ÁLGEBRA (Grado en Ingeniería Informática)

CURSO 2021/22. Convocatoria Extraordinaria 2.

Apellidos y nombre: ____ DNI: ___________

Grupo Teoría: ☐ **A** - ☐ **B**		**Grupo Prácticas:** ___	
Evaluación	☐ **Sí. Nota**_____	**Evaluación**	☐ **Sí. Nota**_____
Continua Teoría	☐ **No**	**Continua Prácticas:**	☐ **No**

1. [7.5 *puntos*] Aplicar, si es posible, el algoritmo de Euclides para calcular el máximo común divisor de los polinomios,

$$p(x) = -12 + 34x + 40x^2 - 70x^3 - 88x^4 - 24x^5 \quad \text{y} \quad q(x) = x^3 + x^2 - 22x - 40.$$

en $\mathbb{Z}_7[x]$. ¿Es el polinomio $4x^2 + 2x + 2$ un máximo común divisor de $p(x)$ y $q(x)$ en $\mathbb{Z}_7[x]$?

2. [5 *puntos*] Consideremos G $= \mathbb{Z}_4 - \{1\}$. Definir una operación interna en G que dote a dicho conjunto de estructura de grupo abeliano con elemento neutro igual al 2. Dar, si existe, un subgrupo propio de G.

3. [7.5 *puntos*] Consideremos los grafos G_1 y G_2 con matriz de adyacencia, A_1 de G_1 e incidencia, M_2 de G_2:

$$A_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad M_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

a) Definir isomorfismo de grafos y estudiar si G_1 y G_2 son isomorfos.
b) Encontrar una coloración óptima de G_2.

4. [15 *puntos*] Sea V el espacio vectorial de los polinomios de grado menor o igual a 3 con coeficientes en $\mathbb{R}$ y U el subespacio generado por el conjunto

$$S = \{x^3 + 2x - 1, x + 2, x^3 - 1, 3x\}$$

a) Calcular una base B de U.
b) ¿Pertenece el polinomio $p(x) = x^3 + 4x + 1$ al subespacio U? En caso afirmativo, calcular las coordenadas de $p(x)$ en la base B del apartado anterior.
c) Con el producto escalar usual en V, ¿es B una base ortogonal?

5. [10 *puntos*] Sea f un endomorfismo en un espacio vectorial V con base $B = \{e_1, e_2\}$, del que sabemos que $f(e_1) = e_2$, y que el vector $e_1 - e_2$ es un vector propio del endomorfismo asociado al valor propio -2.
a) Calcular la matriz A asociada a f respecto de la base B.
b) Calcular núcleo e imagen del endomorfismo. ¿Es f un isomorfismo?

6. [15 *puntos*] Estudiar todos los valores del parámetro b (si existen) que hacen que A **no** sea diagonalizable por semejanza.

$$A = \begin{pmatrix} b & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b \end{pmatrix}$$

NOTA:
- La puntuación que muestra cada ejercicio es para el caso de mantener la evaluación continua de teoría, y en este caso el valor máximo de este examen es de 6 puntos sobre 10 (en teoría).
- Si no se opta por mantener la evaluación continua, todos los ejercicios tienen el mismo valor, 10 puntos, y en este caso el valor máximo de este examen es de 10 puntos sobre 10 (en teoría).

Incluir las definiciones de los conceptos subrayados. Recuerden que se evalúan los procedimientos y por tanto, estos deben explicarse de forma clara (no son válidos los resultados sin razonarlos).