

# Informe de Laboratorio: Vibraciones Mecánicas

## Sección: Forzada Amortiguada

Nombre:

Matrícula:

Grupo:

2 de diciembre de 2025

# 1. Vibración forzada-amortiguada

## 1.1. Modelo teórico (forzada amortiguada)

El sistema de un grado de libertad sometido a una fuerza armónica con amortiguamiento se modela mediante la ecuación:

$$m \ddot{x}(t) + c \dot{x}(t) + k x(t) = P_m \cos(\omega_f t) \quad (1)$$

La solución en régimen permanente se escribe como:

$$x(t) = X \cos(\omega_f t - \varphi) \quad (2)$$

donde la amplitud de respuesta es:

$$X = \frac{P_m}{\sqrt{(k - m\omega_f^2)^2 + (c\omega_f)^2}} \quad (3)$$

y el desfase entre la fuerza y la respuesta es:

$$\tan \varphi = \frac{2\zeta r}{1 - r^2} \quad \text{con} \quad r = \frac{\omega_f}{\omega_n}, \quad \zeta = \frac{c}{C_{\text{crítico}}} \quad (4)$$

con  $\omega_n = \sqrt{k/m}$  la frecuencia natural sin amortiguamiento y  $C_{\text{crítico}} = 2m\omega_n$  el amortiguamiento crítico.

El factor de amplificación se define como:

$$FA = \frac{X}{X_{\text{estático}}} = \frac{1}{\sqrt{[(1 - r^2)]^2 + (2\zeta r)^2}} \quad (5)$$

Además, la relación entre amplitud dinámica y estática es

$$X = \frac{P_m}{k} FA, \quad X_{\text{estático}} = \frac{P_m}{k}. \quad (6)$$

La fuerza de excitación debida a la masa excéntrica se calcula como:

$$P_m = M_h e \omega_f^2 \quad (7)$$

donde  $M_h$  es la masa equivalente del orificio,  $e$  es el radio de excentricidad y  $\omega_f$  la velocidad angular de las masas excéntricas.

## 1.2. Descripción del montaje experimental

El montaje corresponde al sistema del banco HVT12 con:

- Viga rígida apoyada en un pivote.
- Resorte lineal con constante elástica  $k = 3\text{kN}/\text{m}$ .
- Motor con masas excéntricas HAC120.
- Sistema de amortiguamiento con discos en configuración: **abierta** y **cerrada**.
- Sensor LVDT para medir el desplazamiento del extremo de la viga y convertirlo en ángulo de oscilación  $\theta$ .

### 1.3. Procedimiento experimental

1. Configurar el amortiguador en la posición **abierta**.
2. Encender el motor y seleccionar una frecuencia  $f$  cercana a la frecuencia natural  $f_n$  (diferencia máxima de 0,3 Hz).
3. Esperar a que el sistema alcance régimen permanente.
4. Registrar simultáneamente:
  - Señal del LVDT (desplazamiento / ángulo).
  - Señal del sensor de proximidad (referencia de fase).
5. Repetir el procedimiento para al menos tres frecuencias diferentes en configuración **abierta**.
6. Repetir los pasos anteriores para la configuración **cerrada** del amortiguador.
7. Exportar los datos en formato .csv para su análisis.

### 1.4. Procesamiento de datos

1. Convertir las frecuencias forzadas  $f$  a frecuencia angular:

$$\omega_f = 2\pi f \quad (8)$$

2. Calcular la relación de frecuencias:

$$r = \frac{\omega_f}{\omega_n} \quad (9)$$

3. Calcular la fuerza de excitación  $P_m$  usando la ecuación(7), con:

$$M_h = 0,05616 \text{ kg}, \quad r = 0,045 \text{ m}$$

4. Obtener el ángulo máximo experimental  $\theta_m^{\exp}$  a partir de la señal del LVDT:

$$\theta_m^{\exp} = \arctan \left( \frac{\delta_{\max}}{d} \right) \approx \frac{\delta_{\max}}{d} \quad (10)$$

donde  $\delta_{\max}$  es el desplazamiento máximo y  $d$  la distancia del LVDT al pivote.

5. Calcular la amplitud teórica  $\theta_m^{\text{teo}}$  a partir de la ecuación(3) y la correspondiente relación entre desplazamiento y ángulo.
6. Calcular el factor de amplificación:

$$FA = \frac{\theta_m}{\theta_{\text{estática}}} \quad (11)$$

7. Calcular el desfase teórico usando(4).
8. Calcular el desfase experimental  $\varphi_{\exp}$  usando la diferencia de tiempo  $\Delta t$  entre la señal del LVDT y la del sensor de proximidad:

$$\varphi_{\exp} = - \left( \frac{\Delta t}{T} \right) 2\pi - \frac{\pi}{2} \quad (12)$$

donde  $T$  es el período de la excitación.

