

Pruebas de diagnóstico

El éxito en cálculo depende en gran medida del conocimiento de las matemáticas que preceden al cálculo: álgebra, geometría analítica, funciones y trigonometría. Las pruebas siguientes buscan diagnosticar debilidades que usted podría tener en esas áreas. Después de realizar cada prueba, puede verificar sus respuestas contra las respuestas dadas y, si es necesario, reactivar sus habilidades remitiéndose a los materiales de repaso provistos.

A Prueba de diagnóstico: álgebra

1. Evalúe cada expresión sin usar una calculadora.

(a) $(-3)^4$ (b) -3^4 (c) 3^{-4}
(d) $\frac{5^{23}}{5^{21}}$ (e) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}$ (f) $16^{-3/4}$

2. Simplifique cada expresión. Escriba su respuesta sin exponentes negativos.

(a) $\sqrt{200} - \sqrt{32}$
(b) $(3a^3b^3)(4ab^2)^2$
(c) $\left(\frac{3x^{3/2}y^3}{x^2y^{-1/2}}\right)^{-2}$

3. Desarrolle y simplifique.

(a) $3(x + 6) + 4(2x - 5)$ (b) $(x + 3)(4x - 5)$
(c) $(\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b})$ (d) $(2x + 3)^2$
(e) $(x + 2)^3$

4. Factorice cada expresión.

(a) $4x^2 - 25$ (b) $2x^2 + 5x - 12$
(c) $x^3 - 3x^2 - 4x + 12$ (d) $x^4 + 27x$
(e) $3x^{3/2} - 9x^{1/2} + 6x^{-1/2}$ (f) $x^3y - 4xy$

5. Simplifique la expresión racional.

(a) $\frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 - x - 2}$ (b) $\frac{2x^2 - x - 1}{x^2 - 9} \cdot \frac{x + 3}{2x + 1}$
(c) $\frac{x^2}{x^2 - 4} - \frac{x + 1}{x + 2}$ (d) $\frac{\frac{y}{x} - \frac{x}{y}}{\frac{1}{y} - \frac{1}{x}}$

6. Racionalice la expresión y simplifique.

$$(a) \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{5} - 2}$$

$$(b) \frac{\sqrt{4+h} - 2}{h}$$

7. Reescriba completando el cuadrado.

$$(a) x^2 + x + 1$$

$$(b) 2x^2 - 12x + 11$$

8. Resuelva la ecuación. (Halle solo las soluciones reales.)

$$(a) x + 5 = 14 - \frac{1}{2}x$$

$$(b) \frac{2x}{x+1} = \frac{2x-1}{x}$$

$$(c) x^2 - x - 12 = 0$$

$$(d) 2x^2 + 4x + 1 = 0$$

$$(e) x^4 - 3x^2 + 2 = 0$$

$$(f) 3|x-4| = 10$$

$$(g) 2x(4-x)^{-1/2} - 3\sqrt{4-x} = 0$$

9. Resuelva cada desigualdad. Escriba su respuesta usando notación de intervalos.

$$(a) -4 < 5 - 3x \leq 17$$

$$(b) x^2 < 2x + 8$$

$$(c) x(x-1)(x+2) > 0$$

$$(d) |x-4| < 3$$

$$(e) \frac{2x-3}{x+1} \leq 1$$

10. Diga si cada ecuación es verdadera o falsa.

$$(a) (p+q)^2 = p^2 + q^2$$

$$(b) \sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$$

$$(c) \sqrt{a^2 + b^2} = a + b$$

$$(d) \frac{1+TC}{C} = 1 + T$$

$$(e) \frac{1}{x-y} = \frac{1}{x} - \frac{1}{y}$$

$$(f) \frac{1/x}{a/x - b/x} = \frac{1}{a-b}$$

RESPUESTAS DE LA PRUEBA DE DIAGNÓSTICO A: ÁLGEBRA

1. (a) 81

(b) -81

(c) $\frac{1}{81}$

6. (a) $5\sqrt{2} + 2\sqrt{10}$

(b) $\frac{1}{\sqrt{4+h}+2}$

(d) 25

(e) $\frac{9}{4}$

(f) $\frac{1}{8}$

2. (a) $6\sqrt{2}$

(b) $48a^5b^7$

(c) $\frac{x}{9y^7}$

7. (a) $(x + \frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4}$

(b) $2(x-3)^2 - 7$

3. (a) $11x - 2$

(b) $4x^2 + 7x - 15$

(c) $a - b$

(d) $4x^2 + 12x + 9$

(e) $x^3 + 6x^2 + 12x + 8$

8. (a) 6

(b) 1

(c) -3, 4

(d) $-1 \pm \frac{1}{2}\sqrt{2}$

(e) $\pm 1, \pm\sqrt{2}$

(f) $\frac{2}{3}, \frac{22}{3}$

(g) $\frac{12}{5}$

4. (a) $(2x-5)(2x+5)$

(b) $(2x-3)(x+4)$

(c) $(x-3)(x-2)(x+2)$

(d) $x(x+3)(x^2-3x+9)$

(e) $3x^{-1/2}(x-1)(x-2)$

(f) $xy(x-2)(x+2)$

9. (a) $[-4, 3)$

(b) $(-2, 4)$

(c) $(-2, 0) \cup (1, \infty)$

(d) $(1, 7)$

(e) $(-1, 4]$

5. (a) $\frac{x+2}{x-2}$

(b) $\frac{x-1}{x-3}$

(c) $\frac{1}{x-2}$

(d) $-(x+y)$

10. (a) Falso

(b) Verdadero

(c) Falso

(d) Falso

(e) Falso

(f) Verdadero

Si tuvo dificultad con estos problemas, consulte el repaso de álgebra en el sitio web www.stewartcalculus.com.

