

Guía de laboratorio de Dinámica

I. INTRODUCCIÓN

En esta práctica se estudiará el comportamiento dinámico de un sistema mecánico de un solo grado de libertad compuesto por una viga rígida oscilante, un resorte de restitución elástica, amortiguador viscoso y un motor con masa excéntrica (HAC120). A través de diferentes configuraciones —libre, amortiguada y forzada— se analizarán la frecuencia de resonancia, la rigidez del sistema y el efecto del amortiguamiento. El control del sistema se realiza mediante el tacómetro (HAC90) y el controlador de velocidad (HAC110), y la adquisición de datos se lleva a cabo con un sensor LVDT y un osciloscopio Picoscope.

II. MARCO TEÓRICO [1] [2] [3] [4] [5]

II-A. Oscilación Libre

La oscilación libre ocurre cuando un sistema mecánico es desplazado de su posición de equilibrio y luego se deja oscilar sin ninguna fuerza externa actuando sobre él. En el caso de un sistema masa-resorte ideal sin fricción, el movimiento resultante es armónico simple. El modelo clásico se describe mediante la **segunda ley de Newton**:

$$m\ddot{x} + kx = 0 \quad (1)$$

donde:

- m es la masa del cuerpo [kg]
- k es la constante del resorte [N/m]
- $x(t)$ es el desplazamiento de la masa respecto a la posición de equilibrio [m]

La solución de esta ecuación diferencial es:

$$x(t) = A \cos(\omega_n t + \phi) \quad (2)$$

donde:

- $\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$ es la **frecuencia circular natural** [rad/s]
- A es la amplitud de oscilación libre
- ϕ es la fase inicial

II-B. Oscilación Amortiguada

Cuando el sistema incluye un mecanismo de disipación de energía, como un amortiguador viscoso, la ecuación del movimiento se modifica para incluir una fuerza de amortiguamiento proporcional a la velocidad:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0 \quad (3)$$

Donde:

- m : Masa del sistema [kg].
- c : Coeficiente de amortiguamiento [N·s/m].
- k : Constante de rigidez del resorte [N/m].
- x : Desplazamiento de la masa desde su posición de equilibrio [m].
- \dot{x} : Velocidad del desplazamiento [m/s].
- \ddot{x} : Aceleración del desplazamiento [m/s²].

La respuesta del sistema depende del valor del **factor de amortiguamiento** ζ , definido como:

$$\zeta = \frac{C}{C_{crítico}} \quad (4)$$

Donde:

- ζ : Factor de amortiguamiento [-].

- C : Coeficiente de amortiguamiento del sistema [N·s/m].
- $C_{critico}$: Coeficiente de amortiguamiento crítico [N·s/m].

Para el caso de amortiguamiento subcrítico ($\zeta < 1$), el sistema presenta oscilaciones amortiguadas, y la solución general es:

$$x(t) = Ae^{-\zeta\omega_n t} \cos(\omega_d t + \phi) \quad (5)$$

Donde:

- $x(t)$: Desplazamiento de la masa en función del tiempo [m].
- A : Amplitud inicial de la oscilación [m].
- ζ : Factor de amortiguamiento adimensional [-].
- ω_n : Frecuencia circular natural [rad/s].
- t : Tiempo [s].
- $\omega_d = \omega_n\sqrt{1 - \zeta^2}$ es la **frecuencia circular amortiguada** [rad/s]
- ϕ : Fase inicial [rad].

El método del decremento logarítmico se usa comúnmente para estimar ζ experimentalmente:

$$\frac{d_n}{d_0} = e^{-\frac{2n\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \quad (6)$$

Donde:

- d_0 : Amplitud inicial de la vibración (primer pico).
- d_n : Amplitud de la vibración después de n ciclos completos.
- n : Número de ciclos transcurridos.
- ζ : Factor de amortiguamiento (adimensional).
- e : Base del logaritmo natural.

de esta fórmula se obtiene:

$$\ln\left(\frac{d_n}{d_0}\right) = -\frac{2n\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \quad (7)$$

y cuando $\sqrt{1-\zeta^2} \rightarrow 1$ se tiene la siguiente ecuación:

$$\ln\left(\frac{d_n}{d_0}\right) = -2n\pi\zeta \quad (8)$$

II-C. Osciladores Forzados

En sistemas reales, muchas veces una fuerza periódica actúa sobre el sistema. El modelo de oscilador forzado con amortiguamiento se describe por:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = P_m \cos(\omega_f t) \quad (9)$$

Donde:

- P_m : Amplitud de la fuerza externa aplicada [N].
- ω_f : Frecuencia circular forzada [rad/s].

La solución en estado estable del sistema tiene la forma:

$$x(t) = X \cos(\omega_f t - \phi) \quad (10)$$

donde:

- X es la amplitud de la respuesta forzada, dada por:

$$X = \frac{P_m}{\sqrt{(k - mw_f^2)^2 + (c\omega_f)^2}} \quad (11)$$

- ϕ es el desfase entre la fuerza y la respuesta, definido por:

$$\tan \phi = \frac{2\left(\frac{C}{C_c}\right)\left(\frac{\omega_f}{\omega_n}\right)}{1 - \left(\frac{\omega_f}{\omega_n}\right)^2} \quad (12)$$

El **factor de amplificación** FA , que mide el aumento de la amplitud en función de la frecuencia, se define como:

$$FA = \frac{X}{X_{\text{estático}}} = \frac{1}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\zeta r)^2}}, \quad \text{con } r = \frac{\omega_f}{\omega_n}, \zeta = \frac{C}{C_c} \quad (13)$$

Este modelo predice el fenómeno de **resonancia** cuando $\omega_f \approx \omega_n$, momento en el cual la amplitud X alcanza un valor máximo, especialmente si el amortiguamiento es bajo.

III. OBJETIVO

Analizar y validar experimentalmente el comportamiento dinámico de un sistema mecánico con un grado de libertad sujeto a diferentes condiciones (libre, amortiguada, forzada y forzada-amortiguada). Para ello, se empleará un modelo físico conformado por una viga metálica, un resorte lineal, un conjunto de masas excéntricas rotantes, un amortiguador variable y un sensor tipo LVDT, con el fin de medir desplazamientos, estimar parámetros característicos como la frecuencia natural, el coeficiente de amortiguamiento, el factor de amplificación y el ángulo de fase, y contrastar los resultados experimentales con los modelos teóricos correspondientes.

IV. RESULTADOS DE APRENDIZAJE

- Identificar los distintos tipos de respuesta vibratoria (libre, amortiguada, forzada y forzada-amortiguada) en un sistema real de un grado de libertad y asociarlas con sus modelos matemáticos.
- Medir experimentalmente desplazamientos angulares indirectos a través del voltaje entregado por un sensor LVDT, y convertir dicha señal a unidades físicas utilizando relaciones de sensibilidad y geometría del montaje.
- Determinar parámetros dinámicos fundamentales del sistema como:
 - Frecuencia natural, período y velocidad angular natural.
 - Coeficiente de amortiguamiento C y Coeficiente de amortiguamiento crítico $C_{\text{crítico}}$, así como el factor de amortiguamiento ζ , usando el método del decrecimiento logarítmico.
 - Frecuencia circular natural (ω_n , Ángulo de respuesta (θ_m), factor de amplificación (FA), y relación de frecuencias circulares forzada-natural (ω_f/ω_n).
 - Ángulo de desfase (ϕ) entre la excitación y la respuesta.
- Realizar y analizar gráficas de:
 - θ_m (amplitud angular de la oscilación) vs. tiempo (para estimación de frecuencia natural).
 - Curvas de amplificación FA vs. ω_f/ω_n , tanto en configuraciones sin amortiguamiento como con amortiguamiento (abierto y cerrado), incluyendo los ajustes teóricos.
- Evaluar el efecto del amortiguador en la reducción de la resonancia y la modificación de la respuesta dinámica del sistema.
- Comparar los resultados experimentales obtenidos en laboratorio con los valores teóricos calculados a partir de modelos de vibración, evaluando los niveles de ajuste y discrepancias.

V. FICHA TÉCNICA

En la figura 1 se presenta el dispositivo sobre el cual se llevará a cabo el experimento. Este sistema permite analizar el comportamiento dinámico bajo condiciones controladas.

