Cómo obtener ω_3 y α_3

Este apunte resume, paso a paso, cómo calcular primero la velocidad angular ω_3 y luego la aceleración angular α_3 del eslabón K (ángulo β), a partir del giro del manivela R (ángulo θ) con ω_1 y α_1. Se siguen exactamente las ecuaciones de tus notas.

Geometría

De la geometría del mecanismo:

$$\sin\beta = \frac{R\cos\theta - D}{K}, \qquad \beta = \arcsin\left(\frac{R\cos\theta - D}{K}\right), \tag{1}$$

tomando la rama que cumpla $\cos\beta > 0$ para la configuración mostrada.

Velocidades

La velocidad del punto C se descompone como:

$$\vec{v}_C = \vec{v}_B + \vec{v}_{C/B} \tag{2}$$

donde:

- $\vec{v}_B = \omega_1 R \measuredangle \theta$
- $\vec{v}_{C/B} = \omega_3 K \measuredangle \beta$

Descomponiendo en x y y se obtiene:

$$\text{En } y: \quad v_C = \omega_1 R\cos\theta - \omega_3 K\sin\beta, \tag{3}$$

$$\text{En } x: \quad 0 = \omega_1 R\sin\theta - \omega_3 K\cos\beta. \tag{4}$$

De la segunda ecuación resulta directamente

$$\boxed{\omega_3 = \frac{\omega_1 R\sin\theta}{K\cos\beta}} \tag{5}$$

Aceleraciones

La aceleración del punto C se descompone como:

$$\vec{a}_C = \vec{a}_B + \vec{a}_{C/B} \tag{6}$$

donde cada término se compone de componentes normal y tangencial:

$$
\begin{aligned}
\vec{a}_B &= (a_B)_n + (a_B)_t \\
&= \omega_1^2 R \measuredangle \theta + \alpha_1 R \measuredangle \theta \\
\vec{a}_{C/B} &= (a_{C/B})_n + (a_{C/B})_t \\
&= \omega_3^2 K \measuredangle \beta + \alpha_3 K \measuredangle \beta
\end{aligned}
$$

Descomponiendo en x y y:

$$\text{En } y: \quad a_C \;=\; -\omega_1^2 R \sin\theta \;+\; \alpha_1 R \cos\theta \;+\; \omega_3^2 K \cos\beta \;-\; \alpha_3 K \sin\beta, \tag{7}$$

$$\text{En } x: \quad 0 \;=\; \omega_1^2 R \cos\theta \;+\; \alpha_1 R \sin\theta \;-\; \omega_3^2 K \sin\beta \;-\; \alpha_3 K \cos\beta. \tag{8}$$

De la ecuación en x se despeja α_3 sin necesidad de conocer a_C:

$$\boxed{\alpha_3 \;=\; \frac{\omega_1^2 R \cos\theta + \alpha_1 R \sin\theta - \omega_3^2 K \sin\beta}{K \cos\beta}} \tag{9}$$

Una vez conocida α_3, la componente vertical de la aceleración del punto C es

$$\boxed{a_C \;=\; -\omega_1^2 R \sin\theta + \alpha_1 R \cos\theta + \omega_3^2 K \cos\beta - \alpha_3 K \sin\beta} \tag{10}$$

Observación. Si se desea una expresión totalmente en términos de $R, K, D, \theta, \omega_1, \alpha_1$, basta con sustituir β desde la geometría y $\omega_3 = \omega_1 R \sin\theta / (K \cos\beta)$ en la fórmula de α_3.