B Prueba de diagnóstico: geometría analítica

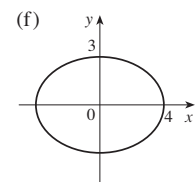
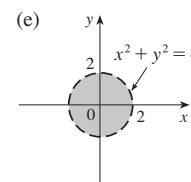
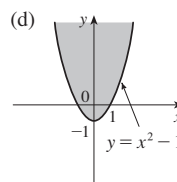
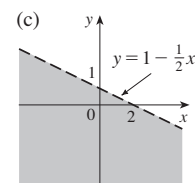
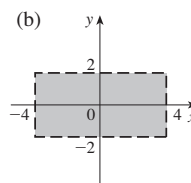
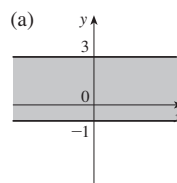
- Determine una ecuación para la recta que pasa por el punto $(2, -5)$ y
 - tiene pendiente -3
 - es paralela al eje x
 - es paralela al eje y
 - es paralela a la recta $2x - 4y = 3$
- Determine una ecuación para la circunferencia que tiene centro $(-1, 4)$ y pasa por el punto $(3, -2)$.
- Determine el centro y radio de la circunferencia con ecuación $x^2 + y^2 - 6x + 10y + 9 = 0$.
- Sean $A(-7, 4)$ y $B(5, -12)$ puntos en el plano.
 - Halle la pendiente de la recta que contiene a A y B .
 - Encuentre una ecuación de la recta que pasa por A y B . ¿Cuáles son las intersecciones?
 - Halle el punto medio del segmento AB .
 - Halle la longitud del segmento AB .
 - Encuentre una ecuación de la bisectriz perpendicular a AB .
 - Encuentre una ecuación de la circunferencia para el que AB es un diámetro.
- Trace la región en el plano xy definida por la ecuación o desigualdades.

(a) $-1 \leq y \leq 3$	(b) $ x < 4$ y $ y < 2$
(c) $y < 1 - \frac{1}{2}x$	(d) $y \geq x^2 - 1$
(e) $x^2 + y^2 < 4$	(f) $9x^2 + 16y^2 = 144$

RESPUESTAS DE LA PRUEBA DE DIAGNÓSTICO B: GEOMETRÍA ANALÍTICA

- (a) $y = -3x + 1$
(c) $x = 2$
- $(x + 1)^2 + (y - 4)^2 = 52$
- Centro $(3, -5)$, radio 5
- (a) $-\frac{4}{3}$
(b) $4x + 3y + 16 = 0$; intersección en $x = -4$, intersección en $y = -\frac{16}{3}$
(c) $(-1, -4)$
(d) 20
(e) $3x - 4y = 13$
(f) $(x + 1)^2 + (y + 4)^2 = 100$

5.



Si tuvo dificultad con estos problemas, consulte el repaso de geometría analítica en los apéndices B y C.

C Prueba de diagnóstico: funciones

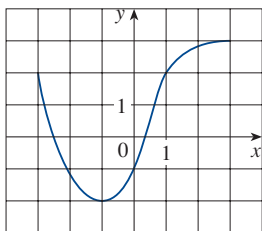
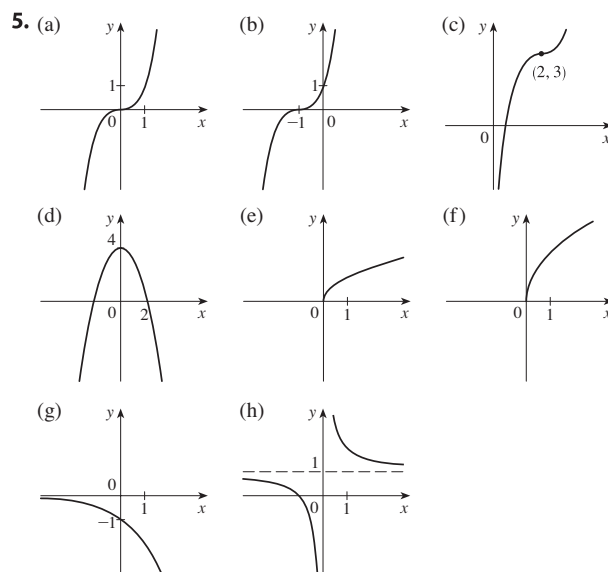