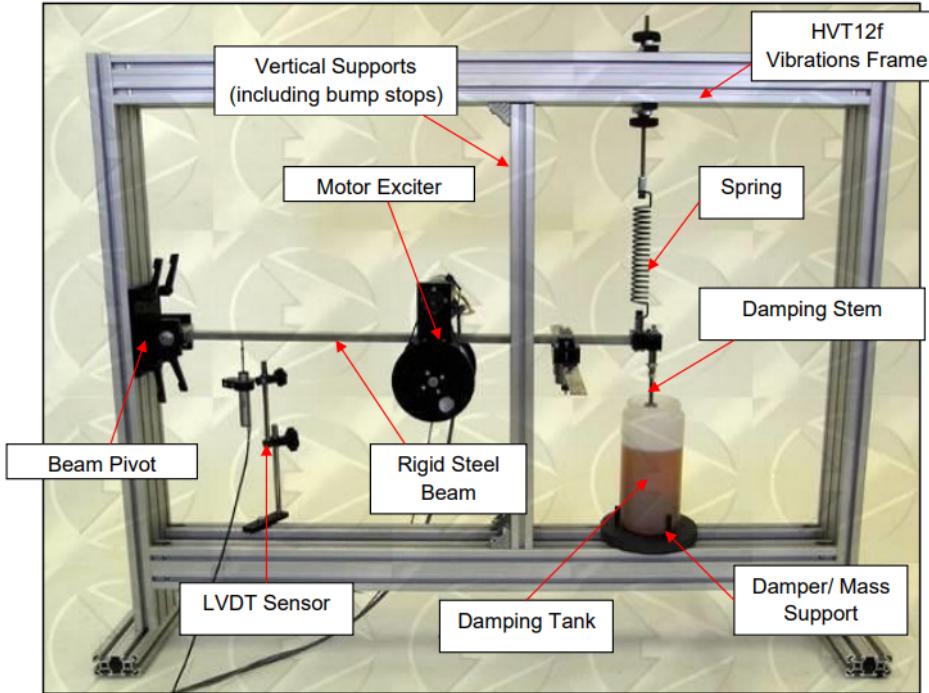


Figura 1: Esquema del equipo de laboratorio

Se presentan las características del equipo en el cuadro I:

Campo	Descripción
Nombre del producto	HVT12
Descripción del producto	El módulo permite estudiar tanto vibraciones libres como forzadas en una viga rígida suspendida mediante un resorte y sometida a una fuerza armónica generada por un motor con masas excéntricas. El sistema incluye sensores de desplazamiento (LVDT). Ver figura 1
Dimensiones máximas	Altura: 813 mm, Ancho: 686 mm, Profundidad: 400 mm
Materiales	Viga de acero; resorte de acero; discos amortiguadores de aluminio; estructura soporte de acero; tanque de amortiguación de plástico
Peso máximo	Motor exciter: 5,105 kg ± 0,1 kg; viga: 2,097–2,101 kg; resorte: 0,114 kg; Conjunto amortiguamiento: 0,275kg
Capacidad de carga máxima	Se recomienda no exceder 40 N en el ensayo de rigidez del resorte (según tabla experimental)
Temperatura de trabajo	Ambiente (usualmente 15–30°C en laboratorio)
Voltaje de excitación de las celdas	LVDT: 10 V DC; alimentación del tacómetro: 110-130 V AC / 60 Hz; salida a motor: 24 V DC

Cuadro I: Ficha técnica del equipo

VI. MATERIALES Y EQUIPO

Se presenta el cuadro II resumiendo los componentes del equipo de laboratorio:

Componente	Descripción funcional
Viga rígida	Elemento principal del sistema, se apoya en un pivote en el extremo. Ver Figura 2
Resorte	Suspende el extremo libre de la viga. Ajustable a lo largo de su longitud. Ver Figura 3
Motor HAC120	Genera la fuerza de excitación con masas excéntricas y una transmisión. Ver Figura 4

Componente	Descripción funcional
Tacómetro HAC90	Visualiza la frecuencia de excitación y alimenta el controlador HAC110. Ver Figura 5
Controlador HAC110	Regula la velocidad del motor exciter mediante un potenciómetro. Ver Figura 6
Sistema HVT12k	Adquiere y visualiza señales desde el LVDT y sensor de proximidad. Ver Cuadro VI
Sistema de amortiguamiento	Incluye tanque, discos y vástago; disipa energía con aceite. Ver Figura 7
Sensor LVDT	Mide el desplazamiento vertical de la viga con sensibilidad de 350 mV/mm. Ver Figura 8

Cuadro II: Resumen de los componentes del sistema HVT12

Lista de los materiales y equipos necesarios, por ejemplo:

- **Viga Rígida:** Tiene las siguientes dimensiones y masa:

Dimensiones: 25,4mm (ancho) × 12,7mm (alto) × 840mm (largo)

Masa: entre 2,097 y 2,101kg

La viga se inserta en un mecanismo de pivote que está unido al miembro vertical interno de la bancada. El pivote de la viga cuenta con un eje de acero rectificado que gira sobre dos rodamientos de precisión, lo que garantiza un movimiento exacto y reduce la fricción. Este conjunto, ilustrado en la figura 2, restringe el movimiento de la viga a un solo grado de libertad (1GDL), en el plano vertical de la bancada.

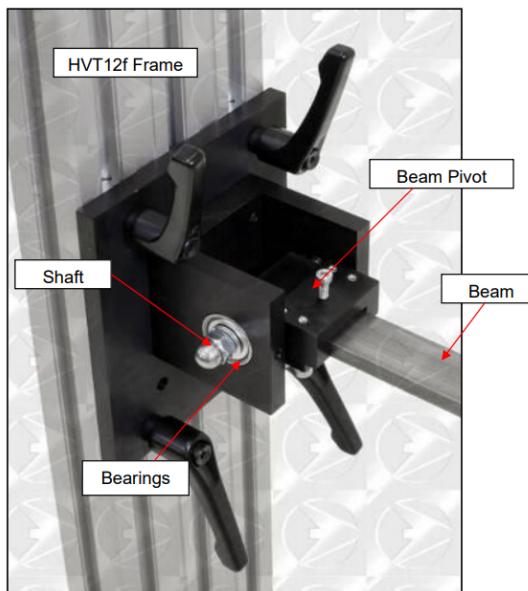


Figura 2: Detalle del pivote que conecta a la viga al marco del banco experimental

- **Resorte:** El extremo libre de la viga de acero rígida está suspendido por un resorte. El resorte se conecta a la viga mediante una abrazadera especial, la cual puede ajustarse para permitir que el resorte se desplace a lo largo de la viga y se fije en la posición deseada. El otro extremo del resorte está unido a una varilla rosada larga, que atraviesa dos bloques de sujeción ubicados a ambos lados del miembro horizontal superior de la bancada. El montaje completo de este sistema puede observarse en la figura 3.

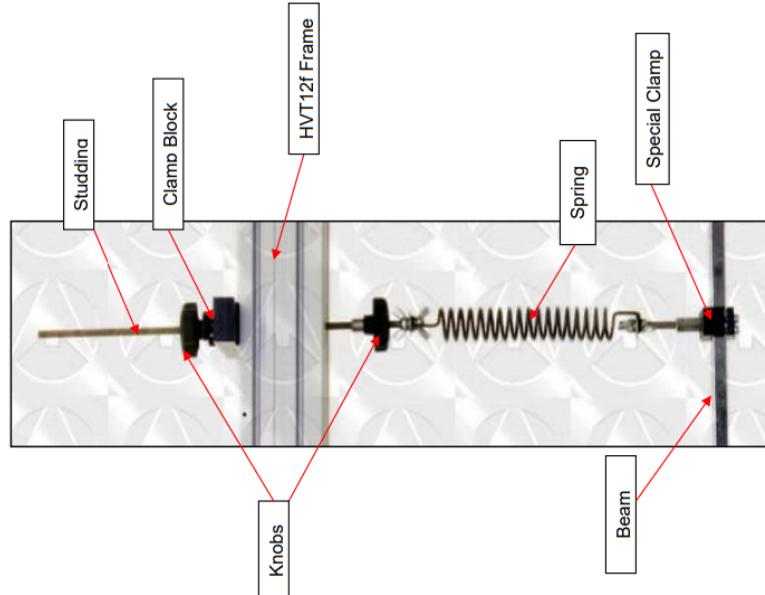


Figura 3: Detalle del montaje para el resorte

La caracterización del resorte se presenta en el cuadro III:

Parámetro	Valor
Diámetro exterior	31,75 mm
Diámetro del alambre	3,25 mm
Longitud libre	152,40 mm
Masa	0,114 kg

Cuadro III: Especificaciones del resorte del sistema HVT12G

- **Motor (HAC120):** El conjunto motor exciter está fijado rígidamente a la viga y puede desplazarse a lo largo de su longitud mediante un sistema de abrazaderas ajustables. Su montaje se muestra en la figura 4. Las masas excéntricas generan una fuerza de excitación periódica sobre la viga debido a un orificio que introduce desequilibrio. Esta fuerza varía con el cuadrado de la velocidad de rotación y actúa verticalmente hacia abajo cuando el orificio alcanza el punto más alto.

