

MATEMÁTICAS

Aplicación de las Integrales I

Prof. Dr. Jorge Crespo Álvarez

Aplicar Integrales a la Resolución de Problemas Reales

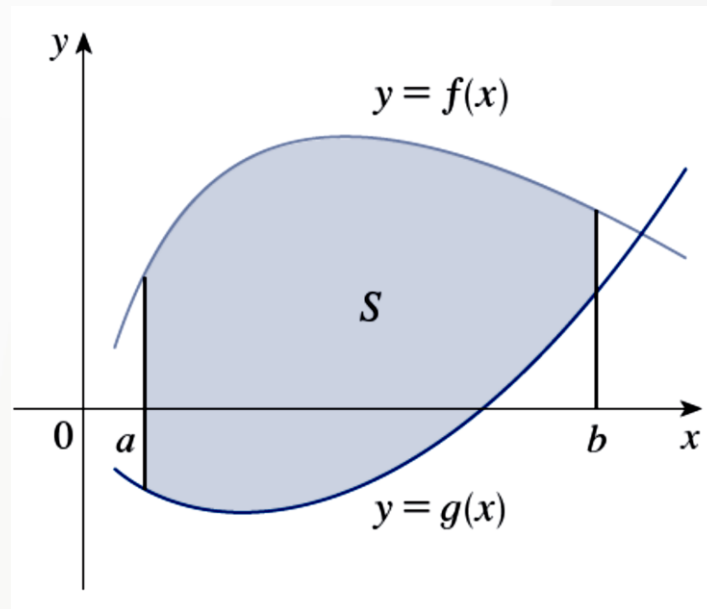


- Cálculo de Áreas
- Cálculo de Volúmenes
- Valor Promedio

Cálculo de Áreas

www.uneatlantico.es

Considere la región S que se ubica entre dos curvas $y = f(x)$ y $y = g(x)$ y entre las rectas verticales $x = a$ y $x = b$, donde f y g son funciones continuas y $f(x) \geq g(x)$ para toda x en $[a, b]$.



2 El área A de la región acotada por las curvas $y = f(x)$, $y = g(x)$ y las rectas $x = a$, $x = b$, donde f y g son continuas y $f(x) \geq g(x)$ para toda x en $[a, b]$, es

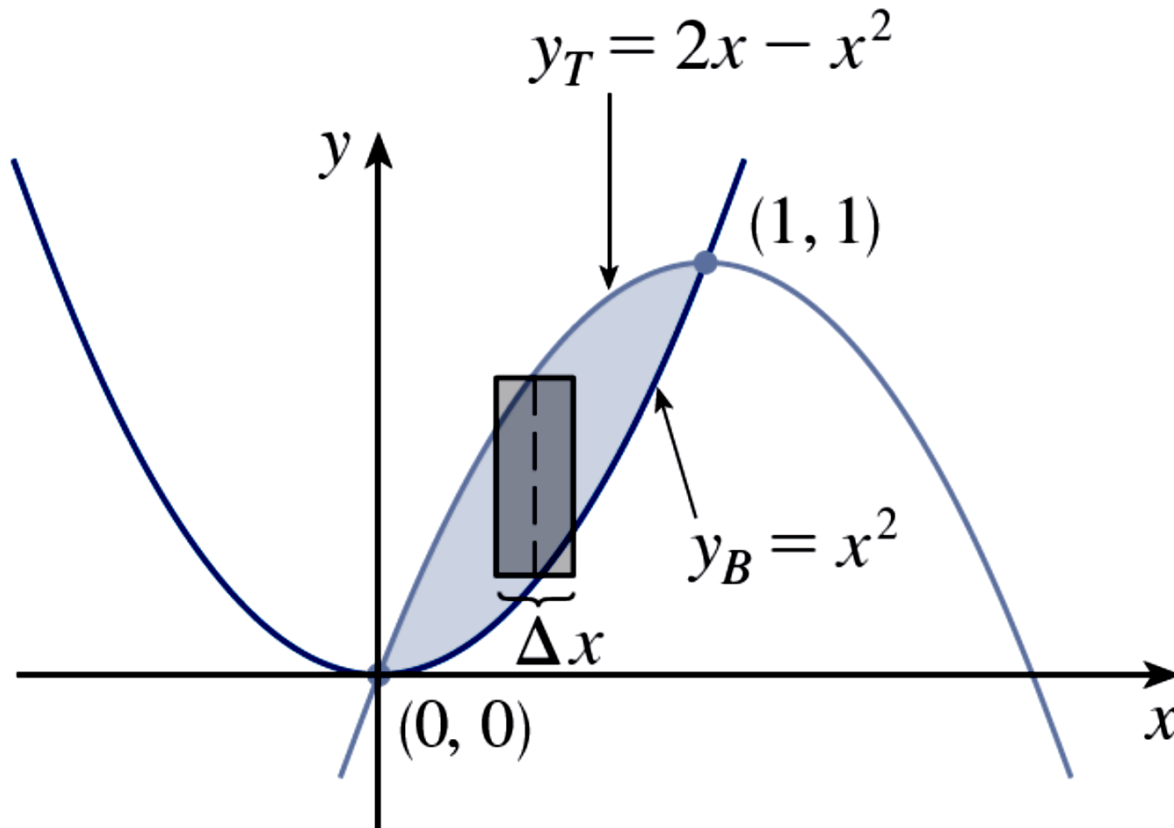
$$A = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx$$

