

Diseño conceptual y análisis dinámico de un sistema de martillo accionado por un mecanismo de retorno rápido

Parámetros geométricos y operativos



Figura 1: Diagrama geométrico del mecanismo con referencias de dimensiones (r , d , R , K , D).

Los valores usados en el análisis corresponden al diseño actual del prototipo y se expresan en unidades SI:

$$\begin{array}{llll} r = 0.070 \text{ m} & d = 0.110 \text{ m} & R = 0.200 \text{ m} & \delta = 0.00665 \\ K = 0.070 \text{ m} & D = 0.17 \text{ m} & \lambda = 0.1093458 \text{ m} & g = 9.81 \text{ m/s}^2 \\ \omega_2 = 4.00 \text{ rad/s} & \alpha_2 = 0.00 \text{ rad/s}^2 & & \end{array}$$

Se asume motor de velocidad angular constante ($\alpha_2 = 0$) y todos los ángulos en radianes. El valor de λ corresponde a la distancia del pivote O_1 al centroide del eslabón O_1B .

1. Relación geométrica entre θ y ϕ

Relacion fundamental entre los ángulos por medio del triángulo formado por las longitudes r , d y L :

$$L^2 = r^2 + d^2 - 2rd \cos(180^\circ - \phi) \quad (1)$$

Por medio de la propiedad trigonometrica $\cos(180^\circ - \Phi) = -\cos(\phi)$, reducimos la expresion a:

$$L = \sqrt{r^2 + d^2 + 2rd \cos(\phi)} \quad (2)$$

Donde L representara la distancia desde el punto O hasta el punto A. Sabiendo esto y usando la ley de senos es posible obtener la siguiente expresion:

$$\frac{\sin(180^\circ - \Phi)}{L} = \frac{\sin(\Theta)}{r} \quad (3)$$

Usando la propiedad trigonometrica $\sin(180 - \phi) = \sin(\phi)$ y despejando r del lado derecho de la ecuacion obtenemos:

$$\sin(\theta) = \frac{\sin(\phi)r}{L} \quad (4)$$

Sustituyendo L en la expresion obtenemos:

$$\boxed{\sin(\Theta) = \frac{r \sin(\Phi)}{\sqrt{r^2 + d^2 + 2rd \cos(\Phi)}}} \quad (5)$$

De esta forma se establece una Relacion directa entre el angulo θ y ϕ .

2. Velocidades angulares y relativas

Velocidad en el punto a por medio de las restricciones cinematicas de cada una de las partes a las que pertenece. En primera instancia sabemos que el punto a respecto la barra O_2A tiene velocidad y aceleración angulares, mas no presenta traslacion. Por tanto se puede plantear la siguiente ecuacion de rotacion respecto a un eje fijo:

$$\vec{V}_a = \omega_2 \times \vec{r}, \quad \Phi^\circ$$

De igual manera planteamos al punto a respecto a la barra O_1B , en la cual al generar un movimiento relativo a un sistema en rotacion es posible obtener la siguiente ecuacion vectorial para \vec{V}_a :

$$\vec{V}_a = \vec{V}'_a + \vec{V}_{a/f}$$

donde \vec{V}'_a representa la velocidad producto de la rotacion del sistema mientras que $\vec{V}_{a/f}$ representa la velocidad relativa de a en el sistema.

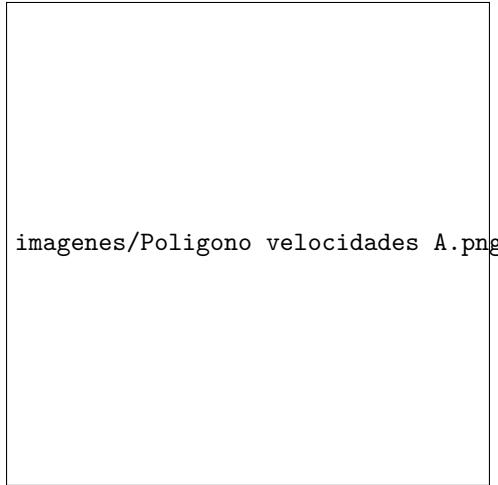


Figura 2: Polígono de velocidades en el punto A.