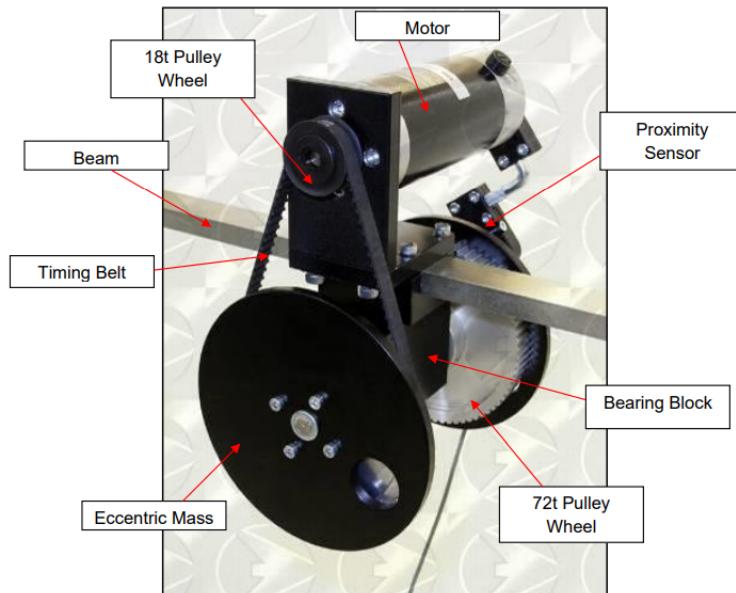


Figura 4: Motor HAC120

Parámetro	Valor
Diámetro exterior de la masa excéntrica	137 mm
Radio al centro del orificio	45 mm
Diámetro del orificio	27,5 mm
Espesor del disco	6,35 mm
Masa total del disco	0,669 kg
Masa equivalente del orificio	0,029 kg
Relación de transmisión	1:4
Masa total del motor exciter	5,105 ± 0,1 kg

Cuadro IV: Especificaciones del sistema de excitación con masas excéntricas

Componente	Descripción
Motor eléctrico	Incluye una polea de 18 dientes conectada directamente al eje del motor.
Bloque de rodamientos	Sostiene un eje de acero que transmite el movimiento a otras poleas.
Poleas de 72 dientes	Dos poleas montadas en el eje del bloque de rodamientos; conectadas a las masas excéntricas.
Masas excéntricas	Dos masas montadas en las poleas de 72 dientes que generan una fuerza de excitación periódica.
Correa de transmisión	Une la polea del motor (18 dientes) con las poleas de 72 dientes. Relación de transmisión: 1:4.

Cuadro V: Elementos del conjunto del motor exciter y sistema de transmisión

El sistema es controlado por la unidad de velocidad HAC110, alimentada por el tacómetro HAC90, el cual suministra 24 V DC al motor. La frecuencia de giro de las masas excéntricas se visualiza directamente en la pantalla digital del HAC90 (en Hz).

- **Tacómetro (HAC90):** Muestra la frecuencia de excitación de la fuerza aplicada a la viga (en Hz), proporciona la alimentación eléctrica al controlador de velocidad (HAC110) y dispone de una entrada de señal proveniente del sensor de proximidad. Su aspecto se muestra en la figura 5. Una vez encendido el tacómetro, el controlador de velocidad puede operar normalmente, permitiendo ajustar la velocidad del motor exciter y, por ende, la frecuencia de la fuerza aplicada.



Figura 5: Tacómetro HAC90

- **Controlador de velocidad (HAC110):** El controlador de velocidad, mostrado en la figura 6, obtiene su alimentación directamente desde la unidad tacométrica (HAC90). Dispone de un potenciómetro rotativo en su panel frontal, el cual permite ajustar con precisión la velocidad del motor HAC120. Este potenciómetro ofrece un control fino, por lo que es normal que, en los primeros giros cerca de los extremos de su recorrido, el motor no gire. Esto se debe al comportamiento combinado del potenciómetro y el controlador. Una vez que el motor comienza a girar, el control es progresivo y sensible.



Figura 6: Controlador de velocidad HAC110

■ **HVT12k (Sistema de Adquisición de Datos)**

Componente	Descripción funcional
Picoscope	Osciloscopio USB utilizado para capturar, visualizar y analizar señales en tiempo real.
Cables BNC-BNC	Se usan para conectar el Picoscope con las salidas de los sensores del sistema (LVDT y sensor de proximidad).
Canal A (CH A)	Entrada principal del Picoscope para registrar el desplazamiento del haz (LVDT Out).
Canal B (CH B)	Entrada secundaria del Picoscope para registrar la frecuencia de excitación (Trigger Out).
Puerto USB	Conecta el Picoscope al computador para transmisión de datos y control de software.
Software PicoScope	Plataforma digital para configurar, visualizar y analizar señales desde los sensores conectados.
Sensor LVDT	Mide el desplazamiento vertical del haz en vibración y genera una señal proporcional.
Sensor de proximidad (Trigger)	Detecta el paso del motor y genera una señal de frecuencia que sincroniza el análisis temporal.
HAC90 (Tachómetro)	Unidad que suministra señal del LVDT y sensor de proximidad; actúa como interfaz entre sensores y Picoscope.
CH A → LVDT Out	Conexión entre la salida del sensor LVDT y la entrada A del Picoscope.
CH B → Trigger Out	Conexión entre la salida del sensor de proximidad y la entrada B del Picoscope.
Botón Start/Stop (software)	Controla la captura de datos. Permite pausar o reanudar la adquisición.
Reglas de señal y tiempo	Herramientas digitales que permiten medir diferencias de voltaje y tiempo directamente en la interfaz.
Medidor de frecuencia	Herramienta de software que calcula la frecuencia de señal entre dos reglas de tiempo.
Exportación de datos	Permite guardar datos en formatos como .csv, .bmp o .psdata para análisis externo.

Cuadro VI: Componentes y funciones del sistema HVT12k (Data Acquisition Unit)

- **Sistema de amortiguamiento:** El sistema de amortiguamiento del módulo consta de un vástago rígido conectado a la viga de acero mediante un soporte ajustable. Su configuración general se presenta en la figura 7. El sistema de amortiguamiento incluye:
1. Un tanque de amortiguamiento de plástico, montado en la base de la bancada con tornillos y tuercas.
 2. Un par de discos de amortiguamiento con ranuras distribuidas uniformemente, montados en el extremo del vástago.
 3. Los discos pueden unirse cara a cara y girarse entre sí para variar el área expuesta al medio amortiguador; se tienen 2 posiciones y, por lo tanto, 2 constantes de amortiguamiento diferentes.
 4. El medio amortiguador recomendado es aceite, que permite una disipación de energía eficiente durante la vibración.

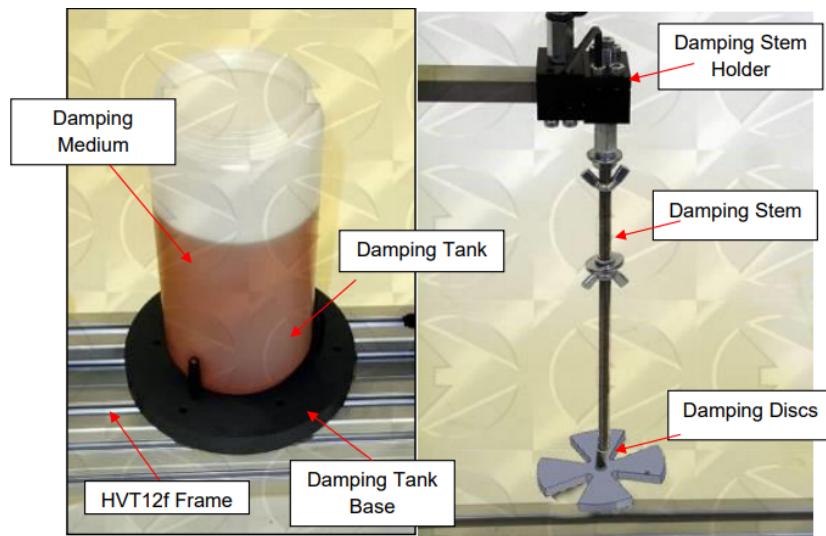


Figura 7: Sistema de amortiguamiento

Los discos y el vástagos se encuentran suspendidos dentro del tanque, permitiendo un movimiento libre cuando la viga oscila. El diseño permite además el uso del vástagos como soporte para pesas calibradas, con el fin de incrementar la masa del sistema en pasos uniformes sin desmontar el tanque.

Masa del conjunto de amortiguamiento (sin pesas) = 0,275 kg

El módulo debe funcionar con el sistema de amortiguación instalado y con aceite dentro del tanque. De lo contrario, la viga se volverá inestable en resonancia y no se obtendrán resultados significativos.

- **LVDT (Transductor de Desplazamiento Lineal Variable):** Para registrar el desplazamiento vertical de la viga, se monta un Transductor Lineal de Desplazamiento Variable desde el miembro horizontal inferior de la bancada. Su instalación se muestra en la figura 8. Este sensor cuenta con un eje con resorte que contacta la parte inferior de la viga. A medida que esta oscila verticalmente, el LVDT genera una señal proporcional que puede ser visualizada mediante software de osciloscopio.

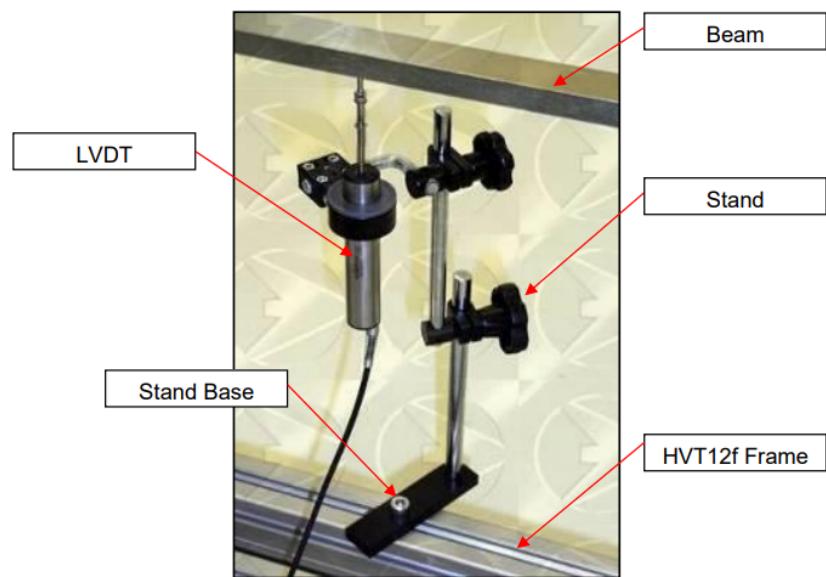


Figura 8: Montaje del sensor LVDT al marco del banco

- Rango de recorrido: ± 15 mm
- Sensibilidad: 350 mV/mm con una alimentación de 10 Vdc

El LVDT se conecta directamente a la parte trasera de la unidad HAC90, la cual incluye un conector tipo BNC para llevar la señal directamente al sistema de monitoreo.

