

## EXAMEN PARCIAL 1 – MATEMÁTICAS INGENIERÍA INFORMÁTICA

### DATOS DEL ALUMNO

Nombre y apellidos:

Jorge Crespo Alvarez

D.N.I.:

Grado:

### NORMATIVA

**NO** se permite el uso de **teléfono móvil o cualquier otro aparato** de comunicación durante el desarrollo del examen. En todo caso, dichos aparatos deberán estar completamente desconectados.

Se debe entregar el examen con los datos identificativos en la cabecera, aunque no se haya contestado ninguna pregunta.

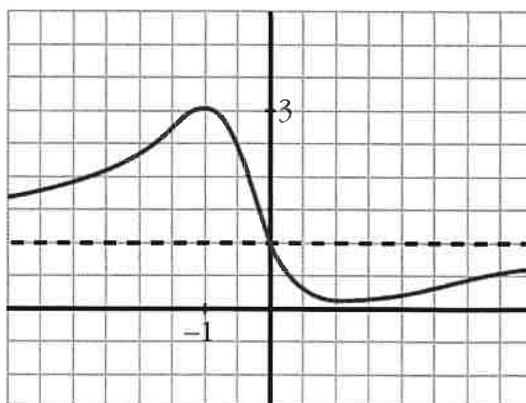
Las respuestas deben desarrollarse en las hojas de respuestas y cada una debe identificarse claramente.

Antes de responder, le aconsejamos que lea el enunciado de cada pregunta atentamente para asegurarse de que lo comprende bien. Asimismo, emplee el tiempo suficiente para realizar el examen y no olvide volver a repasar todas y cada una de las respuestas.

En el caso de que se detecte que un alumno o alumna está copiando, deberá abandonar inmediatamente el examen y este será calificado con cero puntos. Este hecho será puesto en conocimiento del director académico del grado.

### ENUNCIADOS

1. (4 puntos). Dada la función  $f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{x^2 + x + 1}$ ; cuya gráfica se muestra a continuación:



- a) Encuentre los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los extremos locales de  $f(x)$ .  
(2 puntos)
- b) Encuentre los puntos de inflexión de  $f(x)$ . (2 puntos)
2. (2 puntos). Dada la función  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & x < 1 \\ \sqrt{x-1} & x \geq 1 \end{cases}$ ;
- a) Analice la continuidad de la función en todo su dominio. (1 punto)
- b) Analice si la función es derivable en  $x = 1$ . (1 punto)
3. (3 puntos). Dada la función

$$f(x) = \frac{1 - x^2}{x^2 + 1}$$

- a) Investigue si se puede aplicar el Teorema de Rolle en el intervalo  $[-2 ; 2]$ . (1 punto)
- b) Utilice el Teorema de Lagrange para calcular de forma aproximada  $f(1,1)$ . (2 puntos)
4. (1 punto) Utilice la definición de derivada (límite del cociente incremental) para demostrar que:

$$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

DATOS DEL ALUMNO

Nombre y apellidos:

D.N.I.:

Grado:

HOJA DE RESPUESTAS

A continuación, responda a cada una de las preguntas:

1 a)  $f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{x^2 + x + 1}$

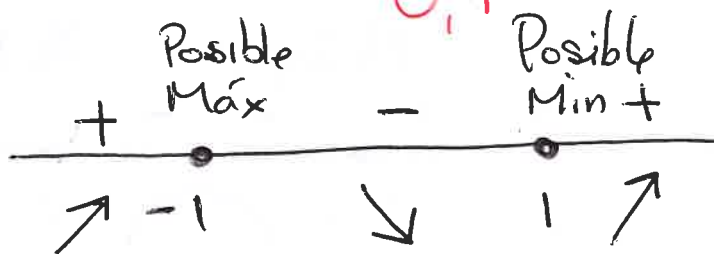
$f'(x) = \frac{(2x-1)(x^2+x+1) - (x^2-x+1)(2x+1)}{[x^2+x+1]^2}$  0,5

$f'(x) = \frac{2x^2 - 2}{[x^2+x+1]^2}$  0,5

$2x^2 - 2 = 0$

$2(x^2 - 1) = 0$

$x = \pm 1$  0,2



$f''(x) = \frac{4x(x^2+x+1)^2 - (2x^2-2)2(x^2+x+1)(2x+1)}{[x^2+x+1]^3}$  0,5

$$f''(x) = \frac{-4x^3 + 12x + 4}{[x^2 + x + 1]^3} \quad 0,5$$

$$-4x^3 + 12x + 4 = 0$$

$$-4(x^3 - 3x - 1) = 0$$

1	0	-3	-1
---	---	----	----

No tiene solución exacta.

