UNIVERSIDAD DE JAÉN
ESCUELA POLITÉCNICA SUPERIOR DE JAÉN

Departamento de Matemáticas
(Área de Álgebra)

ÁLGEBRA (Grado en Ingeniería Informática)

CURSO 2020/21. Convocatoria Extraordinaria 2.

Apellidos y nombre: ____ DNI: ___________

Grupo Teoría:	**A - B**	**Grupo Prácticas: ___**	
Evaluación	**Sí. Nota_____**	**Evaluación**	**Sí. Nota_____**
Continua Teoría	**No**	**Continua Prácticas:**	**No**

1. [5 *puntos*] Dados los polinomios,

$$p(x) = 2x^5+16x^4+29x^3-8x^2-15x \quad \text{y} \quad q(x) = x^2(2x^2-1).$$

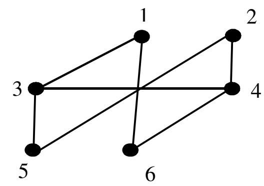
Utilizar el algoritmo de Euclides en el anillo de polinomios necesario para deducir si un máximo común divisor de $p(x)$ y $q(x)$ en dicho anillo de polinomios es $(6x^3-3x)$. Justifica la respuesta.

2. [7.5 *puntos*] Dada la permutación $\sigma = (1\ 2\ 8\ 5)(2\ 5) \in S_8$. Consideremos $H = \{\sigma^k / k \in \mathbb{N}\}$. Comprobar que H es un subgrupo de S_8 y calcular su orden.

3. [7.5 *puntos*] Consideremos los grafos G_1 y G_2 cuya matriz de incidencia y representación gráfica respectivamente son:

$$G_1 \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

G_2



a) Definir grafo bipartito y bipartito completo. ¿Es G_2 un grafo bipartito? ¿Y bipartito completo?
b) Definir isomorfismo de grafos. Razonar si G_1 y G_2 son isomorfos.

4. [15 *puntos*] Sea V el espacio vectorial de las matrices cuadradas de orden 2 con coeficientes en $\mathbb{R}$ y U el subespacio de las matrices simétricas de traza cero. Se pide:
a) Calcular una base B de U y comprobar que $\dim(U) = 2$.
b) Consideremos en U el producto escalar que con respecto a la base B del apartado a) verifica que los vectores son unitarios y que el ángulo que forman dos a dos es $\frac{\pi}{3}$. Obtener la matriz de Gram.
c) Obtener a partir de B una base ortonormal.

5. [25 *puntos*] Sea $f_\alpha : P_3(\mathbb{R}) \to M_2(\mathbb{R})$ la aplicación lineal definida por

$$f_\alpha(p(x)) = \begin{pmatrix} \alpha p'(0) & p'(1) - p'(0) \\ p(1) - p(0) & -\alpha p(0) \end{pmatrix},$$

donde $p'(x)$ es la derivada de $p(x)$.

a. Calcular la matriz asociada a f_α con respecto a las bases canónicas.
b. Clasificar f_α según el valor del parámetro α.
c. Para $\alpha = 0$, estudiar si la matriz del apartado a) es diagonalizable y en su caso obtener la base de vectores propios de $\mathbb{R}^4$ que permite la diagonalización de dicha matriz.

NOTA:

- La puntuación que muestra cada ejercicio es para el caso de mantener la evaluación continua de teoría, y en este caso el valor máximo de este examen es de 6 puntos sobre 10 (en teoría).
- Si no se opta por mantener la evaluación continua, todos los ejercicios, excepto el último que valdría 20 puntos, tienen el mismo valor, 10 puntos, y en este caso el valor máximo de este examen es de 10 puntos sobre 10 (en teoría).

Incluir las definiciones de los conceptos subrayados. Recuerden que se evalúan los procedimientos y por tanto, estos deben explicarse de forma clara (no son válidos los resultados sin razonarlos).