■ Software Picoscope

El software del osciloscopio permite visualizar múltiples señales capturadas de forma simultánea, lo cual resulta útil para el análisis comparativo entre diferentes entradas. En la figura 9 se muestran dos señales: la curva roja representa una señal de oscilación medida por un canal, mientras que la señal azul corresponde a la lectura de un sensor de proximidad conectado al motor. Este tipo de sensor genera una señal cuadrada cada vez que detecta el paso de un objeto frente a él, lo que permite medir las revoluciones del motor. La interfaz del software facilita la diferenciación de señales mediante colores, escalas individuales y herramientas de medición incorporadas.

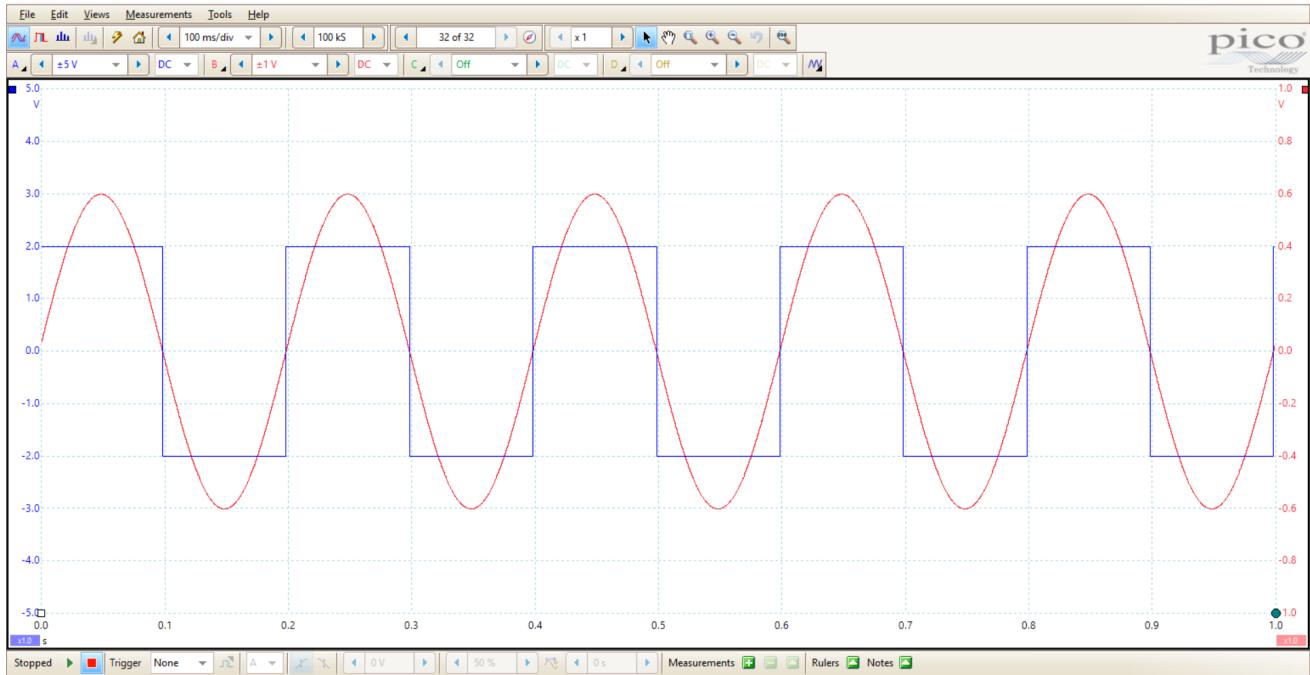


Figura 9: Visualización en el software del osciloscopio.

La figura 10 muestra la barra de herramientas utilizada para configurar la captura de señales en un osciloscopio digital. Esta barra permite ajustar parámetros esenciales para una visualización adecuada de las señales.



Figura 10: Barra de herramientas de configuración de captura

A continuación se describen los elementos principales:

- Auto configuración: busca automáticamente una señal en uno de los canales de entrada habilitados, y ajusta el tiempo por división y el rango de señal para mostrar la forma de onda correctamente.
- Control de base de tiempo: establece el tiempo que representa cada división del eje horizontal cuando el zoom horizontal está en nivel normal. Las opciones de base de tiempo disponibles dependen del tipo de osciloscopio utilizado.
- Contador de capturas: muestra cuántas capturas individuales se han tomado en total durante la sesión y cuál es la actualmente visualizada. Por ejemplo, si el control de tiempo está ajustado a 100 ms/div y se capturan 10 divisiones por segundo, entonces cada segundo se genera una nueva "foto." o captura. Este contador permite navegar entre esas capturas con los botones de flecha izquierda y derecha.
- Control de zoom horizontal: permite aumentar o reducir la vista en la dirección horizontal según el valor seleccionado. Se puede ajustar con los botones + y -, o restablecer con el botón de flecha de retorno.

La figura 11 muestra la barra de herramientas de configuración de canales; esta barra permite configurar individualmente los parámetros para cada canal vertical de entrada. Cada canal tiene su propio conjunto de botones que permite ajustar el comportamiento de la señal capturada.



Figura 11: Barra de herramientas de configuración de canales.

A continuación se describen los elementos principales:

- Control de rango: define el rango de voltaje que el osciloscopio utilizará para visualizar la señal. Si se selecciona la opción “Auto”, el sistema ajustará automáticamente la escala vertical para que la señal ocupe la mayor parte de la pantalla. Si la señal excede el rango seleccionado, aparecerá un símbolo de advertencia en rojo.
- Acoplamiento: permite seleccionar entre acoplamiento AC o DC. El acoplamiento AC filtra las componentes de muy baja frecuencia (por debajo de 1 Hz), eliminando el desplazamiento de corriente continua y permitiendo visualizar mejor señales alternas. El acoplamiento DC muestra tanto componentes alternas como continuas, permitiendo observar la señal completa respecto a tierra.

VII. MEDIDAS DE SEGURIDAD

VII-A. Medidas generales de seguridad en laboratorio

El uso del aparato HVT12, especialmente en operaciones con movimiento y manipulación de objetos pesados, implica ciertos riesgos. Para mitigar estos peligros, se deben seguir las siguientes precauciones:

- **Manejo de pesas:**
 - Las pesas más pesadas (por ejemplo, superiores a 10 N) representan un riesgo significativo de lesión en los pies si se caen.
 - Siempre manipular las pesas de hierro fundido con cuidado; la colocación de pesas pesadas en los colgadores de carga debe realizarse con ambas manos.
 - Evitar aplicar la carga de forma brusca, ya que puede generar una fuerza transitoria superior al doble del valor estático.
- **Intercambio de partes pesadas:** Algunos experimentos requieren cambiar componentes pesados; se recomienda hacerlo con ambas manos.
- **Trabajo en equipo:** Puede ser necesario que dos personas participen en los ajustes del equipo para mayor seguridad.

VII-B. Medidas de seguridad específicas del equipo

1. Seguridad eléctrica (HAC90, HAC110, HAC130):

- **Interruptor MCB:** El tacómetro HAC90 posee un interruptor que funciona también como disyuntor bipolar. Si se dispara durante el uso normal, se debe investigar la causa, ya que indica una sobrecarga o cortocircuito.
- **Interruptor diferencial RCCB:** Se encuentra en la parte trasera del HAC90. Desconecta la unidad si detecta una diferencia mayor a 30 mA entre corriente de entrada y salida (fuga a tierra).
 - Para probar el RCCB, presionar el botón naranja: el interruptor debe pasar a la posición OFF.
 - Si no se puede volver a levantar la palanca azul, investigar la causa y, crucialmente, **apagar el suministro** antes de intentar reconectarlo.
- **Conexión a tierra:** El cable verde/amarillo debe conectarse a un punto de tierra de baja impedancia conforme a la normativa local.
- **Fuente de alimentación:**
 - Antes de conectar, verificar que la etiqueta de voltaje coincida con la red eléctrica local.
 - Conectar la unidad a una fuente fija adecuada mediante una salida con fusible: 14 A para 220/240 V y 28 A para 110/130 V.