Cálculo de Áreas

Ejemplo:

Calcule el área de la región encerrada por las parábolas:

$$y = x^2; \quad y = 2x - x^2$$

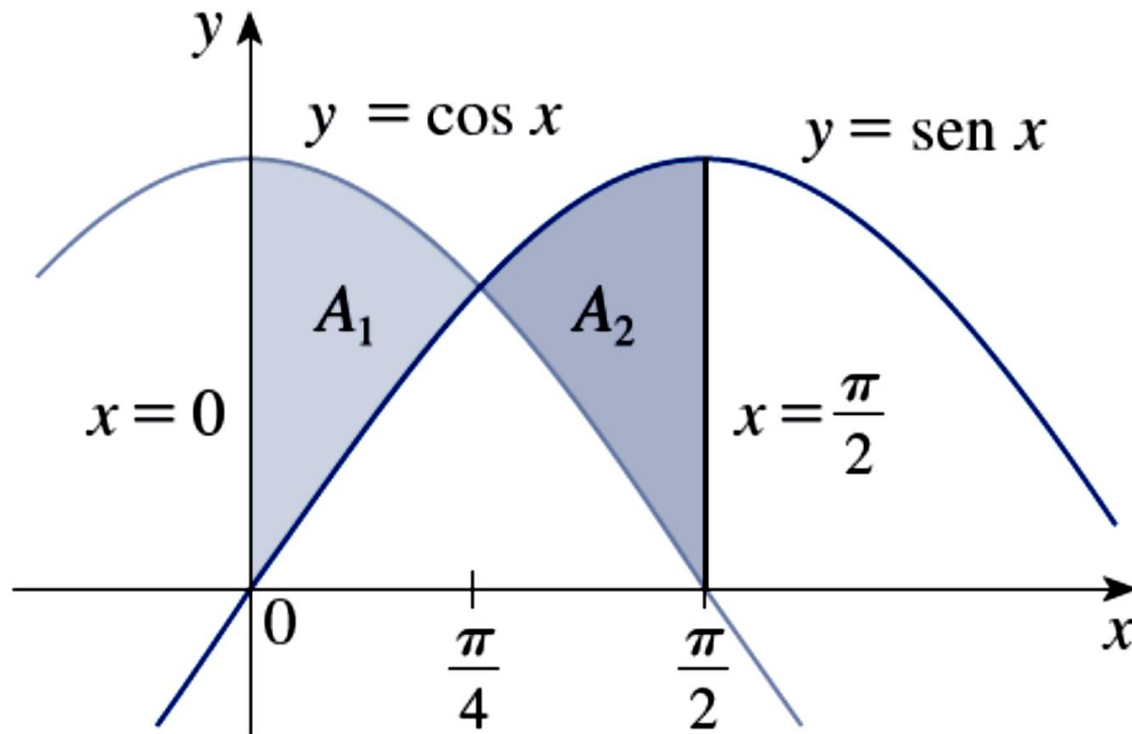


Cálculo de Áreas

Ejemplo:

Calcule el área de la región encerrada por las curvas:

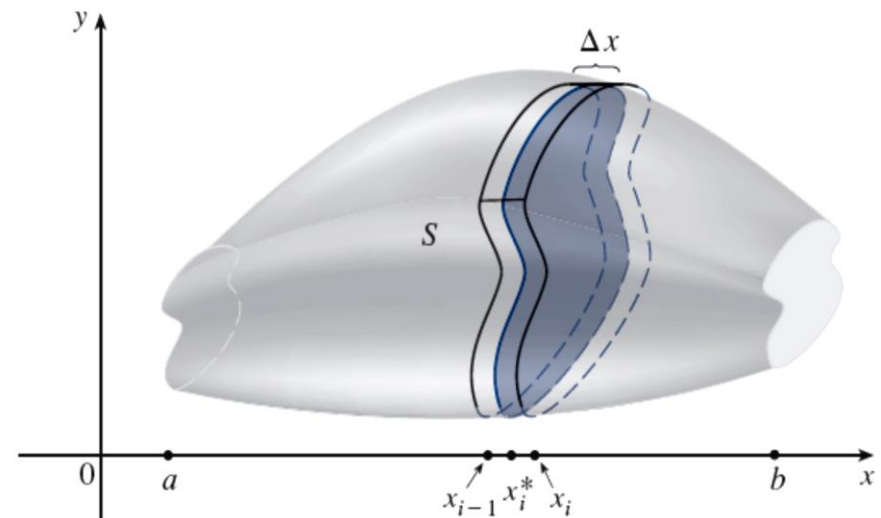
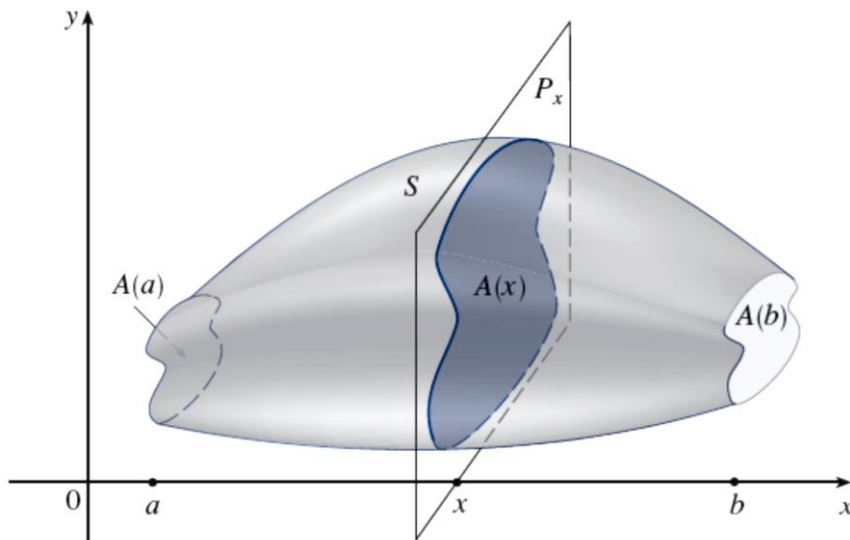
$$y = \sen x ; y = \cos x ; 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$$



Calculo de Volúmenes

Definición de volumen Sea S un sólido que está entre $x = a$ y $x = b$. Si el área de la sección transversal de S en el plano P_x , que pasa a través de x y es perpendicular al eje x , es $A(x)$, donde A es una función continua, entonces el **volumen** de S es

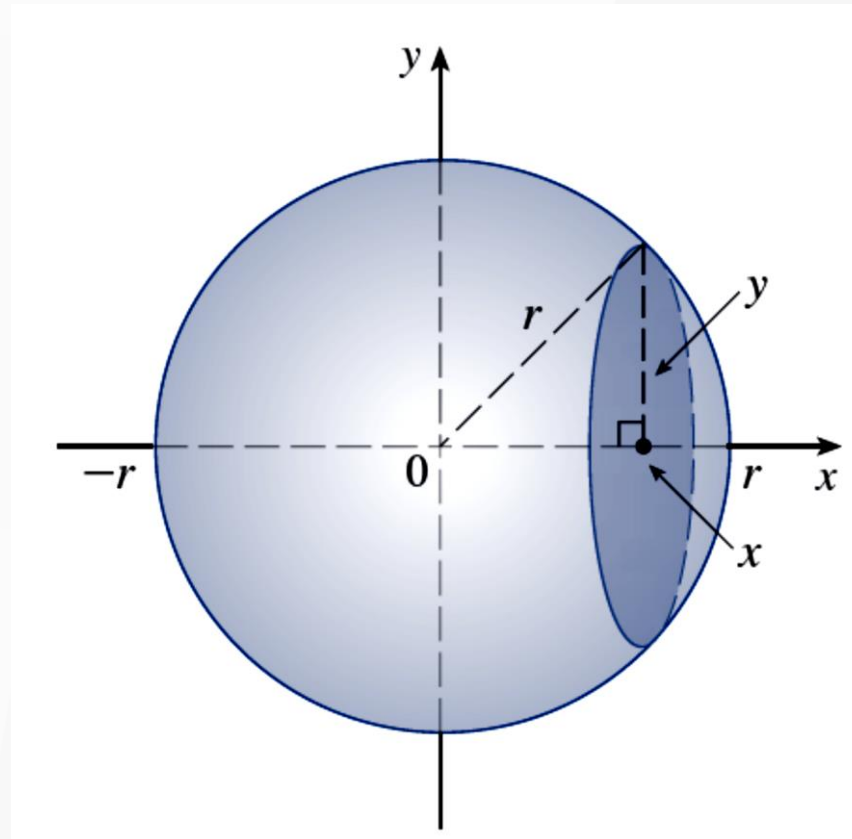
$$V = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n A(x_i^*) \Delta x = \int_a^b A(x) dx$$



