Cálculos del Mecanismo de Retorno Rápido

Índice

1. Modelo cinemático

1.1. Relación entre θ y ϕ

Inicialmente para el analisis cinemático es necesario encontrar expresiones que permitan describir las distancias e inclinaciones de todas las partes del mecanismo que conforman el sistema en funcion de una unica variable, para este fin y por medio de un analisis geometrico es posible establecer la siguiente relacion fundamental entre los ángulos por medio del triángulo formado por las longitudes r, d y L. De esta manera obtenemos:

(ACA VA EL DIAGRAMA!!!!!)

$$L^2 = r^2 + d^2 - 2rd\cos(180^\circ - \phi) \tag{1}$$

Por medio de la propiedad trigonometrica $\cos(180^\circ - \Phi) = -\cos(\phi)$, reducimos la expresion a:

$$L = \sqrt{r^2 + d^2 + 2rd\cos(\phi)} \tag{2}$$

Donde L representara la distancia desde el punto O hasta el punto A. Sabiendo esto y usando la ley de senos es posible obtener la siguiente expresion:

$$\frac{\sin(180^\circ - \Phi)}{L} = \frac{\sin(\Theta)}{r} \tag{3}$$

Usando la propiedad trigonometrica $\sin(180 - \phi) = sin(\phi)$ y despejando r del lado derecho de la ecuacion obtenemos:

$$\sin(\theta) = \frac{\sin(\phi)r}{L} \tag{4}$$

Sustituyendo L en la expresion obtenemos:

$$\boxed{\sin(\Theta) = \frac{r\sin(\Phi)}{\sqrt{r^2 + d^2 + 2rd\cos(\Phi)}}} \tag{5}$$

De esta forma se establece una Relacion directa entre el angulo θ y ϕ.

1.1.1. Análisis de velocidades

Con la geometria del sistema definimos la velocidad en el punto a por medio de las restricciones cinematicas de cada una de las partes a las que pertenece. En primera instancia sabemos que el punto a respecto la barra O_2A tiene velocidad y aceleración angulares, mas no presenta traslacion. Por tanto se puede plantear la siguiente ecuacion de rotacion respecto a un eje fijo:

$$\vec{V}_a = \omega_2 \times \vec{r}, \;\; \Phi^\circ$$

De igual manera planteamos al punto a respecto a la barra O_1B, en la cual al generar un movimiento relativo a un sistema en rotacion es posible obtener la siguiente ecuacion vectorial para $\vec{V}_a$:

$$\vec{V}_a = \vec{V}'_a + \vec{V}_{a/f}$$

donde $\vec{V}'_a$ representa la velocidad producto de la rotacion del sistema mientras que $\vec{V}_{a/f}$ representa la velocidad relativa de a en el sistema. (SIGUE EL DIAGRAMA GRANDE CON EL TRIANGULO DE VELOCIDADES)

Analizando el diagrama y por medio del teorema de [INSERTAR TEOREMA] obtenemos:

$$V_{a/f} = (\omega_2 \cdot r \cdot \sin(\phi - \theta)) \tag{6}$$

Usando [TEOREMA 2] tambien obtenemos la siguiente expresion para la velocidad V'_a:

$$V'_a = \cos(\Phi - \Theta)\, V_a \tag{7}$$

Finalmente a partir de esta ultima relacion y remplazando con sus valores producto de su rotacion respecto a un eje fijo obtenemos:

$$\omega_1 L = [\cos(\Phi - \Theta)]\,\omega_2 r$$

Despejando L del lado izquierdo de la ecuacion obtenemos la siguiente expresion para la velocidad angular del eslabón (ω_1):

$$\boxed{\omega_1 = \frac{\omega_2 r}{L}\cos(\Phi - \Theta)} \tag{8}$$

1.1.2. Análisis de aceleraciones

De manera similar a en el analisis de velocidades tomamos a a respecto a la barra O_2A tiene velocidad y aceleración angular y no presenta traslación, debido a esto aplicamos nuevamente rotación respecto a eje fijo y obtenemos la siguiente expresion vectorial:

$$\vec{a}_a = (\alpha_2 \times \vec{r}),\ \ \Phi^\circ + (\omega_2 \times (\omega_2 \times \vec{r})),\ \ \Phi^\circ$$