2. Seguridad operacional (Módulo HVT12G):

- **Sistema de amortiguamiento:** Es obligatorio utilizar el sistema de amortiguamiento con aceite en el tanque. Sin esto, la viga se vuelve inestable durante la resonancia, invalidando los resultados.
- **Topes de goma:** Los soportes verticales del marco incluyen topes de goma para limitar el recorrido de la viga en resonancia. Asegurarse de que estén bien posicionados y permitan movimiento libre entre ellos.
- **Verificación previa:** Antes de iniciar el experimento, comprobar que la viga vibre libremente sin interferencias que puedan alterar su movimiento.
- **LVDT y software de osciloscopio (Picoscope):**
 - El software mostrará una advertencia si la señal supera el rango configurado, lo cual puede dañar el sensor o generar lecturas incorrectas.
 - Asegurar que el eje del LVDT esté apoyado en el centro del recorrido bajo la viga para permitir desplazamiento completo dentro del rango ± 15 mm.

VIII. VERIFICACIONES PREVIAS A LA EXPERIMENTACIÓN

Antes de comenzar cualquier ensayo, se debe comprobar lo siguiente:

- Todas las fijaciones están firmemente apretadas.
- El motor exciter, controlador y tacómetro están correctamente conectados.
- El sensor de proximidad está conectado al tacómetro.
- El potenciómetro del controlador está totalmente girado en sentido antihorario.
- La viga está alineada y centrada en su pivote.
- Los topes de goma están colocados y permiten el movimiento libre de la viga.
- El resorte y sus placas están correctamente fijados.
- La viga se encuentra horizontal y nivelada.
- El LVDT está en su punto medio y correctamente conectado.
- El tanque de amortiguamiento contiene aceite por encima del nivel de los discos.
- Las señales del LVDT y del tacómetro están conectadas a los equipos de monitoreo (Picoscope).

Una vez completados estos pasos, el sistema HVT12 estará listo para realizar pruebas experimentales con seguridad y precisión.

IX. DESARROLLO EXPERIMENTAL

Indicaciones para la recolección de datos, mediciones y registro de resultados.

Nota: El sistema a trabajar es un **vibrador rotacional**, por lo que su análisis no puede realizarse directamente utilizando las ecuaciones del modelo de masa-resorte-amortiguador presentadas en la sección **Marco Teórico**. En su lugar, es necesario aplicar la **Segunda Ley de Newton para sistemas rotacionales**, la cual introduce el momento de inercia I del sistema. La ecuación fundamental del movimiento rotacional es:

$$\sum M_a = I \cdot \ddot{\theta} \quad (14)$$

donde:

- $\sum M_a$ es la suma de momentos que actúan sobre el sistema en el pivote a
- I es el momento de inercia respecto al eje de rotación
- $\ddot{\theta}$ es la aceleración angular del sistema

Importante: El valor del momento de inercia I varía según la configuración del sistema. Si el amortiguador está instalado, debe incluirse su contribución al momento de inercia total. Por lo tanto, se utilizan diferentes expresiones de I para los casos con y sin amortiguador, lo cual afecta directamente el cálculo de la frecuencia natural y otras magnitudes dinámicas del sistema. La Tabla VII muestra las tres configuraciones de rigidez (k) disponibles y las frecuencias a las que la máquina puede operarse en cada caso. Estos valores corresponden a los límites máximos recomendados para evitar la entrada en régimen de resonancia durante los ensayos.

C. Elástica (k)	Libre (f)	Amortiguada (f)
3 kN/m	5,0 Hz	4,5 Hz
1,5 kN/m	3,7 Hz	3,2 Hz
0,75 kN/m	2,6 Hz	2,2 Hz

Cuadro VII: Límites de operación de la máquina para cada constante elástica k .

IX-A. Experimento 1: Vibración Libre

El sistema que se probará experimentalmente se ilustra en la figura 12:

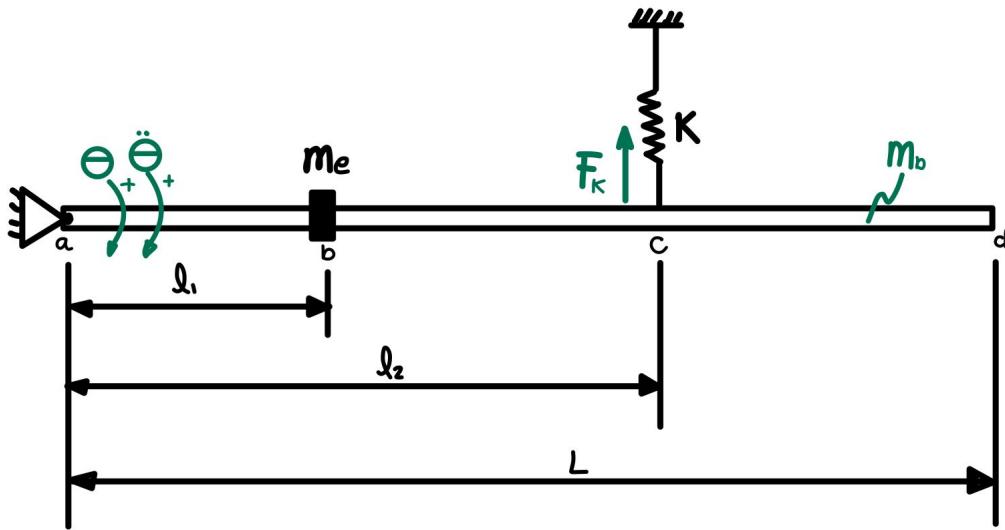


Figura 12: Sistema de vibración libre

Objetivo: Determinar experimentalmente la **frecuencia natural**, el **período natural** y la **velocidad angular natural** del sistema oscilante en ausencia de amortiguamiento, mediante la observación de las oscilaciones libres inducidas manualmente.

Montaje Experimental: El sistema de ensayo está compuesto por una viga metálica sujeta a un eje de rotación, conectada a un motor con masa excéntrica (apagado para este experimento), un resorte lineal, y un sensor de desplazamiento tipo LVDT HVT12.

Nota: El LVDT HVT12 no mide directamente el ángulo de oscilación, sino el *desplazamiento lineal* en forma de voltaje. Para convertir este voltaje en ángulo, se calcula el desplazamiento a partir de la sensibilidad del sensor, y luego se relaciona con el ángulo usando geometría del sistema.

Procedimiento:

1. Se retira completamente el amortiguador, incluyendo el vástago y el cilindro.
2. Se enciende el tacómetro y se ajusta la velocidad del motor a **0 Hz**.
3. Se desplaza manualmente la viga desde su posición de equilibrio y se suelta para iniciar la oscilación libre.
4. Durante la oscilación, el sensor LVDT registra el voltaje asociado al desplazamiento del extremo de la viga.
5. Los datos son exportados en un archivo .csv para su análisis posterior.

Procesamiento de Datos:

1. Los voltajes registrados se convierten a desplazamientos lineales utilizando la relación de sensibilidad del sensor:

$$350 \text{ mV} = 1 \text{ mm}$$

2. El desplazamiento lineal se convierte a ángulo, se presenta un esquema en la figura 13:

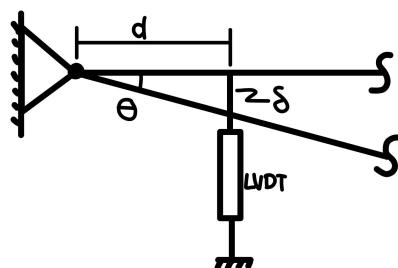


Figura 13: Procesamiento de datos con sensor LVDT

Este ángulo se convierte mediante:

$$\theta = \arctan\left(\frac{\delta}{d}\right) \approx \frac{\delta}{d} , \text{ aproximación para angulos pequeños} \quad (15)$$

donde:

- δ es el desplazamiento (mm)
- d es la distancia desde el eje de rotación hasta el punto de medición, para este caso es 126mm

3. Se hace un análisis de los resultados obtenidos

Resultados Esperados(deben ir en el informe):

- Gráfica de **ángulo vs. tiempo**, representando la oscilación libre.
- Parámetros característicos del sistema:
 - Período natural T_n [s]
 - Frecuencia natural f_n [Hz]
 - Velocidad angular natural ω_n [rad/s]

IX-B. Experimento 2: Vibración Forzada

El sistema que se probará experimentalmente se ilustra en la figura 14:

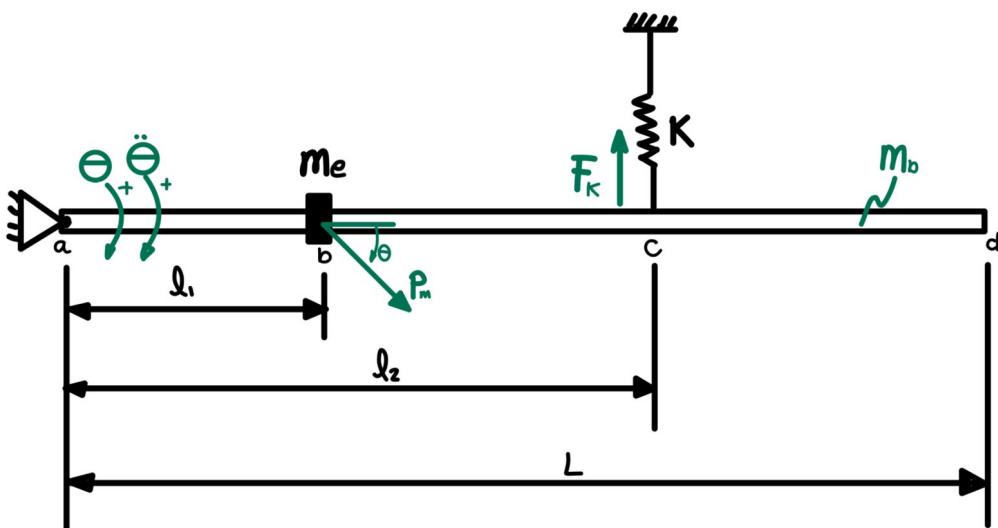


Figura 14: Sistema de vibración forzada sin amortiguador

Objetivo: Analizar el comportamiento del sistema frente a vibraciones forzadas aplicadas a través de un motor con masas excéntricas, determinando experimentalmente el ángulo de respuesta, el factor de amplificación y la relación entre la frecuencia forzada y la frecuencia natural del sistema.

