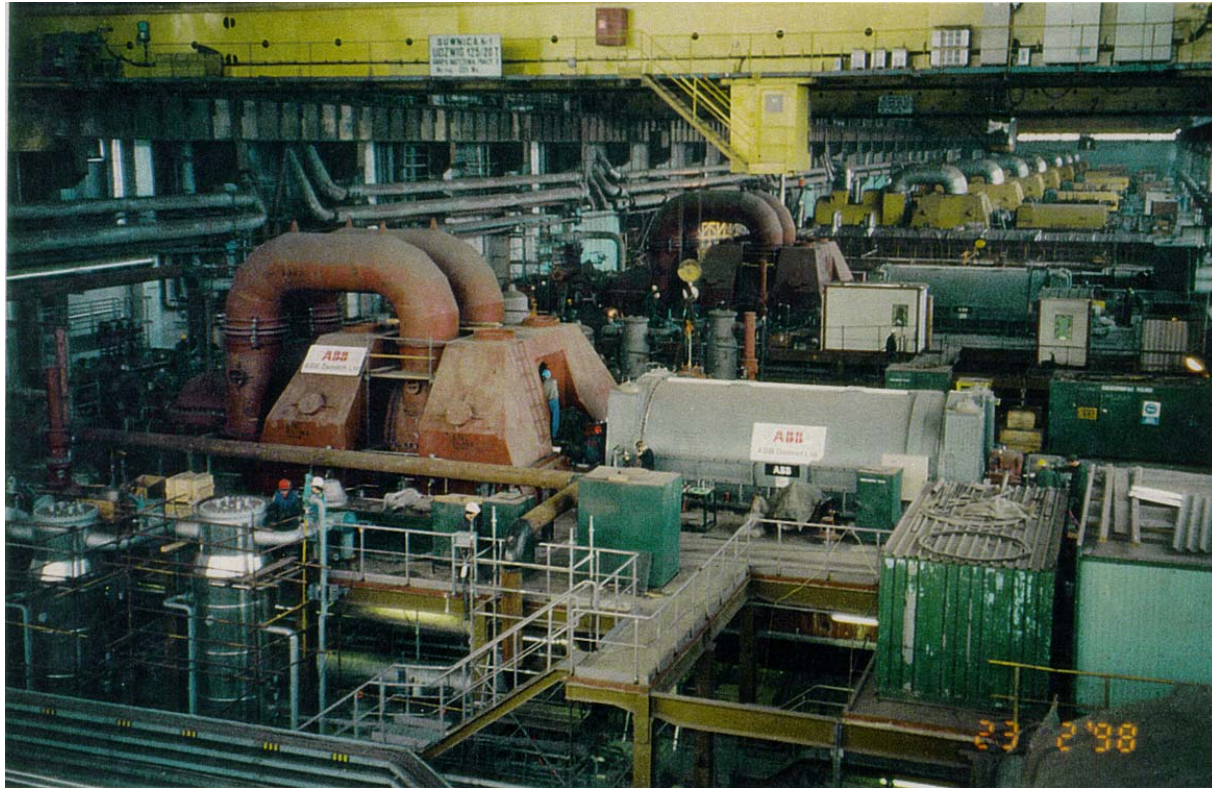
*Algunas aplicaciones:*



Generadores eléctricos trifásicos  
(150 MW)

