

Informe de Laboratorio: Vibraciones Mecánicas

Sección: Forzada Amortiguada

Nombre:

Matrícula:

Grupo:

3 de diciembre de 2025

1. Vibración forzada-amortiguada

1.1. Modelo teórico (forzada amortiguada)

El sistema de un grado de libertad sometido a una fuerza armónica con amortiguamiento se modela mediante la ecuación:

$$m \ddot{x}(t) + c \dot{x}(t) + k x(t) = P_m \cos(\omega_f t) \quad (1)$$

La solución en régimen permanente se escribe como:

$$x(t) = X \cos(\omega_f t - \varphi) \quad (2)$$

donde la amplitud de respuesta es:

$$X = \frac{P_m}{\sqrt{(k - m\omega_f^2)^2 + (c\omega_f)^2}} \quad (3)$$

y el desfase entre la fuerza y la respuesta es:

$$\tan \varphi = \frac{2\zeta r}{1 - r^2} \quad \text{con} \quad r = \frac{\omega_f}{\omega_n}, \quad \zeta = \frac{c}{C_{\text{crítico}}} \quad (4)$$

con $\omega_n = \sqrt{k/m}$ la frecuencia natural sin amortiguamiento y $C_{\text{crítico}} = 2m\omega_n$ el amortiguamiento crítico.

El factor de amplificación se define como:

$$FA = \frac{X}{X_{\text{estático}}} = \frac{1}{\sqrt{[(1 - r^2)]^2 + (2\zeta r)^2}} \quad (5)$$

Además, la relación entre amplitud dinámica y estática es

$$X = \frac{P_m}{k} FA, \quad X_{\text{estático}} = \frac{P_m}{k}. \quad (6)$$

La fuerza de excitación debida a la masa excéntrica se calcula como:

$$P_m = M_h e \omega_f^2 \quad (7)$$

donde M_h es la masa equivalente del orificio, e es el radio de excentricidad y ω_f la velocidad angular de las masas excéntricas.

1.2. Descripción del montaje experimental

El montaje corresponde al sistema del banco HVT12 con:

- Viga rígida apoyada en un pivote.
- Resorte lineal con constante elástica $k = 3\text{kN}/\text{m}$.
- Motor con masas excéntricas HAC120.
- Sistema de amortiguamiento con discos en configuración: **abierta** y **cerrada**.
- Sensor LVDT para medir el desplazamiento del extremo de la viga y convertirlo en ángulo de oscilación θ .

1.3. Procedimiento experimental

1. Configurar el amortiguador en la posición **abierta**.
2. Encender el motor y seleccionar una frecuencia f cercana a la frecuencia natural f_n (diferencia máxima de 0,3 Hz).
3. Esperar a que el sistema alcance régimen permanente.
4. Registrar simultáneamente:
 - Señal del LVDT (desplazamiento / ángulo).
 - Señal del sensor de proximidad (referencia de fase).
5. Repetir el procedimiento para al menos tres frecuencias diferentes en configuración **abierta**.
6. Repetir los pasos anteriores para la configuración **cerrada** del amortiguador.
7. Exportar los datos en formato .csv para su análisis.

1.4. Procesamiento de datos

1. Convertir las frecuencias forzadas f a frecuencia angular:

$$\omega_f = 2\pi f \quad (8)$$

2. Calcular la relación de frecuencias:

$$r = \frac{\omega_f}{\omega_n} \quad (9)$$

3. Calcular la fuerza de excitación P_m usando la ecuación(7), con:

$$M_h = 0,05616 \text{ kg}, \quad e = 0,045 \text{ m}$$

4. Obtener el ángulo máximo experimental θ_m^{\exp} a partir de la señal del LVDT:

$$\theta_m^{\exp} = \arctan \left(\frac{\delta_{\max}}{d} \right) \approx \frac{\delta_{\max}}{d} \quad (10)$$

donde δ_{\max} es el desplazamiento máximo y d la distancia del LVDT al pivote.

5. Calcular la amplitud teórica θ_m^{teo} a partir de la ecuación(3) y la correspondiente relación entre desplazamiento y ángulo.
6. Calcular el factor de amplificación:

$$FA = \frac{\theta_m}{\theta_{\text{estática}}} \quad (11)$$

7. Calcular el desfase teórico usando(4).
8. Calcular el desfase experimental φ_{\exp} usando la diferencia de tiempo Δt entre la señal del LVDT y la del sensor de proximidad:

$$\varphi_{\exp} = - \left(\frac{\Delta t}{T} \right) 2\pi + \frac{\pi}{2} \quad (12)$$

donde T es el período de la excitación.

