Por lo que la fórmula 3 da el gasto cardíaco

$$F = \frac{A}{\int_0^{10} c(t)\,dt} \approx \frac{5}{41.87} \approx 0.12 \text{ L/s} = 7.2 \text{ L/min}$$

8.4 EJERCICIOS

1. La función de costo marginal $C'(x)$ se definió como la derivada de la función de costo. (Véanse las secciones 3.7 y 4.7.) Si el costo marginal de fabricar x metros de una tela es

$$C'(x) = 5 - 0.008x + 0.000009x^2$$

(medido en dólares por galón) y el costo de arranque fijo es $C(0) = \$20\,000$, use el teorema del cambio neto para encontrar el costo de producir los primeros 2000 metros de tela.

2. Una compañía estima que el ingreso marginal (en dólares por unidad) por la venta de x unidades de un producto es $48 - 0.0012x$. Suponiendo que la estimación es exacta, encuentre el incremento en los ingresos si aumentan las ventas de 5000 unidades a 10 000 unidades.

3. Una compañía minera estima que el costo marginal por extraer x toneladas de cobre de una mina es $0.6 + 0.008x$, medida en miles de dólares por tonelada. Los costos iniciales son \$100 000. ¿Cuál es el costo de extraer las primeras 50 toneladas de cobre? ¿Y cuál el de extraer las 50 toneladas siguientes?

4. La función de demanda para cierto artículo es $p(x) = 2000 - 46\sqrt{x}$. Determine el excedente del consumidor cuando el nivel de ventas para los paquetes es 400. Ilustre dibujando la curva de demanda e identificando el excedente del consumidor como un área.

5. Una curva de demanda está dada por $p = 450/(x + 8)$. Determine el excedente del consumidor cuando el precio de venta es \$10.

6. La **función de oferta** $p_S(x)$ para un artículo da la relación entre el precio de venta y el número de unidades que los fabricantes producirán a ese precio. Para un precio más alto, los fabricantes producirán más unidades, así que p_S es una función creciente de x. Sea X la cantidad del artículo que se produce actualmente, y sea $P = p_S(X)$ el precio actual. Algunos productores estarían dispuestos a fabricar y vender el artículo por un precio de venta menor y, por tanto, recibir más que su precio mínimo. Este exceso se llama **excedente del productor**. Un argumento similar a ese para el excedente del consumidor muestra que el excedente está dado por la integral

$$\int_0^X [P - p_S(x)]\,dx$$

Calcule el excedente del productor para la función de oferta $p_S(x) = 3 + 0.01x^2$ al nivel de ventas $X = 10$. Ilustre trazando la curva de oferta e identificando el excedente del productor como un área.

7. Si una curva de suministro se modela mediante la ecuación $p = 125 + 0.002x^2$, determine el excedente del productor cuando el precio de venta es \$625.

8. En un mercado puramente competitivo, el precio de un bien obedece naturalmente al valor donde la cantidad demandada por los consumidores coincide con la cantidad producida por los productores y se dice que el mercado está en *equilibrio*. Estos valores son las coordenadas del punto de intersección de las curvas de oferta y demanda.

(a) Dado que para un bien la curva de demanda $p = 50 - \frac{1}{20}x$ y la curva de oferta $p = 20 + \frac{1}{20}x$, ¿en qué cantidad y a qué precio para el bien está el mercado en equilibrio?

(b) Encuentre el excedente del consumidor y el excedente del productor cuando el mercado está en equilibrio. Ilustre trazando las curvas de oferta y de demanda e identifique los excedentes como áreas.

9. La suma del excedente del consumidor y del excedente del productor se llama el *excedente total*; es una medida que usan los economistas como un indicador de la salud económica de una sociedad. El excedente total se maximiza cuando el mercado de un bien está en equilibrio.

(a) La función de demanda para los estéreos del automóvil de una compañía de electrónica es $p(x) = 228.4 - 18x$ y la función de oferta es $p_S(x) = 27x + 57.4$, donde x se mide en miles. ¿Para qué cantidad está el mercado de los equipos de sonido en equilibrio?

(b) Calcule el excedente total máximo para los estéreos.

10. Una empresa de cámaras estima que la función de demanda para su nueva cámara digital es $p(x) = 312e^{-0.14x}$ y la función de oferta se estima $p_S(x) = 26e^{0.2x}$, donde x se mide en miles. Calcule el excedente total máximo.

11. Una compañía modeló la curva de demanda para su producto (en dólares) por la ecuación

$$p = \frac{800\,000e^{-x/5000}}{x + 20\,000}$$

Use una gráfica para estimar el nivel de ventas cuando el precio de venta es \$16. Después determine (en forma aproximada) el excedente del consumidor para este nivel de ventas.

12. Un cine ha estado cobrando \$10.00 por persona y vendiendo alrededor de 500 boletos. Después de encuestar a sus clientes, los propietarios del cine estiman que por cada 50 centavos que bajen el precio, la cantidad de asistentes se incrementará en 50 por noche. Encuentre la función de demanda y calcule el superávit de consumo cuando los boletos se venden a $8.00.