Calculo de Volúmenes

Ejemplo:

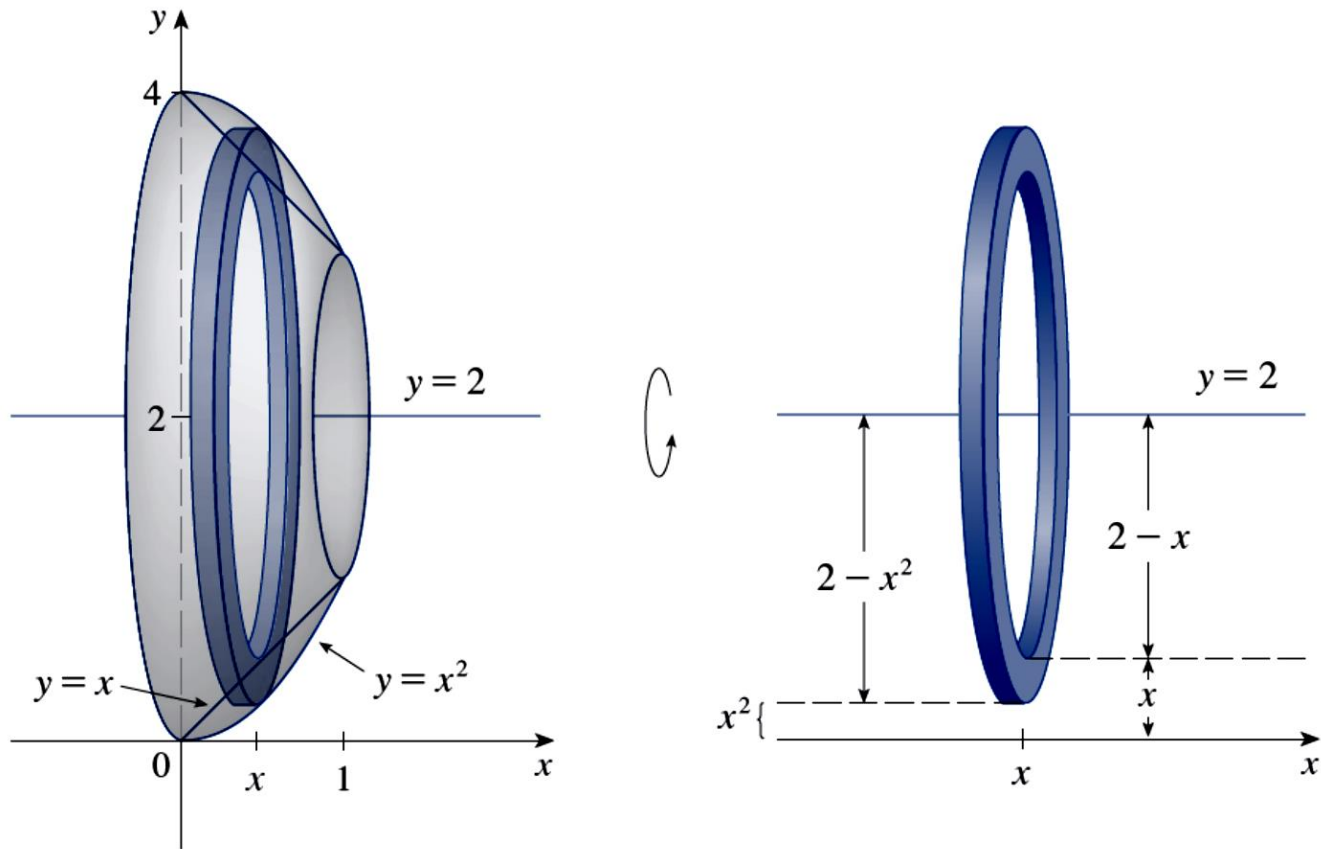
Demuestre que el volumen de una esfera de radio r es $V = \frac{4}{3}\pi r^3$.



