

# Cálculos del Mecanismo de Retorno Rápido

## Índice

<b>1. Modelo cinemático</b>	<b>2</b>
1.1. Relación entre $\theta$ y $\phi$ . . . . .	2
1.1.1. Análisis de velocidades . . . . .	2
1.1.2. Análisis de aceleraciones . . . . .	3
<b>2. Lazo vectorial para obtener velocidad y aceleración del martillo C</b>	<b>3</b>
2.1. Derivación de la velocidad . . . . .	4
2.2. Resultado para la velocidad . . . . .	4
2.3. Aceleración mediante lazo vectorial . . . . .	5
2.4. Forma expandida de la aceleración . . . . .	5
<b>3. Cálculo de <math>\beta</math> , <math>\omega_3</math> , <math>\alpha_3</math>, <math>a_B</math> y aceleraciones centroidales</b>	<b>5</b>
3.1. Inclinación eslabón K . . . . .	5
3.2. Velocidades en el punto B . . . . .	5
3.2.1. Ecuación vectorial de velocidad ( $\omega_3$ ) . . . . .	5
3.3. Aceleraciones en el punto B . . . . .	6
3.3.1. Ecuación vectorial de aceleración ( $\alpha_3$ ) . . . . .	6
3.4. Aceleraciones Centroidales . . . . .	6
3.4.1. Eslabón $O_1 - B$ . . . . .	7
3.4.2. Eslabón $O_2 - A$ . . . . .	7
3.4.3. Martillo C . . . . .	7
3.4.4. Eslabón $B - C$ . . . . .	7
<b>4. Momentos de inercia centroidales de los eslabones</b>	<b>7</b>
<b>5. Análisis Cinético</b>	<b>8</b>
5.1. Ecuaciones de movimiento martillo C . . . . .	8
5.2. Ecuaciones de movimiento del eslabón BC . . . . .	8
5.3. Ecuaciones de movimiento eslabón O1-B . . . . .	9
5.4. Ecuaciones de movimiento eslabón O2-A . . . . .	9
5.5. Potencia y eficiencia del mecanismo . . . . .	9
<b>6. Notas adicionales</b>	<b>9</b>

# 1. Modelo cinemático

## 1.1. Relación entre $\theta$ y $\phi$

Inicialmente para el análisis cinemático es necesario encontrar expresiones que permitan describir las distancias e inclinaciones de todas las partes del mecanismo que conforman el sistema en función de una única variable, para este fin y por medio de un análisis geométrico es posible establecer la siguiente relación fundamental entre los ángulos por medio del triángulo formado por las longitudes  $r$ ,  $d$  y  $L$ . De esta manera obtenemos:

(ACA VA EL DIAGRAMA!!!!)

$$L^2 = r^2 + d^2 - 2rd \cos(180^\circ - \phi) \quad (1)$$

Por medio de la propiedad trigonométrica  $\cos(180^\circ - \Phi) = -\cos(\phi)$ , reducimos la expresión a:

$$L = \sqrt{r^2 + d^2 + 2rd \cos(\phi)} \quad (2)$$

Donde  $L$  representará la distancia desde el punto O hasta el punto A. Sabiendo esto y usando la ley de senos es posible obtener la siguiente expresión:

$$\frac{\sin(180^\circ - \Phi)}{L} = \frac{\sin(\Theta)}{r} \quad (3)$$

Usando la propiedad trigonométrica  $\sin(180^\circ - \phi) = \sin(\phi)$  y despejando  $r$  del lado derecho de la ecuación obtenemos:

$$\sin(\theta) = \frac{\sin(\phi)r}{L} \quad (4)$$

Sustituyendo  $L$  en la expresión obtenemos:

$$\boxed{\sin(\Theta) = \frac{r \sin(\Phi)}{\sqrt{r^2 + d^2 + 2rd \cos(\Phi)}}} \quad (5)$$

De esta forma se establece una Relación directa entre el ángulo  $\theta$  y  $\phi$ .