13. Si la cantidad de capital que una compañía tiene en el tiempo t es $f(t)$, entonces la derivada, $f'(t)$, se llama el *flujo de inversión neto*. Suponga que el flujo de inversión neto es $\sqrt{t}$ millones de dólares por año (donde t se mide en años). Determine el incremento de capital (la *formación de capital*) del cuarto año al octavo.

14. El flujo de ingreso de una compañía es a razón de $f(t) = 9000\sqrt{1 + 2t}$, donde t se mide en años y $f(t)$ se mide en dólares por año, encuentre el ingreso total obtenido en los primeros cuatro años.

15. Si los ingresos se recolectan continuamente a una tasa de $f(t)$ de dólares por año y se invertirán a una tasa de interés constante r (compuesto continuamente) durante un período de T años, entonces el *valor futuro* del ingreso está dado por $\int_0^T f(t)\, e^{r(T-t)}\, dt$. Calcule el valor futuro después de 6 años para los ingresos recibidos a una tasa de $f(t) = 8000e^{0.04t}$ de dólares por año e invertido al 6.2% de interés.

16. El *valor actual* de un flujo de ingresos es la cantidad que tendría que invertir ahora para que coincida con el valor futuro como se describe en el ejercicio 15 y está dado por $\int_0^T f(t)\, e^{-rt}\, dt$. Encuentre el valor actual de los ingresos en el ejercicio 15.

17. La *ley de Pareto del ingreso* establece que el número de personas con ingresos entre $x = a$ y $x = b$ es $N = \int_a^b Ax^{-k}\, dx$, donde A y k son constantes con $A > 0$ y $k > 1$. El ingreso promedio de estas personas es

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \int_a^b Ax^{1-k}\, dx$$

Calcule $\bar{x}$.

18. Un verano húmedo y cálido causa una explosión en la población de mosquitos en un área lacustre de descanso. El número de mosquitos se incrementa a una rapidez estimada de $2200 + 10e^{0.8t}$ por semana (donde t se mide en semanas). ¿En cuánto se incrementa la población de mosquitos entre las semanas quinta y novena del verano?

19. Use la ley de Poiseuille para calcular la razón del flujo sanguíneo en una pequeña arteria humana donde se puede tomar $\eta = 0.027$, $R = 0.008$ cm, $l = 2$ cm y $P = 4000$ dinas/cm^2.

20. La presión sanguínea alta resulta de la constricción de las arterias. Para mantener un flujo normal, el corazón tiene que bombear más fuerte, de modo que se incrementa la presión arterial. Use la ley de Poiseuille para demostrar que si R_0 y P_0 son valores normales del radio y la presión en una arteria, y los valores constreñidos son R y P, respectivamente, entonces para que el flujo permanezca constante, P y R se relacionan por la ecuación

$$\frac{P}{P_0} = \left(\frac{R_0}{R}\right)^4$$

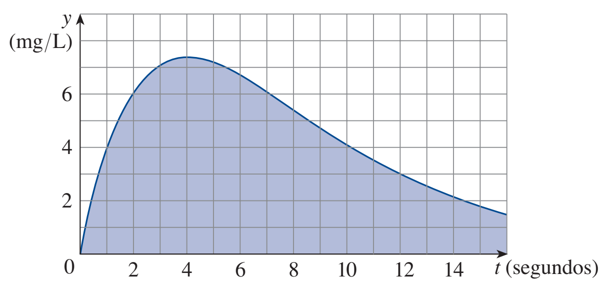
Deduzca que si el radio de una arteria se reduce a tres cuartos de su valor anterior, entonces la presión es más que el triple.

21. El método de dilución de colorante se emplea para medir el gasto cardíaco con 6 mg de colorante. Las concentraciones de colorante, en mg/L, se modelan mediante $c(t) = 20te^{-0.6t}$, $0 \leq t \leq 10$, donde t se mide en segundos. Determine el gasto cardíaco.

22. Después de una inyección de colorante de 5.5 mg, las lecturas de concentración de colorante, en mg/L, a intervalos de dos segundos son como se muestra en la tabla. Use la regla de Simpson para estimar el gasto cardíaco.

t	$c(t)$	t	$c(t)$
0	0.0	10	4.3
2	4.1	12	2.5
4	8.9	14	1.2
6	8.5	16	0.2
8	6.7		

23. Se muestra la gráfica de la función concentración $c(t)$ después de inyectar 7 mg de tintura dentro de un corazón. Aplique la regla de Simpson para estimar el gasto cardíaco.



8.5 Probabilidad

El cálculo desempeña un papel en el análisis del comportamiento aleatorio. Suponga que se considera el nivel de colesterol de una persona elegida al azar de un cierto grupo de edad, o la estatura de una mujer adulta elegida al azar o la duración de una batería de cierto tipo elegida en forma aleatoria. Tales cantidades se llaman **variables aleatorias continuas** porque sus valores varían en realidad en un rango de números reales, aunque podrían medirse o registrarse solo al entero más próximo. Quizá se desee conocer la probabilidad de que el nivel de colesterol sea mayor que 250, o la probabilidad de que la estatura de una mujer adulta esté entre 60 y 70 pulgadas o la probabilidad de que la duración de la