Segun la calculadora

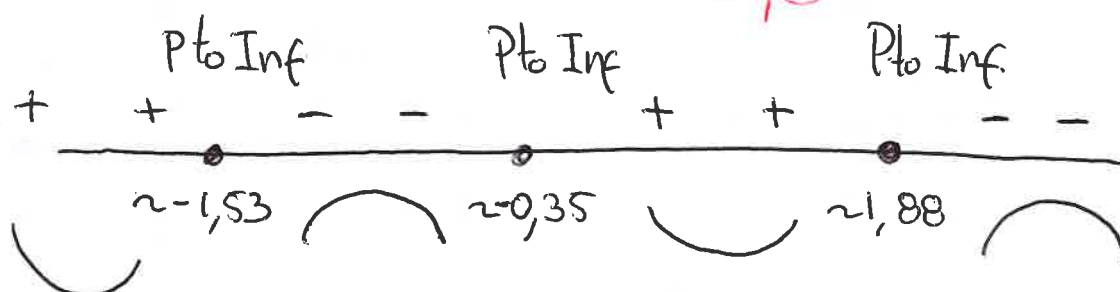
$$X_1 \approx -1,53208888624$$

$$X_2 \approx -0,347296355334$$

0,5

$$X_3 \approx 1,87938524157$$

0,5



$f(x)$  tiene un máximo local en  $x = -1$

$f(x)$  tiene un mínimo local en  $x = 1$

0,4

DATOS DEL ALUMNO

Nombre y apellidos:

D.N.I.:

Grado:

2) a)  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & x < 1 \\ \sqrt{x-1} & x \geq 1 \end{cases}$  continua en  $\mathbb{R}$  0,2 continua en  $\mathbb{R}_{\geq 1}$  0,2

$\lim_{x \rightarrow 1^-} x^2 - 1 = 0$  0,2  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \sqrt{x-1} = 0$  0,2  $f(1) = 0$  0,2

$\therefore f(x)$  es continua en todo  $\mathbb{R}$  reales 0,2

b)

$f'(x) = \begin{cases} 2x & x < 1 \\ \frac{1}{2\sqrt{x-1}} & x > 1 \end{cases}$  0,4.

$f'(1)$  no existe  $\therefore f'(x)$  no es continua en  $x=1$ .  $f(x)$  no es derivable en  $x=1$ .

0,6

3) a)  $f(x) = \frac{1-x^2}{x^2+1}$   $f(x)$  es continua en  $\mathbb{R}$   
 porque  $x^2+1 \neq 0 \forall x \in \mathbb{R}$   
 0,3

$$f'(x) = \frac{-2x(x^2+1) - (1-x^2)2x}{[x^2+1]^2} = \frac{-\cancel{2x}^3 - 2x - 2x + \cancel{2x}^3}{[x^2+1]^2}$$

$f'(x) = \frac{-4x}{[x^2+1]^2}$   $f'(x)$  es continua en  $\mathbb{R}$   
 porque  $x^2+1 \neq 0 \forall x \in \mathbb{R}$   
 0,3

$\therefore f(x)$  es continua en  $[-2, 2]$  y derivable en  $(-2, 2)$

$f(-2) = \frac{1-(-2)^2}{(-2)^2+1} = -\frac{3}{5}$  0,1  $f(2) = \frac{1-2^2}{2^2+1} = -\frac{3}{5}$  0,1

$f(-2) = f(2)$  0,1  $\therefore$  Se puede aplicar el teorema de  
 Rolle en  $[-2, 2]$  0,1

b)  $f(b) = f'(a) \cdot (b-a) + f(a)$   $b = 1,1$   
 $a = 1$  0,5

DATOS DEL ALUMNO

Nombre y apellidos:

D.N.I.:

Grado:

$$f(a) = 0 \quad 0,2$$

$$f'(a) = \frac{-4 \cdot 1}{[1^2 + 1]^2} = -1 \cdot 0,3$$

$$f(1,1) = -1(1,1 - 1) + 0 = -0,1 \quad 0,5$$

$$(V. \text{ exacto} = -0,0950226244344)$$

4)