# ***CIRCUITOS POLIFÁSICOS***

*Algunas aplicaciones:*



Turow Power Plant  
Courtesy of Turow Plant

**300 MW**

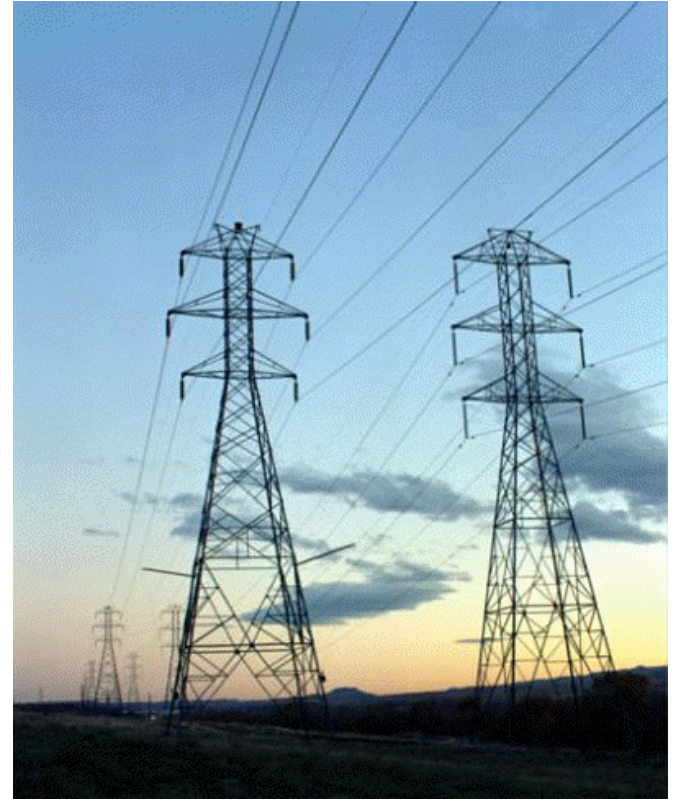


# ***CIRCUITOS POLIFÁSICOS***

*Algunas aplicaciones:*



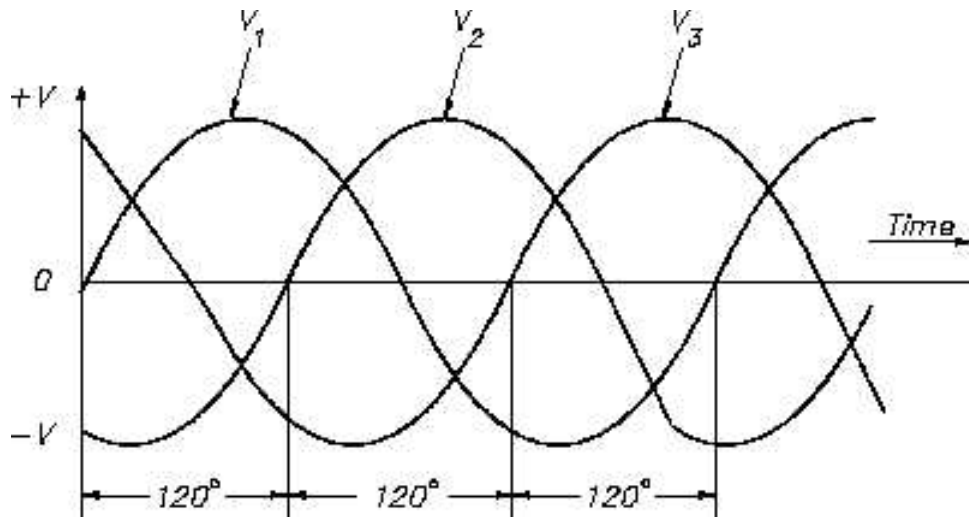
Transformador Trifásico



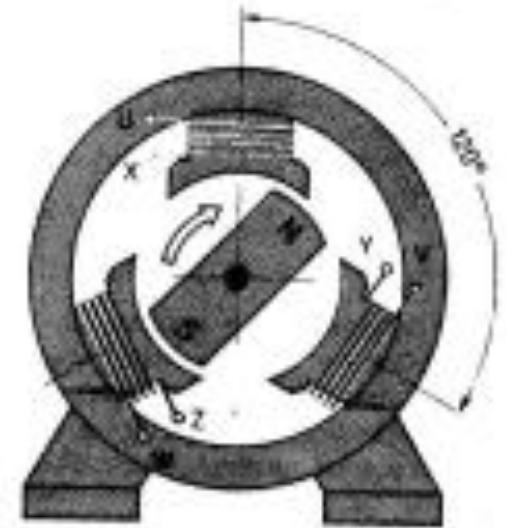
Línea de Transmisión

# ***CIRCUITOS POLIFÁSICOS***

## ***Algunas aplicaciones:***



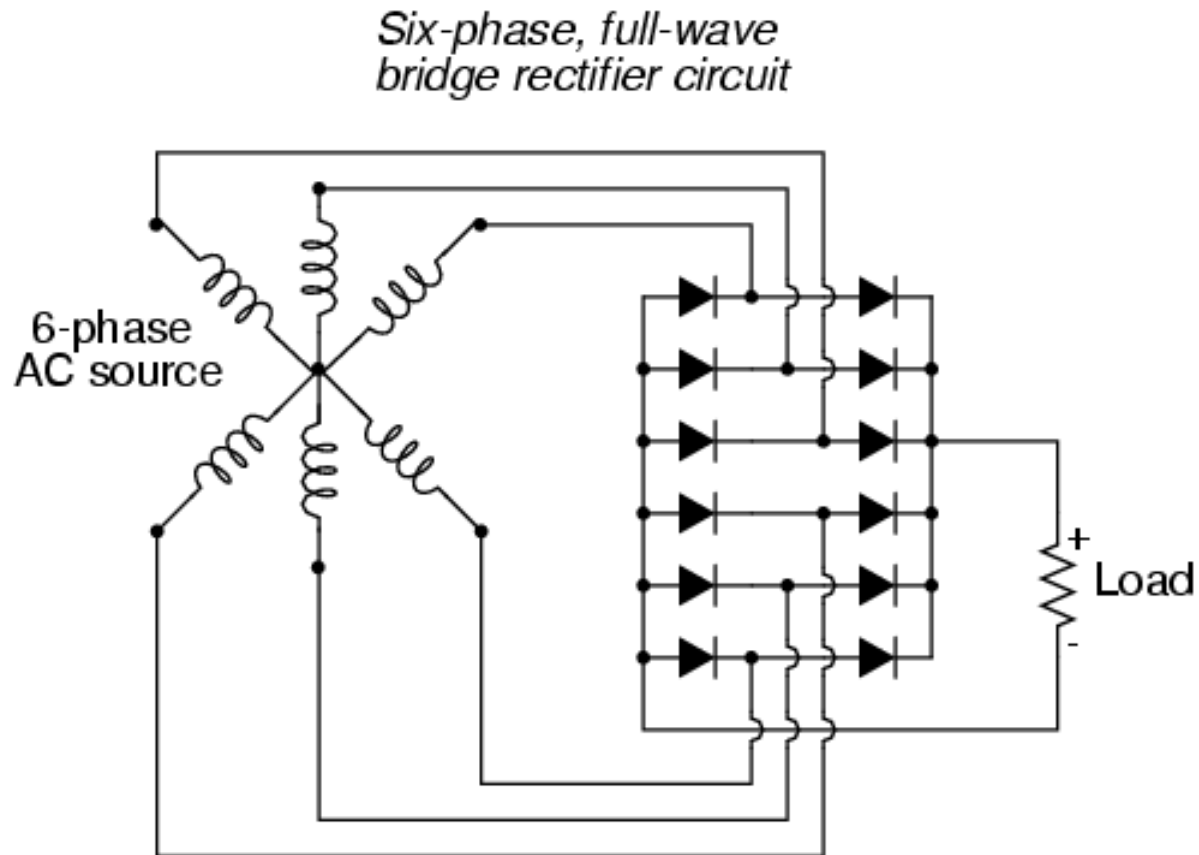
Formas de onda de voltaje trifásicas



Corte transversal de un generador trifásico

# ***CIRCUITOS POLIFÁSICOS***

*Algunas aplicaciones:*

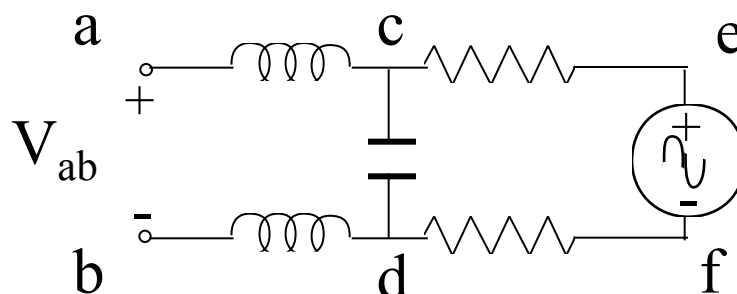


*Circuito Rectificador de Onda completa*

# ***CIRCUITOS POLIFÁSICOS***

## **NOTACIÓN DE DOBLE SUBÍNDICE.**

- La notación de doble subíndice implica:
  - $V_{ab}$  es el voltaje entre el punto a respecto al punto b.



