

סטטיסטיקה ויישומיה

קובץ שאלות ממבחנים

2-4	קובץ שאלות 1
5-7	קובץ שאלות 2
8-10	קובץ שאלות 3
11-13	קובץ שאלות 4

קובץ שאלות 1

שאלה מספר 1 (25 נקודות)

משקלה של פיתה מתפלג נורמלית. לפי התקן תוחלת המשקל צריכה להיות 100 גרם וסטיית התקן 16 גרם.

לאחר שהושמעו טענות במשרד המסחר והתעשייה לגבי משקל חסר, נלקח מדגם מקרי של 64 פיתות ממאפיה מסוימת ונמצא כי משקלן הממוצע 95 גרם.

א. בדוק האם המאפיה עומדת בתקן הנדרש, ברמת מובהקות 0.05. (6 נקודות)

ב. מהי רמת המובהקות המינימלית שעבורה נחליט שהמאפיה אופה פיתות שמשקלן נמוך מהתקן, על סמך תוצאות המדגם? (6 נקודות)

ג. אם המאפיה אופה פיתות במשקל עם תוחלת 94 גרם, מה ההסתברות שנצליח לגלות זאת בניסוי, עבור המבחן שבסעיף א'? (7 נקודות)

ד. מהו גודל המדגם המינימלי שיבטיח רמת מובהקות 0.05 ועוצמה של 0.99? (6 נקודות)

שאלה מספר 2 (30 נקודות)

מעוניינים לבדוק את ההשערה כי קורס נהיגה מונעת מפחית את מספר תאונות הדרכים הממוצע. נלקח מדגם מקרי של 6 נהגים שעברו קורס נהיגה מונעת ונמדדו מספר תאונות דרכים בהם היו מעורבים לפני הקורס ומספר תאונות דרכים בהם היו מעורבים בשלוש השנים שלאחר הקורס. התקבלו התוצאות הבאות:

מס' נהג	1	2	3	4	5	6
לפני הקורס	4	6	2	4	6	9
אחרי הקורס	3	2	2	1	5	3

א. מה תהיה מסקנתך ברמת מובהקות 0.05? (8 נקודות)

ב. מצא רווח סמך להפרש בין מספר תאונות הדרכים לפני הקורס למספר תאונות הדרכים אחרי הקורס, ברמת סמך 98%. (7 נקודות)

הנח כעת, כי מדובר ב- 6 נהגים שעברו קורס נהיגה מונעת וב- 6 נהגים אחרים שלא עברו את הקורס. הנח שוויון שוניות באוכלוסיות.

ג. בדוק האם קורס נהיגה מונעת מפחית את מספר תאונות הדרכים הממוצע, ברמת מובהקות 0.01. (8 נקודות)

ד. מצא רווח סמך להפרש במספר תאונות הדרכים הממוצע של אלו שעוברים את הקורס לבין אלו שלא עוברים את הקורס, ברמת סמך 90%. (7 נקודות)

שאלה מספר 3 (25 נקודות)

בבית ספר תיכון מסוים נמצא כי 40% מהתלמידים מאחרים לפחות פעם אחת בחודש. מנהל בית הספר מציע שיטת תמריצים מיוחדת לצמצום האיחורים. השיטה נבדקה על מדגם מקרי של 200 תלמידים. נמצא כי מתוכם 68 אחרו לפחות פעם בחודש.

- א. האם השיטה יעילה? נסח השערות ובדוק ברמת מובהקות של 0.025. (8 נקודות)
- ב. מהי ההסתברות לטעות האפשרית בסעיף א', אם שיטת התמריצים מפחיתה את אחוז התלמידים המאחרים לפחות פעם אחת בחודש ל- 30%? (8 נקודות)
- ג. מהי רמת המובהקות המינימלית שעבורה נחליט ששיטת התמריצים יעילה על-סמך תוצאות המדגם? (9 נקודות)

שאלה מספר 4 (20 נקודות)

נערך ניסוי במטרה לבדוק את ההשפעה המעוררת של קפה. נדגמו באופן מקרי 100 גברים לקבוצת הניסוי ו- 100 גברים לקבוצת הביקורת. קבוצת הניסוי קבלה בערב ספל קפה בעוד שקבוצת הביקורת קבלה ספל עם משקה אחר בטעם קפה. נערך מעקב אחר שנת הלילה של שתי הקבוצות והתקבלו התוצאות הבאות:

	ישנו כגיל	ישנו טוב יותר	ישנו גרוע יותר
קבוצת הניסוי	56	8	36
קבוצת הביקורת	70	10	20

- א. האם התוצאות מעידות על תלות בין שתיית קפה לבין טיב השינה? בדוק ברמת מובהקות 0.05. (10 נקודות)
- ב. בהתבסס על קבוצת הניסוי, בדוק את הטענה כי שתיית קפה אינה משפיעה על טיב השינה, ברמת מובהקות 0.05. (10 נקודות)

תשובות סופיות – קובץ שאלות 1

1. א' – דחיית השערת האפס : המאפיה אינה עומדת בתקן. (קריטי : -1.645 , סטטיסטי : -2.5)
ב' – 0.0062
ג' – 0.9131 (ערך קריטי : 96.71)
ד' – 113
2. א' – דוחים את השערת האפס (קריטי : 2.02 , סטטיסטי : 2.712)
ב' – (-0.597 , 5.597)
ג' – קבלת השערת האפס. (סטיית תקן משוקללת : 1.95 , קריטי : 2.76 , סטטיסטי : 2.216)
ד' - (0.46 , 4.54)
3. א' – מקבלים את השערת האפס. (קריטי : -1.96 , סטטיסטי : -1.732)
ב' – 0.1635 (ערך קריטי : 0.332)
ג' – 0.0418
4. א' – דוחים את השערת האפס : יש תלות. (קריטי : 5.99 , סטטיסטי : 6.35)
ב' – דוחים את השערת האפס : שתית קפה משפיעה על טיב השינה (אין טיב התאמה) (קריטי : 5.99 , סטטיסטי : 34.88) (לפי חלוקה אקראית בין 3 האפשרויות)

קובץ שאלות 2

שאלה מספר 1 (25 נקודות)

משקל תפוז מתפלג נורמלית עם ממוצע 85 גרם וסטיית תקן 15 גרם. מוצעת שיטת השקיה חדשה שאינה משפיעה על סטיית התקן של משקל התפוז, אך אמורה להעלות את משקל התפוז הממוצע. לבדיקת השיטה נלקח מדגם מקרי של 100 תפוזים מעצים שהושקו בשיטת ההשקיה החדשה, והתקבל משקל ממוצע של 88 גרם.

א. מהי רמת המובהקות המינימלית שעבורה יוחלט לקבל את שיטת ההשקיה החדשה? (6 נקודות)

ב. מהי המסקנה ברמת מובהקות 0.01? (4 נקודות)

ג. באם שיטת ההשקיה החדשה אכן מעלה את משקל התפוז הממוצע ל-90 גרם, מהי הטעות האפשרית במסקנה מסעיף ב', ומה הסתברותה? (9 נקודות)

ד. מהו גודל המדגם המינימלי שיבטיח רמת מובהקות של 0.05 ועוצמה של 0.99 לפחות? (6 נקודות)

שאלה מספר 2 (30 נקודות)

במשטרת התנועה מאשימים את המחסור בתקציבים להפעלת יותר ניידות בכך שכיום, הנהגים למדו להכיר מצוקה זאת ולכן יודעים כי אם נתקלו בניידת בכביש, לא יתקלו בניידת נוספת בכביש זה.

משטרת התנועה מעוניינת לבדוק האם נהגים מגבירים את מהירות נסיעתם לאחר שעברו ניידת של משטרת התנועה החונה בצד הדרך ובתוכה שוטר עם ממל"ז (אקדח לייזר לגילוי מהירות). לצורך בדיקת הטענה הוצבו 2 מכמונות מהירות האחת לפני הניידת (במקום בו עדיין לא ניתן להבחין בניידת החונה בצד הדרך) והשניה אחריה. להלן מהירויות שנקלטו לפני הניידת ואחריה:

116	124	99	93	128	אחרי
96	107	91	83	103	לפני

א. בהנחה שמדובר בכלי רכב **שוניים** שנמדדה מהירותם לפני הניידת ואחריה, בדוק את הטענה שהועלתה ברמת מובהקות 5%. הנח שוויון שונויות באוכלוסיות. (10 נקודות)