### 1.1.1. Análisis de velocidades

Con la geometría del sistema definimos la velocidad en el punto  $a$  por medio de las restricciones cinemáticas de cada una de las partes a las que pertenece. En primera instancia sabemos que el punto  $a$  respecto a la barra  $O_2A$  tiene velocidad y aceleración angulares, mas no presenta traslación. Por tanto se puede plantear la siguiente ecuación de rotación respecto a un eje fijo:

$$\vec{V}_a = \omega_2 \times \vec{r}, \quad \Phi^\circ$$

De igual manera planteamos al punto  $a$  respecto a la barra  $O_1B$ , en la cual al generar un movimiento relativo a un sistema en rotación es posible obtener la siguiente ecuación vectorial para  $\vec{V}_a$ :

$$\vec{V}_a = \vec{V}'_a + \vec{V}_{a/f}$$

donde  $\vec{V}'_a$  representa la velocidad producto de la rotación del sistema mientras que  $\vec{V}_{a/f}$  representa la velocidad relativa de  $a$  en el sistema. (SIGUE EL DIAGRAMA GRANDE CON EL TRIÁNGULO DE VELOCIDADES)

Analizando el diagrama y por medio del teorema de [INSERTAR TEOREMA] obtenemos:

$$V_{a/f} = (\omega_2 \cdot r \cdot \sin(\phi - \theta)) \quad (6)$$

Usando [TEOREMA 2] también obtenemos la siguiente expresión para la velocidad  $V'_a$ :

$$V'_a = \cos(\Phi - \Theta) V_a \quad (7)$$

Finalmente a partir de esta última relación y remplazando con sus valores producto de su rotación respecto a un eje fijo obtenemos:

$$\omega_1 L = [\cos(\Phi - \Theta)] \omega_2 r$$

Despejando L del lado izquierdo de la ecuación obtenemos la siguiente expresión para la velocidad angular del eslabón ( $\omega_1$ ):

$$\boxed{\omega_1 = \frac{\omega_2 r}{L} \cos(\Phi - \Theta)}$$

(8)

### 1.1.2. Análisis de aceleraciones

De manera similar a en el análisis de velocidades tomamos a  $a$  respecto a la barra  $O_2 A$  tiene velocidad y aceleración angular y no presenta traslación, debido a esto aplicamos nuevamente rotación respecto a eje fijo y obtenemos la siguiente expresión vectorial:

$$\vec{a}_a = (\alpha_2 \times \vec{r}), \Phi^\circ + (\omega_2 \times (\omega_2 \times \vec{r})), \Phi^\circ$$

Donde el primer término representa la aceleración tangencial de  $a$  mientras el segundo representa su aceleración normal. Hecho esto ahora consideramos a como parte de la barra  $O_1 B$ , obteniendo la siguiente relación:

$$\vec{a}_a = \vec{a}'_a + \vec{a}_{a/f} + \vec{a}_{cor}$$

Donde:

- $\vec{a}'_a = (\alpha_1 \times \vec{L}), \theta^\circ + (\omega_1 \times (\omega_1 \times \vec{L})), \theta^\circ$

$\vec{a}'_a$  representa la aceleración producto de la rotación del sistema

- $\vec{a}_{cor} = (2\omega_1 \times \vec{V}_{a/f}), \theta^\circ$

$\vec{a}_{cor}$  representa la aceleración de coriolis, un término adicional que surge en sistemas no inerciales de este tipo

- $a_{a/f} = \theta^\circ$

$a_{a/f}$  representa la aceleración del punto  $a$  relativo al sistema en rotación

Igualando ambas ecuaciones vectoriales para encontrar las incógnitas requeridas proyectamos todos los vectores respecto a sus componentes rectangulares, obteniendo las siguientes ecuaciones para X e Y:

$$(a'_a)_t \sin \theta + (a_{a/f}) \cos \theta = \omega_2^2 r \cos(\Phi) + \alpha_2 r \sin(\Phi) + 2\omega_1 V_{a/f} \sin \theta - \omega_1^2 L \cos \theta$$

$$(a'_a)_t \cos \theta - (a_{a/f}) \sin \theta = \alpha_2 r \cos(\Phi) - \omega_2^2 r \sin(\Phi) + 2\omega_1 V_{a/f} \cos \theta + \omega_1^2 L \sin \theta$$

