

# MATEMÁTICAS

## Aplicación de las Integrales II

Prof. Dr. Jorge Crespo Álvarez

## Aplicar Integrales a la Resolución de Problemas Reales



- Cambio Neto
- Trabajo
- Masa y Centros de Masa
- Excedente del Consumidor y del Productor

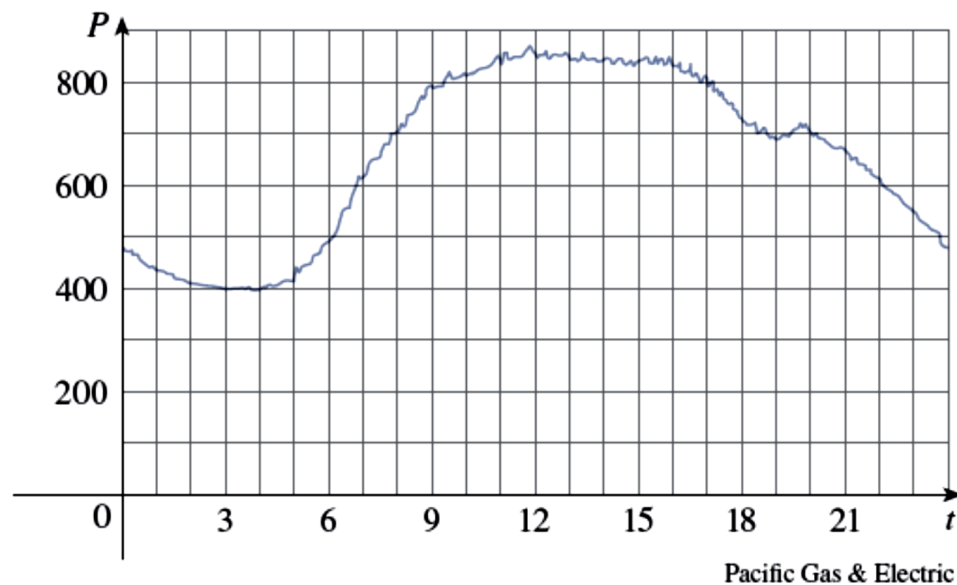
# Cambio Neto

**Teorema del cambio neto** La integral de una razón de cambio es el cambio neto:

$$\int_a^b F'(x) dx = F(b) - F(a)$$

## Ejemplo:

En la figura se muestra el consumo de energía eléctrica (potencia) en la ciudad de San Francisco (USA) un día del mes de septiembre (P en megavatios y t en horas). Estime la energía que se utilizó ese día.



# Trabajo

1

$$F = ma = m \frac{d^2s}{dt^2}$$

En el sistema métrico SI, la masa se mide en kilogramos (kg), el desplazamiento en metros (m), el tiempo en segundos (s) y la fuerza en newtons ( $N = \text{kg} \cdot \text{m}/\text{s}^2$ ). Así, una fuerza de 1 N que actúa sobre una masa de 1 kg produce una aceleración de  $1 \text{ m}/\text{s}^2$ .

En el caso de aceleración constante, la fuerza  $F$  también es constante, y el trabajo realizado está definido como el producto de la fuerza  $F$  por la distancia  $d$  que el objeto recorre:

2

$$W = Fd \quad \text{trabajo} = \text{fuerza} \times \text{distancia}$$

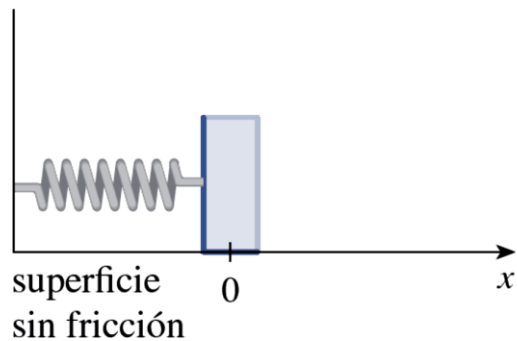
4

$$W = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n f(x_i^*) \Delta x = \int_a^b f(x) dx$$