FIGURA PARA EL PROBLEMA 1

- La gráfica de una función f se da a la izquierda.
 - Enuncie el valor de $f(-1)$.
 - Estime el valor de $f(2)$.
 - ¿Para cuáles valores de x es $f(x) = 2$?
 - Estime los valores de x tales que $f(x) = 0$.
 - Enuncie el dominio y rango de f .
- Si $f(x) = x^3$, evalúe el cociente de diferencia $\frac{f(2+h) - f(2)}{h}$ y simplifique su respuesta.
- Determine el dominio de cada función.
 - $f(x) = \frac{2x+1}{x^2+x-2}$
 - $g(x) = \frac{\sqrt[3]{x}}{x^2+1}$
 - $h(x) = \sqrt{4-x} + \sqrt{x^2-1}$
- ¿Cómo se obtienen las gráficas de las siguientes funciones a partir de la gráfica de f ?
 - $y = -f(x)$
 - $y = 2f(x) - 1$
 - $y = f(x-3) + 2$
- Sin usar una calculadora, haga un diagrama preliminar de la gráfica.
 - $y = x^3$
 - $y = (x+1)^3$
 - $y = (x-2)^3 + 3$
 - $y = 4 - x^2$
 - $y = \sqrt{x}$
 - $y = 2\sqrt{x}$
 - $y = -2^x$
 - $y = 1 + x^{-1}$
- Sea $f(x) = \begin{cases} 1 - x^2 & \text{si } x \leq 0 \\ 2x + 1 & \text{si } x > 0 \end{cases}$
 - Evalúe $f(-2)$ y $f(1)$.
 - Trace la gráfica de f .
- Si $f(x) = x^2 + 2x - 1$ y $g(x) = 2x - 3$, determine cada una de las funciones siguientes.
 - $f \circ g$
 - $g \circ f$
 - $g \circ g \circ g$

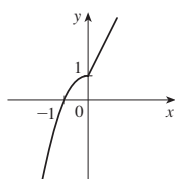
RESPUESTAS DE LA PRUEBA DE DIAGNÓSTICO C: FUNCIONES

- (a) -2
 - (b) 2.8
 - (c) $-3, 1$
 - (d) $-2.5, 0.3$
 - (e) $[-3, 3], [-2, 3]$
- $12 + 6h + h^2$
- (a) $(-\infty, -2) \cup (-2, 1) \cup (1, \infty)$
 - (b) $(-\infty, \infty)$
 - (c) $(-\infty, -1] \cup [1, 4]$
- (a) Refleje a través del eje x
 - (b) Prolongue verticalmente por un factor de 2 y luego desplace 1 unidad hacia abajo
 - (c) Desplace 3 unidades a la derecha y 2 unidades hacia arriba



6. (a) $-3, 3$

(b)



7. (a) $(f \circ g)(x) = 4x^2 - 8x + 2$

(b) $(g \circ f)(x) = 2x^2 + 4x - 5$

(c) $(g \circ g \circ g)(x) = 8x - 21$

Si tuvo dificultad con estos problemas, examine las secciones 1.1-1.3 de este libro.

D Prueba de diagnóstico: trigonometría

1. Convierta de grados a radianes.

(a) 300° (b) -18°

2. Convierta de radianes a grados.

(a) $5\pi/6$ (b) 2

3. Determine la longitud de un arco de un círculo con radio 12 cm si el arco subtiende un ángulo central de 30° .

4. Determine los valores exactos.

(a) $\tan(\pi/3)$ (b) $\sin(7\pi/6)$ (c) $\sec(5\pi/3)$

5. Exprese las longitudes de a y b en la figura en términos de θ .6. Si $\sin x = \frac{1}{3}$ y $\sec y = \frac{5}{4}$, donde x y y se sitúan entre 0 y $\pi/2$, evalúe $\sin(x + y)$.

7. Compruebe las identidades.

(a) $\tan \theta \sin \theta + \cos \theta = \sec \theta$ (b) $\frac{2 \tan x}{1 + \tan^2 x} = \sin 2x$

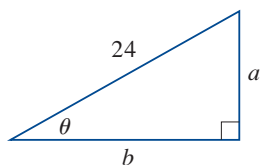
8. Determine todos los valores de x tales que $\sin 2x = \sin x$ y $0 \leq x \leq 2\pi$.9. Trace la gráfica de la función $y = 1 + \sin 2x$ sin usar una calculadora.

FIGURA PARA EL PROBLEMA 5

RESPUESTAS DE LA PRUEBA DE DIAGNÓSTICO D: TRIGONOMETRÍA

1. (a) $5\pi/3$

(b) $-\pi/10$

2. (a) 150°

(b) $360^\circ/\pi \approx 114.6^\circ$

3. 2π cm

4. (a) $\sqrt{3}$

(b) $-\frac{1}{2}$

(c) 2

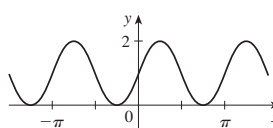
5. (a) $24 \sin \theta$

(b) $24 \cos \theta$

6. $\frac{1}{15}(4 + 6\sqrt{2})$

8. $0, \pi/3, \pi, 5\pi/3, 2\pi$

9.



Si tuvo dificultad con estos problemas, examine el apéndice D de este libro.