Solucionando el sistema para  $\alpha_1$  y  $a_{a/f}$ :

$$\alpha_1 = \frac{\omega_2^2 r \sin(\theta - \Phi) + \alpha_2 r \cos(\theta - \Phi) + 2\omega_1 V_{a/f}}{L} \quad (9)$$

$$a_{a/f} = \omega_2^2 r \cos(\Phi - \theta) + \alpha_2 r \sin(\Phi - \theta) - \omega_1^2 L \quad (10)$$

## 2. Lazo vectorial para obtener velocidad y aceleración del martillo C

Planteando el lazo vectorial para el mecanismo, se tiene:

Al proyectar en los ejes  $x$  y  $y$ :

$$X : D - R \cos \theta + K \sin \beta = 0$$

$$Y : y_c + K \cos \beta - R \sin \theta = 0$$

Elevando ambas ecuaciones al cuadrado y sumando:

$$K^2 = (R \cos \theta - D)^2 + (R \sin \theta - y_c)^2$$

## 2.1. Derivación de la velocidad

Derivando ambos lados respecto al tiempo. Donde:

- $K$  es constante
- $\frac{d\theta}{dt} = \omega_1$
- $y_c$  es variable
- $R$  es constante
- $D$  es constante

$$\frac{d(K^2)}{dt} = \frac{d}{dt} [(R \cos(\theta) - D)^2 + (R \sin(\theta) - y_c)^2] \quad (11)$$

Como  $K$  es constante:

$$0 = \frac{d}{dt} [(R \cos(\theta) - D)^2 + (R \sin(\theta) - y_c)^2] \quad (12)$$

Aplicando la regla de la cadena:

$$0 = 2(R \cos(\theta) - D) \frac{d}{dt}(R \cos(\theta) - D) + 2(R \sin(\theta) - y_c) \frac{d}{dt}(R \sin(\theta) - y_c) \quad (13)$$

Calculando las derivadas internas:

$$\frac{d}{dt}(R \cos(\theta) - D) = -R \sin(\theta) \frac{d\theta}{dt} = -R \sin(\theta) \omega_1 \quad (14)$$

$$\frac{d}{dt}(R \sin(\theta) - y_c) = R \cos(\theta) \frac{d\theta}{dt} - \dot{y}_c = R \cos(\theta) \omega_1 - \dot{y}_c \quad (15)$$

Sustituyendo:

$$0 = 2(R \cos(\theta) - D)(-R \sin(\theta) \omega_1) + 2(R \sin(\theta) - y_c)(R \cos(\theta) \omega_1 - \dot{y}_c) \quad (16)$$

Dividiendo entre 2:

$$0 = -(R \cos(\theta) - D)R \sin(\theta) \omega_1 + (R \sin(\theta) - y_c)(R \cos(\theta) \omega_1 - \dot{y}_c) \quad (17)$$

Expandiendo:

$$\begin{aligned} 0 &= -R^2 \cos(\theta) \sin(\theta) \omega_1 + DR \sin(\theta) \omega_1 \\ &\quad + R^2 \sin(\theta) \cos(\theta) \omega_1 - R \sin(\theta) \dot{y}_c \\ &\quad - y_c R \cos(\theta) \omega_1 + y_c \dot{y}_c \end{aligned} \quad (18)$$

Los términos  $R^2 \cos(\theta) \sin(\theta) \omega_1$  se cancelan, quedando:

$$0 = DR \sin(\theta) \omega_1 - R \sin(\theta) \dot{y}_c - y_c R \cos(\theta) \omega_1 + y_c \dot{y}_c \quad (19)$$

Reorganizando:

$$\dot{y}_c (R \sin(\theta) - y_c) = R \omega_1 (D \sin(\theta) - y_c \cos(\theta)) \quad (20)$$

## 2.2. Resultado para la velocidad

Dividiendo ambos lados por  $(R \sin(\theta) - y_c)$ :

$$\dot{y}_c = \frac{R \omega_1 (D \sin(\theta) - y_c \cos(\theta))}{R \sin(\theta) - y_c}$$

(21)

Esta expresión es válida siempre que  $R \sin(\theta) \neq y_c$  (es decir, que el denominador no sea cero).