- Ventajas de esta notación: El voltaje entre dos puntos es el mismo, no importa la trayectoria que se elija entre los puntos.

$$V_{ad} = V_{ac} + V_{ce} + V_{ed} = V_{ax} + V_{xd}$$



# ***CIRCUITOS POLIFÁSICOS***

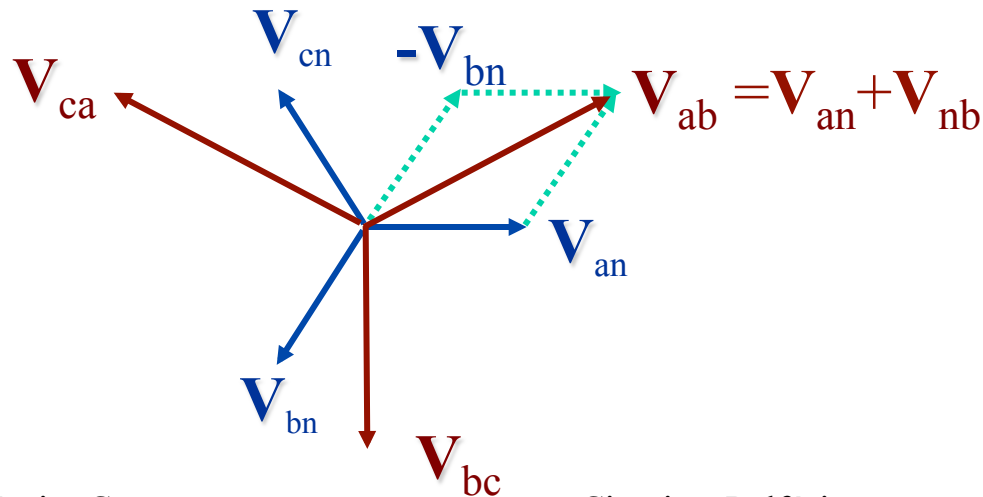
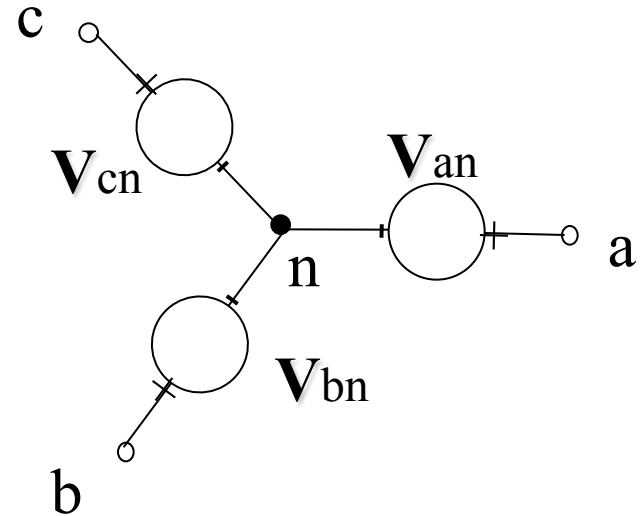
## **NOTACIÓN DE DOBLE SUBÍNDICE.**

$$V_{an} = 100|\underline{0}^\circ \text{ V}$$

$$V_{bn} = 100|\underline{-120}^\circ \text{ V}$$

$$V_{cn} = 100|\underline{-240}^\circ \text{ V}$$

$$V_{ab} = V_{an} + V_{nb} = V_{an} - V_{bn}$$



# ***CIRCUITOS POLIFÁSICOS***

## **NOTACIÓN DE DOBLE SUBÍNDICE.**

- La notación de doble subíndice también se aplica a corrientes , por ejemplo:

$I_{bc}$  es la corriente que fluye de b hacia c por la trayectoria más directa.

## 5.1 SISTEMAS MONOFÁSICOS DE TRES HILOS.

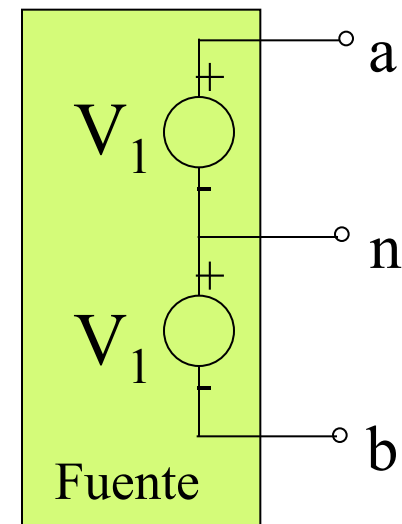
- Una fuente monofásica de 3 hilos (alambres o conductores) está formada por la combinación de dos fuentes de voltaje idénticas conectadas entre sí.
- Se define como una fuente que tiene 3 terminales de salida: a, n y b.
- En este sistema:

$$V_{ab} = 2V_{an} = 2V_{nb}$$

$$V_{an} = V_{nb} \text{ y están en fase}$$

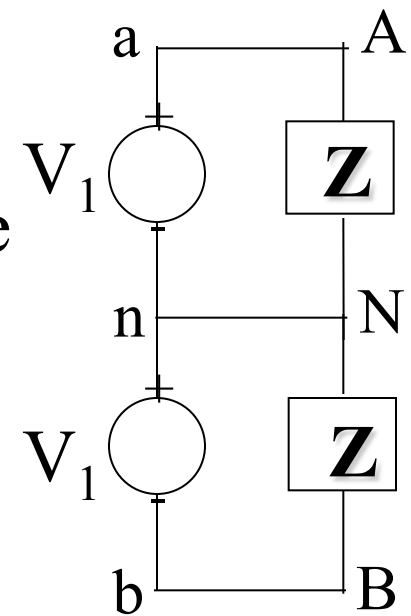
Entre  $V_{an}$  y  $V_{bn}$  hay un ángulo de  $180^\circ$ :

$$V_{an} = -V_{bn} \Rightarrow V_{an} + V_{bn} = 0$$



# ***SISTEMAS MONOFÁSICOS DE TRES HILOS***

- Cuando las cargas entre AN y BN son iguales, se dice que la **carga está balanceada**. En este caso la corriente  $nN$  es cero de modo que el alambre  $nN$  se puede eliminar sin alterar el funcionamiento del circuito.
- Si una carga se conecta en AB, no desbalancea el circuito y equivale a conectarlo a una fuente de  $2V_1$ .