1.5. Resultados

Tabla de resultados

Cuadro 1: Resultados experimentales y teóricos para vibración forzada-amortiguada.

Caso	f (Hz)	ω_f (rad/s)	P_m (N)	θ_{exp} ($^{\circ}$)	θ_{teo} ($^{\circ}$)	FA	$r = \omega_f/\omega_n$	φ_{teo} ($^{\circ}$)	φ_{exp} ($^{\circ}$)
Abierta	4,200	26,389	1,760	0,326	7,222	1,790	0,664	0,375	125,930
Abierta	4,300	27,018	1,845	0,686	7,222	1,860	0,680	0,399	80,550
Abierta	4,450	27,960	1,976	0,599	7,222	1,981	0,704	0,439	11,570
Cerrada	4,200	26,389	1,760	0,380	7,222	1,790	0,664	0,356	74,190
Cerrada	4,300	27,018	1,845	0,370	7,222	1,860	0,680	0,388	50,210
Cerrada	4,450	27,960	1,976	0,271	7,222	1,981	0,704	0,418	10,750

Datos adicionales

Cuadro 2: Parámetros adicionales del sistema

ω_n (rad/s)	ζ abierta	ζ cerrada
39.729	0.0028	0.026

Este ω_n es calculado en la vibración libre, y los cálculos de ζ se encuentran en el anexo X (colocarlo) para las configuraciones abierta y cerrada.

Gráficas

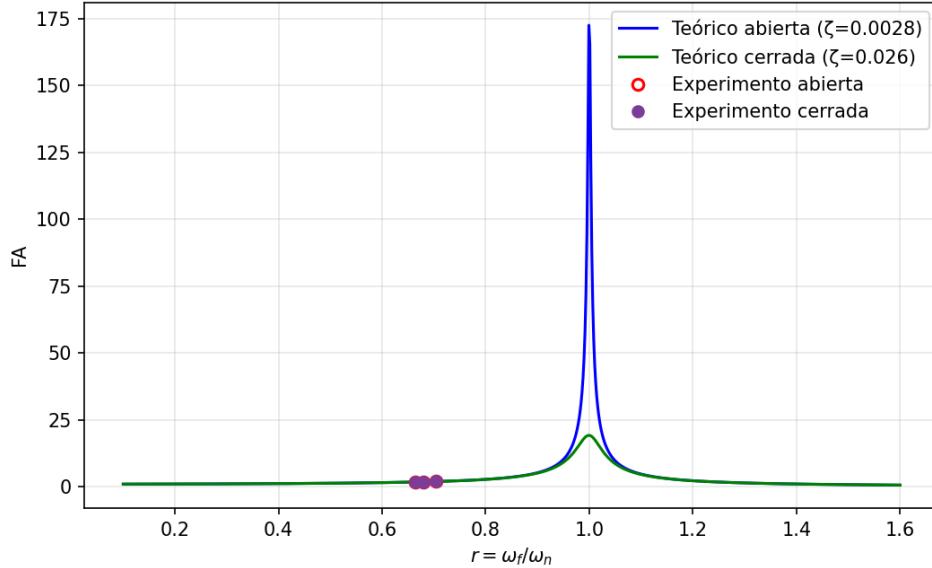


Figura 1: Curvas de factor de amplificación FA en función de ω_f/ω_n para las configuraciones abierta y cerrada. En rojo anillado y morado se muestran los puntos experimentales.