ב. הנח שאותו רכב שנמדדה מהירותו לפני הניידת נמדדה מהירותו גם אחריה. בדוק את הטענה שהועלתה ברמת מובהקות 5%. (10 נקודות)

ג. השתמש בנתוני המהירות שנמדדו לפני הניידת כדי לבדוק את הטענה שהנהגים הנוסעים בכביש זה נוסעים במהירות גבוהה מהמותר שהיא 90 קמ"ש ברמת מובהקות 1%. (10 נקודות)

שאלה מספר 3 (25 נקודות)

התרופה המקובלת לכאבי ראש מביאה הקלה ל- 60% מהמשתמשים בה. חברת התרופות טוענת שמצאה תרופה חדשה יעילה יותר. התרופה החדשה נבדקה על מדגם מקרי של 144 אנשים הסובלים מכאבי ראש באופן קבוע. התוצאות הראו שהתרופה החדשה הביאה הקלה ל- 88 נדגמים.

- א. מהי מסקנת הבדיקה ברמת מובהקות 0.05? (9 נקודות)
- ב. בהמשך לסעיף א', מה ההסתברות שיוחלט בטעות שהתרופה החדשה אינה יעילה באם היא אכן מביאה הקלה ל- 70% מהמשתמשים בה? (9 נקודות)
- ג. מהי רמת המובהקות המינימלית לדחיית השערת האפס על פי תוצאות המדגם? (7 נקודות)

שאלה מספר 4 (20 נקודות)

חברה המייצרת 3 מוצרים מעוניינת לבדוק את התפלגות העדפויות של לקוחותיה, לשם כך דגמה 750 לקוחות, נשים וגברים, להלן תוצאות המדגם:

מין / מוצר	מוצר א'	מוצר ב'	מוצר ג'
גברים	147	108	129
נשים	138	132	96

- א. האם יש תלות בין מין הלקוח למוצר המועדף עליו? בדוק ברמת מובהקות 5%. (10 נקודות)
- ב. האם ניתן לומר כי כלל לקוחות החברה מעדיפים את מוצרי החברה באופן זהה? בדוק ברמת מובהקות 1%. (10 נקודות)

תשובות סופיות – קובץ שאלות 2

1. א' – 0.0228.
- ב' – מקבלים את השערת האפס. (קריטי : 2.326, סטטיסטי : 2)
- ג' – 0.1587 (ערך קריטי : 88.489)
- ד' – 142
2. א' – דחיית השערת האפס. (ס. תקן משוקללת : 12.8, קריטי : 1.86, סטטיסטי : 1.977)
- ב' - דוחים את השערת האפס. (קריטי : 2.13, סטטיסטי : 5.085)
- ג' - מקבלים את השערת האפס. (קריטי : 3.75, סטטיסטי : 1.406)
3. א' – מקבלים את השערת האפס. (קריטי : 1.645, סטטיסטי : 0.272)
- ב' – 0.1949 (ערך קריטי : 0.667)
- ג' – 0.3936
4. א' – דוחים את השערת האפס – יש תלות. (קריטי : 5.99, סטטיסטי : 7.096)
- ב' - מקבלים את השערת האפס – העדפה שווה. (קריטי : 9.21, סטטיסטי : 7.8)

קובץ שאלות 3

שאלה מספר 1 (25 נקודות)

התפלגות משקל ביצי תרנגולת היא נורמלית עם ממוצע 60 גרם וסטיית תקן 15 גרם. חוקר הציע הורמון חדש שאמור להגדיל את המשקל הממוצע ב- 5 גרם מבלי לשנות את סטיית התקן. הטענה נבדקה בעזרת מבחן סטטיסטי.

