

## Derivación de la restricción de longitud constante

### Ecuación inicial

Dado:

$$K^2 = (R \cos(\theta) - D)^2 + (R \sin(\theta) - y_c)^2 \quad (1)$$

Donde:

- $K$  es constante
- $\frac{d\theta}{dt} = \omega_1$
- $y_c$  es variable
- $R$  es constante
- $D$  es constante

### Derivación respecto al tiempo

Derivando ambos lados respecto al tiempo:

$$\frac{d(K^2)}{dt} = \frac{d}{dt} [(R \cos(\theta) - D)^2 + (R \sin(\theta) - y_c)^2] \quad (2)$$

Como  $K$  es constante:

$$0 = \frac{d}{dt} [(R \cos(\theta) - D)^2 + (R \sin(\theta) - y_c)^2] \quad (3)$$

Aplicando la regla de la cadena:

$$0 = 2(R \cos(\theta) - D) \frac{d}{dt} (R \cos(\theta) - D) + 2(R \sin(\theta) - y_c) \frac{d}{dt} (R \sin(\theta) - y_c) \quad (4)$$

Calculando las derivadas internas:

$$\frac{d}{dt} (R \cos(\theta) - D) = -R \sin(\theta) \frac{d\theta}{dt} = -R \sin(\theta) \omega_1 \quad (5)$$

$$\frac{d}{dt} (R \sin(\theta) - y_c) = R \cos(\theta) \frac{d\theta}{dt} - \dot{y}_c = R \cos(\theta) \omega_1 - \dot{y}_c \quad (6)$$

Sustituyendo:

$$0 = 2(R \cos(\theta) - D)(-R \sin(\theta) \omega_1) + 2(R \sin(\theta) - y_c)(R \cos(\theta) \omega_1 - \dot{y}_c) \quad (7)$$

Dividiendo entre 2:

$$0 = -(R \cos(\theta) - D)R \sin(\theta) \omega_1 + (R \sin(\theta) - y_c)(R \cos(\theta) \omega_1 - \dot{y}_c) \quad (8)$$

Expandiendo:

$$\begin{aligned} 0 = & -R^2 \cos(\theta) \sin(\theta) \omega_1 + DR \sin(\theta) \omega_1 \\ & + R^2 \sin(\theta) \cos(\theta) \omega_1 - R \sin(\theta) \dot{y}_c \\ & - y_c R \cos(\theta) \omega_1 + y_c \dot{y}_c \end{aligned} \quad (9)$$

Los términos  $R^2 \cos(\theta) \sin(\theta) \omega_1$  se cancelan, quedando:

$$0 = DR \sin(\theta) \omega_1 - R \sin(\theta) \dot{y}_c - y_c R \cos(\theta) \omega_1 + y_c \dot{y}_c \quad (10)$$

Reorganizando:

$$\dot{y}_c (R \sin(\theta) - y_c) = R \omega_1 (D \sin(\theta) - y_c \cos(\theta)) \quad (11)$$

**Despeje de  $\dot{y}_c$**

Dividiendo ambos lados por  $(R \sin(\theta) - y_c)$ :

$$\boxed{\dot{y}_c = \frac{R \omega_1 (D \sin(\theta) - y_c \cos(\theta))}{R \sin(\theta) - y_c}} \quad (12)$$

Esta expresión es válida siempre que  $R \sin(\theta) \neq y_c$  (es decir, que el denominador no sea cero).