Analizando el diagrama y por medio del teorema de $\sin(\phi - \theta) = \frac{V_{a/f}}{V_a}$ obtenemos:

$$V_{a/f} = (\omega_2 \cdot r \cdot \sin(\phi - \theta)) \quad (6)$$

Usando $\cos(\phi - \theta) = \frac{V'_a}{V_a}$ tambien obtenemos la siguiente expresion para la velocidad V'_a :

$$V'_a = \cos(\Phi - \Theta) V_a \quad (7)$$

Finalmente a partir de esta ultima relacion y remplazando con sus valores producto de su rotacion respecto a un eje fijo obtenemos:

$$\omega_1 L = [\cos(\Phi - \Theta)] \omega_2 r$$

Despejando L del lado izquierdo de la ecuación obtenemos la siguiente expresión para la velocidad angular del eslabón (ω_1):

$$\boxed{\omega_1 = \frac{\omega_2 r}{L} \cos(\Phi - \Theta)} \quad (8)$$

2.1. Aceleraciones angulares y relativas

De manera similar a en el análisis de velocidades tomamos a a respecto a la barra O_2A tiene velocidad y aceleración angular y no presenta traslación, debido a esto aplicamos nuevamente rotación respecto a eje fijo y obtenemos la siguiente expresión vectorial:

$$\vec{a}_a = (\alpha_2 \times \vec{r}), \Phi^\circ + (\omega_2 \times (\omega_2 \times \vec{r})), \Phi^\circ$$

Donde el primer término representa la aceleración tangencial de a mientras el segundo representa su aceleración normal. Hecho esto ahora consideramos a como parte de la barra O_1B , obteniendo la siguiente relación:

$$\vec{a}_a = \vec{a}'_a + \vec{a}_{a/f} + \vec{a}_{cor}$$

Donde:

- $\vec{a}'_a = (\alpha_1 \times \vec{L}), \theta^\circ + (\omega_1 \times (\omega_1 \times \vec{L})), \theta^\circ$

\vec{a}'_a representa la aceleración producto de la rotación del sistema

- $\vec{a}_{cor} = (2\omega_1 \times \vec{V}_{a/f}), \theta^\circ$

\vec{a}_{cor} representa la aceleración de coriolis, un término adicional que surge en sistemas no inerciales de este tipo

- $a_{a/f} = \theta^\circ$

$a_{a/f}$ representa la aceleración del punto a relativo al sistema en rotación

Igualando ambas ecuaciones vectoriales para encontrar las incógnitas requeridas proyectamos todos los vectores respecto a sus componentes rectangulares, obteniendo las siguientes ecuaciones para X e Y:

$$(a'_a)_t \sin \theta + (a_{a/f}) \cos \theta = \omega_2^2 r \cos(\Phi) + \alpha_2 r \sin(\Phi) + 2\omega_1 V_{a/f} \sin \theta - \omega_1^2 L \cos \theta$$

$$(a'_a)_t \cos \theta - (a_{a/f}) \sin \theta = \alpha_2 r \cos(\Phi) - \omega_2^2 r \sin(\Phi) + 2\omega_1 V_{a/f} \cos \theta + \omega_1^2 L \sin \theta$$

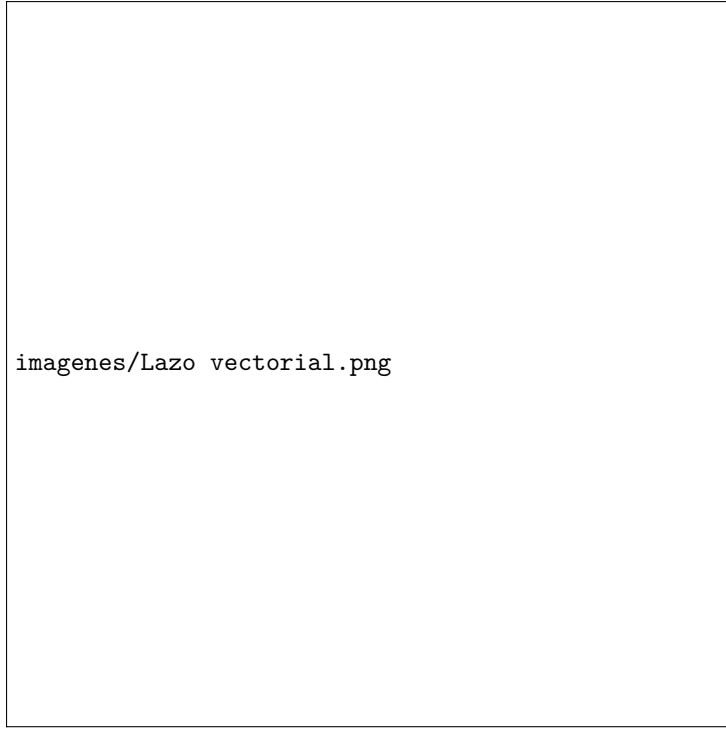
Solucionando el sistema para α_1 y $a_{a/f}$:

$$\alpha_1 = \frac{\omega_2^2 r \sin(\theta - \Phi) + \alpha_2 r \cos(\theta - \Phi) + 2\omega_1 V_{a/f}}{L} \quad (9)$$

$$a_{a/f} = \omega_2^2 r \cos(\Phi - \theta) + \alpha_2 r \sin(\Phi - \theta) - \omega_1^2 L \quad (10)$$

2.2. Lazo vectorial del martillo: posición, velocidad y aceleración

Planteando el lazo vectorial para el mecanismo, se tiene:



imagenes/Lazo vectorial.png

Figura 3: Lazo vectorial del mecanismo que relaciona O_1B , el eslabón BC y el desplazamiento vertical del martillo.

Al proyectar en los ejes x y y :

$$X : D - R \cos \theta + K \sin \beta = 0$$

$$Y : y_c + K \cos \beta - R \sin \theta = 0$$

Elevando ambas ecuaciones al cuadrado y sumando:

$$K^2 = (R \cos \theta - D)^2 + (R \sin \theta - y_c)^2$$

2.2.1. Derivación de la velocidad

Derivando ambos lados respecto al tiempo. Donde:

- K es constante
- $\frac{d\theta}{dt} = \omega_1$
- y_c es variable
- R es constante
- D es constante

$$\frac{d(K^2)}{dt} = \frac{d}{dt} [(R \cos(\theta) - D)^2 + (R \sin(\theta) - y_c)^2] \quad (11)$$

Como K es constante:

$$0 = \frac{d}{dt} [(R \cos(\theta) - D)^2 + (R \sin(\theta) - y_c)^2] \quad (12)$$

Aplicando la regla de la cadena:

$$0 = 2(R \cos(\theta) - D) \frac{d}{dt}(R \cos(\theta) - D) + 2(R \sin(\theta) - y_c) \frac{d}{dt}(R \sin(\theta) - y_c) \quad (13)$$

Calculando las derivadas internas:

$$\frac{d}{dt}(R \cos(\theta) - D) = -R \sin(\theta) \frac{d\theta}{dt} = -R \sin(\theta) \omega_1 \quad (14)$$

$$\frac{d}{dt}(R \sin(\theta) - y_c) = R \cos(\theta) \frac{d\theta}{dt} - \dot{y}_c = R \cos(\theta) \omega_1 - \dot{y}_c \quad (15)$$

Sustituyendo:

$$0 = 2(R \cos(\theta) - D)(-R \sin(\theta) \omega_1) + 2(R \sin(\theta) - y_c)(R \cos(\theta) \omega_1 - \dot{y}_c) \quad (16)$$

Dividiendo entre 2:

$$0 = -(R \cos(\theta) - D)R \sin(\theta) \omega_1 + (R \sin(\theta) - y_c)(R \cos(\theta) \omega_1 - \dot{y}_c) \quad (17)$$

Expandiendo:

$$\begin{aligned} 0 &= -R^2 \cos(\theta) \sin(\theta) \omega_1 + DR \sin(\theta) \omega_1 \\ &\quad + R^2 \sin(\theta) \cos(\theta) \omega_1 - R \sin(\theta) \dot{y}_c \\ &\quad - y_c R \cos(\theta) \omega_1 + y_c \dot{y}_c \end{aligned} \quad (18)$$

Los términos $R^2 \cos(\theta) \sin(\theta) \omega_1$ se cancelan, quedando:

$$0 = DR \sin(\theta) \omega_1 - R \sin(\theta) \dot{y}_c - y_c R \cos(\theta) \omega_1 + y_c \dot{y}_c \quad (19)$$

Reorganizando:

$$\dot{y}_c(R \sin(\theta) - y_c) = R \omega_1(D \sin(\theta) - y_c \cos(\theta)) \quad (20)$$

2.2.2. Resultado para la velocidad

Dividiendo ambos lados por $(R \sin(\theta) - y_c)$:

$$\dot{y}_c = \frac{R \omega_1(D \sin(\theta) - y_c \cos(\theta))}{R \sin(\theta) - y_c}$$

(21)

Esta expresión es válida siempre que $R \sin(\theta) \neq y_c$ (es decir, que el denominador no sea cero).