- א. ההורמון החדש נוסה על 100 תרנגולות. נמצא כי ההסתברות לטעות מסוג שני במבחן היא 0.1, מהי רמת המובהקות של המבחן? (6 נק')
- ב. בהמשך לסעיף א', אם ממוצע משקל הביצים במדגם היה 62 גרם, מה תהיה מסקנת הבדיקה? (6 נק')
- ג. אם ממוצע משקל הביצים במדגם היה 62 גרם, מהי רמת המובהקות המינימלית לפיה נחליט שההורמון החדש אכן מגדיל את משקל הביצה הממוצע? (6 נק')
- ד. מהו גודל המדגם המינימלי שיבטיח שאם ההורמון אכן מעלה את המשקל הממוצע של הביצים ל- 65 גרם ההסתברות לגלות זאת תהיה 0.95 לפחות, ואם הממוצע 60 גרם ההסתברות להחליט בטעות שההורמון יעיל תהיה 0.01. (7 נק')

שאלה מספר 2 (30 נקודות)

ידוע כי מכוני ההכנה לבחינות הפסיכומטריות משפרים את הציון הממוצע של התלמידים ב- 45 נקודות. מכון מסוים הממוקם במרכז הארץ טוען כי ביכולתו לשפר את ציוני תלמידיו בפסיכומטרי ביותר מ- 45 נקודות. לצורך בדיקת טענת המכון נבדק הציון הפסיכומטרי של 6 תלמידים לפני הקורס במכון ולאחריו והתקבלו התוצאות הבאות. בהנחה שציוני הבחינה מתפלגים נורמלית:

550	575	605	480	580	700	לפני הקורס
710	640	695	500	680	725	אחרי הקורס

- א. מהי רמת המובהקות הקטנה ביותר לפיה תקבל את טענת המכון? (6 נק')
- ב. חשב רווח סמך להפרש התוחלות ברמת בטחון 90%. (6 נק')
- ג. האם תצדיק את טענת המכון, ברמת מובהקות 0.02, על פי רווח הסמך שמצאת בסעיף ג'? (4 נק')
- ד. הנח כעת כי מדובר ב- 6 תלמידים שלא עברו את הקורס וב- 6 תלמידים **אחרים** שעברו את הקורס. הנח שוויון שונויות באוכלוסיות ובדוק את טענת המכון ברמת מובהקות 0.05. (8 נק')
- ה. בדוק את ההנחה מסעיף ד' לגבי שוויון שונויות באוכלוסיות, ברמת מובהקות 0.02. (6 נק')

שאלה מספר 3 (25 נקודות)

מועמד מסוים מעוניין לבדוק האם קיים הבדל בפרופורציית התומכים בו בין 2 מחוזות. לשם כך הוא דגם 300 מצביעים ממחוז א' ו 200 מצביעים ממחוז ב'. במחוז א' הצביעו עבורו 168 מהתושבים ובמחוז ב' הצביעו עבורו 96 מהתושבים.

א. האם קיים הבדל באחוזי ההצבעה בין שני המחוזות עבור אותו מועמד, ברמת מובהקות 0.05? (6 נק')

ב. מהו גודל המדגם המינימלי שיבטיח טעות דגימה שאינה עולה על 4%, ברמת סמך 0.98, ובהנחה ששני המדגמים בעלי גודל זהה? (6 נק')

ג. בדוק את ההשערה כי אחוז המצביעים למועמד זה בשני המחוזות יחד הוא מעל 50%, ברמת מובהקות 0.025. (6 נק')

ד. אם אחוז התומכים במועמד בשני המחוזות יחד הוא 0.6, מה הטעות האפשרית במסקנה מסעיף ג' ומה הסתברותה? (6 נק')

שאלה מספר 4 (20 נקודות)

א. נערך ניסוי במטרה לבדוק האם קיים קשר בין גודל המכונית לבין תוצאת התאונה שבה המכונית מעורבת. נדגמו אופן מקרי 400 מכוניות שהשתתפו בתאונות - מתוכן 130 מכוניות קטנות, 150 מכוניות בינוניות ו-120 מכוניות גדולות. 90 מבין התאונות בהן השתתפו מכוניות קטנות היו קטלניות ו-80 מבין התאונות בהן השתתפו מכוניות בינוניות לא היו קטלניות. מתוך 400 התאונות שנכללו במדגם, 180 היו קטלניות. האם התוצאות מעידות על קשר בין גודל המכונית לקטלניות התאונה? בדוק ברמת מובהקות 0.1. (10 נק')

ב. בניסיונותיו עם אפונים מצא מנדל 275 אפונים מסוג עגול וצהוב, 93 מסוג עגול וירוק, 88 מסוג מקומט וצהוב ו-24 מסוג מקומט וירוק. לפי תיאורית הגנטיקה של מנדל, יחסי השכיחויות היו צריכים להיות 1:3:3:9 בהתאמה. האם הנתונים שקיבל מנדל בניסיונותיו תואמים את התיאוריה ברמת מובהקות 0.025? (10 נק')

