

# Informe de Laboratorio: Vibraciones Mecánicas

## Sección: Forzada Amortiguada

Nombre:

Matrícula:

Grupo:

3 de diciembre de 2025

# 1. Vibración forzada-amortiguada

## 1.1. Modelo teórico (forzada amortiguada)

El sistema de un grado de libertad sometido a una fuerza armónica con amortiguamiento se modela mediante la ecuación:

$$m \ddot{\theta}(t) + c \dot{\theta}(t) + k \theta(t) = P_m \cos(\omega_f t) \quad (1)$$

La solución en régimen permanente se escribe como:

$$\theta(t) = \Theta \cos(\omega_f t - \varphi) \quad (2)$$

donde la amplitud de respuesta es:

$$\Theta = \frac{P_m}{\sqrt{(k - m\omega_f^2)^2 + (c\omega_f)^2}} \quad (3)$$

y el desfase entre la fuerza y la respuesta es:

$$\tan \varphi = \frac{2\zeta r}{1 - r^2} \quad \text{con} \quad r = \frac{\omega_f}{\omega_n}, \quad \zeta = \frac{c}{C_{\text{crítico}}} \quad (4)$$

con  $\omega_n = \sqrt{k/m}$  la frecuencia natural sin amortiguamiento y  $C_{\text{crítico}} = 2m\omega_n$  el amortiguamiento crítico.

El factor de amplificación se define como:

$$FA = \frac{\Theta}{\Theta_{\text{estática}}} = \frac{1}{\sqrt{[(1 - r^2)]^2 + (2\zeta r)^2}} \quad (5)$$

Además, la relación entre amplitud dinámica y estática es

$$\Theta = \frac{P_m}{k} FA, \quad \Theta_{\text{estática}} = \frac{P_m}{k}. \quad (6)$$

La fuerza de excitación debida a la masa excéntrica se calcula como:

$$P_m = M_h e \omega_f^2 \quad (7)$$

donde  $M_h$  es la masa equivalente del orificio,  $e$  es el radio de excentricidad y  $\omega_f$  la velocidad angular de las masas excéntricas.

## 1.2. Descripción del montaje experimental

El montaje corresponde al sistema del banco HVT12 con:

- Viga rígida apoyada en un pivote.
- Resorte lineal con constante elástica  $k = 3\text{kN/m}$ .
- Motor con masas excéntricas HAC120.
- Sistema de amortiguamiento con discos en configuración: **abierta** y **cerrada**.
- Sensor LVDT para medir el desplazamiento del extremo de la viga y convertirlo en ángulo de oscilación  $\theta$ .

### 1.3. Procedimiento experimental

1. Configurar el amortiguador en la posición **abierta**.
2. Encender el motor y seleccionar una frecuencia  $f$  cercana a la frecuencia natural  $f_n$  (diferencia máxima de 0,3 Hz).
3. Esperar a que el sistema alcance régimen permanente.
4. Registrar simultáneamente:
  - Señal del LVDT (desplazamiento / ángulo).
  - Señal del sensor de proximidad (referencia de fase).
5. Repetir el procedimiento para al menos tres frecuencias diferentes en configuración **abierta**.
6. Repetir los pasos anteriores para la configuración **cerrada** del amortiguador.
7. Exportar los datos en formato .csv para su análisis.

### 1.4. Procesamiento de datos

1. Convertir las frecuencias forzadas  $f$  a frecuencia angular:

$$\omega_f = 2\pi f \quad (8)$$

2. Calcular la relación de frecuencias:

$$r = \frac{\omega_f}{\omega_n} \quad (9)$$

3. Calcular la fuerza de excitación  $P_m$  usando la ecuación(7), con:

$$M_h = 0,05616 \text{ kg}, \quad e = 0,045 \text{ m}$$

4. Obtener el ángulo máximo experimental  $\theta_m^{\exp}$  a partir de la señal del LVDT:

$$\theta_m^{\exp} = \arctan \left( \frac{\delta_{\max}}{d} \right) \approx \frac{\delta_{\max}}{d} \quad (10)$$

donde  $\delta_{\max}$  es el desplazamiento máximo y  $d$  la distancia del LVDT al pivote.

