LAZO VECTORIAL PARA OBTENER VEL Y ACEL DEL MARTILLO

Planteando el lazo vectorial para el mecanismo, se tiene:
(diagrama lazo vectorial)
Al proyectar en los ejes x y y:

$$X : D - R\cos\theta + K\operatorname{sen}\beta = 0$$
$$Y : y_c + K\cos\beta - R\operatorname{sen}\theta = 0$$

Elevando ambas ecuaciones al cuadrado y sumando:

$$K^2 = (R\cos\theta - D)^2 + (R\operatorname{sen} - y_c)^2$$

Derivando ambos lados respecto al tiempo. Donde:

- K es constante
- $\frac{d\theta}{dt} = \omega_1$
- y_c es variable
- R es constante
- D es constante

$$\frac{d(K^2)}{dt} = \frac{d}{dt}\left[(R\cos(\theta) - D)^2 + (R\sin(\theta) - y_c)^2\right] \tag{1}$$

Como K es constante:

$$0 = \frac{d}{dt}\left[(R\cos(\theta) - D)^2 + (R\sin(\theta) - y_c)^2\right] \tag{2}$$

Aplicando la regla de la cadena:

$$0 = 2(R\cos(\theta) - D)\frac{d}{dt}(R\cos(\theta) - D) + 2(R\sin(\theta) - y_c)\frac{d}{dt}(R\sin(\theta) - y_c) \tag{3}$$

Calculando las derivadas internas:

$$\frac{d}{dt}(R\cos(\theta) - D) = -R\sin(\theta)\frac{d\theta}{dt} = -R\sin(\theta)\omega_1 \tag{4}$$
$$\frac{d}{dt}(R\sin(\theta) - y_c) = R\cos(\theta)\frac{d\theta}{dt} - \dot{y}_c = R\cos(\theta)\omega_1 - \dot{y}_c \tag{5}$$

Sustituyendo:

$$0 = 2(R\cos(\theta) - D)(-R\sin(\theta)\omega_1) + 2(R\sin(\theta) - y_c)(R\cos(\theta)\omega_1 - \dot{y}_c) \tag{6}$$

Dividiendo entre 2:

$$0 = -(R\cos(\theta) - D)R\sin(\theta)\omega_1 + (R\sin(\theta) - y_c)(R\cos(\theta)\omega_1 - \dot{y}_c) \tag{7}$$

Expandiendo:

$$\begin{aligned} 0 = &-R^2\cos(\theta)\sin(\theta)\omega_1 + DR\sin(\theta)\omega_1 \\ &+ R^2\sin(\theta)\cos(\theta)\omega_1 - R\sin(\theta)\dot{y}_c \\ &- y_c R\cos(\theta)\omega_1 + y_c\dot{y}_c \end{aligned} \tag{8}$$

Los términos $R^2\cos(\theta)\sin(\theta)\omega_1$ se cancelan, quedando:

$$0 = DR\sin(\theta)\omega_1 - R\sin(\theta)\dot{y}_c - y_c R\cos(\theta)\omega_1 + y_c\dot{y}_c \tag{9}$$

Reorganizando:

$$\dot{y}_c(R\sin(\theta) - y_c) = R\omega_1(D\sin(\theta) - y_c\cos(\theta)) \tag{10}$$

Despeje de $\dot{y}_c$

Dividiendo ambos lados por $(R\sin(\theta) - y_c)$:

$$\boxed{\dot{y}_c = \frac{R\omega_1(D\sin(\theta) - y_c\cos(\theta))}{R\sin(\theta) - y_c}} \tag{11}$$

Esta expresión es válida siempre que $R\sin(\theta) \neq y_c$ (es decir, que el denominador no sea cero).

Aceleración mediante lazo vectorial

Derivando nuevamente la ecuación de velocidad para obtener la aceleración:

$$\ddot{y}_c = R\,\frac{\left[\dot{\omega}_1 A - \omega_1^2 B - \omega_1\dot{y}_c\cos\theta\right]D_{en} - \omega_1 A(\dot{y}_c + R\omega_1\cos\theta)}{D_{en}^2} \tag{12}$$

donde:

$$\begin{aligned} A &= D\sin\theta - y_c\cos\theta, \\ B &= D\cos\theta + y_c\sin\theta, \\ D_{en} &= R\sin\theta - y_c. \end{aligned}$$

Nota: $\dot{\omega}_1 = \ddot{\theta} = \alpha_1$ es la aceleración angular.

Forma expandida de la aceleración

Expandiendo la expresión anterior:

$$
\begin{aligned}
\ddot{y}_c = {} & \frac{R\alpha_1(D\sin\theta - y_c\cos\theta)(R\sin\theta - y_c) - R\omega_1^2(D\cos\theta + y_c\sin\theta)(R\sin\theta - y_c)}{(R\sin\theta - y_c)^2} \\
& + \frac{R\omega_1\dot{y}_c[R\sin\theta\cos\theta - y_c\cos\theta - D\sin\theta + y_c\cos\theta]}{(R\sin\theta - y_c)^2}
\end{aligned}
\tag{13}
$$

$$
\begin{aligned}
\ddot{y}_c = {} & \frac{R(R\sin\theta - y_c)\alpha_1(D\sin\theta - y_c\cos\theta)}{(R\sin\theta - y_c)^2} \\
& + \frac{R\omega_1^2[Ry_c - Dy_c\cos\theta - y_c^2\sin\theta - R(D\cos\theta + y_c\sin\theta)]}{(R\sin\theta - y_c)^2} \\
& + \frac{R\omega_1\dot{y}_c[\cos\theta(R\sin\theta - y_c) - (D\sin\theta - y_c\cos\theta)]}{(R\sin\theta - y_c)^2}
\end{aligned}
\tag{14}
$$

Simplificando:

$$
\begin{aligned}
\ddot{y}_c = {} & \frac{R\alpha_1(D\sin\theta - y_c\cos\theta)(R\sin\theta - y_c)}{(R\sin\theta - y_c)^2} \\
& - \frac{R\omega_1^2(D\cos\theta + y_c\sin\theta)(R\sin\theta - y_c)}{(R\sin\theta - y_c)^2} \\
& + \frac{R\omega_1\dot{y}_c\big(R\sin\theta\cos\theta - D\sin\theta\big)}{(R\sin\theta - y_c)^2}
\end{aligned}
\tag{15}
$$