### 2.3. Aceleración mediante lazo vectorial

Derivando nuevamente la ecuación de velocidad para obtener la aceleración:

$$\ddot{y}_c = R \frac{[\dot{\omega}_1 A - \omega_1^2 B - \omega_1 \dot{y}_c \cos \theta] D_{en} - \omega_1 A (\dot{y}_c + R \omega_1 \cos \theta)}{D_{en}^2} \quad (22)$$

donde:

$$\begin{aligned} A &= D \sin \theta - y_c \cos \theta, \\ B &= D \cos \theta + y_c \sin \theta, \\ D_{en} &= R \sin \theta - y_c. \end{aligned}$$

Nota:  $\dot{\omega}_1 = \ddot{\theta} = \alpha_1$  es la aceleración angular.

### 2.4. Forma expandida de la aceleración

Expandiendo la expresión anterior:

$$\begin{aligned} \ddot{y}_c &= \frac{R \alpha_1 (D \sin \theta - y_c \cos \theta) (R \sin \theta - y_c)}{(R \sin \theta - y_c)^2} \\ &\quad - \frac{R \omega_1^2 (D \cos \theta + y_c \sin \theta) (R \sin \theta - y_c)}{(R \sin \theta - y_c)^2} \\ &\quad + \frac{R \omega_1 \dot{y}_c [R \sin \theta \cos \theta - y_c \cos \theta - D \sin \theta + y_c \cos \theta]}{(R \sin \theta - y_c)^2} \end{aligned} \quad (23)$$

Simplificando:

$$\begin{aligned} \ddot{y}_c &= \frac{R \alpha_1 (D \sin \theta - y_c \cos \theta) (R \sin \theta - y_c)}{(R \sin \theta - y_c)^2} \\ &\quad - \frac{R \omega_1^2 (D \cos \theta + y_c \sin \theta) (R \sin \theta - y_c)}{(R \sin \theta - y_c)^2} \\ &\quad + \frac{R \omega_1 \dot{y}_c (R \sin \theta \cos \theta - D \sin \theta)}{(R \sin \theta - y_c)^2} \end{aligned} \quad (24)$$

## 3. Cálculo de $\beta$ , $\omega_3$ , $\alpha_3$ , $a_B$ y aceleraciones centroidales

Antes de obtener las variables cinéticas del mecanismo es necesario preparar el terreno por medio de algunas relaciones cinemáticas adicionales las cuales no fueron necesarias con anterioridad para encontrar los puntos de inéquas.

### 3.1. Inclinación eslabón K

Para encontrar el valor del ángulo  $\beta$  el cual describe la inclinación del eslabón respecto a la vertical se hace uso de la proyección en X desarrollada por medio del lazo vectorial, la cual al despejar  $\beta$  nos permite obtener la siguiente expresión:

$$\sin \beta = \frac{R \cos \theta - D}{K}, \quad \beta = \arcsin \left( \frac{R \cos \theta - D}{K} \right) \quad (25)$$

### 3.2. Velocidades en el punto B

#### 3.2.1. Ecuación vectorial de velocidad ( $\omega_3$ )

Usando movimiento del plano general podemos expresar la velocidad en el punto C por medio de la siguiente expresión:

$$\vec{v}_C = \vec{v}_B + \vec{v}_{C/B} \quad (26)$$

En la cual:

- $\vec{v}_B = \omega_1 R \theta$ , representa la velocidad del punto B y es producto a la rotación del eslabón  $O_1 B$

- $\vec{v}_{C/B} = \omega_3 K \beta$ , representa la velocidad relativa tangencial del punto  $C$  respecto a  $B$  y es producto de la rotacion del eslabón  $BC$
- $\vec{v}_C = \dot{y}_c$  (dirección vertical  $\downarrow$ ), representa la velocidad del martillo, obtenida mediante el metodo de lazo vectorial