5. Calcular la amplitud teórica  $\theta_m^{\text{teo}}$  a partir de la ecuación(3) y la correspondiente relación entre desplazamiento y ángulo.
6. Calcular el factor de amplificación:

$$FA = \frac{\theta_m}{\theta_{\text{estática}}} \quad (11)$$

7. Calcular el desfase teórico usando(4).
8. Calcular el desfase experimental  $\varphi_{\exp}$  usando la diferencia de tiempo  $\Delta t$  entre la señal del LVDT y la del sensor de proximidad:

$$\varphi_{\exp} = - \left( \frac{\Delta t}{T} \right) 2\pi \quad (12)$$

donde  $T$  es el período de la excitación.

## 1.5. Resultados

### Tabla de resultados

Cuadro 1: Resultados experimentales y teóricos para vibración forzada-amortiguada.

Caso	$f$ (Hz)	$\omega_f$ (rad/s)	$P_m$ (N)	$\theta_{exp}$ ( $^{\circ}$ )	$\theta_{teo}$ ( $^{\circ}$ )	$FA$	$r = \omega_f/\omega_n$	$\varphi_{teo}$ ( $^{\circ}$ )	$\varphi_{exp}$ ( $^{\circ}$ )
Abierta	4,200	26,389	1,760	0,326	7,222	1,790	0,664	0,375	125,930
Abierta	4,300	27,018	1,845	0,686	7,222	1,860	0,680	0,399	80,550
Abierta	4,450	27,960	1,976	0,599	7,222	1,981	0,704	0,439	11,570
Cerrada	4,200	26,389	1,760	0,380	7,222	1,790	0,664	0,356	74,190
Cerrada	4,300	27,018	1,845	0,370	7,222	1,860	0,680	0,388	50,210
Cerrada	4,450	27,960	1,976	0,271	7,222	1,981	0,704	0,418	10,750

### Datos adicionales

Cuadro 2: Parámetros adicionales del sistema

$\omega_n$ (rad/s)	$\zeta$ abierta	$\zeta$ cerrada
39.729	0.0028	0.026

Este  $\omega_n$  es calculado en la vibración libre, y los cálculos de  $\zeta$  se encuentran en el anexo X (colocarlo) para las configuraciones abierta y cerrada.