תשובות סופיות – קובץ שאלות 3

1. א'- 0.0202 (ערך קריטי : 63.077)
ב'- קבלת H_0 (קריטי : 2.054, סטטיסטי : 1.33)
ג'- 0.0918
ד'- 142
2. א'- 0.1 (ממוצע : 76.67, סטיית תקן : 52.3)
ב'- (33.537, 119.797)
ג'- קבלת H_0
ד'- קבלת H_0 (סטיית תקן משוקללת : 77.63, קריטי : 1.81, סטטיסטי : 0.706)
ה'- קבלת H_0 (הנחה מסעיף ד'..., קריטיים : 10.97, 0.09, סטטיסטי : 1.32 או 0.755)
3. א'- קבלת H_0 (קריטיים : 1.96, -1.96, סטטיסטי : 1.755)
ב'- 1691
ג'- קבלת H_0 (קריטי : 1.96, סטטיסטי : 1.252)
ד'- 0.0052 (ערך קריטי : 0.544)
4. א'- דחית H_0 , יש תלות (קריטי : 4.61, סטטיסטי : 69.93)
ב'- קבלת H_0 , יש טיב התאמה (קריטי : 9.35, סטטיסטי : 1.437)

קובץ שאלות 4

שאלה מספר 1 (25 נקודות)

מהנדס רכב מציע מבנה חדש לבלמים. מרחק העצירה של הבלמים במבנה הרגיל, בנסיעה של 80 קמ"ש, הוא 50 מטר. הוחלט להרכיב את הבלמים החדשים ברכב החברה רק אם הניסוי יצביע על ירידה משמעותית במרחק העצירה שלהם, לעומת הבלמים הרגילים.

הוצא להרכיב את הבלמים החדשים באם במדגם של 36 מדידות עם הבלמים החדשים, מרחק העצירה הממוצע יהיה קטן מ- 48.6 מטר.

ידוע כי סטיית התקן של מרחק העצירה של הבלמים החדשים הוא 3 מטר.

א. נסח את ההשערות וחשב מהי רמת המובהקות של המבחן המוצע. (6 נק')

ב. מהי ההסתברות לכך שעל סמך הניסוי יוחלט לא להרכיב את הסוג החדש, אם למעשה מרחק העצירה הממוצע שלו הוא 48 מטר? (6 נק')

ג. במדגם של 36 מדידות התקבל מרחק עצירה ממוצע של 49 מטר.

מהי רמת המובהקות המינימלית לפיה יוחלט להרכיב את הבלמים החדשים? (6 נק')

ד. כמה מדידות יש לבצע באם מעוניינים שאם מרחק העצירה הממוצע של הבלמים החדשים הוא 48 מטר, הדבר התגלה בניסוי בהסתברות של 0.95 לפחות, ואם הבלמים החדשים לא גורמים לירידה במרחק העצירה יוחלט בטעות להכניסם לשימוש בהסתברות 0.01? (7 נק')

שאלה מספר 2 (25 נקודות)

חוקר במשרד התחבורה טוען שממוצע מספר עבירות התנועה של נהגים ותיקים גבוה ביותר מ- 2 מממוצע מספר עבירות התנועה של נהגים חדשים.

לצורך בדיקת הטענה נלקח מדגם מקרי של 10 נהגים, ונספרו מספר עבירות התנועה שלהם בשנה הראשונה לקבלת הרישיון וכעבור 8 שנים שהיו כבר נהגים ותיקים. הנח שמספר העבירות מתפלג נורמלית.