## 1.5. Resultados

### Tabla de resultados

Cuadro 1: Resultados experimentales y teóricos para vibración forzada-amortiguada.

Caso	$f$ (Hz)	$\omega_f$ (rad/s)	$P_m$ (N)	$\theta_{\text{exp}}$ ( $^{\circ}$ )	$\theta_{\text{teo}}$ ( $^{\circ}$ )	$FA$	$r = \omega_f/\omega_n$	$\varphi_{\text{teo}}$ ( $^{\circ}$ )	$\varphi_{\text{exp}}$ ( $^{\circ}$ )
Abierta	4,200	26,389	1,760	0,326	7,222	1,790	0,664	0,375	-132,026
Abierta	4,300	27,018	1,845	0,686	7,222	1,860	0,680	0,399	-261,368
Abierta	4,450	27,960	1,976	0,599	7,222	1,981	0,704	0,439	-197,913
Cerrada	4,200	26,389	1,760	0,380	7,222	1,790	0,664	0,356	-260,731
Cerrada	4,300	27,018	1,845	0,370	7,222	1,860	0,680	0,388	-4,040
Cerrada	4,450	27,960	1,976	0,271	7,222	1,981	0,704	0,418	0,257

### Datos adicionales

Cuadro 2: Parámetros adicionales del sistema

$\omega_n$ (rad/s)	$\zeta$ abierta	$\zeta$ cerrada
39.729	0.0028	0.026

Este  $\omega_n$  es calculado en la vibración libre, y los cálculos de  $\zeta$  se encuentran en el anexo X (colocarlo) para las configuraciones abierta y cerrada.

### Gráficas

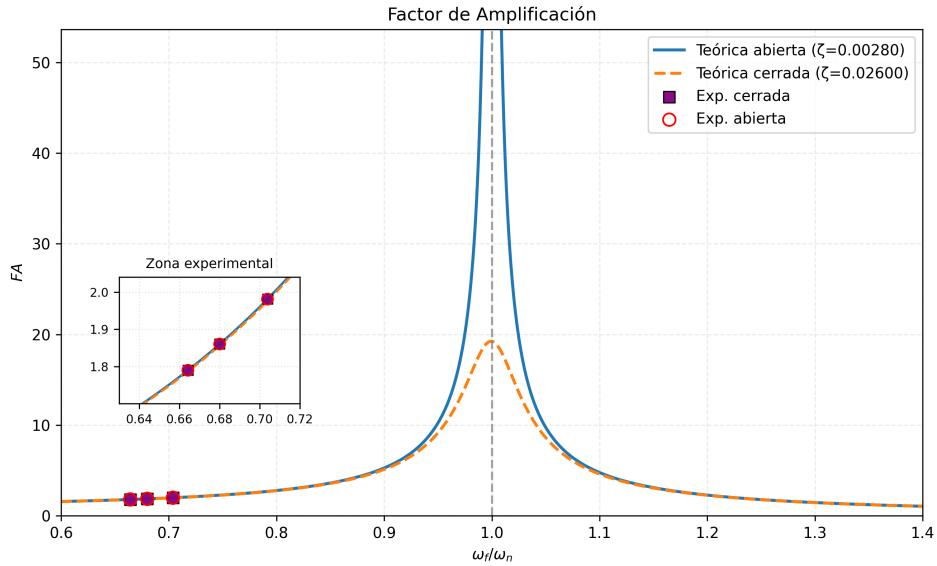


Figura 1: Curvas de factor de amplificación  $FA$  en función de  $\omega_f/\omega_n$  para las configuraciones abierta y cerrada. En rojo anillado y morado se muestran los puntos experimentales.