Tomando en cuenta las inclinaciones proyectamos los vectores en el eje horizontal, obteniendo asi la siguiente relacion para  $\omega_3$  y  $\omega_1$ :

$$0 = -\omega_1 R \sin \theta - \omega_3 K \cos \beta \quad (27)$$

Despejando  $\omega_3$  de la ecuacion anterior obtenemos:

$$\boxed{\omega_3 = -\frac{\omega_1 R \sin \theta}{K \cos \beta}} \quad (28)$$

### 3.3. Aceleraciones en el punto $B$

#### 3.3.1. Ecuacion vectorial de aceleración ( $\alpha_3$ )

De manera similar a en el caso de las velocidad se tiene un movimiento de plano general, el cual nos permite expresar la aceleracion en el punto  $C$  por medio de la siguiente expresion:

$$\vec{a}_C = \vec{a}_B + \vec{a}_{C/B} \quad (29)$$

En el cual:

- $\vec{a}_B = (\vec{a}_B)_t + (\vec{a}_B)_n$ :
  - $(\vec{a}_B)_t = \alpha_1 \cdot R \theta$ , Representa la aceleracion tangencial del punto  $B$  debido a la rotacion fija en  $O_1$
  - $(\vec{a}_B)_n = \omega_1^2 \cdot R \theta$ , Representa la aceleracion normal producto de la rotacion respecto a  $O_1$ . Apunta directamente hacia el eje de rotacion
- $\vec{a}_{C/B} = (\vec{a}_{C/B})_t + (\vec{a}_{C/B})_n$  en donde:
  - $(\vec{a}_{C/B})_t = \alpha_3 \cdot K \beta$  Representa la aceleracion tangencial relativa del punto  $C$  respecto a  $B$ , es producto de la rotacion del eslabon  $BC$
  - $(\vec{a}_{C/B})_n = \omega_3^2 \cdot K \beta$  Representa la aceleracion normal relativa del punto  $C$  respecto a  $B$ , apunta directamente hacia el eje de rotacion del eslabon  $BC$
- $\vec{a}_C = \ddot{y}_c \downarrow$  Representa la aceleracion del martillo, obtenida mediante el metodo de lazo vectorial

Con esta ecuacion y por medio de las proyecciones en el eje horizontal de cada vector encontramos la siguiente relacion que describe a  $\alpha_3$  en funcion de  $\alpha_1$  y  $\omega_1$ :

$$0 = -\alpha_1 R \sin \theta + \omega_1^2 R \cos \theta + \alpha_3 K \cos \beta - \omega_3^2 K \sin \beta \quad (30)$$

Despejando  $\alpha_3$ :

$$\boxed{\alpha_3 = \frac{\omega_1^2 R \cos \theta + \alpha_1 R \sin \theta - \omega_3^2 K \sin \beta}{K \cos \beta}} \quad (31)$$

### 3.4. Aceleraciones Centroidales

Debido a que el analisis cinetico hace uso de las aceleraciones centroidales de los cuerpos rigidos es necesario definir la aceleracion centroidal de cada una de las partes del mecanismo, es importante aclarar que el centroide debido a que todos los cuerpos estan equilibrados se encuentra en el mismo centro geometrico:

### 3.4.1. Eslabón $O_1 - B$

El eslabón  $O_1 - B$  tiene una longitud  $R$  y su centroide se encuentra a una distancia  $R/2$  del punto  $O_1$ , por tanto su aceleración centroidal puede definirse como:

$$\bar{a}_{O_1} = \alpha_1 \lambda, \theta^\circ + \omega_1^2 \lambda, \theta^\circ \quad (32)$$

$$\bar{a}_{O_{1x}} = -(\alpha_1 \lambda \sin \theta + \omega_1^2 \lambda \cos \theta) \quad (33)$$

$$\bar{a}_{O_{1y}} = \alpha_1 \lambda \cos \theta - \omega_1^2 \lambda \sin \theta \quad (34)$$

### 3.4.2. Eslabón $O_2 - A$

El eslabón  $O_2 - A$  tiene una longitud  $r$  y su centroide se encuentra a una distancia  $r/2$  del punto  $O_2$ , por tanto su aceleración centroidal puede definirse como:

$$\bar{a}_{O_2} = \alpha_2 \frac{r}{2}, \theta^\circ + \omega_2^2 \frac{r}{2}, \theta^\circ \quad (35)$$

$$\bar{a}_{O_{2x}} = -\left(\alpha_2 \frac{r}{2} \sin \theta + \omega_2^2 \frac{r}{2} \cos \theta\right) \quad (36)$$

$$\bar{a}_{O_{2y}} = \alpha_2 \frac{r}{2} \cos \theta - \omega_2^2 \frac{r}{2} \sin \theta \quad (37)$$