2.2.3. Aceleración mediante lazo vectorial

Derivando nuevamente la ecuación de velocidad para obtener la aceleración:

$$\ddot{y}_c = R \frac{[\dot{\omega}_1 A - \omega_1^2 B - \omega_1 \dot{y}_c \cos \theta] D_{en} - \omega_1 A (\dot{y}_c + R \omega_1 \cos \theta)}{D_{en}^2} \quad (22)$$

donde:

$$\begin{aligned} A &= D \sin \theta - y_c \cos \theta, \\ B &= D \cos \theta + y_c \sin \theta, \\ D_{en} &= R \sin \theta - y_c. \end{aligned}$$

Nota: $\dot{\omega}_1 = \ddot{\theta} = \alpha_1$ es la aceleración angular.

2.2.4. Forma expandida de la aceleración

Expandiendo la expresión anterior:

$$\begin{aligned} \ddot{y}_c &= \frac{R \alpha_1 (D \sin \theta - y_c \cos \theta) (R \sin \theta - y_c)}{(R \sin \theta - y_c)^2} \\ &\quad - \frac{R \omega_1^2 (D \cos \theta + y_c \sin \theta) (R \sin \theta - y_c)}{(R \sin \theta - y_c)^2} \\ &\quad + \frac{R \omega_1 \dot{y}_c [R \sin \theta \cos \theta - y_c \cos \theta - D \sin \theta + y_c \cos \theta]}{(R \sin \theta - y_c)^2} \end{aligned} \quad (23)$$

Simplificando:

$$\begin{aligned}\ddot{y}_c &= \frac{R\alpha_1(D \sin \theta - y_c \cos \theta)(R \sin \theta - y_c)}{(R \sin \theta - y_c)^2} \\ &\quad - \frac{R\omega_1^2(D \cos \theta + y_c \sin \theta)(R \sin \theta - y_c)}{(R \sin \theta - y_c)^2} \\ &\quad + \frac{R\omega_1 \dot{y}_c(R \sin \theta \cos \theta - D \sin \theta)}{(R \sin \theta - y_c)^2}\end{aligned}\tag{24}$$

3. Cinemática del eslabón BC

3.1. Ángulo β del eslabón K

Antes de obtener las variables cinéticas del mecanismo es necesario preparar el terreno por medio de algunas relaciones cinemáticas adicionales las cuales no fueron necesarias con anterioridad para encontrar los puntos de inmetros.

3.1.1. Inclinación eslabón K

Para encontrar el valor del ángulo β el cual describe la inclinación del eslabón respecto a la vertical se hace uso de la proyección en X desarrollada por medio del lazo vectorial, la cual al despejar β nos permite obtener la siguiente expresión:

$$\sin \beta = \frac{R \cos \theta - D}{K}, \quad \beta = \arcsin \left(\frac{R \cos \theta - D}{K} \right)\tag{25}$$

3.1.2. Ecuación vectorial de velocidad en el punto B

Usando movimiento del plano general podemos expresar la velocidad en el punto C por medio de la siguiente expresión:

$$\vec{v}_C = \vec{v}_B + \vec{v}_{C/B}\tag{26}$$

En la cual:

- $\vec{v}_B = \omega_1 R \theta$, representa la velocidad del punto B y es producto a la rotación del eslabón $O_1 B$
- $\vec{v}_{C/B} = \omega_3 K \beta$, representa la velocidad relativa tangencial del punto C respecto a B y es producto de la rotación del eslabón BC
- $\vec{v}_C = \dot{y}_c$ (dirección vertical \downarrow), representa la velocidad del martillo, obtenida mediante el método de lazo vectorial

