

LAZO VECTORIAL PARA OBTENER VEL Y ACEL DEL MARTILLO

Planteando el lazo vectorial para el mecanismo, se tiene:

(diagrama lazo vectorial)

Al proyectar en los ejes x y y :

$$X : D - R \cos \theta + K \sin \beta = 0$$

$$Y : y_c + K \cos \beta - R \sin \theta = 0$$

Elevando ambas ecuaciones al cuadrado y sumando:

$$K^2 = (R \cos \theta - D)^2 + (R \sin \theta - y_c)^2$$

Derivando ambos lados respecto al tiempo. Donde:

- K es constante
- $\frac{d\theta}{dt} = \omega_1$
- y_c es variable
- R es constante
- D es constante

$$\frac{d(K^2)}{dt} = \frac{d}{dt} [(R \cos(\theta) - D)^2 + (R \sin(\theta) - y_c)^2] \quad (1)$$

Como K es constante:

$$0 = \frac{d}{dt} [(R \cos(\theta) - D)^2 + (R \sin(\theta) - y_c)^2] \quad (2)$$

Aplicando la regla de la cadena:

$$0 = 2(R \cos(\theta) - D) \frac{d}{dt}(R \cos(\theta) - D) + 2(R \sin(\theta) - y_c) \frac{d}{dt}(R \sin(\theta) - y_c) \quad (3)$$

Calculando las derivadas internas:

$$\frac{d}{dt}(R \cos(\theta) - D) = -R \sin(\theta) \frac{d\theta}{dt} = -R \sin(\theta) \omega_1 \quad (4)$$

$$\frac{d}{dt}(R \sin(\theta) - y_c) = R \cos(\theta) \frac{d\theta}{dt} - \dot{y}_c = R \cos(\theta) \omega_1 - \dot{y}_c \quad (5)$$

Sustituyendo:

$$0 = 2(R \cos(\theta) - D)(-R \sin(\theta) \omega_1) + 2(R \sin(\theta) - y_c)(R \cos(\theta) \omega_1 - \dot{y}_c) \quad (6)$$

Dividiendo entre 2:

$$0 = -(R \cos(\theta) - D)R \sin(\theta)\omega_1 + (R \sin(\theta) - y_c)(R \cos(\theta)\omega_1 - \dot{y}_c) \quad (7)$$

Expandiendo:

$$\begin{aligned} 0 &= -R^2 \cos(\theta) \sin(\theta)\omega_1 + DR \sin(\theta)\omega_1 \\ &\quad + R^2 \sin(\theta) \cos(\theta)\omega_1 - R \sin(\theta)\dot{y}_c \\ &\quad - y_c R \cos(\theta)\omega_1 + y_c \dot{y}_c \end{aligned} \quad (8)$$

Los términos $R^2 \cos(\theta) \sin(\theta)\omega_1$ se cancelan, quedando:

$$0 = DR \sin(\theta)\omega_1 - R \sin(\theta)\dot{y}_c - y_c R \cos(\theta)\omega_1 + y_c \dot{y}_c \quad (9)$$

Reorganizando:

$$\dot{y}_c(R \sin(\theta) - y_c) = R\omega_1(D \sin(\theta) - y_c \cos(\theta)) \quad (10)$$

Despeje de \dot{y}_c

Dividiendo ambos lados por $(R \sin(\theta) - y_c)$:

$$\boxed{\dot{y}_c = \frac{R\omega_1(D \sin(\theta) - y_c \cos(\theta))}{R \sin(\theta) - y_c}} \quad (11)$$

Esta expresión es válida siempre que $R \sin(\theta) \neq y_c$ (es decir, que el denominador no sea cero).

Aceleración mediante lazo vectorial

Derivando nuevamente la ecuación de velocidad para obtener la aceleración:

$$\ddot{y}_c = R \frac{[\dot{\omega}_1 A - \omega_1^2 B - \omega_1 \dot{y}_c \cos \theta] D_{en} - \omega_1 A (\dot{y}_c + R \omega_1 \cos \theta)}{D_{en}^2} \quad (12)$$

donde:

$$\begin{aligned} A &= D \sin \theta - y_c \cos \theta, \\ B &= D \cos \theta + y_c \sin \theta, \\ D_{en} &= R \sin \theta - y_c. \end{aligned}$$

Nota: $\dot{\omega}_1 = \ddot{\theta} = \alpha_1$ es la aceleración angular.

Forma expandida de la aceleración

Expandiendo la expresión anterior:

$$\begin{aligned}\ddot{y}_c &= \frac{R\alpha_1(D \sin \theta - y_c \cos \theta)(R \sin \theta - y_c)}{(R \sin \theta - y_c)^2} \\ &\quad - \frac{R\omega_1^2(D \cos \theta + y_c \sin \theta)(R \sin \theta - y_c)}{(R \sin \theta - y_c)^2} \\ &\quad + \frac{R\omega_1 \dot{y}_c [R \sin \theta \cos \theta - y_c \cos \theta - D \sin \theta + y_c \cos \theta]}{(R \sin \theta - y_c)^2}\end{aligned}\tag{13}$$

$$\begin{aligned}\ddot{y}_c &= \frac{R(R \sin \theta - y_c)\alpha_1(D \sin \theta - y_c \cos \theta)}{(R \sin \theta - y_c)^2} \\ &\quad + \frac{R\omega_1^2[Ry_c - Dy_c \cos \theta - y_c^2 \sin \theta - R(D \cos \theta + y_c \sin \theta)]}{(R \sin \theta - y_c)^2} \\ &\quad + \frac{R\omega_1 \dot{y}_c [\cos \theta(R \sin \theta - y_c) - (D \sin \theta - y_c \cos \theta)]}{(R \sin \theta - y_c)^2}\end{aligned}\tag{14}$$

Simplificando:

$$\begin{aligned}\ddot{y}_c &= \frac{R\alpha_1(D \sin \theta - y_c \cos \theta)(R \sin \theta - y_c)}{(R \sin \theta - y_c)^2} \\ &\quad - \frac{R\omega_1^2(D \cos \theta + y_c \sin \theta)(R \sin \theta - y_c)}{(R \sin \theta - y_c)^2} \\ &\quad + \frac{R\omega_1 \dot{y}_c (R \sin \theta \cos \theta - D \sin \theta)}{(R \sin \theta - y_c)^2}\end{aligned}\tag{15}$$