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

$$f(x) = \sqrt{x}$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x_0 + h} - \sqrt{x_0}}{h} \cdot \frac{\sqrt{x_0 + h} + \sqrt{x_0}}{\sqrt{x_0 + h} + \sqrt{x_0}} \quad 0,2$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cancel{x_0} + h - \cancel{x_0}}{h(\sqrt{x_0 + h} + \sqrt{x_0})} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cancel{h}}{\cancel{h}(\sqrt{x_0 + h} + \sqrt{x_0})} \quad 0,2$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{x_0 + h} + \sqrt{x_0}} = \frac{1}{2\sqrt{x_0}} \quad 0,4$$





## EXAMEN PARCIAL 1 – MATEMÁTICAS

### CIENCIA Y TECNOLOGÍA DE LOS ALIMENTOS

#### DATOS DEL ALUMNO

Nombre y apellidos:

Jorge Crespo Alvarez.

D.N.I.:

Grado:

#### NORMATIVA

**NO** se permite el uso de **teléfono móvil o cualquier otro aparato** de comunicación durante el desarrollo del examen. En todo caso, dichos aparatos deberán estar completamente desconectados.

Se debe entregar el examen con los datos identificativos en la cabecera, aunque no se haya contestado ninguna pregunta.

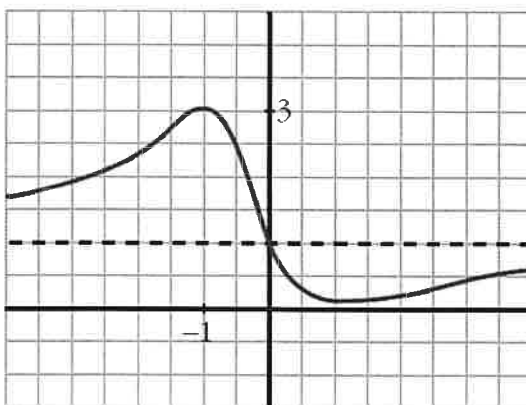
Las respuestas deben desarrollarse en las hojas de respuestas y cada una debe identificarse claramente.

Antes de responder, le aconsejamos que lea el enunciado de cada pregunta atentamente para asegurarse de que lo comprende bien. Asimismo, emplee el tiempo suficiente para realizar el examen y no olvide volver a repasar todas y cada una de las respuestas.

En el caso de que se detecte que un alumno o alumna está copiando, deberá abandonar inmediatamente el examen y este será calificado con cero puntos. Este hecho será puesto en conocimiento del director académico del grado.

#### ENUNCIADOS

1. (4 puntos). Dada la función  $f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{x^2 + x + 1}$ ; cuya gráfica se muestra a continuación:



- a) Encuentre todas las asíntotas de  $f(x)$ . (2 puntos)
- b) Encuentre los intervalos de crecimiento y decrecimiento de  $f(x)$ . (2 puntos)
2. (2 puntos). Dada la función  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & x < 1 \\ \sqrt{x-1} & x \geq 1 \end{cases}$ ,
- a) Analice la continuidad de la función en todo su dominio. (1 punto)
- b) Analice si la función es derivable en  $x = 1$ . (1 punto)
3. (3 puntos). Dada la función
- $$f(x) = \frac{1 - x^2}{x^2 + 1}$$
- a) Investigue si se puede aplicar el Teorema de Rolle en el intervalo  $[-2 ; 2]$ . (1 punto)
- b) Utilice el Teorema de Lagrange para calcular de forma aproximada  $f(1,1)$ . (2 puntos)
4. (1 punto) Utilice la definición de derivada (límite del cociente incremental) para demostrar que:

$$(x^2 + 1)' = 2x$$

DATOS DEL ALUMNO

Nombre y apellidos:

D.N.I.:

Grado:

HOJA DE RESPUESTAS

A continuación, responde a cada una de las preguntas:

$$f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{x^2 + x + 1}$$

$$\text{Dom: } \{x \in \mathbb{R}\} \quad 0,2$$

$$x^2 + x + 1 \neq 0 \quad \forall x$$

a)