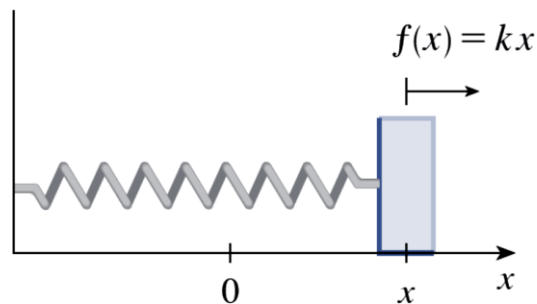
# Trabajo

## Ejemplo:

Se requiere una fuerza de 40 N para mantener un resorte que está estirado desde su posición natural de 10 cm a una longitud de 15 cm. ¿Cuánto trabajo se realiza al estirar el resorte de 15 a 18 cm?

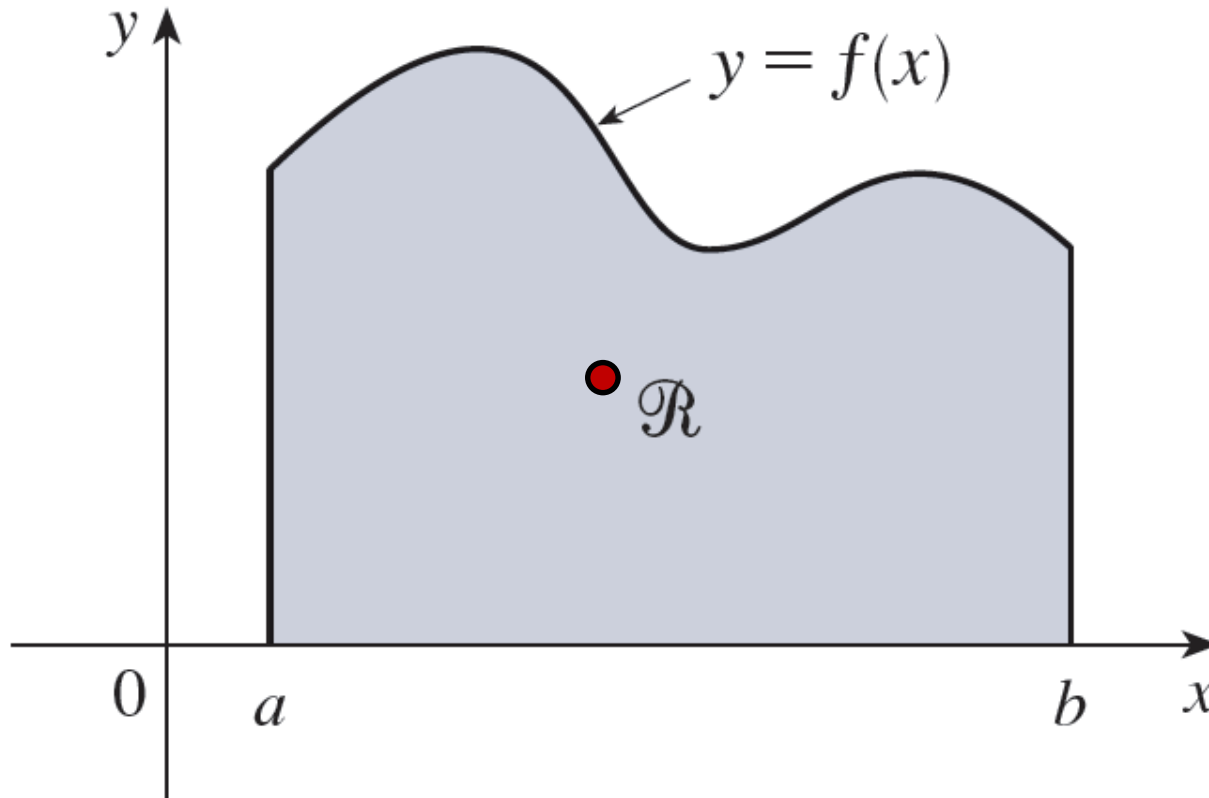


(a) Posición natural del resorte



(b) Posición estirada del resorte

# Masa y Centros de Masa

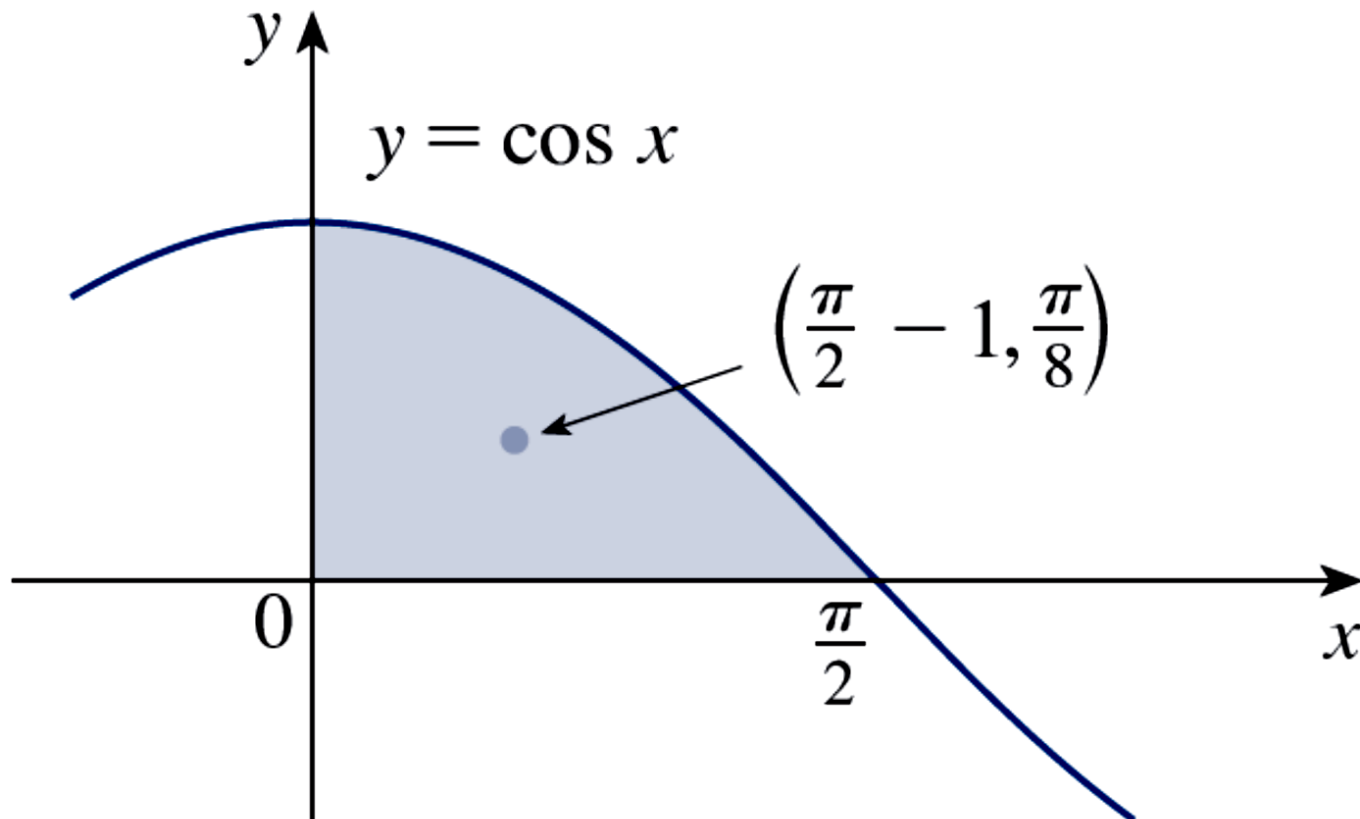


$$\bar{x} = \frac{1}{A} \int_a^b x f(x) dx \qquad \bar{y} = \frac{1}{A} \int_a^b \frac{1}{2} [f(x)]^2 dx$$