Montaje Experimental: El sistema es el mismo descrito en el **Experimento 1**, con la diferencia de que en esta ocasión el motor es encendido a distintas velocidades. El sensor LVDT sigue registrando el desplazamiento, que se convertirá en ángulo, como se explicó previamente.

Procedimiento:

1. Se enciende el motor y se selecciona una velocidad de operación menor (con una diferencia máxima de 1 Hz) al valor correspondiente según la constante elástica k utilizada, de acuerdo con la Tabla VII.
2. Una vez estable, se registra el voltaje entregado por el LVDT.
3. Se repite el procedimiento con **tres velocidades diferentes**.
4. Se exportan los datos en archivos .csv para su análisis posterior.

Procesamiento de Datos:

1. Se convierten las frecuencias forzadas f_f en velocidades angulares $\omega_f = 2\pi f_f$.
2. Se calcula la fuerza de excitación P_m usando la Ecuación 16.
3. Se obtiene el ángulo experimental a partir de los voltajes del LVDT (ver Experimento 1).
4. Se calcula el ángulo teórico utilizando el modelo de vibración forzada sin amortiguamiento.
5. Se calcula el **factor de amplificación** (FA)
6. Se determina la relación ω_f/ω_n .

Nota: Cálculo de la fuerza de excitación

La fuerza de excitación F aplicada sobre la viga no es constante, sino que depende cuadráticamente de la velocidad angular ω de rotación de las masas excéntricas. Esta variación se debe a que cada disco contiene un orificio desplazado respecto al eje de rotación, lo cual introduce una *masa faltante* M_h , que actúa como una masa excéntrica al girar.

La fuerza centrífuga generada se proyecta verticalmente sobre la viga y corresponde al parámetro H utilizado en los modelos teóricos de vibración. Se calcula mediante la siguiente expresión:

$$P_m = M_h \cdot r \cdot \omega_f^2 \quad (16)$$

donde:

- P_m es la amplitud de la fuerza de excitación
- $M_h = 56,16\text{ g}$ es la masa faltante equivalente a los orificios de los discos
- $r = 45\text{ mm}$ es la distancia radial desde el eje de rotación hasta el centro del orificio
- ω es la velocidad angular en rad/s.

Resultados Esperados:

- Tabla comparativa de resultados:

Frecuencia (Hz)	P_m (N)	θ_m Exp (°)	θ_m Teo (°)	FA	ω_f/ω_n
f_1	—	—	—	—	—
f_2	—	—	—	—	—
f_3	—	—	—	—	—

Cuadro VIII: Comparación de resultados experimentales y teóricos

- Grafica de FA vs. ω_f/ω_n , incluyendo puntos experimentales y curva teórica de ajuste.

La figura 15 muestra un ejemplo de representación conjunta entre los datos experimentales obtenidos en el ensayo de vibración forzada y la curva teórica de amplificación.

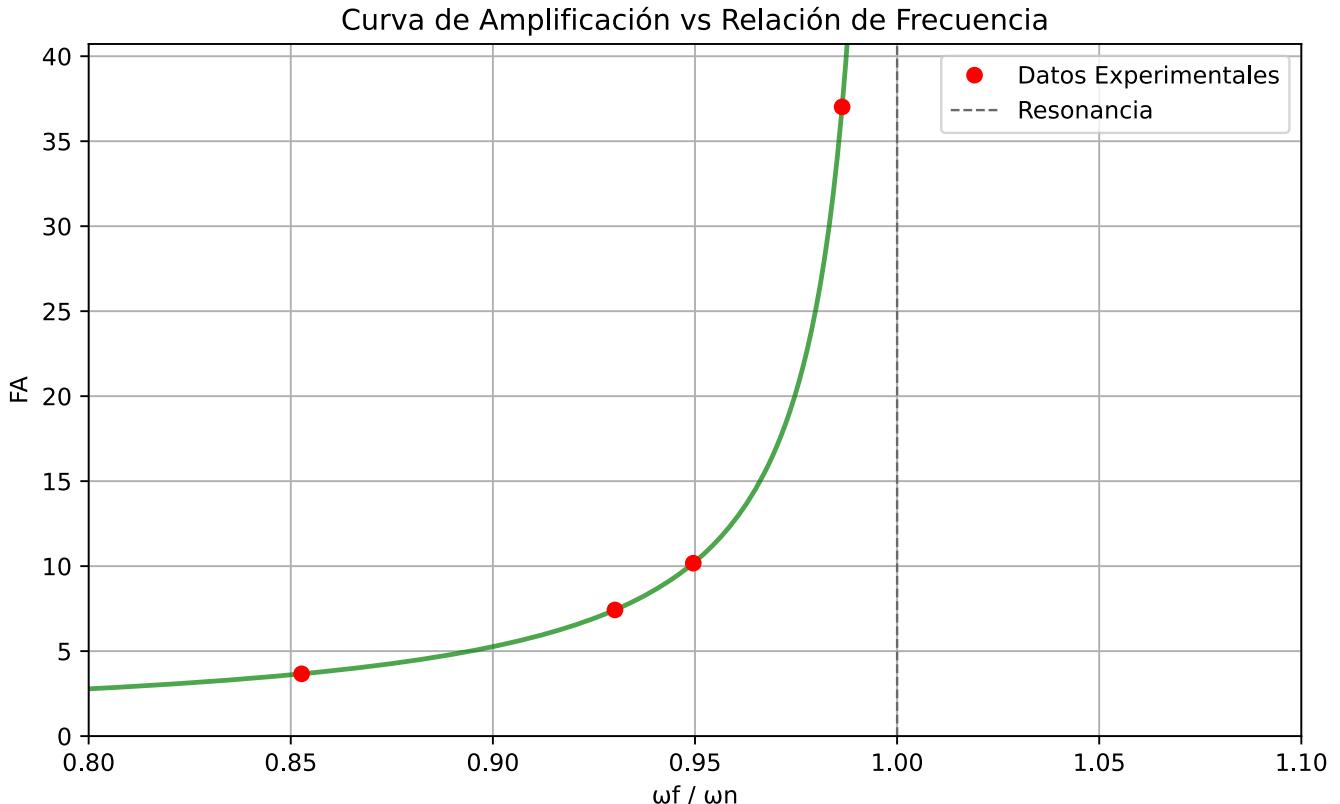


Figura 15: Ejemplo de representación de datos experimentales junto la curva teórica para vibración forzada

IX-C. Experimento 3: Vibración Amortiguada

El sistema que se probará experimentalmente se ilustra en la figura 16:

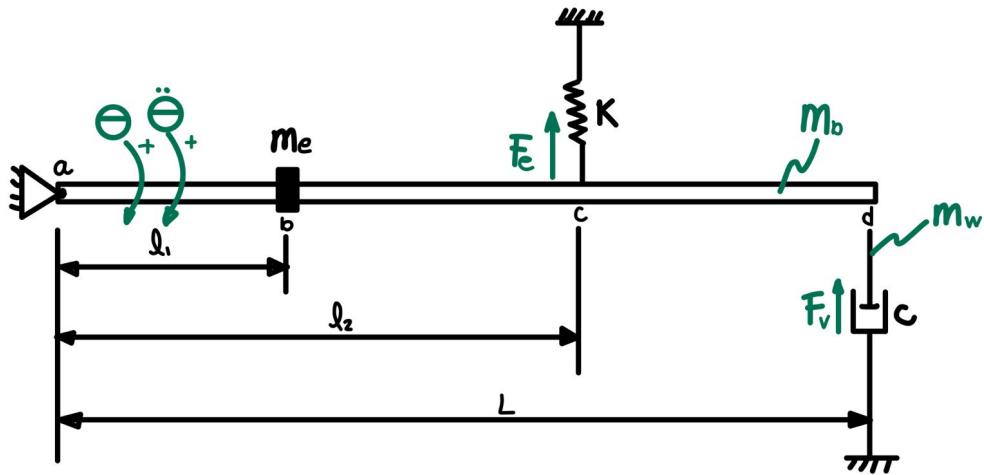
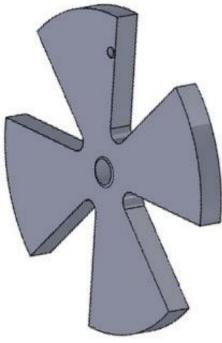


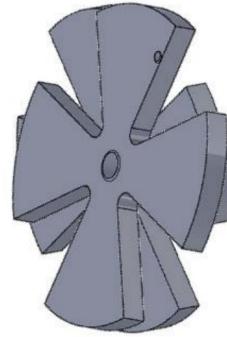
Figura 16: Sistema de vibración amortiguada

Objetivo: Estimar experimentalmente el **factor de amortiguamiento** ζ , el **coeficiente de amortiguamiento** C , el **período amortiguado** T_d y la **frecuencia circular amortiguada** ω_d del sistema en dos configuraciones del amortiguador.