### 3.4.3. Martillo $C$

Para el martillo  $C$  es necesario tomar en cuenta que se encuentra únicamente en translación, por lo tanto su aceleración centroidal es igual a la aceleración del punto  $C$  obtenida por medio del lazo vectorial:

$$\bar{a}_C = y_c \quad (38)$$

### 3.4.4. Eslabón $B - C$

El eslabón  $B - C$  tiene una longitud  $K$  y su centroide se encuentra a una distancia  $K/2$  del punto  $B$ , por tanto y tomando en cuenta que presenta movimiento de plano general su aceleración centroidal puede definirse como:

$$\bar{a}_{BC} = a_c + \alpha_3 \frac{K}{2}, \beta^\circ + \omega_3^2 \frac{K}{2}, \beta^\circ \quad (39)$$

$$\bar{a}_{BC,x} = -\frac{K}{2}(\alpha_3 \cos \beta + \omega_3^2 \sin \beta) \quad (40)$$

$$\bar{a}_{BC,y} = -a_c + \frac{K}{2}(\alpha_3 \sin \beta - \omega_3^2 \cos \beta) \quad (41)$$

## 4. Momentos de inercia centroidales de los eslabones

En el análisis cinético se requieren los momentos de inercia de los eslabones en el plano del mecanismo (eje  $z$  saliendo del plano). Puesto que los eslabones se fabrican como prismas rectangulares (longitud  $L$  y ancho en el plano  $b$ ), el momento de inercia respecto al centroide  $G$  alrededor del eje  $z$  es:

$$I_G = \frac{1}{12} m (L^2 + b^2) \quad (42)$$

Aplicando a cada eslabón del mecanismo:

**Eslabón  $O_1B$  (longitud  $R$ , ancho  $b_R$ , masa  $m_R$ ).** Momento de inercia centroidal y respecto al centro de área sin la ranura  $O_1$ :

$$I_{o_1} = \boxed{\frac{1}{12} m_R (R^2 + b_R^2 - R'^2 - b_R'^2)} \quad (43)$$

Con este valor es posible encontrar el momento de inercia centroidal de masa usando el teorema de ejes paralelos

$$\bar{I}_{o_1} = \boxed{I_{o_1} - m(\delta)^2} \quad (44)$$

Donde:  $R$  es la longitud total de la barra  $O_1B$ ,  $\delta$  es la distancia del centro geometrico sin ranura al centro de masa,  $b_R$  su ancho en el plano;  $R'$  es la longitud de la ranura a lo largo de la barra y  $b'_R$  el ancho de esa ranura;  $m_R$  es la masa efectiva del eslabón (masa de la barra menos el material retirado por la ranura).

**Eslabón  $O_2A$  (longitud  $r$ , ancho  $b_r$ , masa  $m_r$ ).** Momento de inercia centroidal y respecto al pivote  $O_2$ :

$$\bar{I}_r = \boxed{\frac{1}{12} m_r (r^2 + b_r^2)} \quad (45)$$

**Eslabón  $BC$  (longitud  $K$ , ancho  $b_K$ , masa  $m_K$ ).** Cuando el balance de momentos se toma alrededor del centroide del eslabón  $BC$ , como en la ecuación  $Z-BC$  del informe, se requiere el momento de inercia centroidal:

$$\bar{I}_K = \boxed{\frac{1}{12} m_K (K^2 + b_K^2)} \quad (46)$$

## 5. Análisis Cinético

Ya con las variables cinematicas adecuadas desarrollaremos el diagrama de cuerpo libre de cada una de las partes, de tal manera que obtengamos un sistema de ecuaciones que permitan conocer las fuerzas que interceden en el mecanismo.

### 5.1. Ecuaciones de movimiento martillo C

En el martillo C solo puede moverse verticalmente, ademas de que esta solo se mueve en traslacion y por tanto su aceleracion angular es 0.