Donde el primer termino representa la aceleracion tangencial de a mientras el segundo representa su aceleracion normal. Hecho esto ahora consideramos a como parte de la barra O_1B, obteniendo la sigueinte relacion:

$$\vec{a}_a = \vec{a}'_a + \vec{a}_{a/f} + \vec{a}_{cor}$$

Donde:

- $$\vec{a}'_a = (\alpha_1 \times \vec{L}),\ \ \theta^\circ + (\omega_1 \times (\omega_1 \times \vec{L})),\ \ \theta^\circ$$

  $\vec{a}'_a$ representa la aceleracion producto de la rotacion del sistema

- $$\vec{a}_{cor} = (2\omega_1 \times \vec{V}_{a/f}),\ \ \theta^\circ$$

  $\vec{a}_{cor}$ representa la aceleracion de coriolis, un termino adicional que surge en sistemas no inerciales de este tipo

- $$a_{a/f} = \ \ \theta^\circ$$

  $a_{a/f}$ representa la aceleracion del punto a relativo al sistema en rotacion

Igualando ambas ecuaciones vectoriales para encontrar las incognitas requeridas proyectamos todos los vectores respecto a sus componentes rectangulares, obteniendo las siguientes ecuaciones para X e Y:

$$(a'_a)_t \sin\theta + (a_{a/f})\cos\theta = \omega_2^2 r\cos(\Phi) + \alpha_2 r\sin(\Phi) + 2\omega_1 V_{a/f}\sin\theta - \omega_1^2 L\cos\theta$$

$$(a'_a)_t \cos\theta - (a_{a/f})\sin\theta = \alpha_2 r\cos(\Phi) - \omega_2^2 r\sin(\Phi) + 2\omega_1 V_{a/f}\cos\theta + \omega_1^2 L\sin\theta$$

Solucionando el sistema para α_1 y $a_{a/f}$:

$$\alpha_1 = \frac{\omega_2^2 r\sin(\theta - \Phi) + \alpha_2 r\cos(\theta - \Phi) + 2\omega_1 V_{a/f}}{L} \tag{9}$$

$$a_{a/f} = \omega_2^2 r\cos(\Phi - \theta) + \alpha_2 r\sin(\Phi - \theta) - \omega_1^2 L \tag{10}$$

2. Lazo vectorial para obtener velocidad y aceleración del martillo C

Planteando el lazo vectorial para el mecanismo, se tiene:
Al proyectar en los ejes x y y:

$$X : D - R\cos\theta + K\sin\beta = 0$$
$$Y : y_c + K\cos\beta - R\sin\theta = 0$$

Elevando ambas ecuaciones al cuadrado y sumando:

$$K^2 = (R\cos\theta - D)^2 + (R\sin\theta - y_c)^2$$

2.1. Derivación de la velocidad

Derivando ambos lados respecto al tiempo. Donde:

- K es constante
- $\frac{d\theta}{dt} = \omega_1$
- y_c es variable
- R es constante
- D es constante

$$\frac{d(K^2)}{dt} = \frac{d}{dt}\left[(R\cos(\theta) - D)^2 + (R\sin(\theta) - y_c)^2\right] \tag{11}$$

Como K es constante:

$$0 = \frac{d}{dt}\left[(R\cos(\theta) - D)^2 + (R\sin(\theta) - y_c)^2\right] \tag{12}$$

Aplicando la regla de la cadena:

$$0 = 2(R\cos(\theta) - D)\frac{d}{dt}(R\cos(\theta) - D) + 2(R\sin(\theta) - y_c)\frac{d}{dt}(R\sin(\theta) - y_c) \tag{13}$$

Calculando las derivadas internas:

$$\frac{d}{dt}(R\cos(\theta) - D) = -R\sin(\theta)\frac{d\theta}{dt} = -R\sin(\theta)\omega_1 \tag{14}$$

$$\frac{d}{dt}(R\sin(\theta) - y_c) = R\cos(\theta)\frac{d\theta}{dt} - \dot{y}_c = R\cos(\theta)\omega_1 - \dot{y}_c \tag{15}$$

Sustituyendo:

$$0 = 2(R\cos(\theta) - D)(-R\sin(\theta)\omega_1) + 2(R\sin(\theta) - y_c)(R\cos(\theta)\omega_1 - \dot{y}_c) \tag{16}$$