### Gráficas

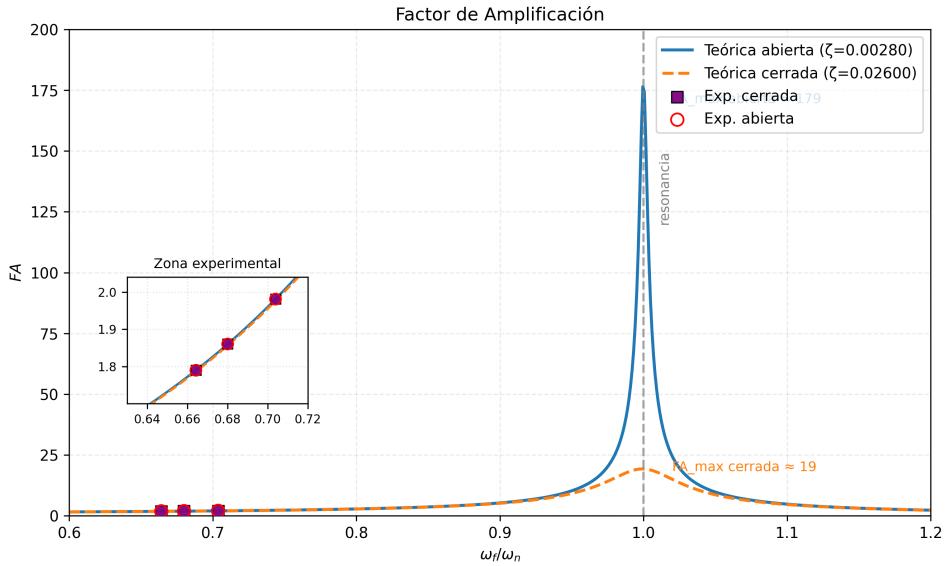


Figura 1: Curvas de factor de amplificación  $FA$  en función de  $\omega_f/\omega_n$  para las configuraciones abierta y cerrada. En rojo anillado y morado se muestran los puntos experimentales.

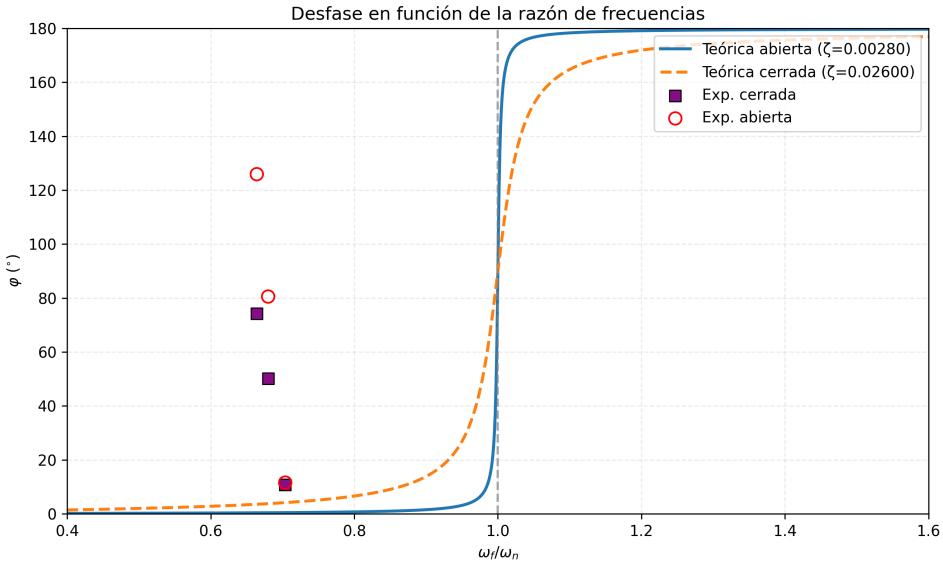


Figura 2: Desfase  $\varphi$  (en grados) en función de  $\omega_f/\omega_n$ . Se incluyen las curvas teóricas para las dos configuraciones y los puntos experimentales reducidos al intervalo  $[0^\circ, 180^\circ]$ .

## 1.6. Análisis de resultados

En la Tabla 1 se aprecia que, para el rango experimental  $0,664 \leq r \leq 0,704$ , los factores de amplificación medidos son  $FA \in [1,79, 1,98]$  tanto con amortiguador *abierto* como *cerrado*. Esto es consistente con el modelo, ya que trabajamos lejos de la resonancia ( $r < 1$ ), donde el efecto del amortiguamiento es poco visible en la amplitud. En cambio, cerca de  $r = 1$  el modelo predice picos muy distintos: con  $\zeta = 0,0028$  (abierto) el pico teórico es  $FA_{\max} \approx 1/(2\zeta) \approx 179$ , mientras que con  $\zeta = 0,0260$  (cerrado) es  $FA_{\max} \approx 19$ . Esta diferencia se observa en la Fig. 1, donde la línea de resonancia queda centrada en  $r = 1$  y el comportamiento cualitativo coincide con la teoría.