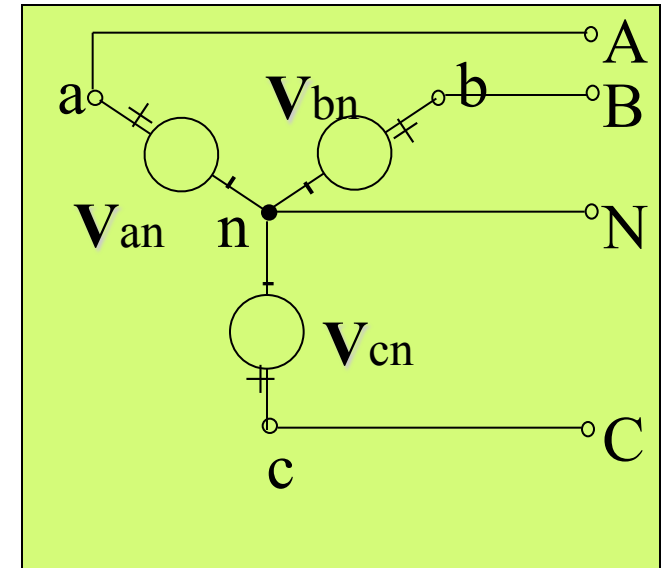


## 5.2 CONEXIÓN TRIFÁSICA Y-Y

### FUENTES TRIFÁSICAS.

Una fuente trifásica:

- Tiene tres terminales que se llaman terminales de línea.
- Pueden tener o no una cuarta terminal llamada neutro.
- Puede representarse por tres fuentes de voltaje conectadas en Y (estrella) como se muestra en la figura.
- Las terminales a,b,c y n están disponibles para ser conectadas a otro dispositivo.



Fuente trifásica  
conectada en Y



# VOLTAJES DE FASE.

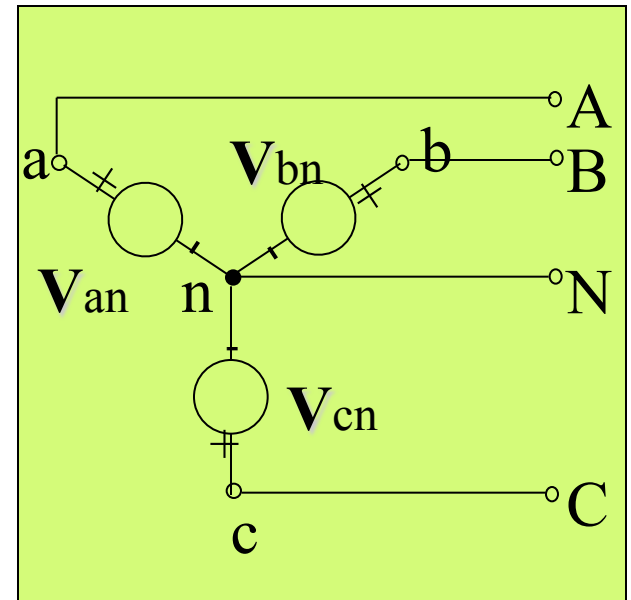
Los voltajes de la fuente trifásica que se miden *entre línea y neutro* se definen como:

***VOLTAJE DE FASE:***  $V_{an}$ ,  $V_{bn}$  y  $V_{cn}$

y para fuentes *balanceadas* trifásicas:

$$|V_{an}| = |V_{bn}| = |V_{cn}| = V_p$$

además  $V_{an} + V_{bn} + V_{cn} = 0$



# SECUENCIAS DE FASE:

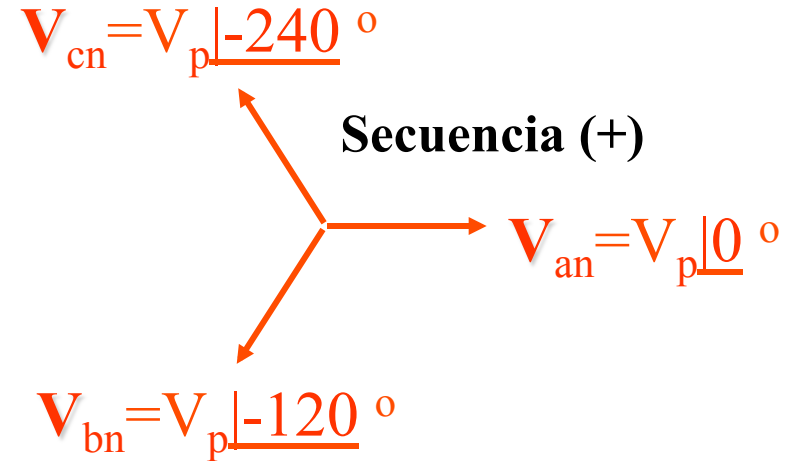
## Secuencia Positiva (+)

o secuencia abc de fase

$$V_{an} = V_p \underline{/0^\circ}$$

$$V_{bn} = V_p \underline{/-120^\circ}$$

$$V_{cn} = V_p \underline{/-240^\circ}$$



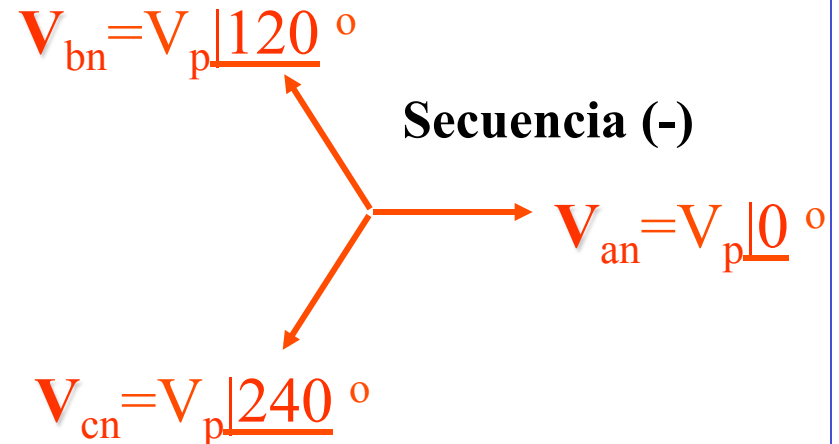
## Secuencia Negativa (-)

o secuencia cba de fase

$$V_{an} = V_p \underline{/0^\circ}$$

$$V_{bn} = V_p \underline{/120^\circ}$$

$$V_{cn} = V_p \underline{/240^\circ}$$



# VOLTAJES DE LÍNEA:

- Los ***VOLTAJES DE LÍNEA*** ó de ***LÍNEA A LÍNEA*** son:

$$V_{ab}, V_{bc} \text{ y } V_{ca}$$

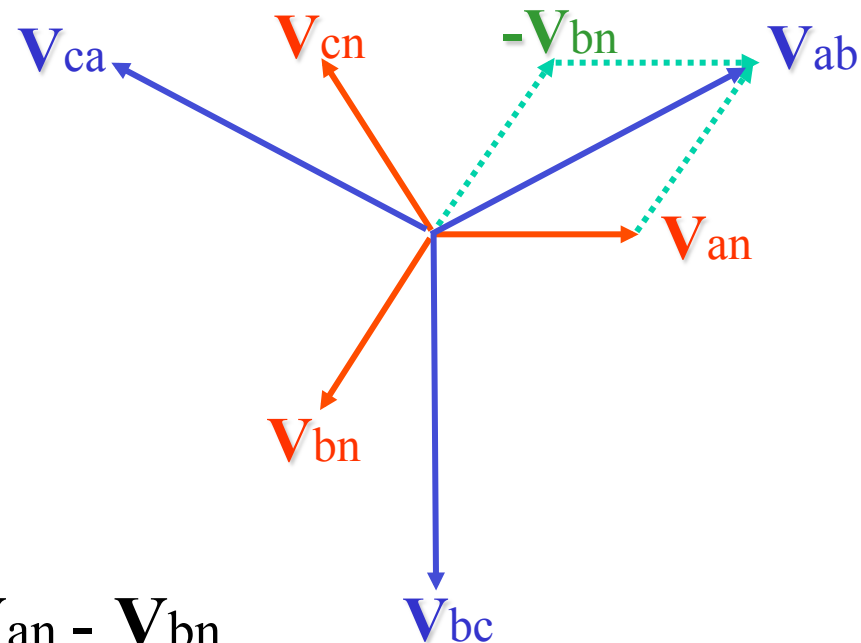
- La relación entre estos voltajes es:  
(Tomando a  $V_{an} = V_p / 0^\circ$ )

$$V_{ab} = \sqrt{3} V_p \underline{30^\circ}$$

$$V_{bc} = \sqrt{3} V_p \underline{-90^\circ}$$

$$V_{ca} = \sqrt{3} V_p \underline{-210^\circ}$$

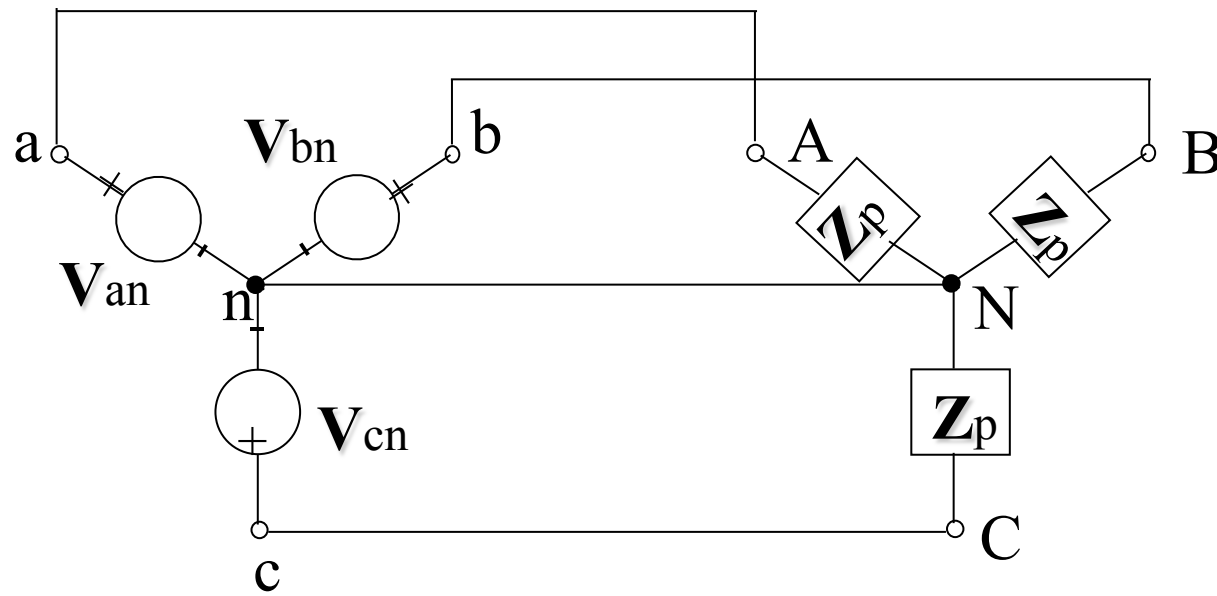
$$V_L = \sqrt{3} V_p$$



Observa:  $V_{ab} = V_{an} + V_{nb} = V_{an} - V_{bn}$

# CONEXIÓN TRIFÁSICA Y-Y

- Cuando a la fuelle trifásica balanceada conectada en estrella, le conectamos una carga balanceada en estrella, entonces tenemos una conexión Y-Y. La carga está entre AN, BN y CN:



Conexión Y-Y

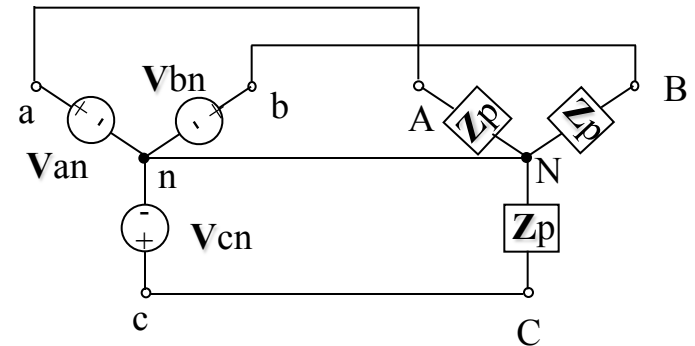
# CONEXIÓN TRIFÁSICA Y-Y

- La carga se representa por una impedancia  $Z_p$  entre cada línea y el neutro.
- Cuando las cargas en cada fase son iguales, se dice que el circuito está balanceado e  $I_{nN} = 0$  por lo que el cable nN se puede eliminar.
- Las tres *corrientes de línea* se calculan como:

$$I_{aA} = \frac{V_{an}}{Z_p}$$

$$I_{bB} = \frac{V_{bn}}{Z_p} = \frac{V_{an} \angle -120^\circ}{Z_p} = I_{aA} \angle -120^\circ$$