Tomando en cuenta las inclinaciones proyectamos los vectores en el eje horizontal, obteniendo así la siguiente relación para ω_3 y ω_1 :

$$0 = -\omega_1 R \sin \theta - \omega_3 K \cos \beta\tag{27}$$

Despejando ω_3 de la ecuación anterior obtenemos:

$$\omega_3 = -\frac{\omega_1 R \sin \theta}{K \cos \beta}\tag{28}$$

3.1.3. Ecuación vectorial de aceleración en el punto B

De manera similar a en el caso de las velocidades se tiene un movimiento de plano general, el cual nos permite expresar la aceleración en el punto C por medio de la siguiente expresión:

$$\vec{a}_C = \vec{a}_B + \vec{a}_{C/B}\tag{29}$$

En el cual:

- $\vec{a}_B = (\vec{a}_B)_t + (\vec{a}_B)_n$:

- $(\vec{a}_B)_t = \alpha_1 \cdot R, \theta$, Representa la aceleracion tangencial del punto B debido a la rotacion fija en O_1
- $(\vec{a}_B)_n = \omega_1^2 \cdot R \theta$, Representa la aceleracion normal producto de la rotacion respecto a O_1 . Apunta directamente hacia el eje de rotacion
- $\vec{a}_{C/B} = (\vec{a}_{C/B})_t + (\vec{a}_{C/B})_n$ en donde:
 - $(\vec{a}_{C/B})_t = \alpha_3 \cdot K \beta$ Representa la aceleracion tangencial relativa del punto C respecto a B , es producto de la rotacion del eslabon BC
 - $(\vec{a}_{C/B})_n = \omega_3^2 \cdot K \beta$ Representa la aceleracion normal relativa del punto C respecto a B , apunta directamente hacia el eje de rotacion del eslabon BC
- $\vec{a}_C = \ddot{y}_c \downarrow$ Representa la aceleracion del martillo, obtenida mediante el metodo de lazo vectorial

Con esta ecuacion y por medio de las proyecciones en el eje horizontal de cada vector encontramos la siguiente relacion que describe a α_3 en funcion de α_1 y ω_1 :

$$0 = -\alpha_1 R \sin \theta + \omega_1^2 R \cos \theta + \alpha_3 K \cos \beta - \omega_3^2 K \sin \beta \quad (30)$$

Despejando α_3 :

$$\alpha_3 = \frac{\omega_1^2 R \cos \theta + \alpha_1 R \sin \theta - \omega_3^2 K \sin \beta}{K \cos \beta} \quad (31)$$

4. Aceleraciones centroidales

Para el analisis cinetico se requieren las aceleraciones de los centroides. Se asume cada eslabon como cuerpo rigido homogeneo (centroide en su centro geometrico salvo correcciones de masa).

4.1. Eslabón $O_1 B$

Centroide a distancia λ de O_1 . Aceleraciones tangencial y normal:

$$\bar{a}_{O_{1x}} = -(\alpha_1 \lambda \sin \theta + \omega_1^2 \lambda \cos \theta) \quad (32)$$

$$\bar{a}_{O_{1y}} = \alpha_1 \lambda \cos \theta - \omega_1^2 \lambda \sin \theta \quad (33)$$

4.2. Eslabón $O_2 A$

Centroide a $r/2$ de O_2 :

$$\bar{a}_{O_{2x}} = -(\alpha_2 \frac{r}{2} \sin \phi + \omega_2^2 \frac{r}{2} \cos \phi) \quad (34)$$

$$\bar{a}_{O_{2y}} = \alpha_2 \frac{r}{2} \cos \phi - \omega_2^2 \frac{r}{2} \sin \phi \quad (35)$$

4.3. Martillo C

Traslacion pura vertical:

$$\bar{a}_C = \ddot{y}_c \quad (36)$$

4.4. Eslabón BC

Centroide a $K/2$ de B con movimiento plano general:

$$\bar{a}_{BC,x} = -\frac{K}{2}(\alpha_3 \cos \beta + \omega_3^2 \sin \beta) \quad (37)$$

$$\bar{a}_{BC,y} = -\ddot{y}_c + \frac{K}{2}(\alpha_3 \sin \beta - \omega_3^2 \cos \beta) \quad (38)$$