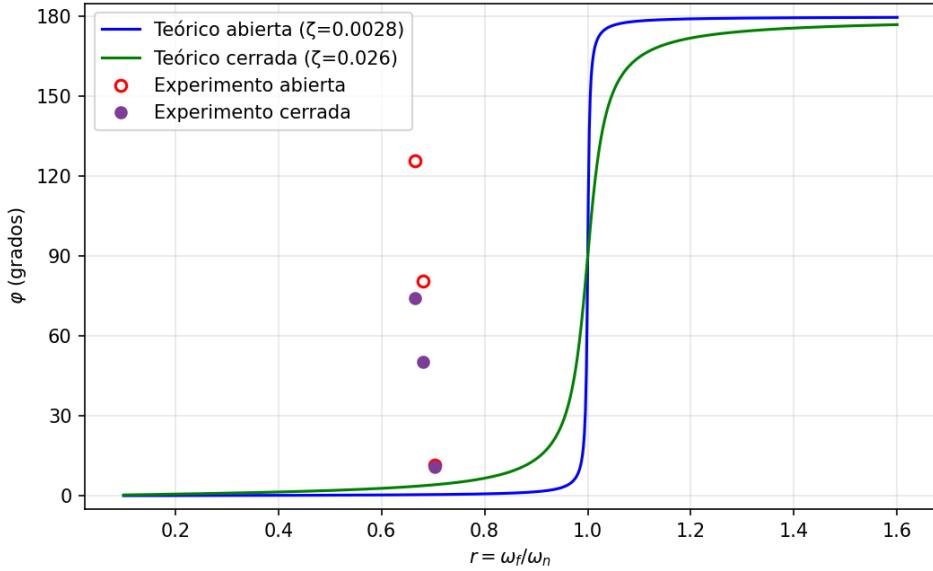


Figura 2: Desfase φ (en grados) en función de ω_f/ω_n . Se incluyen las curvas teóricas para las dos configuraciones y los puntos experimentales reducidos al intervalo $[0^\circ, 180^\circ]$.

1.6. Análisis de resultados

En la Tabla 1 se aprecia que, para el rango experimental $0,664 \leq r \leq 0,704$, los factores de amplificación medidos son $FA \in [1,79, 1,98]$ tanto con amortiguador *abierto* como *cerrado*. Esto es consistente con el modelo, ya que trabajamos lejos de la resonancia ($r < 1$), donde el efecto del amortiguamiento es poco visible en la amplitud. En cambio, cerca de $r = 1$ el modelo predice picos muy distintos: con $\zeta = 0,0028$ (abierto) el pico teórico es $FA_{\max} \approx 1/(2\zeta) \approx 179$, mientras que con $\zeta = 0,0260$ (cerrado) es $FA_{\max} \approx 19$. Esta diferencia se observa en la Fig. 1, donde la línea de resonancia queda centrada en $r = 1$ y el comportamiento cualitativo coincide con la teoría.

Respecto al desfase, el modelo (Ecuación 4) predice que φ crece desde 0° (bajas frecuencias) hacia 180° (altas), cruzando 90° cerca de la resonancia. Los valores experimentales que reportamos en la Tabla 1 fueron calculados con el criterio de la guía (Ecuación 12, con $+\pi/2$): a $f = 4,20$ Hz se obtuvo $\varphi_{\text{exp}} \approx 126^\circ$ (abierta) y $\approx 74^\circ$ (cerrada); a $f = 4,30$ Hz, $\approx 81^\circ$ (abierta) y $\approx 50^\circ$ (cerrada); y a $f = 4,45$ Hz, valores cercanos a 11° en ambas configuraciones. La tendencia con la frecuencia y el efecto del amortiguamiento son consistentes con la teoría: mayor ζ desplaza la transición de fase y reduce la proximidad efectiva a la resonancia.

En síntesis, las diferencias entre θ_m^{exp} y θ_m^{teo} permanecen pequeñas en el rango explorado y el efecto del amortiguamiento se manifiesta principalmente en la altura del pico teórico de resonancia y en la evolución del desfase con r .

Estimación de ζ por decrecimiento logarítmico

El coeficiente de amortiguamiento adimensional se estimó a partir de ensayos de vibración libre (primer segundo), detectando picos y aplicando el decrecimiento logarítmico multi- n . El promedio ($n=1..3$) arrojó:

$$\zeta_{\text{abierta}} = 0,0028, \quad \zeta_{\text{cerrada}} = 0,026.$$

Con estos valores se generaron las curvas teóricas de la Fig. 1.

1.7. Conclusiones específicas del experimento

- El modelo de SDOF forzado-amortiguado reproduce adecuadamente las amplitudes y el desfase medidos en el rango $r < 1$.
- El amortiguamiento incrementado (configuración cerrada) reduce el pico teórico de resonancia de forma marcada ($FA_{\max} \sim 19$ vs ~ 179), ensanchando la curva, tal como predice la teoría.
- Las diferencias entre datos y teoría son pequeñas y atribuibles a tolerancias de montaje, no linealidades leves y a la estimación de P_m .
- Los valores de ζ estimados por decremento logarítmico son consistentes con las curvas requeridas para ajustar el FA.