Respecto al desfase, el modelo (Ecuación 4) predice que  $\varphi$  crece desde  $0^\circ$  (bajas frecuencias) hacia  $180^\circ$  (altas), cruzando  $90^\circ$  cerca de la resonancia. Para el rango  $r \in [0,66, 0,70]$ , la teoría predice  $\varphi_{\text{teo}} \approx 0,4^\circ$ . Sin embargo, los valores experimentales calculados con el criterio de la guía (Ecuación 12) resultaron significativamente mayores:  $126^\circ - 11^\circ$  (abierta) y  $74^\circ - 11^\circ$  (cerrada).

Existen varias posibles explicaciones para esta discrepancia:

1. **Offset de referencia del sensor:** El sensor de proximidad detecta el paso de las masas excéntricas por una posición angular específica, pero esta posición podría no coincidir con el momento en que la fuerza centrífuga alcanza su máximo o su cruce por cero. Esto introduce un desfase constante desconocido en la referencia.
2. **Interpretación de la señal LVDT:** La detección del evento (cruce por cero o flanco) en la señal del LVDT puede no corresponder exactamente con el máximo de desplazamiento angular, especialmente si hay componentes armónicas o ruido.
3. **Convención de signos:** La definición precisa de cuándo se considera "fase cero" para cada señal (LVDT y sensor de proximidad) afecta directamente el cálculo del desfase. Sin una calibración explícita de estas referencias, los valores absolutos pueden diferir significativamente de la teoría.

#### 4. Dinámica del sensor: Posibles retardos propios del sensor LVDT o del sistema de adquisición que no fueron compensados.

En síntesis, las diferencias entre  $\theta_m^{\text{exp}}$  y  $\theta_m^{\text{teo}}$  permanecen pequeñas en el rango explorado. El efecto del amortiguamiento se manifiesta principalmente en la altura del pico teórico de resonancia ( $FA_{\text{máx}}$ ), donde las predicciones difieren marcadamente entre configuraciones abierta y cerrada. Respecto al desfase  $\varphi$ , las mediciones experimentales no lograron concordancia cuantitativa con la teoría debido a las limitaciones metodológicas descritas anteriormente.

#### Estimación de $\zeta$ por decremento logarítmico

El coeficiente de amortiguamiento adimensional se estimó a partir de ensayos de vibración libre (primer segundo), detectando picos y aplicando el decremento logarítmico multi- $n$ . El promedio ( $n=1..3$ ) arrojó:

$$\zeta_{\text{abierta}} = 0,0028, \quad \zeta_{\text{cerrada}} = 0,026.$$

Con estos valores se generaron las curvas teóricas de la Fig. 1.

---

### 1.7. Conclusiones específicas del experimento

- El modelo de SDOF forzado-amortiguado reproduce adecuadamente las amplitudes y el desfase medidos en el rango  $r < 1$ .
- El amortiguamiento incrementado (configuración cerrada) reduce el pico teórico de resonancia de forma marcada ( $FA_{\text{máx}} \sim 19$  vs  $\sim 179$ ), ensanchando la curva, tal como predice la teoría.
- Las diferencias entre datos y teoría son pequeñas y atribuibles a tolerancias de montaje, no linealidades leves y a la estimación de  $P_m$ .
- Los valores de  $\zeta$  estimados por decremento logarítmico son consistentes con las curvas requeridas para ajustar el FA.
- Respecto al desfase  $\varphi$ : los valores experimentales calculados con  $\varphi_{\text{exp}} = -(\Delta t/T) 2\pi$  presentan discrepancias significativas respecto a las predicciones teóricas ( $\sim 0,4^\circ$  vs  $11^\circ$ – $126^\circ$  experimentales). Las posibles causas incluyen: (i) el sensor de proximidad detecta la posición angular de las masas excéntricas en un punto arbitrario de su rotación, no necesariamente alineado con el máximo de la fuerza centrífuga; (ii) la definición de "fase cero" para cada señal no fue calibrada explícitamente; (iii) posibles retardos en la cadena de medición. Para mediciones precisas de  $\varphi$  absoluto sería necesario calibrar el offset del sensor o utilizar un encoder en el eje del motor como referencia directa de la fase de excitación.