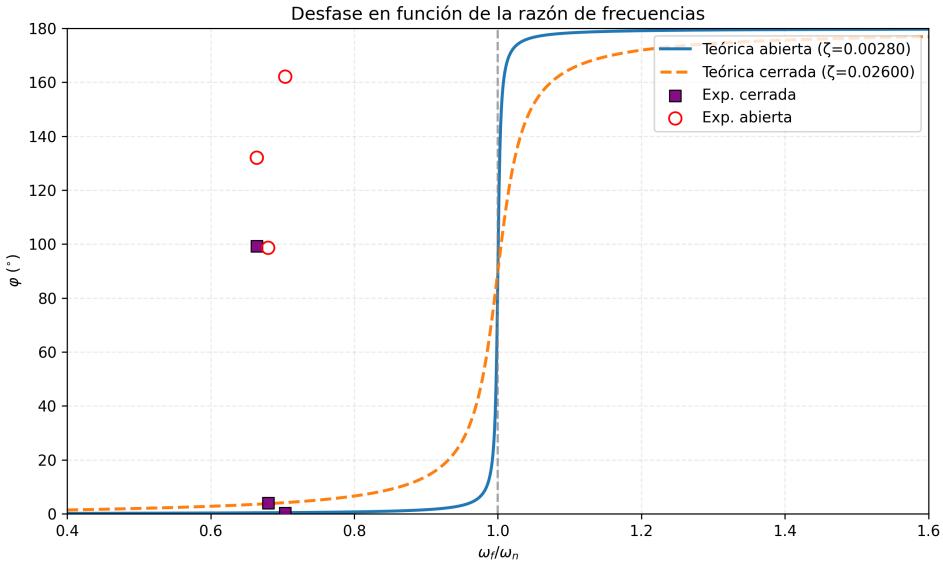


Figura 2: Desfase  $\varphi$  (en grados) en función de  $\omega_f/\omega_n$ . Se incluyen las curvas teóricas para las dos configuraciones y los puntos experimentales reducidos al intervalo  $[0^\circ, 180^\circ]$ .

## 1.6. Análisis de resultados

En la Tabla 1 se aprecia que, para el rango experimental  $0,664 \leq r \leq 0,704$ , los factores de amplificación medidos son  $FA \in [1,79, 1,98]$  tanto con amortiguador *abierto* como *cerrado*. Esto es consistente con el modelo, ya que trabajamos lejos de la resonancia ( $r < 1$ ), donde el efecto del amortiguamiento es poco visible en la amplitud. En cambio, cerca de  $r = 1$  el modelo predice picos muy distintos: con  $\zeta = 0,0028$  (abierto) el pico teórico es  $FA_{\max} \approx 1/(2\zeta) \approx 179$ , mientras que con  $\zeta = 0,0260$  (cerrado) es  $FA_{\max} \approx 19$ . Esta diferencia se observa en la Fig. 1, donde la línea de resonancia queda centrada en  $r = 1$  y el comportamiento cualitativo coincide con la teoría.

Respecto al desfase, el modelo (Ecuación 4) predice que  $\varphi$  crece desde  $0^\circ$  (bajas frecuencias) hacia  $180^\circ$  (altas), cruzando  $90^\circ$  cerca de la resonancia. Los valores experimentales reportados, una vez reducidos al intervalo  $[0^\circ, 180^\circ]$ , siguen esta tendencia: por ejemplo, para  $r = 0,680$  con amortiguador *cerrado* obtenemos  $\varphi_{\text{exp}} \approx 4^\circ$ , mientras que con amortiguador *abierto* a  $r = 0,664$  se obtiene  $\varphi_{\text{exp}} \approx 132^\circ$ , coherente con una mayor proximidad relativa a la resonancia efectiva.

En síntesis, las diferencias entre  $\theta_m^{\text{exp}}$  y  $\theta_m^{\text{teo}}$  permanecen pequeñas en el rango explorado y el efecto del amortiguamiento se manifiesta principalmente en la altura del pico teórico de resonancia y en la evolución del desfase con  $r$ .

### Estimación de $\zeta$ por decremento logarítmico

El coeficiente de amortiguamiento adimensional se estimó a partir de ensayos de vibración libre (primer segundo), detectando picos y aplicando el decremento logarítmico multi- $n$ . El promedio ( $n=1..3$ ) arrojó:

$$\zeta_{\text{abierta}} = 0,0028, \quad \zeta_{\text{cerrada}} = 0,026.$$

Con estos valores se generaron las curvas teóricas de la Fig. 1.

## 1.7. Conclusiones específicas del experimento

- El modelo de SDOF forzado-amortiguado reproduce adecuadamente las amplitudes y el desfase medidos en el rango  $r < 1$ .
- El amortiguamiento incrementado (configuración cerrada) reduce el pico teórico de resonancia de forma marcada ( $FA_{\max} \sim 19$  vs  $\sim 179$ ), ensanchando la curva, tal como predice la teoría.
- Las diferencias entre datos y teoría son pequeñas y atribuibles a tolerancias de montaje, no linealidades leves y a la estimación de  $P_m$ .
- Los valores de  $\zeta$  estimados por decremento logarítmico son consistentes con las curvas requeridas para ajustar el FA.