4.5. Momentos de inercia centroidales de los eslabones

En el análisis cinético se requieren los momentos de inercia de los eslabones en el plano del mecanismo (eje z saliendo del plano). Puesto que los eslabones se fabrican como prismas rectangulares (longitud L y ancho en el plano b), el momento de inercia respecto al centroide G alrededor del eje z es:

$$I_G = \frac{1}{12} m (L^2 + b^2) \quad (39)$$

Aplicando a cada eslabón del mecanismo:

Eslabón O_1B (longitud R , ancho b_R , masa m_R). Momento de inercia centroidal y respecto al centro de área sin la ranura O_1 :

$$I_{o_1} = \left[\frac{1}{12} m_R (R^2 + b_R^2 - R'^2 - b'_R^2) \right] \quad (40)$$

Con este valor es posible encontrar el momento de inercia centroidal de masa usando el teorema de ejes paralelos

$$\bar{I}_{o_1} = \left[I_{o_1} - m(\delta)^2 \right] \quad (41)$$

Donde: R es la longitud total de la barra O_1B , δ es la distancia del centro geométrico sin ranura al centro de masa, b_R su ancho en el plano; R' es la longitud de la ranura a lo largo de la barra y b'_R el ancho de esa ranura; m_R es la masa efectiva del eslabón (masa de la barra menos el material retirado por la ranura). Donde: R es la longitud total de la barra O_1B , b_R su ancho en el plano; R' es la longitud de la ranura a lo largo de la barra y b'_R el ancho de esa ranura; m_R es la masa efectiva del eslabón (masa de la barra menos el material retirado por la ranura).

Eslabón O_2A (longitud r , ancho b_r , masa m_r). Momento de inercia centroidal y respecto al pivote O_2 :

$$\bar{I}_r = \left[\frac{1}{12} m_r (r^2 + b_r^2) \right] \quad (42)$$

Eslabón BC (longitud K , ancho b_K , masa m_K). Cuando el balance de momentos se toma alrededor del centroide del eslabón BC , como en la ecuación $Z-BC$ del informe, se requiere el momento de inercia centroidal:

$$\bar{I}_K = \left[\frac{1}{12} m_K (K^2 + b_K^2) \right] \quad (43)$$

4.6. Momentos de inercia

Para barras prismáticas de longitud L y ancho en el plano b el momento de inercia centroidal (eje z perpendicular al plano) es $I_G = \frac{1}{12}m(L^2 + b^2)$. Se aplican correcciones por ranura en O_1B usando diferencia de áreas y teorema de ejes paralelos.

5. Análisis cinético

Con las variables cinemáticas se plantean ecuaciones de cuerpo rígido para cada eslabón (direcciones X , Y y momentos alrededor de pivotes o centroides). Se emplean las fuerzas: reacciones O_{1x} , O_{1y} , O_{2x} , O_{2y} , fuerza de pasador A , reacciones en B (B_x , B_y), fuerza vertical en martillo C y par motor τ .

5.1. Ecuaciones de movimiento martillo C

En el martillo C solo puede moverse verticalmente, ademas de que esta solo se mueve en translación y por tanto su aceleración angular es 0.

1. X - C:

$$C_x + N = 0 \Rightarrow C_x = -N \quad (44)$$

2. Z - C:

$$-xC_x - yf_r = 0 \Rightarrow N(x - Y(\mu_K)) = 0 \quad (45)$$

esta relacion debido a que todos los demas valores no pueden ser 0 nos indica que $N = C_x = 0$

3. Y - C:

$$W_c - C = m_c \bar{a}_c \Rightarrow C = m_c(g - \bar{a}_c) \quad (46)$$

5.2. Ecuaciones de movimiento del eslabon BC

El eslabon BC presenta movimiento de plano general y por tanto tiene aceleracion angular diferente de 0 y aceleracion lineal tanto vertical como horizontal.

1. X - BC:

$$B_x = m_{BC} \cdot (\bar{a}_{BC})_x \quad (47)$$

2. Y - BC:

$$B_y - W_R - C = m_{BC} \cdot (\bar{a}_{BC})_y \Rightarrow B_y = m_{BC}(g + (\bar{a}_{BC})_y) + C \quad (48)$$

3. Z - BC:

$$\frac{K}{2}(B_y \sin \beta - B_x \cos \beta + C \sin(\beta)) = I_{BC}^- \cdot \alpha_3 \quad (49)$$