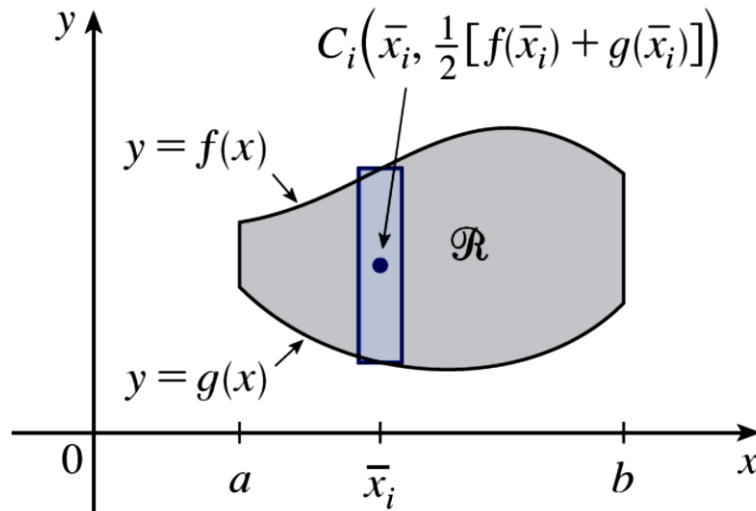
# Masa y Centros de Masa

## Ejemplo:

Encuentre el centro de masa de la región acotada por las curvas  $y = 0$ ,  $x = 0$ ,  $x = \frac{\pi}{2}$ ,  $y = \cos x$ .