Calculo de Volúmenes

Ejemplo:

La región encerrada por las curvas $y = x$ y $y = x^2$ gira alrededor de la recta $y = 2$. Determine el volumen resultante.

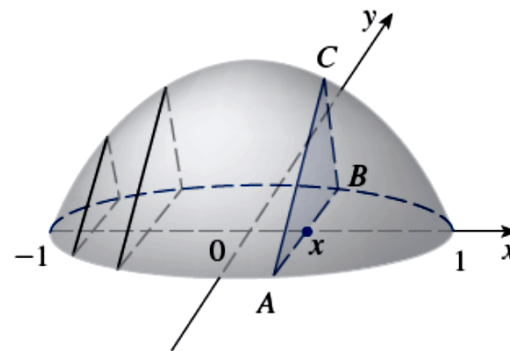
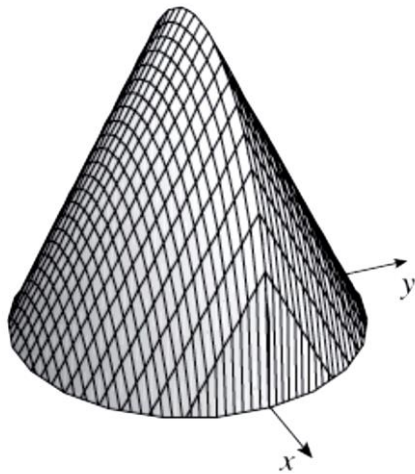


Calculo de Volúmenes

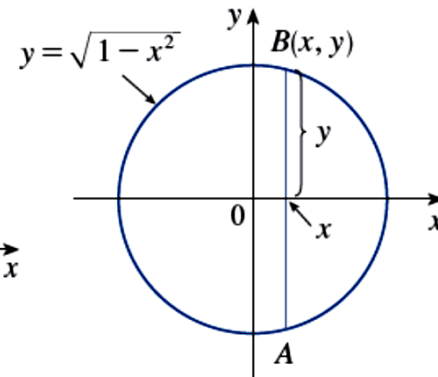
www.uneatlantico.es

Ejemplo:

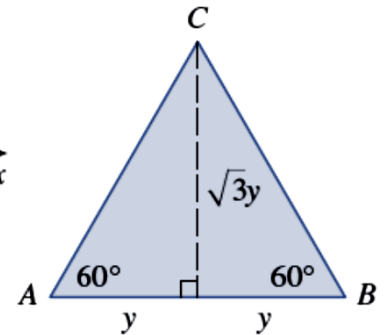
En la figura se muestra un sólido con una base circular de radio 1. las secciones transversales paralelas pero perpendiculares a la base son triángulos equiláteros. Determine el volumen del sólido.