Dividiendo entre 2:

$$0 = -(R\cos(\theta) - D)R\sin(\theta)\omega_1 + (R\sin(\theta) - y_c)(R\cos(\theta)\omega_1 - \dot{y}_c) \tag{17}$$

Expandiendo:

$$\begin{aligned} 0 = & -R^2\cos(\theta)\sin(\theta)\omega_1 + DR\sin(\theta)\omega_1 \\ & + R^2\sin(\theta)\cos(\theta)\omega_1 - R\sin(\theta)\dot{y}_c \\ & - y_cR\cos(\theta)\omega_1 + y_c\dot{y}_c \end{aligned} \tag{18}$$

Los términos $R^2\cos(\theta)\sin(\theta)\omega_1$ se cancelan, quedando:

$$0 = DR\sin(\theta)\omega_1 - R\sin(\theta)\dot{y}_c - y_cR\cos(\theta)\omega_1 + y_c\dot{y}_c \tag{19}$$

Reorganizando:

$$\dot{y}_c(R\sin(\theta) - y_c) = R\omega_1(D\sin(\theta) - y_c\cos(\theta)) \tag{20}$$

2.2. Resultado para la velocidad

Dividiendo ambos lados por $(R\sin(\theta) - y_c)$:

$$\boxed{\dot{y}_c = \frac{R\omega_1(D\sin(\theta) - y_c\cos(\theta))}{R\sin(\theta) - y_c}} \tag{21}$$

Esta expresión es válida siempre que $R\sin(\theta) \neq y_c$ (es decir, que el denominador no sea cero).

2.3. Aceleración mediante lazo vectorial

Derivando nuevamente la ecuación de velocidad para obtener la aceleración:

$$\ddot{y}_c = R\,\frac{[\dot{\omega}_1 A - \omega_1^2 B - \omega_1 \dot{y}_c \cos\theta] D_{en} - \omega_1 A(\dot{y}_c + R\omega_1 \cos\theta)}{D_{en}^2} \tag{22}$$

donde:

$$\begin{aligned} A &= D\sin\theta - y_c\cos\theta, \\ B &= D\cos\theta + y_c\sin\theta, \\ D_{en} &= R\sin\theta - y_c. \end{aligned}$$

Nota: $\dot{\omega}_1 = \ddot{\theta} = \alpha_1$ es la aceleración angular.

2.4. Forma expandida de la aceleración

Expandiendo la expresión anterior:

$$\begin{aligned} \ddot{y}_c = &\frac{R\alpha_1(D\sin\theta - y_c\cos\theta)(R\sin\theta - y_c)}{(R\sin\theta - y_c)^2} \\ &- \frac{R\omega_1^2(D\cos\theta + y_c\sin\theta)(R\sin\theta - y_c)}{(R\sin\theta - y_c)^2} \\ &+ \frac{R\omega_1\dot{y}_c[R\sin\theta\cos\theta - y_c\cos\theta - D\sin\theta + y_c\cos\theta]}{(R\sin\theta - y_c)^2} \end{aligned} \tag{23}$$

Simplificando:

$$\begin{aligned} \ddot{y}_c = &\frac{R\alpha_1(D\sin\theta - y_c\cos\theta)(R\sin\theta - y_c)}{(R\sin\theta - y_c)^2} \\ &- \frac{R\omega_1^2(D\cos\theta + y_c\sin\theta)(R\sin\theta - y_c)}{(R\sin\theta - y_c)^2} \\ &+ \frac{R\omega_1\dot{y}_c(R\sin\theta\cos\theta - D\sin\theta)}{(R\sin\theta - y_c)^2} \end{aligned} \tag{24}$$

3. Cálculo de β , ω_3 , α_3, a_B y aceleraciones centroidales

Antes de obtener las variables cineticas del mecanismo es necesario preparar el terreno por medio de algunas relaciones cinematicas adicionales las cuales no fueron necesarias con anterioridad para encontrar los puntos de inetres.