Montaje Experimental: Se utiliza el mismo sistema del Experimento 1, ahora con el amortiguador instalado. Se analizan dos configuraciones distintas: Las configuraciones Abierta y Cerrada se presentan en la figura 17:



(a) Configuración abierta



(b) Configuración cerrada

Figura 17: Montaje con amortiguador en sus dos configuraciones

Procedimiento:

1. Se conecta el amortiguador al sistema en la configuración deseada.
2. Se enciende el tacómetro y se ajusta la velocidad del motor a **0 Hz**.
3. Se desplaza la viga manualmente unos milímetros desde su posición de equilibrio y se suelta.
4. El sensor LVDT registra el voltaje durante la oscilación amortiguada.
5. Se repite el procedimiento para ambas configuraciones del amortiguador.

Procesamiento de Datos:

1. Se identifican los máximos de voltaje d_0 y d_n en la señal del LVDT, separados n ciclos.
2. Se calcula el factor de amortiguamiento ζ mediante el decremento logarítmico usando la ecuación 6
3. Se determina el período amortiguado T_d como el tiempo medio entre picos sucesivos.
4. La frecuencia angular amortiguada se obtiene por:

$$\omega_d = \frac{2\pi}{T_d} \quad (17)$$

donde:

- ω_d : frecuencia angular amortiguada [rad/s]
- T_d : periodo de oscilación amortiguada [s]

5. Se calcula el coeficiente de amortiguamiento crítico:

$$C_c = \frac{2I_a\omega_n}{L^2} \quad (18)$$

donde:

- C_c : coeficiente de amortiguamiento crítico [N·s/m]
- I_a : momento de inercia del rotor [$\text{kg}\cdot\text{m}^2$]
- ω_n : frecuencia angular natural [rad/s]
- L : longitud efectiva del brazo de oscilación [m]

Nota: Momento de inercia:: Tenga en cuenta que para los casos amortiguados el momento de inercia del sistema cambia debido a la masa del amortiguador

6. Finalmente, el coeficiente de amortiguamiento se calcula usando la ecuación 4

Resultados Esperados (deben ir en el informe):

- Tabla con los siguientes parámetros para ambas configuraciones:

Cuadro IX: Ejemplo de resultados esperados para la estimación del amortiguamiento

Caso	d_0 [V]	d_n [V]	T_d [s]	ω_d [rad/s]	ζ	C [Ns/m]
Abierta	—	—	—	—	—	—
Cerrada	—	—	—	—	—	—

- Gráficas de la señal registrada del LVDT para cada configuración.

La figura 18 presenta un ejemplo típico del resultado experimental obtenido durante el ensayo de vibración amortiguada. En la gráfica se observa la evolución temporal de la respuesta oscilatoria del sistema, cuyo comportamiento decreciente en amplitud evidencia la presencia de amortiguamiento. Asimismo, se ha resaltado visualmente el período amortiguado T_d , que corresponde al intervalo de tiempo entre dos máximos consecutivos de la señal, utilizado para el cálculo de la frecuencia amortiguada ω_d .

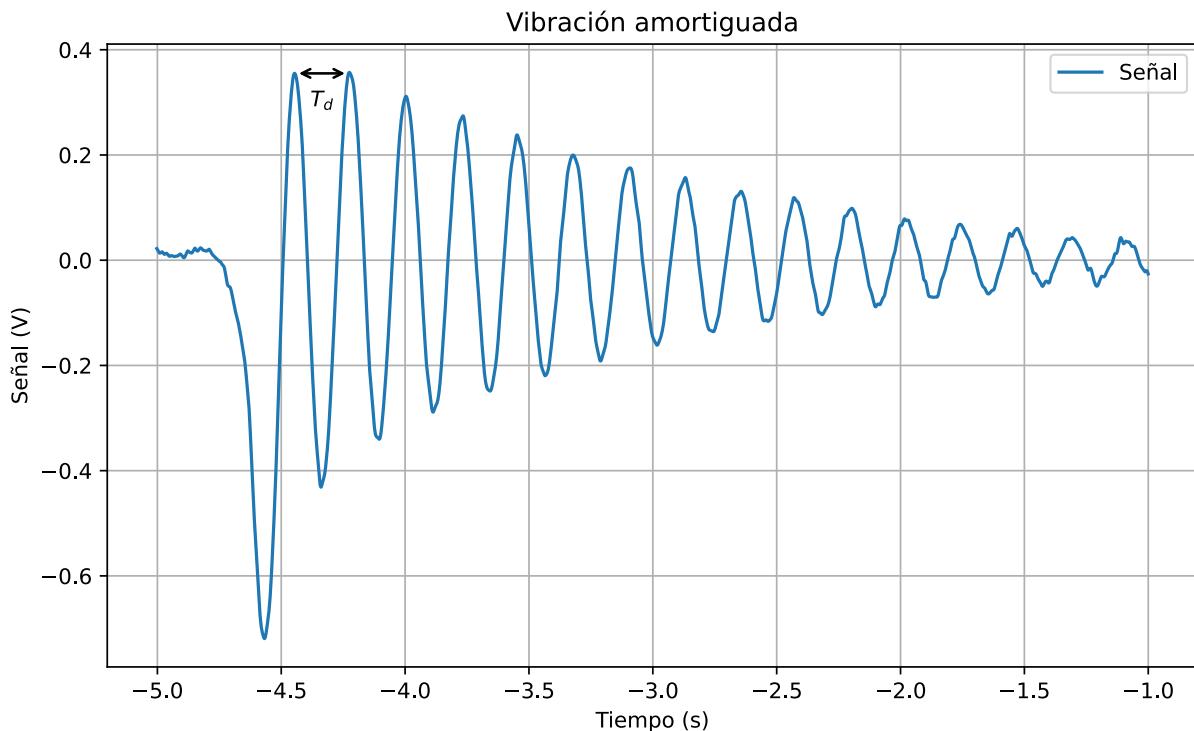


Figura 18: Vibración amortiguada

IX-D. Experimento 4: Vibración Forzada-Amortiguada

El sistema que se probará experimentalmente se ilustra en la figura 19:

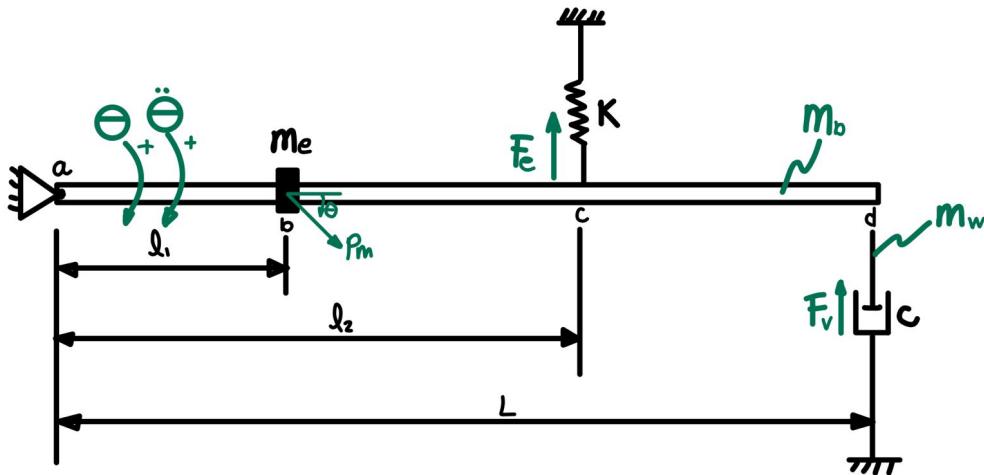


Figura 19: Sistema de vibración amortiguada

Objetivo: Analizar el comportamiento dinámico del sistema bajo excitación armónica en presencia de amortiguamiento, para determinar la amplitud angular, el ángulo de desfase y el factor de amplificación, en función de la relación ω_f/ω_n .

Montaje Experimental: Se emplea el mismo sistema que en los experimentos anteriores, ahora con el amortiguador instalado. Se repite el ensayo para dos configuraciones:

- **Configuración Abierta**
- **Configuración Cerrada**

Procedimiento:

1. Se conecta el amortiguador según la configuración correspondiente.
2. Se enciende el motor y se selecciona una velocidad de operación cercana (con una diferencia máxima de 0.3 Hz) al valor correspondiente según la constante elástica k utilizada, de acuerdo con la Tabla VII.
3. Se espera a que el sistema alcance régimen permanente de oscilación.
4. Se registran los datos del sensor LVDT durante la vibración forzada.
5. Se repite el procedimiento para tres frecuencias en cada configuración.

Procesamiento de Datos:

1. Se calcula la frecuencia angular forzada: $\omega_f = 2\pi f$
2. La relación de frecuencias es $r = \omega_f/\omega_n$
3. Se estima el ángulo máximo θ_m^{exp} a partir del voltaje del LVDT, como se explicó en el Experimento 1.
4. Se calcula la fuerza de excitación, como se explicó en el experimento 2.
5. Se determina la amplitud angular teórica.
6. Se calcula el factor de amplificación.
7. Se calcula el ángulo de desfase ϕ teórico y experimental.