$$I_{cC} = I_{aA} \angle -240^\circ$$





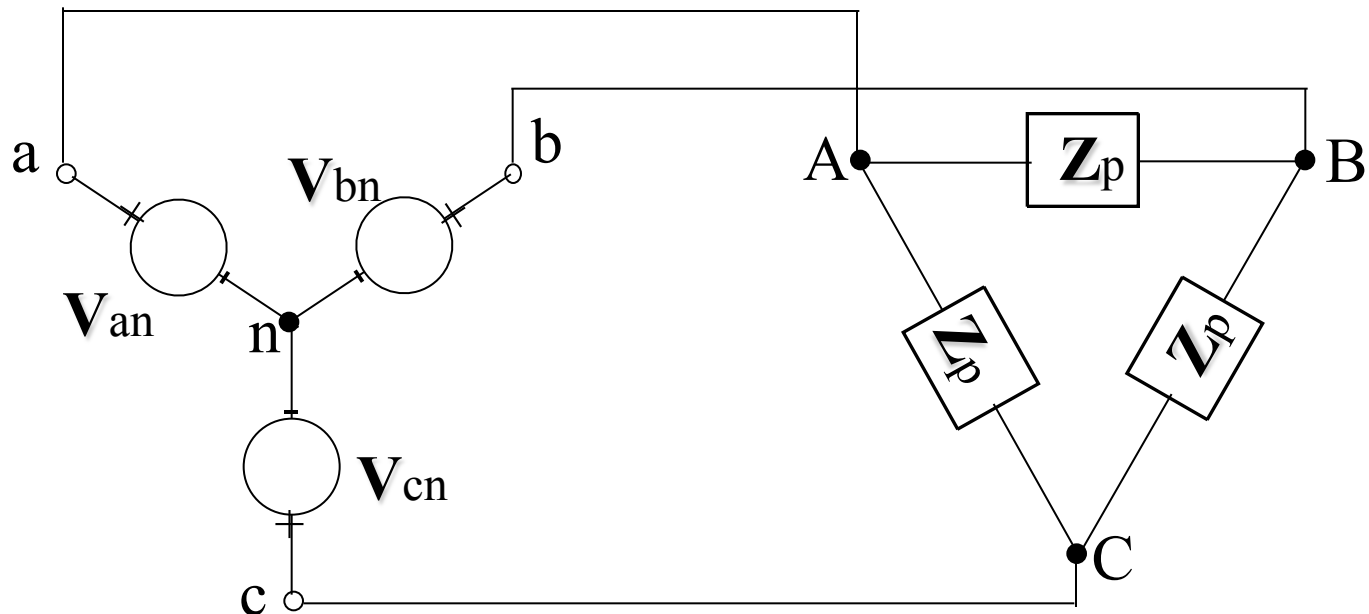
# ***CIRCUITOS POLIFÁSICOS***

TEMA:

5.3 La conexión estrella-delta de sistemas trifásicos.

# CONEXIÓN TRIFÁSICA Y-Δ

- Cuando las cargas están entre AB, BC y CA se tiene una conexión Y-Δ.



- Este tipo de conexión no posee neutro en la Δ.

# CONEXIÓN TRIFÁSICA Y-Δ

- Voltajes de línea o de línea a línea ( $V_L$ ) en el generador:

$$V_L = |\mathbf{V}_{ab}| = |\mathbf{V}_{bc}| = |\mathbf{V}_{ca}|$$

- Los voltajes de fase son:

$$V_P = |\mathbf{V}_{an}| = |\mathbf{V}_{bn}| = |\mathbf{V}_{cn}|$$

- Relación entre estos voltajes:

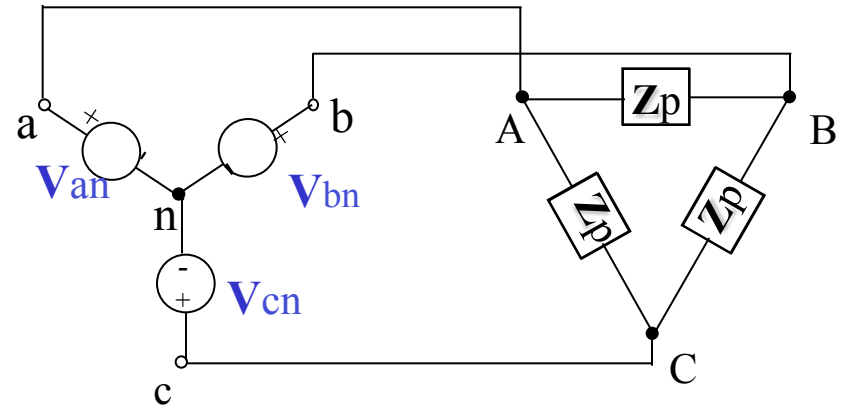
( $V_{an} = V_P \angle 0^\circ$  como referencia)

$$\mathbf{V}_{ab} = \sqrt{3}V_P \angle 30^\circ$$

$$\mathbf{V}_{bc} = \sqrt{3}V_P \angle -90^\circ$$

$$\mathbf{V}_{ca} = \sqrt{3}V_P \angle -210^\circ$$

$$V_L = \sqrt{3}V_P$$



# CONEXIÓN TRIFÁSICA Y-Δ

- Corrientes de fase de la carga en Δ:

$$\mathbf{I}_{AB} = \frac{\mathbf{V}_{ab}}{\mathbf{Z}_p} \quad \mathbf{I}_{BC} = \frac{\mathbf{V}_{bc}}{\mathbf{Z}_p} \quad \mathbf{I}_{CA} = \frac{\mathbf{V}_{ca}}{\mathbf{Z}_p}$$

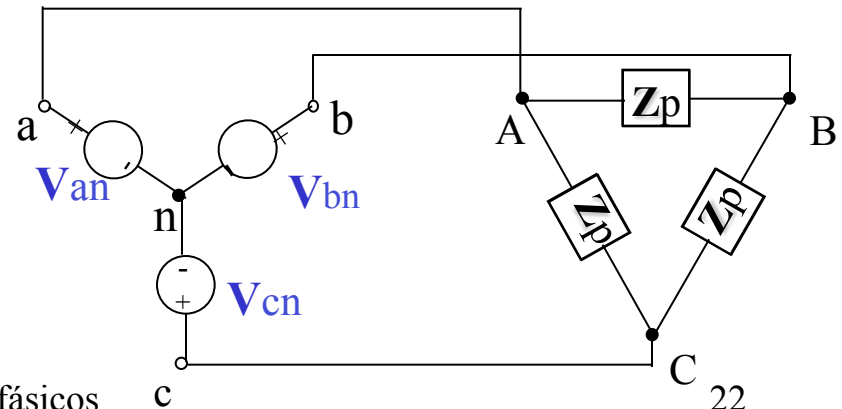
- Las corrientes de fase son de igual amplitud:

$$I_p = |\mathbf{I}_{AB}| = |\mathbf{I}_{BC}| = |\mathbf{I}_{CA}|$$

- Las corrientes de línea son también iguales en amplitud:

$$I_L = |\mathbf{I}_{aA}| = |\mathbf{I}_{bB}| = |\mathbf{I}_{cC}|$$

- Además  $I_L = \sqrt{3} I_p$



# CONEXIÓN TRIFÁSICA Y-Δ

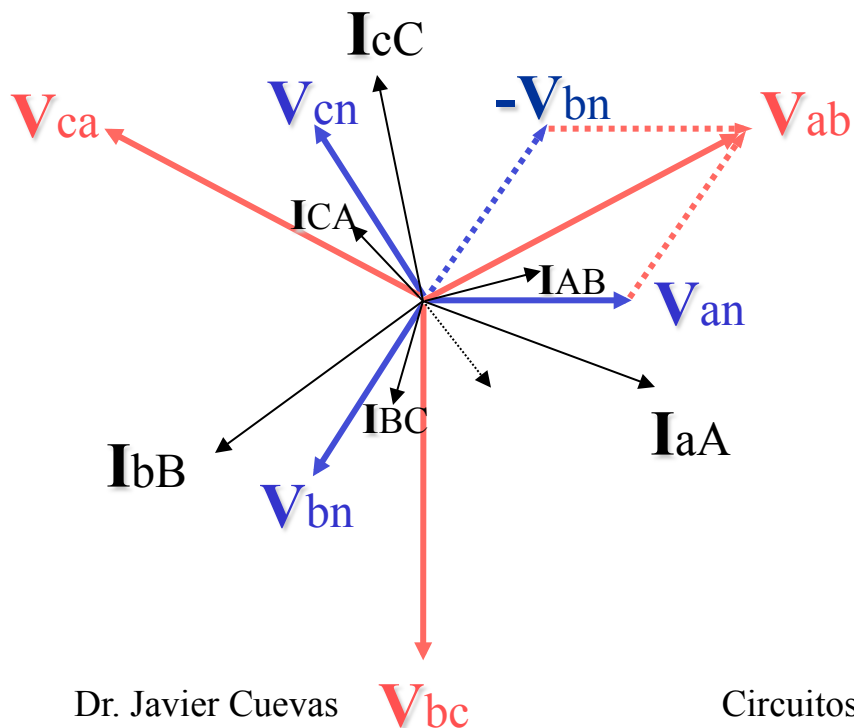
$$\mathbf{I}_{aA} = \mathbf{I}_{AB} - \mathbf{I}_{CA}$$

$$\mathbf{I}_{bB} = \mathbf{I}_{BC} - \mathbf{I}_{AB}$$

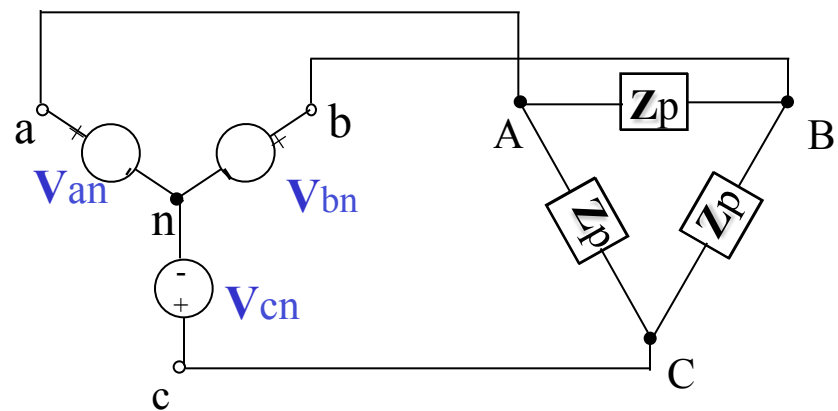
$$\mathbf{I}_{cC} = \mathbf{I}_{CA} - \mathbf{I}_{BC}$$