3.1. Inclinacion eslabón K

Para encontrar el valor del angulo β el cual describe la inclinacion del eslabón respecto a la vertical se hace uso de la proyeccion en X desarrollada por medio del lazo vectorial, la cual al despejar β nos permite obtener la siguiente expresion:

$$\sin\beta = \frac{R\cos\theta - D}{K}, \qquad \beta = \arcsin\left(\frac{R\cos\theta - D}{K}\right) \tag{25}$$

3.2. Velocidades en el punto B

3.2.1. Ecuacion vectorial de velocidad (ω_3)

Usando movimiento del plano general podemos expresar la velocidad en el punto C por medio de la siguiente expresion:

$$\vec{v}_C = \vec{v}_B + \vec{v}_{C/B} \tag{26}$$

En la cual:

- $\vec{v}_B = \omega_1\ R\ \ \theta$, representa la velocidad del punto B y es producto a la rotacion del eslabón O_1B

- $\vec{v}_{C/B} = \omega_3 K \quad \beta$, representa la velocidad relativa tangecial del punto C respecto a B y es producto de la rotacion del eslabón BC
- $\vec{v}_C = \dot{y}_c$ (dirección vertical $\downarrow$), representa la velocidad del martillo, obtenida mediante el metodo de lazo vectorial

Tomando en cuenta las inclinaciones proyectamos los vectores en el eje horizontal, obtienendo asi la siguiente relacion para ω_3 y ω_1:

$$0 = -\omega_1 R \sin\theta - \omega_3 K \cos\beta \tag{27}$$

Despejando ω_3 de la ecuacion anterior obtenemos:

$$\boxed{\omega_3 = -\frac{\omega_1 R \sin\theta}{K \cos\beta}} \tag{28}$$

3.3. Aceleraciones en el punto B

3.3.1. Ecuacion vectorial de aceleración (α_3)

De manera similar a en el caso de las velocidad se tiene un movimiento de plano general, el cual nos permite expresar la aceleracion en el punto C por medio de la siguiente expresion:

$$\vec{a}_C = \vec{a}_B + \vec{a}_{C/B} \tag{29}$$

En el cual:

- $\vec{a}_B = (\vec{a}_B)_t + (\vec{a}_B)_n$:
  - $(\vec{a}_B)_t = \alpha_1 \cdot R, \quad \theta$, Representa la aceleracion tangecial del punto B debido a la rotacion fija en O_1
  - $(\vec{a}_B)_n = \omega_1^2 \cdot R \quad \theta$, Representa la aceleracion normal producto de la rotacion respecto a O_1. Apunta directamente hacia el eje de rotacion
- $\vec{a}_{C/B} = (\vec{a}_{C/B})_t + (\vec{a}_{C/B})_n$ en donde:
  - $(\vec{a}_{C/B})_t = \alpha_3 \cdot K \quad \beta$ Representa la aceleracion tangecial relativa del punto C respecto a B, es producto de la rotacion del eslabon BC
  - $(\vec{a}_{C/B})_n = \omega_3^2 \cdot K \quad \beta$ Representa la aceleracion normal relativa del punto C respecto a B, apunta directamente hacia el eje de rotacion del eslabon BC
- $\vec{a}_C = \ddot{y}_c \downarrow$ Representa la aceleracion del martillo, obtenida mediante el metodo de lazo vectorial

Con esta ecuacion y por medio de las proyecciones en el eje horizontal de cada vector encontramos la siguiente relacion que describe a α_3 en funcion de α_1 y ω_1:

$$0 = -\alpha_1 R \sin\theta + \omega_1^2 R \cos\theta + \alpha_3 K \cos\beta - \omega_3^2 K \sin\beta \tag{30}$$

Despejando α_3:

$$\boxed{\alpha_3 = \frac{\omega_1^2 R \cos\theta + \alpha_1 R \sin\theta - \omega_3^2 K \sin\beta}{K \cos\beta}} \tag{31}$$

3.4. Aceleraciones Centroidales

Debido a que el analisis cinetico hace uso de las aceleraciones centroidales de los cuerpos rigidos es necesario definir la aceleracion centroidal de cada una de las partes del mecanismo, es importante aclarar que el centroide debido a que todos los cuerpos estan equilibrados se encuentra en el mismo centro geometrico:

3.4.1. Eslabón $O_1 - B$

El eslabon $O_1 - B$ tiene una longitud R y su centroide se encuentra a una distancia $R/2$ del punto O_1, por tanto su aceleracion centroidal puede definirse como:

$$\bar{a}_{O_1} = \alpha_1 \lambda, \ \theta^\circ \quad + \omega_1^2 \lambda, \ \theta^\circ \tag{32}$$

$$\bar{a}_{O_{1x}} = -\left(\alpha_1 \lambda \sin\theta + \omega_1^2 \lambda \cos\theta\right) \tag{33}$$

$$\bar{a}_{O_{1y}} = \alpha_1 \lambda \cos\theta - \omega_1^2 \lambda \sin\theta \tag{34}$$

