

1. Modelos teóricos empleados

1.1. Modelo cinemático

1.1.1. Relación entre θ y ϕ

Inicialmente para el análisis cinemático es necesario encontrar expresiones que permitan describir las distancias e inclinaciones de todas las partes del mecanismo que conforman el sistema en función de una única variable, para este fin y por medio de un análisis geométrico es posible establecer la siguiente relación fundamental entre los ángulos por medio del triángulo formado por las longitudes r , d y L . De esta manera obtenemos:

(ACA VA EL DIAGRAMA!!!!)

$$L^2 = r^2 + d^2 - 2rd \cos(180^\circ - \phi) \quad (1)$$

Por medio de la propiedad trigonométrica $\cos(180^\circ - \Phi) = -\cos(\phi)$, reducimos la expresión a:

$$L = \sqrt{r^2 + d^2 + 2rd \cos(\phi)} \quad (2)$$

Donde L representará la distancia desde el punto O hasta el punto A. Sabiendo esto y usando la ley de senos es posible obtener la siguiente expresión:

$$\frac{\sin(180^\circ - \Phi)}{L} = \frac{\sin(\Theta)}{r} \quad (3)$$

Usando la propiedad trigonométrica $\sin(180^\circ - \phi) = \sin(\phi)$ y despejando r del lado derecho de la ecuación obtenemos:

$$\sin(\Theta) = \frac{\sin(\phi)r}{L} \quad (4)$$

Sustituyendo L en la expresión obtenemos:

$$\boxed{\sin(\Theta) = \frac{r \sin(\Phi)}{\sqrt{r^2 + d^2 + 2rd \cos(\Phi)}}} \quad (5)$$

De esta forma se establece una relación directa entre el ángulo θ y ϕ .

1.1.2. Análisis de velocidades

Con la geometría del sistema definimos la velocidad en el punto a por medio de las restricciones cinemáticas de cada una de las partes a las que pertenece. En primera instancia sabemos que el punto a respecto a la barra O_2A tiene velocidad y aceleración angulares, mas no presenta traslación. Por tanto se puede plantear la siguiente ecuación de rotación respecto a un eje fijo:

$$\vec{V}_a = \omega_2 \times \vec{r}, \quad \Phi^\circ$$

De igual manera planteamos al punto a respecto a la barra O_1B , en la cual al generar un movimiento relativo a un sistema en rotación es posible obtener la siguiente ecuación vectorial para \vec{V}_a :

$$\vec{V}_a = \vec{V}'_a + \vec{V}_{a/f}$$

donde \vec{V}'_a representa la velocidad producto de la rotación del sistema mientras que $\vec{V}_{a/f}$ representa la velocidad relativa de a en el sistema. (SIGUE EL DIAGRAMA GRANDE CON EL TRIÁNGULO DE VELOCIDADES)

Analizando el diagrama y por medio del teorema de [INSERTAR TEOREMA] obtenemos:

$$V_{a/f} = (\omega_2 \cdot r \cdot \sin(\phi - \theta)) \quad (6)$$

Usando [TEOREMA 2] también obtenemos la siguiente expresión para la velocidad V'_a :

$$V'_a = \cos(\Phi - \Theta) V_a \quad (7)$$

Finalmente a partir de esta última relación y remplazando con sus valores producto de su rotación respecto a un eje fijo obtenemos:

$$\omega_1 L = [\cos(\Phi - \Theta)] \omega_2 r$$

Despejando L del lado izquierdo de la ecuacion obtenemos la siguiente expresion para la velocidad angular del eslabón (ω_1):

$$\boxed{\omega_1 = \frac{\omega_2 r}{L} \cos(\Phi - \Theta)} \quad (8)$$