$$I_L = |\mathbf{I}_{aA}| = |\mathbf{I}_{bB}| = |\mathbf{I}_{cC}|$$

$$I_p = |\mathbf{I}_{AB}| = |\mathbf{I}_{BC}| = |\mathbf{I}_{CA}|$$



$$I_L = \sqrt{3} I_p$$



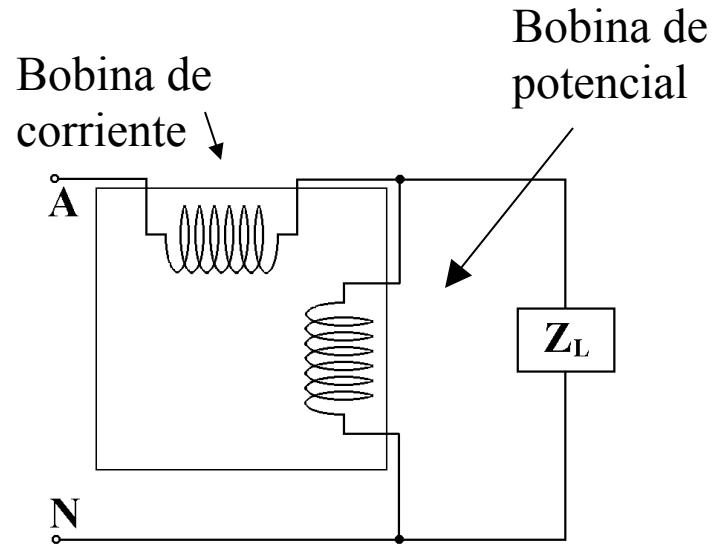


# ***CIRCUITOS POLIFÁSICOS***

## 5.4 Medición de potencia trifásica.

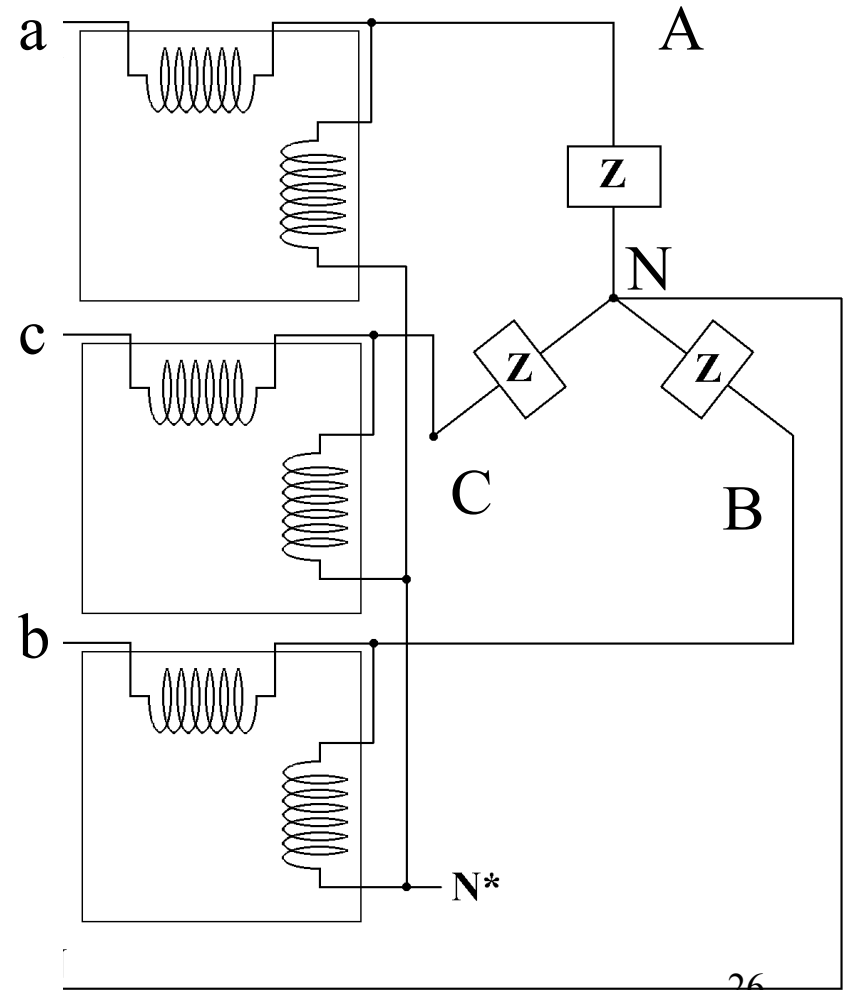
# ***USO DEL WATTMETRO O WATTÍMETRO***

- Para la medición de POTENCIA de un circuito eléctrico se utilizan los wattmetros.
- El wattmetro tiene dos bobinas separadas: una bobina de corriente y otra bobina de potencial o voltaje.
- Es un dispositivo cuya medida depende tanto del voltaje como de la corriente



# ***EL WATTMETRO EN UN SISTEMA TRIFÁSICO***

- Para la medición trifásica con tres wattmetros, se conecta cada uno en serie con una corriente de línea, y se conecta la bobina de voltaje entre la línea y algún punto común  $N^*$ .



# ***EL WATTMETRO EN UN SISTEMA TRIFASICO***

- Utilizando tres wattmetros tenemos que la potencia total es:

$$\mathbf{P} = \frac{1}{T} \int_0^T (\mathbf{V}_{AN} \cdot \mathbf{i}_A + \mathbf{V}_{BN} \cdot \mathbf{i}_B + \mathbf{V}_{CN} \cdot \mathbf{i}_C) dt$$

- Pero:

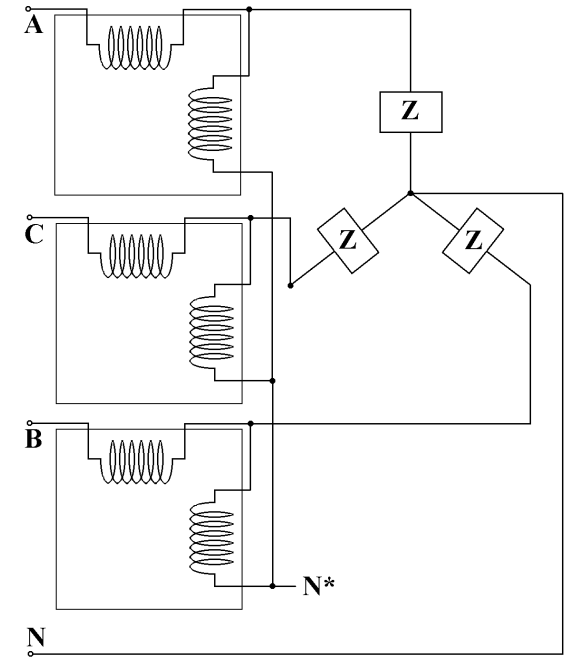
$$\mathbf{V}_{AN^*} = \mathbf{V}_{AN} + \mathbf{V}_{NN^*}, \quad \mathbf{V}_{BN^*} = \mathbf{V}_{BN} + \mathbf{V}_{NN^*},$$

$$\mathbf{V}_{CN^*} = \mathbf{V}_{CN} + \mathbf{V}_{NN^*}, \quad \text{entonces}$$

$$\mathbf{P} = \frac{1}{T} \int_0^T (\mathbf{V}_{AN} \mathbf{i}_A + \mathbf{V}_{BN} \mathbf{i}_B + \mathbf{V}_{CN} \mathbf{i}_C) dt + \frac{1}{T} \int_0^T \mathbf{V}_{NN^*} (\mathbf{i}_A + \mathbf{i}_B + \mathbf{i}_C) dt$$

- Y puesto que  $(\mathbf{i}_A + \mathbf{i}_B + \mathbf{i}_C = 0)$ , P queda:

$$\mathbf{P} = \frac{1}{T} \int_0^T (\mathbf{V}_{AN} \mathbf{i}_A + \mathbf{V}_{BN} \mathbf{i}_B + \mathbf{V}_{CN} \mathbf{i}_C) dt = \mathbf{P}_A + \mathbf{P}_B + \mathbf{P}_C$$



# ***MÉTODO DE DOS WATTMETROS***

- Como el punto N\* puede ser cualquier punto, puede elegirse como N\* la línea C, eliminando así el Wattmetro CN\*.
- Así de la ecuación anterior

$$\mathbf{P} = \frac{1}{T} \int_0^T (\mathbf{V}_{AN} \mathbf{i}_A + \mathbf{V}_{BN} \mathbf{i}_B + \mathbf{V}_{CN} \mathbf{i}_C) dt = \mathbf{P}_A + \mathbf{P}_B + \mathbf{P}_C$$

se obtiene que la potencia total esta dada por:

$$\mathbf{P} = \mathbf{P}_A + \mathbf{P}_B = |\mathbf{V}_{AC}| |\mathbf{I}_A| \cos(\theta_{AC} - \phi_A) + |\mathbf{V}_{BC}| |\mathbf{I}_B| \cos(\theta_{BC} - \phi_B)$$

- Si la línea B se elige como N\* entonces:

$$\mathbf{P} = \mathbf{P}_A + \mathbf{P}_C = |\mathbf{V}_{AB}| |\mathbf{I}_A| \cos(\theta_{AB} - \phi_A) + |\mathbf{V}_{CB}| |\mathbf{I}_C| \cos(\theta_{CB} - \phi_C)$$



# ***MÉTODO DE DOS WATTMETROS***

- La suma algebraica de la lectura de los dos wattmetros es igual al total de la potencia promedio absorbida por la carga y se aplica a conexiones delta o estrella, ya sea que estén balanceados o desbalanceados.