5.3. Ecuaciones de movimiento eslabon O1-B

El eslabon O1-B no presenta restriccion en la direccion x e y, ademas que su aceleracion angular es diferente de 0. Es importante resaltar que el punto a debido a ser la reaccion de la ranura se sabe que es normal a la barra O1-B y λ representa la distancia de o1 al centroide

1. X - O_1 :

$$O_{1x} - A \sin \theta - B_x = m_{o_1}(\bar{a}_{o_1})_x \Rightarrow O_{1x} - A \sin \theta = m_{o_1}(\bar{a}_{o_1})_x + B_x \quad (50)$$

2. Y - O_1 :

$$O_{1y} + A \cos \theta - B_y - W_{o_1} = m_{o_1}(\bar{a}_{o_1})_y \Rightarrow O_{1y} + A \cos \theta = m_{o_1}(g + \bar{a}_{o_1}y) + B_y \quad (51)$$

3. Z - O_1 :

$$(L - \lambda)A + \lambda(-B_y \cos \theta + B_x \sin \theta - O_{1y} \cos \theta + O_{1x} \sin \theta) = I_{o_1}^- \cdot \alpha_1 \quad (52)$$

5.4. Ecuaciones de movimiento eslabon O2-A

La barra O2-A no presenta restriccion en la direccion x e y, ademas que su aceleracion angular es diferente de 0 y se le es impreso un par por parte del motor (τ).

1. X - O_2 :

$$O_{2x} + A \sin \phi = m_r(\bar{a}_{o_2})_x \quad (53)$$

2. Y - O_2 :

$$O_{2y} - A \cos \phi - W_r = m_r(\bar{a}_{o_2})_y \Rightarrow O_{2y} - A \cos \phi = m_r((\bar{a}_{o_2})_y + g) \quad (54)$$

3. Z - O_2 :

$$\tau - \frac{r}{2} \cos(\phi - \theta) + \frac{r}{2}(-O_{2y} \cos \phi + O_{2x} \sin \phi) = I_{o_2}^- \cdot \alpha_2 \quad (55)$$

5.5. Sistema reducido para resolución secuencial

Dada una fuerza requerida C en el martillo se procede: (i) calcular B_x, B_y usando las aceleraciones centroidales de BC ; (ii) resolver O_{1x}, O_{1y}, A mediante el sistema lineal:

$$\begin{aligned} O_{1x} - A \sin \theta &= m_{o1} \bar{a}_{O_{1x}} + B_x, \\ O_{1y} + A \cos \theta &= m_{o1}(\bar{a}_{O_{1y}} + g) + B_y, \\ \lambda \sin \theta O_{1x} - \lambda \cos \theta O_{1y} + (L - \lambda)A &= \bar{I}_{o1} \alpha_1 - \lambda(B_x \sin \theta - B_y \cos \theta). \end{aligned}$$

Finalmente el par motor instantáneo:

$$au = \bar{I}_{o2} \alpha_2 + rA \cos(\phi - \theta) + \frac{r}{2}m_{o2}g \cos \phi.$$

5.6. Potencia y eficiencia

La potencia de entrada y salida se estiman como:

$$P_{in} = \tau \omega_2, \quad P_{out} = C \dot{y}_c, \quad \eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} \times 100\%.$$

6. Notas finales

La resolución numérica se implementa en Python generando curvas de $\theta(t), \omega_1(t), \dot{y}_c(t), \ddot{y}_c(t), \beta(t), \omega_3(t), \alpha_3(t)$, fuerzas y par $\tau(t)$, además de una búsqueda del parámetro D que maximiza la carrera evitando singularidades (denominadores cercanos a cero en la expresión de \dot{y}_c). Esto garantiza un régimen estable y aprovechamiento máximo del desplazamiento del martillo.

7. Fase de Diseño Detallado

8. Análisis de los resultados teóricos

9. Análisis sobre el funcionamiento del prototipo

10. Conclusiones y recomendaciones

Referencias

- [1] Ferdinand P. Beer, E. Russell Johnston Jr., William E. Clausen, "Dinámica para ingeniería", McGraw-Hill, última edición disponible.
- [2] Autor desconocido, "Vector loop approach for mechanism analysis," HAL Open Science, 2018. Disponible en: <https://hal.science/hal-01715664/document>
- [3] STIX Fonts Project, "STIX Two Math," 2020. Disponible en: <https://stixfonts.org>