3.4.2. Eslabón $O_2 - A$

El eslabon $O_2 - A$ tiene una longitud r y su centroide se encuentra a una distancia $r/2$ del punto O_2, por tanto su aceleracion centroidal puede definirse como:

$$\bar{a}_{O_2} = \alpha_2 \frac{r}{2}, \ \theta^\circ \quad + \omega_2^2 \frac{r}{2}, \ \theta^\circ \tag{35}$$

$$\bar{a}_{O_{2x}} = -\left(\alpha_2 \frac{r}{2} \sin\theta + \omega_2^2 \frac{r}{2} \cos\theta\right) \tag{36}$$

$$\bar{a}_{O_{2y}} = \alpha_2 \frac{r}{2} \cos\theta - \omega_2^2 \frac{r}{2} \sin\theta \tag{37}$$

3.4.3. Martillo C

Para el martillo C es necesario tomar en cuenta que se encuentra unicamente en traslacion, por lo tanto su aceleracion centroidal es igual a la aceleracion del punto C obtenida por medio del lazo vectorial:

$$\bar{a}_C = y_c \tag{38}$$

3.4.4. Eslabón $B - C$

El eslabon $B - C$ tiene una longitud K y su centroide se encuentra a una distancia $K/2$ del punto B, por tanto y tomando en cuenta que presenta movimiento de plano general su aceleracion centroidal puede definirse como:

$$\bar{a}_{BC} = a_c + \alpha_3 \frac{K}{2}, \ \beta^\circ \quad + \omega_3^2 \frac{K}{2}, \ \beta^\circ \tag{39}$$

$$\bar{a}_{BC,x} = -\frac{K}{2}(\alpha_3 \cos\beta + \omega_3^2 \sin\beta) \tag{40}$$

$$\bar{a}_{BC,y} = -a_c + \frac{K}{2}(\alpha_3 \sin\beta - \omega_3^2 \cos\beta) \tag{41}$$

4. Momentos de inercia centroidales de los eslabones

En el análisis cinético se requieren los momentos de inercia de los eslabones en el plano del mecanismo (eje z saliendo del plano). Puesto que los eslabones se fabrican como prismas rectangulares (longitud L y ancho en el plano b), el momento de inercia respecto al centroide G alrededor del eje z es:

$$\boxed{I_G = \frac{1}{12}\, m\, (L^2 + b^2)} \tag{42}$$

Aplicando a cada eslabón del mecanismo:

Eslabón O_1B (longitud R, ancho b_R, masa m_R). Momento de inercia centroidal y respecto al centro de area sin la ranura O_1:

$$I_{o_1} = \boxed{\tfrac{1}{12}\, m_R\, (R^2 + b_R^2 - R'^2 - b_R'^2)} \tag{43}$$

Con este valor es posible encontrar el momento de inercia centroidal de masa usando el teorema de ejes paralelos

$$\bar{I}_{o_1} = \boxed{I_{o_1} - m(\delta)^2} \tag{44}$$

Donde: R es la longitud total de la barra O_1B, δ es la distancia del centro geometrico sin ranura al centro de masa, b_R su ancho en el plano; R' es la longitud de la ranura a lo largo de la barra y b'_R el ancho de esa ranura; m_R es la masa efectiva del eslabón (masa de la barra menos el material retirado por la ranura).

Eslabón O_2A (longitud r, ancho b_r, masa m_r). Momento de inercia centroidal y respecto al pivote O_2:

$$\bar{I}_r = \boxed{\tfrac{1}{12}\, m_r \,(r^2 + b_r^2)} \tag{45}$$

Eslabón BC (longitud K, ancho b_K, masa m_K). Cuando el balance de momentos se toma alrededor del centroide del eslabón BC, como en la ecuación *Z-BC* del informe, se requiere el momento de inercia centroidal:

$$\bar{I}_K = \boxed{\tfrac{1}{12}\, m_K \,(K^2 + b_K^2)} \tag{46}$$

5. Análisis Cinético

Ya con las variables cinematicas adecuadas desarrollaremos el diagrama de cuerpo libre de cada una de las partes, de tal manera que obtengamos un sistema de ecuaciones que permitan conocer las fuerzas que interceden en el mecanismo.