1. X - C:

$$C_x + N = 0 \Rightarrow C_x = -N \quad (47)$$

2. Z - C:

$$-x C_x - y f_r = 0 \Rightarrow N(x - Y(\mu_K)) = 0 \quad (48)$$

esta relacion debido a que todos los demas valores no pueden ser 0 nos indica que  $N = C_x = 0$

3. Y - C:

$$W_c - C = m_c \bar{a}_c \Rightarrow C = m_c(g - \bar{a}_c) \quad (49)$$

### 5.2. Ecuaciones de movimiento del eslabon BC

El eslabon BC presenta movimiento de plano general y por tanto tiene aceleracion angular diferente de 0 y aceleracion lineal tanto vertical como horizontal.

1. X - BC:

$$B_x = m_{BC} \cdot (\bar{a}_{BC})_x \quad (50)$$

2. Y - BC:

$$B_y - W_R - C = m_{BC} \cdot (\bar{a}_{BC})_y \Rightarrow B_y = m_{BC}(g + (\bar{a}_{BC})_y) + C \quad (51)$$

3. Z - BC:

$$\frac{K}{2}(B_y \sin \beta - B_x \cos \beta + C \sin(\beta)) = I_{BC}^- \cdot \alpha_3 \quad (52)$$

### 5.3. Ecuaciones de movimiento eslabon O1-B

El eslabon O1-B no presenta restriccion en la direccion x e y, ademas que su aceleracion angular es diferente de 0. Es importante resaltar que el punto a debido a ser la reaccion de la ranura se sabe que es normal a la barra O1-B y  $\lambda$  representa la distancia de o1 al centroide

1. X -  $O_1$ :

$$O_{1x} - A \sin \theta - B_x = m_{o_1}(\bar{a}_{o_1})_x \Rightarrow O_{1x} - A \sin \theta = m_{o_1}(\bar{a}_{o_1})_x + B_x \quad (53)$$

2. Y -  $O_1$ :

$$O_{1y} + A \cos \theta - B_y - W_{o_1} = m_{o_1}(\bar{a}_{o_1})_y \Rightarrow O_{1y} + A \cos \theta = m_{o_1}(g + \bar{a}_{o_1}y) + B_y \quad (54)$$

3. Z -  $O_1$ :

$$(L - \lambda)A + \lambda(-B_y \cos \theta + B_x \sin \theta - O_{1y} \cos \theta + O_{1x} \sin \theta) = I_{o_1}^- \cdot \alpha_1 \quad (55)$$

### 5.4. Ecuaciones de movimiento eslabon O2-A

La barra O2-A no presenta restriccion en la direccion x e y, ademas que su aceleracion angular es diferente de 0 y se le es impreso un par por parte del motor ( $\tau$ ).

1. X -  $O_2$ :

$$O_{2x} + A \sin \phi = m_r(\bar{a}_{o_2})_x \quad (56)$$

2. Y -  $O_2$ :

$$O_{2y} - A \cos \phi - W_r = m_r(\bar{a}_{o_2})_y \Rightarrow O_{2y} - A \cos \phi = m_r((\bar{a}_{o_2})_y + g) \quad (57)$$

3. Z -  $O_2$ :

$$\tau - \frac{r}{2} \cos(\phi - \theta) + \frac{r}{2}(-O_{2y} \cos \phi + O_{2x} \sin \phi) = I_{o_2}^- \cdot \alpha_2 \quad (58)$$

### 5.5. Potencia y eficiencia del mecanismo

Conociendo tanto las variables cinematicas como cineticas del mecanismo es posible obtener expresiones para la potencia de entrada y salida:

$$P_{in} = \tau \cdot \omega_2 \quad (59)$$

$$P_{out} = m_c a_c \cdot v_c \quad (60)$$

A su vez con los valores de potencia es posible encontrar la eficiencia del mecanismo por medio de la siguiente proporcion:

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} \cdot 100 \% \quad (61)$$

## 6. Notas adicionales

Para poder resolver el sistema de ecuaciones planteado y obtener las reacciones en el mecanismo es obligatorio conocer las variables cinematicas planteadas a lo largo del analisis del mecanismo, entre las cuales resaltan:

- Las acceleraciones angulares  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$
- Las acceleraciones centroidales  $\bar{a}_{o_1}, \bar{a}_{o_2}, \bar{a}_{BC}$  y  $\bar{a}_C$