Para calcular el desfase experimental entre la señal del LVDT y la señal del sensor de proximidad, se utiliza la diferencia temporal Δt , que corresponde al tiempo entre el cruce por cero de la señal del LVDT y el flanco de la señal del sensor, junto con el periodo de oscilación T . La expresión en radianes que permite obtener el valor del desfase ϕ es:

$$\phi = -\left(\frac{\Delta t}{T}\right)2\pi - \frac{\pi}{2} \quad (19)$$

Para entender mejor cada término de la ecuación (19), se utiliza la Figura 20, donde se observa la relación entre la señal del LVDT y la del sensor de proximidad, así como la definición de Δt y T .

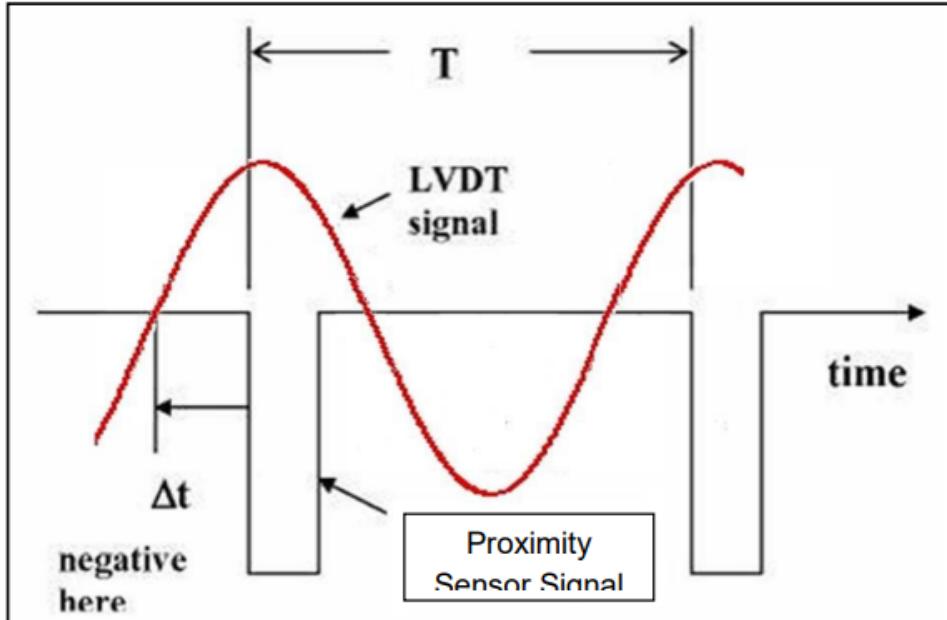


Figura 20: Relación entre la señal del LVDT y la señal del sensor de proximidad para interpretar los términos Δt y T en la ecuación del desfase ϕ .

Resultados Esperados:

- Tabla comparativa , con los siguientes datos para cada frecuencia:

Cuadro X: Ejemplo de resultados para configuración **Abierta**

Caso	f [Hz]	P_m [N]	θ_m^{exp} [°]	θ_m^{teo} [°]	FA	$r = \omega_f/\omega_n$	ϕ_{teo} [°]	ϕ_{exp} [°]
Abierta
Abierta
Abierta
Cerrada
Cerrada
Cerrada

- Gráfico FA vs ω_f/ω_n para ambas configuraciones (abierta y cerrada) en la misma figura, con:
 - Curvas ajustadas con el modelo teórico.
 - Puntos experimentales.
 - Línea vertical indicando $\omega_f = \omega_n$ (resonancia).
 - Texto o etiquetas que indiquen el valor de C usado para cada curva.

La figura 21 muestra la comparación entre los factores de amplificación (FA) obtenidos en configuraciones de amortiguamiento abierto y cerrado. En ambos casos se presenta la curva teórica correspondiente, junto con los datos experimentales marcados con puntos rojos.

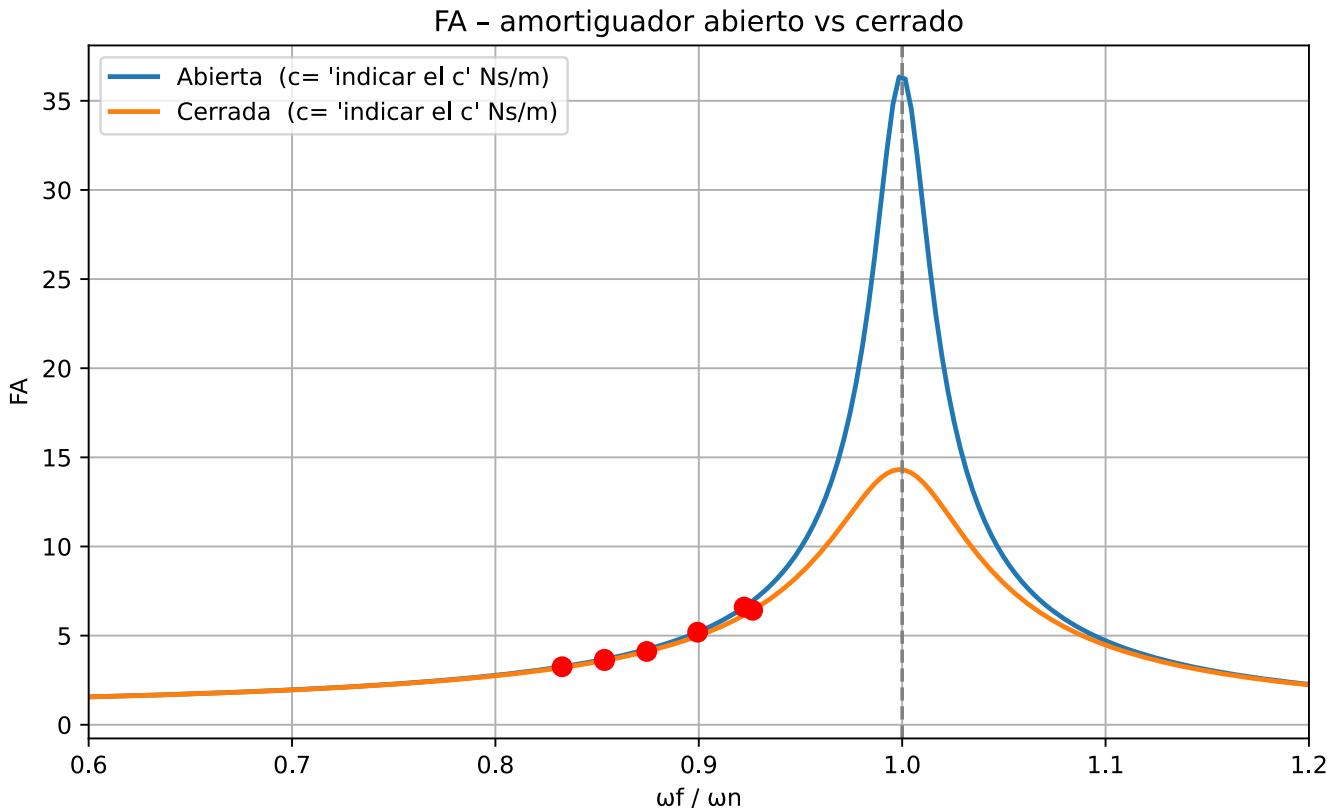


Figura 21: Ejemplo de representación de datos experimentales junto a las curvas teóricas para vibración forzada-amortiguada

X. CONTENIDO DEL INFORME DE LABORATORIO

El informe de laboratorio a entregar deberá contener al menos las siguientes secciones:

- Portada
- Tabla de contenido con numeración
- Resumen
- Marco teórico
- Modelos teóricos desarrollados (se deben colocar las deducciones de los modelos teóricos para el banco experimental, para los cuatro tipos de vibración analizados)
- Materiales y equipos
- Desarrollo experimental
- Resultados
- Análisis de resultados
 - Análisis de errores
- Conclusiones
- Bibliografía
- Anexos

REFERENCIAS

- [1] J. Moore, M. Chatsaz, A. Déntrimont, J. Kowalski, and D. Miller, *Mechanics Map*. Davis, CA: LibreTexts, 2025, open Educational Resource, compiled on March 12, 2025. CC BY-SA 4.0 license. [Online]. Available: [https://eng.libretexts.org/Bookshelves/Mechanical_Engineering/Mechanics_Map_\(Moore_et_al.\)](https://eng.libretexts.org/Bookshelves/Mechanical_Engineering/Mechanics_Map_(Moore_et_al.))
- [2] F. P. Beer, E. R. Johnston, and E. R. Eisenberg, *Vector Mechanics for Engineers: Dynamics*, 7th ed. McGraw-Hill, 2004.
- [3] P.A. Hilton Ltd., *HVT12G Free and Forced Vibrations Module – Instruction Manual*, UK, 2013, ref: HVT12G_E_13_064.
- [4] ———, *HVT12K Data Acquisition Unit – Instruction Manual*, UK, 2005, ref: HVT12K_E_05_089.
- [5] J. L. Meriam and L. G. Kraige, *Engineering Mechanics: Dynamics*, 6th ed. Wiley, 2006.