



ÁLGEBRA (Grado en Ingeniería Informática)
CURSO 2020/21. Convocatoria Ordinaria 2.

Apellidos y Nombre: _____ DNI: _____ Gr. Teoría: _____

1. [0.75 puntos] Calcular la factorización en irreducibles en $\mathbb{Z}[x]$ y $\mathbb{Z}_7[x]$ de un polinomio, $p(x)$, de grado 8, cuyo coeficiente líder es 36, tiene sólo cuatro raíces reales, simples $(-1, 1/2, \sqrt{3}, -\sqrt{3})$, y el único polinomio irreducible en $\mathbb{R}[x]$, que no es de grado uno, es x^2+x+1 .
2. [0.75 puntos] Calcular, explícitamente, A_3 y su tabla de operaciones. Estudiar si A_3 es conmutativo y calcular todos sus subgrupos.
3. [0.5 puntos] Consideremos $K_{2,3}$:
 - a) Razonar si es un grafo plano.
 - b) Utilizando el teorema del número de caminos, calcular la distancia y el número de geodésicas que hay del vértice 1 al vértice 2.
4. [1.5 puntos] Sea V el espacio vectorial de los polinomios de grado menor o igual que 1 con coeficientes en \mathbb{R} y consideremos el producto escalar cuya matriz de Gram es

$$G_1 = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 4 & 16 \end{pmatrix}$$

respecto de la base canónica de V .

- a. Demostrar que $B' = \{-1+x, x\}$ es base de V .
 - b. Calcular la matriz de Gram, G_2 , respecto de la base B' .
 - c. Demostrar, explícitamente, la relación existente entre G_1 y G_2 .
5. [1.5 puntos] Sea $f : M_2(\mathbb{Z}_2) \rightarrow \mathbb{Z}_2^2$ la aplicación definida por $f(A) = (\text{Tr}(A^t), 0)$, donde $\text{Tr}(A^t)$ es la traza de la traspuesta de A .
 - a. Estudiar si f es lineal.
 - b. Calcular la matriz asociada a f respecto de las bases canónicas.
 - c. Calcular dimensión, base, ecuaciones paramétricas e implícitas del núcleo y la imagen.
 - d. Clasificar f .
6. [1 punto] Consideremos A la matriz con coeficientes en el cuerpo de los números complejos:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & a+5 & 0 & 0 & b \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & b \end{pmatrix}$$

Estudiar, según los valores de a y b , si existe una matriz diagonal semejante a A .