# Masa y Centros de Masa



$$\bar{x} = \frac{1}{A} \int_a^b x[f(x) - g(x)] dx$$

$$\bar{y} = \frac{1}{A} \int_a^b \frac{1}{2} \{ [f(x)]^2 - [g(x)]^2 \} dx$$

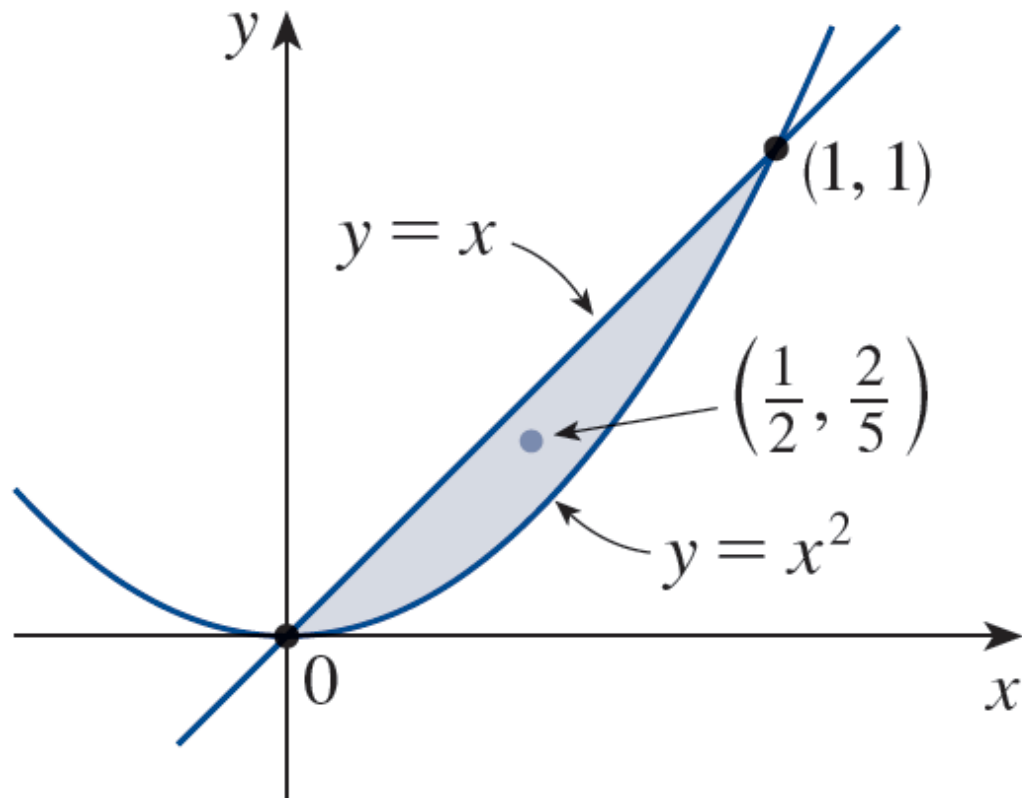
$$m = \rho A = \rho \int_a^b f(x) dx$$



# Masa y Centros de Masa

## Ejemplo:

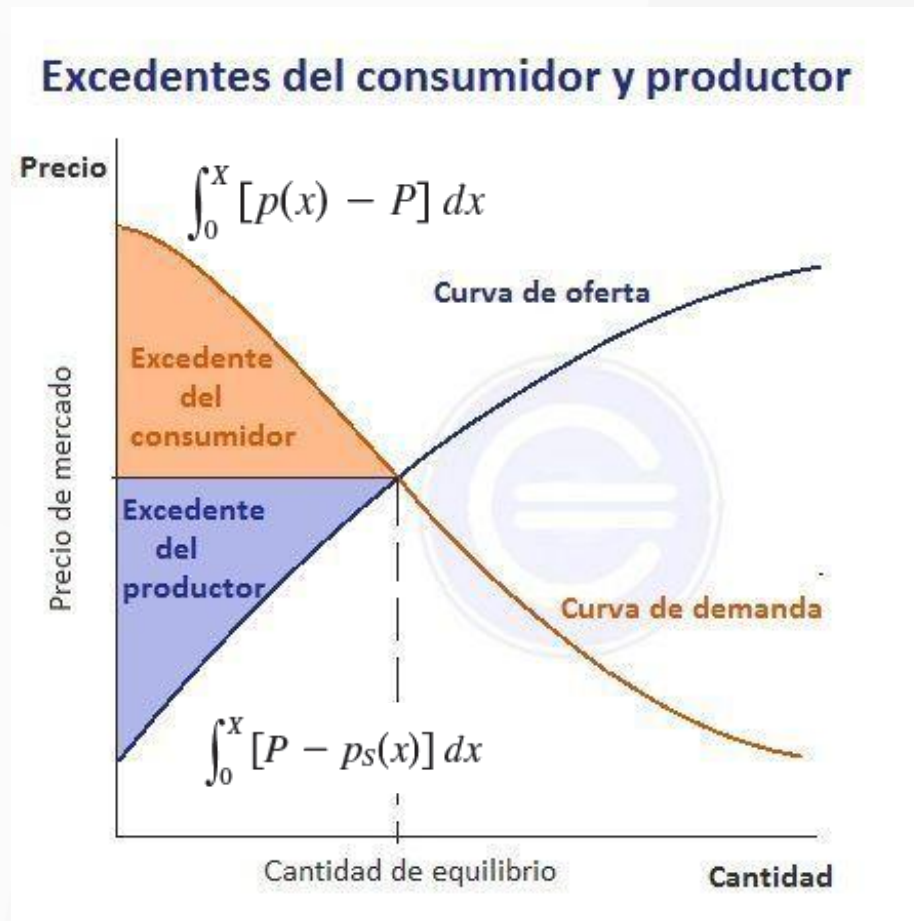
Encuentre el centro de masa de la región acotada por la recta  $y = x$  y la parábola  $y = x^2$ .



# Excedente del Consumidor y del Productor

[www.uneatlantico.es](http://www.uneatlantico.es)

La ley de la oferta y la demanda es el principio básico sobre el que se basa una economía de mercado. Este principio refleja la relación que existe entre la **demanda** de un producto y la cantidad **ofrecida** de ese producto teniendo en cuenta el precio al que se vende el producto.



# Excedente del Consumidor y del Productor

[www.uneatlantico.es](http://www.uneatlantico.es)

## Ejemplo:

La demanda de un producto, en euros, es:

$$p = 1200 - 0,2x - 0,0001x^2$$

Determine el excedente del consumidor cuando el nivel de ventas es de 500 unidades.



Universidad  
Europea  
del Atlántico

[www.uneatlantico.es](http://www.uneatlantico.es)