5.1. Ecuaciones de movimiento martillo C

En el martillo C solo puede moverse verticalmente, ademas de que esta solo se mueve en traslacion y por tanto su aceleracion angular es 0.

1. X - C:
$$C_x + N = 0 \quad \Rightarrow \quad C_x = -N \tag{47}$$

2. Z - C:
$$-xC_x - yf_r = 0 \quad \Rightarrow \quad N(x - Y(\mu_K)) = 0 \tag{48}$$
esta relacion debido a que todos los demas valores no pueden ser 0 nos indica que $N = C_x = 0$

3. Y - C:
$$W_c - C = m_c\bar{a}_c \quad \Rightarrow \quad C = m_c(g - \bar{a}_c) \tag{49}$$

5.2. Ecuaciones de movimiento del eslabon BC

El eslabon BC presenta movimiento de plano general y por tanto tiene aceleracion angular diferente de 0 y aceleracion lineal tanto vertical como horizontal.

1. X - BC:
$$B_x = m_{BC} \cdot (\bar{a}_{BC})_x \tag{50}$$

2. Y - BC:
$$B_y - W_R - C = m_{BC} \cdot (\bar{a}_{BC})_y \quad \Rightarrow \quad B_y = m_{BC}(g + (\bar{a}_{BC})_y) + C \tag{51}$$

3. Z - BC:
$$\frac{K}{2}(B_y \sin\beta - B_x \cos\beta + C\sin(\beta)) = \bar{I_{BC}} \cdot \alpha_3 \tag{52}$$

5.3. Ecuaciones de movimiento eslabon O1-B

El eslabon O1-B no presenta restriccion en la direccion x e y, ademas que su aceleracion angular es diferente de 0. Es importante resaltar que el punto a debido a ser la reaccion de la ranura se sabe que es normal a la barra O1-B y λ representa la distancia de o1 al centroide

1. X - O_1:
$$O_{1x} - A\sin\theta - B_x = m_{o_1}(\bar{a}_{o_1})_x \quad \Rightarrow \quad O_{1x} - A\sin\theta = m_{o_1}(\bar{a}_{o_1})_x + B_x \tag{53}$$

2. Y - O_1:
$$O_{1y} + A\cos\theta - B_y - W_{o_1} = m_{o_1}(\bar{a}_{o_1})_y \quad \Rightarrow \quad O_{1y} + A\cos\theta = m_{o_1}(g + \bar{a}_{o_1 y}) + B_y \tag{54}$$

3. Z - O_1:
$$(L-\lambda)\,A + \lambda(-B_y\cos\theta + B_x\sin\theta - O_{1y}\cos\theta + O_{1x}\sin\theta) = \bar{I_{o_1}} \cdot \alpha_1 \tag{55}$$

5.4. Ecuaciones de movimiento eslabon O2-A

La barra O2-A no presenta restriccion en la direccion x e y, ademas que su aceleracion angular es diferente de 0 y se le es impreso un par por parte del motor (τ).

1. X - O_2:
$$O_{2x} + A\sin\phi = m_r(\bar{a}_{o_2})_x \tag{56}$$

2. Y - O_2:
$$O_{2y} - A\cos\phi - W_r = m_r(\bar{a}_{o_2})_y \quad \Rightarrow \quad O_{2y} - A\cos\phi = m_r((\bar{a}_{o_2})_y + g) \tag{57}$$

3. Z - O_2:
$$\tau - \frac{r}{2}\cos(\phi-\theta) + \frac{r}{2}(-O_{2y}\cos\phi + O_{2x}\sin\phi) = \bar{I_{o_2}} \cdot \alpha_2 \tag{58}$$

6. Notas adicionales

Para poder resolver el sistema de ecuaciones planteado y obtener las reacciones en el mecanismo es obligatorio conocer las variables cinematicas planteadas a lo largo del analisis del mecanismo, entre las cuales resaltan:

- Las aceleraciones angulares α_1, α_2, α_3
- Las aceleraciones centroidales $\bar{a}_{o_1}$, $\bar{a}_{o_2}$, $\bar{a}_{BC}$ y $\bar{a}_C$