A. Verticales: No tiene 0,4

A. Horizontales:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - x + 1}{x^2 + x + 1} = 1 \quad 0,3$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - x + 1}{x^2 + x + 1} = 1 \quad 0,3$$

La recta  $y=1$  es asíntota horizontal de  $f(x)$  0,4

A. Oblicuas: No tiene porque hay asíntotas horizontales. 0,4

b)  $f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{x^2 + x + 1}$

$$f'(x) = \frac{(2x-1)(x^2+x+1) - (x^2-x+1)(2x+1)}{[x^2+x+1]^2} \quad 0,2$$

$$f'(x) = \frac{2x^3 + 2x^2 + 2x - x^2 - x - 1 - (2x^3 + x^2 - 2x^2 - x + 2x + 1)}{[x^2+x+1]^2} \quad 0,2$$

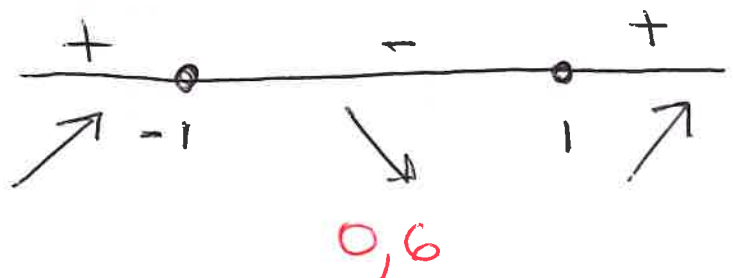
$$f'(x) = \frac{\cancel{2x^3} + \cancel{2x^2} + \cancel{2x} - \cancel{x^2} - \cancel{x} - 1 - \cancel{2x^3} - \cancel{x^2} + \cancel{2x^2} + \cancel{x} - \cancel{2x} - 1}{[x^2+x+1]^2} \quad 0,2$$

$$f'(x) = \frac{2x^2 - 2}{[x^2+x+1]^2} \quad 0,6$$

$$2x^2 - 2 = 0$$

$$2(x^2 - 1) = 0$$

$$x = \pm 1 \quad 0,2$$



DATOS DEL ALUMNO

Nombre y apellidos:

D.N.I.:

Grado:

2)

a)  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & x < 1 \\ \sqrt{x-1} & x \geq 1 \end{cases}$  0,2 continua  $x < 1$ ,  
continua  $x \geq 1$ .

$\lim_{x \rightarrow 1^-} x^2 - 1 = 0$  0,2  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \sqrt{x-1} = 0$  0,2  $f(1) = 0$  0,2

$\therefore f(x)$  es continua en  $\mathbb{R}$ . 0,2.

b)

$f'(x) = \begin{cases} 2x & x < 1 \\ \frac{1}{2\sqrt{x-1}} & x > 1 \end{cases}$  0,4.

0,6  $f'(1)$  no existe  $\therefore f'(x)$  no es continua en  $x=1$   
 $f(x)$  no es derivable en  $x=1$ .

3)  $f(x) = \frac{1-x^2}{x^2+1}$   $f(x)$  es continua en  $\mathbb{R}$   
porque  $x^2+1 \neq 0 \forall x \in \mathbb{R}$

0,3

$$f'(x) = \frac{-2x(x^2+1) - (1-x^2) \cdot 2x}{[x^2+1]^2} = \frac{-2x^3 - 2x - 2x + 2x^3}{[x^2+1]^2}$$

$$f'(x) = \frac{-4x}{[x^2+1]^2}$$

$f'(x)$  es continua en  $\mathbb{R}$   
porque  $x^2+1 \neq 0 \forall x \in \mathbb{R}$

0,3

$\therefore f(x)$  es continua en  $[-2, 2]$  y derivable en  $(-2, 2)$

$$f(-2) = \frac{1-(-2)^2}{(-2)^2+1} = -\frac{3}{5} \quad 0,1 \quad f(2) = \frac{1-2^2}{2^2+1} = -\frac{3}{5} \quad 0,1$$

$f(-2) = f(2) \therefore$  Se puede aplicar el teorema de Rolle en  $[-2, 2]$  0,1

b)

$$f(b) = f'(a) \cdot (b-a) + f(a)$$

0,5

$$b = 1,1$$

$$a = 1$$

0,5

DATOS DEL ALUMNO

Nombre y apellidos:

D.N.I.:

Grado:

$$f(a) = 0 \quad 0,2$$

$$f'(a) = \frac{-4 \cdot 1}{[1^2 + 1]^2} = -1 \quad 0,3$$

$$f(1,1) = -1(1,1 - 1) + 0 = -0,1 \quad 0,5$$

$$(V. \text{ Exacto} = -0,0950226244344)$$

$$4) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} \quad f(x) = x^2 + 1$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x_0 + h)^2 + 1 - (x_0^2 + 1)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cancel{x_0^2} + 2x_0h + \cancel{h^2} + 1 - \cancel{x_0^2} - 1}{h} \quad 0,2 \quad 0,2$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cancel{h} (2x_0 + h)}{\cancel{h}} = 2x_0 \quad 0,2 \quad 0,4$$







## EXAMEN PARCIAL 2 – MATEMÁTICAS ADMINISTRACIÓN Y DIRECCIÓN DE EMPRESAS

### DATOS DEL ALUMNO

Nombre y apellidos:

Jorge Caspo Alvarez.

D.N.I.:

Grado:

### NORMATIVA

**NO** se permite el uso de teléfono móvil o cualquier otro aparato de comunicación durante el desarrollo del examen. En todo caso, dichos aparatos deberán estar completamente desconectados.

Se debe entregar el examen con los datos identificativos en la cabecera, aunque no se haya contestado ninguna pregunta.

Las respuestas deben desarrollarse en las hojas de respuestas y cada una debe identificarse claramente.

Antes de responder, le aconsejamos que lea el enunciado de cada pregunta atentamente para asegurarse de que lo comprende bien. Asimismo, emplee el tiempo suficiente para realizar el examen y no olvide volver a repasar todas y cada una de las respuestas.

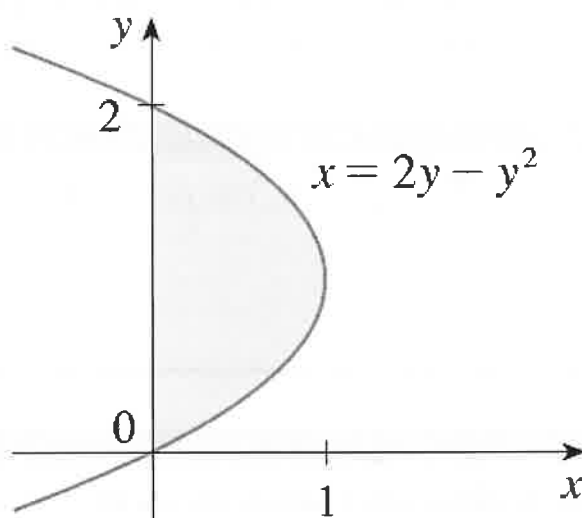
En el caso de que se detecte que un alumno o alumna está copiando, deberá abandonar inmediatamente el examen y este será calificado con cero puntos. Este hecho será puesto en conocimiento del director académico del grado.

### ENUNCIADOS

1. **(3 puntos).** Resuelva, aplicando el método de integración que estime oportuno, las siguientes integrales:

a)  $\int \frac{4x^2 dx}{x^3 - 1}$       b)  $\int \cos(x) \tan(x) dx$       c)  $\int \frac{x^2}{\sqrt[3]{1 + 2x}} dx$

2. **(4 puntos).** Dada la función  $f(y) = 2y - y^2$ , cuya representación se muestra a continuación:



- a) Calcule el área sombreada en la figura. (2 puntos)
- b) Si dicha área se revoluciona alrededor del eje "Y": Calcule el volumen del sólido de revolución generado. (2 puntos)
4. (3 puntos). La tasa de reposición de stock en un almacén se encuentra definida por la función  $R(t) = 2200e^{0.024t}$ , mientras que las ventas se encuentran definidas por la función  $V(t) = 2200e^{0.018t}$  (t en meses). Si en el instante inicial (t=0) en el almacén existían 25000 piezas en stock:
- a) Calcule cuantas piezas han sido vendidas durante los 5 primeros meses.
- b) Calcule cuantas piezas hay en el almacén tras 10 meses.