להלן התוצאות שהתקבלו :

2	3	1	0	2	3	1	2	1	0	מספר עבירות בשנה הראשונה
5	4	4	4	5	3	2	3	4	2	מספר עבירות בשנה השמינית

א. בדוק את הטענה שהעלה החוקר ממשרד התחבורה ברמת מובהקות 0.05. (6 נק')

ב. על סמך תוצאות המדגם, מצא רווח סמך להבדל בממוצע מספר העבירות בין השנה השמינית לשנה הראשונה ברמת סמך 0.9. (6 נק')

ג. על סמך תוצאות המדגם נבנה רווח הסמך הבא להבדל בממוצע מספר העבירות בין השנה השמינית לשנה הראשונה : (2.66 , 1.54). מהי רמת הסמך בה השתמש החוקר? (6 נק')

ד. מהי רמת המובהקות המינימלית לפיה נחליט שממוצע מספר העבירות בשנה הראשונה לקבלת רישיון נהיגה גדול מ- 0.8 ? (7 נק')

שאלה מספר 3 (25 נקודות)

סטית התקן של ציוני המבחנים הפסיכומטריים של כלל המועמדים לאוניברסיטאות בישראל היא 100 והתפלגותם נורמלית.

בדגימה מקרית של ציוני 25 מועמדים למדעי המחשב התקבל ממוצע של 680 עם שונות 6,827 נקודות² ובדגימה מקרית של ציוני 21 מועמדים למשפטים התקבל ממוצע של 700 שונות 7,826 נקודות².

- א. דיקן הפקולטה למשפטים באוניברסיטת "חוכמולוגי" טוען ששונות הציונים במבחנים הפסיכומטריים בקרב המועמדים ללימודי המשפטים, נמוכה משונות הציונים בקרב כלל מועמדי האוניברסיטאות. בדוק את טענתו ברמת מובהקות 0.05. (6 נק')
- ב. בדוק האם קיים הבדל בין המועמדים למדעי המחשב לבין המועמדים ללימודי משפטים, מבחינת שונות ציוניהם במבחנים הפסיכומטריים, ברמת מובהקות 0.1. (6 נק')
- ג. מצא רווח סמך ברמת סמך 0.95 לסטיית התקן של ציוני המבחנים הפסיכומטריים בקרב המועמדים למדעי המחשב על סמך המדגם הנתון. (6 נק')
- ד. בדוק את ההשערה שממוצע הציונים בקרב המועמדים למשפטים גדול ממוצע הציונים בקרב המועמדים למדעי המחשב, ברמת מובהקות 0.05. (7 נק')

שאלה מספר 4 (25 נקודות)

במחקר שוק לגבי מכוניות חדשות נשאלו 100 צעירים (עד גיל 35) – 150 מבוגרים (בגיל 35 ומעלה) אם הם מעדיפים דגם חדשני זה של מכונית על פני הדגם השמרני. 78 מין הצעירים ו-92 מין המבוגרים ענו שהם מעדיפים את הדגם החדשני.

- א. בדוק ברמת מובהקות 0.05, האם קיימת תלות בין גיל הנהג לבין הדגם שאותו הוא מעדיף. (6 נק')
- ב. האם ניתן לטעון שצעירים מעדיפים את הדגם החדשני יותר מאשר המבוגרים? בדוק ברמת מובהקות 0.05. (6 נק')
- ג. בדוק את ההשערה שיותר מ-60% מהאוכלוסייה כולה (צעירים ומבוגרים) מעדיפים את הדגם החדשני, ברמת מובהקות 0.01. (6 נק')
- ד. אם 70% מהאוכלוסייה מעדיפה את הדגם החדשני, מה ההסתברות שהמבחן מסעיף ג' יגלה זאת? (7 נק')

תשובות סופיות – קובץ שאלות 4

1. א'- 0.0026
ב'- 0.1151
ג'- 0.0228
ד'- 36
2. א'- קבלת H_0 (קריטי: 1.83, סטטיסטי: 0.246)
ב'- (1.354, 2.846)
ג'- 0.8
ד'- בין 0.025 ל- 0.05
3. א'- קבלת H_0 (קריטי: 10.9, סטטיסטי: 15.652)
ב'- קבלת H_0 (קריטיים: 2.08, 0.493, סטטיסטי: 0.872)
ג'- (64.487, 114.95)
- ד'- קבלת H_0 (סטיית תקן משוקללת: 85.33, קריטי: 1.68, סטטיסטי: 0.792)
4. א'- דוחים H_0 , יש תלות (קריטי: 3.84, סטטיסטי: 7.66)
ב'- דוחים H_0 (קריטי: 1.645, סטטיסטי: 2.768)
ג'- דוחים H_0 (קריטי: 2.326, סטטיסטי: 2.582)
ד'- 0.834 (ערך קריטי: 0.672)