(a) El sólido



(b) Su base



(c) Una sección transversal

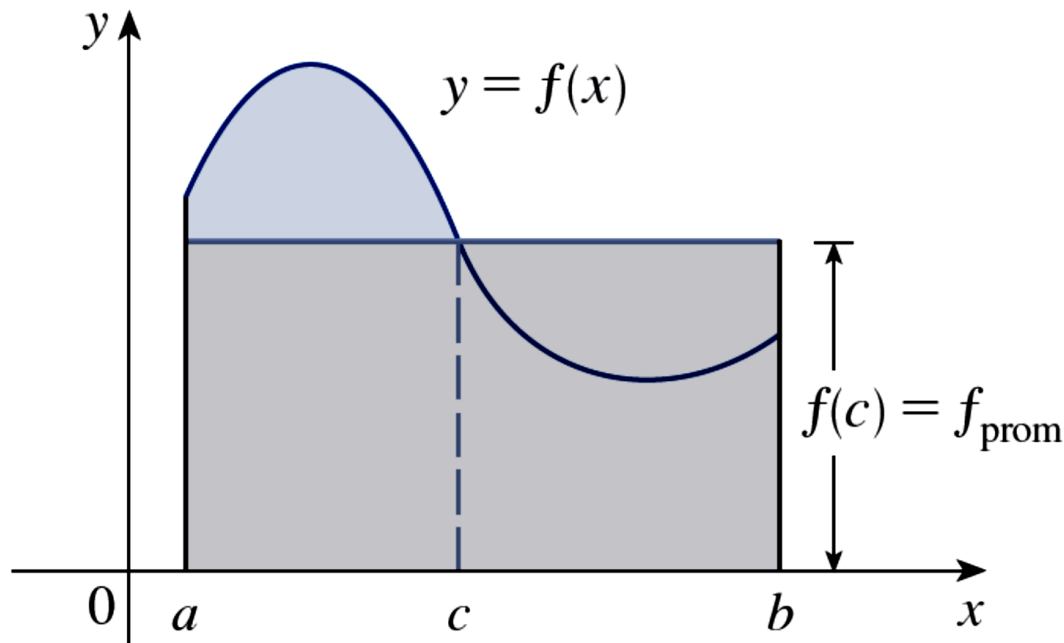
Valor Promedio

Teorema del valor medio para integrales Si f es continua sobre $[a, b]$, entonces existe un número c en $[a, b]$ tal que

$$f(c) = f_{\text{prom}} = \frac{1}{b - a} \int_a^b f(x) dx$$

es decir,

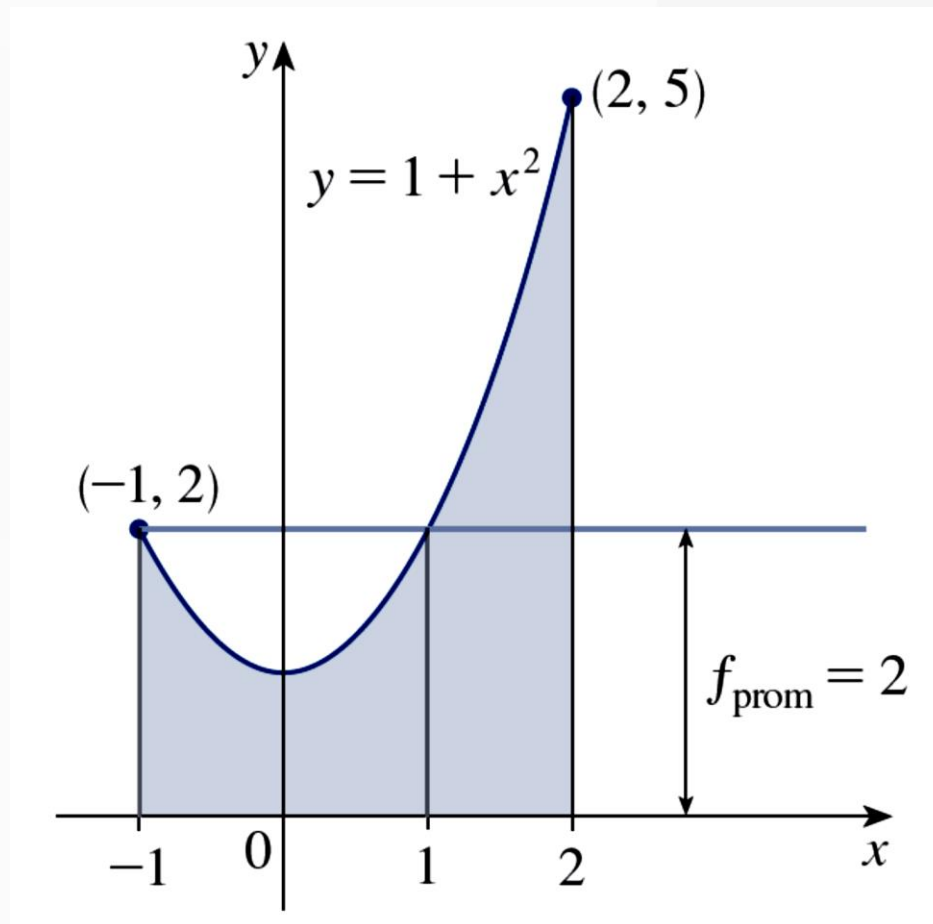
$$\int_a^b f(x) dx = f(c)(b - a)$$



Valor Promedio

Ejemplo:

Determine el valor promedio de la función $f(x) = 1 + x^2$ sobre el intervalo $[-1, 2]$.





Universidad
Europea
del Atlántico

www.uneatlantico.es