Clave de Calificación: a) 2,0 ptos, b) 1,0 ptos, Total: 3,0 ptos

DATOS DEL ALUMNO

Nombre y apellidos:

D.N.I.:

Grado:

$$1) a) \int \frac{4x^2 dx}{x^3 - 1} = \frac{4}{3} \int \frac{3x^2 dx}{x^3 - 1} = \frac{4}{3} \int \frac{du}{u} = \frac{4}{3} \ln|u| + C$$

$$\int \frac{4x^2 dx}{x^3 - 1} = \frac{4}{3} \ln|x^3 - 1| + C$$

$$b) \int \cos(x) \cdot \tan(x) dx = \int \cancel{\cos(x)} \cdot \frac{\sin(x)}{\cancel{\cos(x)}} dx = -\cos(x) + C$$

$$c) \int \frac{x^2}{\sqrt[3]{1+2x}} dx$$

$$\begin{aligned} 1+2x &= t^3 & 2x &= t^3 - 1 & 0,2 \\ 2dx &= 3t^2 dt & x &= \frac{t^3 - 1}{2} \\ dx &= \frac{3t^2}{2} dt & t &= \sqrt[3]{1+2x} \end{aligned}$$

$$\int \frac{\left(\frac{t^3-1}{2}\right)^2 \cdot \frac{3t^2}{2} dt}{\sqrt[3]{t^3}} = \int \frac{\left(\frac{t^3-1}{2}\right)^2 \cdot \frac{3t^2}{2} dt}{t}$$

$$\begin{aligned} \frac{3}{8} \int (t^3 - 1)^2 \cdot t dt &= \frac{3}{8} \int (t^6 - 2t^3 + 1) \cdot t dt & 0,2 \\ &= \frac{3}{8} \int t^7 - 2t^4 + t dt = \frac{3}{8} \left( \frac{t^8}{8} - \frac{2t^5}{5} + \frac{t^2}{2} \right) + C & 0,2 \end{aligned}$$

HOJA DE RESPUESTAS

A continuación, responda a cada una de las preguntas:

$$\int \frac{x^2 dx}{\sqrt[3]{1+2x}} = \frac{3}{8} \left( \frac{\sqrt[3]{(1+2x)^8}}{8} - 2 \frac{\sqrt[3]{(1+2x)^5}}{5} + \frac{\sqrt[3]{(1+2x)^2}}{2} \right) + C$$

0,2

2) a)  $A = \int_0^2 (2y - y^2) dy = \left[ \frac{2y^2}{2} - \frac{y^3}{3} \right]_0^2 = 2^2 - \frac{2^3}{3} = 4 - \frac{8}{3} = \frac{4}{3}$

0,5

b)  $V = \pi \int_0^2 (2y - y^2)^2 dy = \pi \int_0^2 (4y^2 - 4y^3 + y^4) dy$

0,5

$$V = \pi \left( \frac{4y^3}{3} - \frac{4y^4}{4} + \frac{y^5}{5} \right) \Big|_0^2 = \pi \left( \frac{4 \cdot 2^3}{3} - 2^4 + \frac{2^5}{5} \right) =$$

0,5

$$\pi \cdot \frac{160 - 240 + 96}{15} = \frac{16\pi}{15} u^3$$

0,5

DATOS DEL ALUMNO

Nombre y apellidos:

D.N.I.:

Grado:

$$3) a) \text{ Ventas} = \int_0^5 2200 \cdot e^{0,018t} dt = 2200 \cdot \frac{e^{0,018t}}{0,018} \Big|_0^5$$

$$\text{Ventas} = \frac{2200 \cdot e^{0,09}}{0,018} - \frac{2200 \cdot e^0}{0,018} = 11510 \text{ piezas}$$

$$b) \text{ stock} = 25000 - \int_0^{10} 2200 \cdot e^{0,018t} dt + \int_0^{10} 2200 \cdot e^{0,024t} dt$$

$$\text{stock} = 25000 - \frac{2200 \cdot e^{0,018t}}{0,018} \Big|_0^{10} + \frac{2200 \cdot e^{0,024t}}{0,024} \Big|_0^{10}$$

$$\text{stock} = 25760 \text{ piezas}$$





## EXAMEN PARCIAL 2 – MATEMÁTICAS

### INGENIERÍA DE LAS INDUSTRIAS AGRARIAS Y ALIMENTARIAS

#### DATOS DEL ALUMNO

Nombre y apellidos:

Jorge Crespo Alvarez.

D.N.I.:

Grado:

#### NORMATIVA

**NO** se permite el uso de teléfono móvil o cualquier otro aparato de comunicación durante el desarrollo del examen. En todo caso, dichos aparatos deberán estar completamente desconectados.

Se debe entregar el examen con los datos identificativos en la cabecera, aunque no se haya contestado ninguna pregunta.

Las respuestas deben desarrollarse en las hojas de respuestas y cada una debe identificarse claramente.

Antes de responder, le aconsejamos que lea el enunciado de cada pregunta atentamente para asegurarse de que lo comprende bien. Asimismo, emplee el tiempo suficiente para realizar el examen y no olvide volver a repasar todas y cada una de las respuestas.

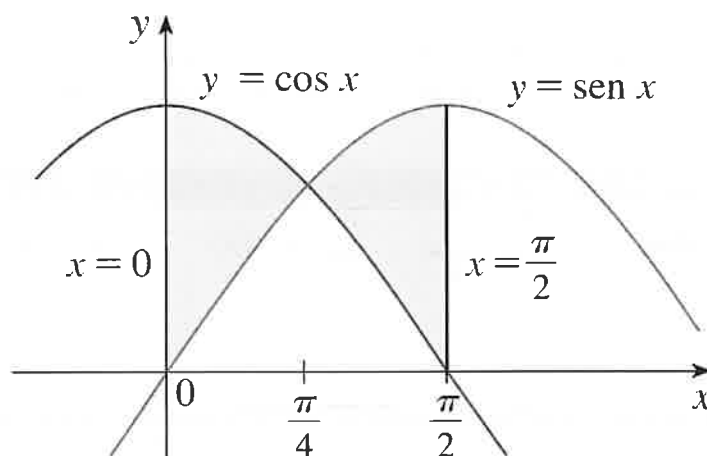
En el caso de que se detecte que un alumno o alumna está copiando, deberá abandonar inmediatamente el examen y este será calificado con cero puntos. Este hecho será puesto en conocimiento del director académico del grado.

#### ENUNCIADOS

1. **(3 puntos)**. Resuelva, aplicando el método de integración que estime oportuno, las siguientes integrales:

a)  $\int \cos(x) \tan(x) dx$     b)  $\int \cos(\ln x) dx$     c)  $\int \frac{x^3}{\sqrt{x^2 + 1}} dx$

2. **(3 puntos)**. Dada las funciones  $f(x) = \cos x$  y  $g(x) = \sin x$ , cuya representación se muestra a continuación:



- a) Calcule el área sombreada en la figura. (2 puntos)
- b) Si dicha área se revoluciona alrededor del eje "X": Calcule el volumen del sólido de revolución generado. (1 punto)
4. (4 puntos). La tasa de reposición de stock en un almacén se encuentra definida por la función  $R(t) = 2200e^{0.024t}$ , mientras que las ventas se encuentran definidas por la función  $V(t) = 2200e^{0.018t}$  (t en meses). Si en el instante inicial (t=0) en el almacén existían 25000 piezas en stock:
- a) Calcule cuantas piezas han sido vendidas durante los 5 primeros meses.
- b) Calcule cuantas piezas hay en el almacén tras 10 meses.

Clave de Calificación: a) 2,0 ptos, b) 2,0 ptos, Total: 4,0 ptos



DATOS DEL ALUMNO

Nombre y apellidos:

D.N.I.:

Grado:

HOJA DE RESPUESTAS

A continuación, responde a cada una de las preguntas:

1) a)  $\int \cos(x) \cdot \tan(x) dx = \int \cos(x) \cdot \frac{\sin(x)}{\cos(x)} dx = -\cos x + C$  0,5

b)  $\int \cos(\ln x) dx$

$u = \cos(\ln x) \quad du = -\frac{\sin(\ln x)}{x} dx$  0,2

$v = x \quad dv = dx$

$\int \cos(\ln x) dx = x \cos(\ln x) - \int \frac{-\sin(\ln x)}{x} \cdot x dx$  0,2

$\int \cos(\ln x) dx = x \cos(\ln x) + \int \sin(\ln x) dx$

$u = \sin(\ln x) \quad du = \frac{\cos(\ln x)}{x} dx$  0,2

$v = x \quad dv = dx$

$\int \cos(\ln x) dx = x \cos(\ln x) + x \sin \ln(x) - \int \cos(\ln x) dx$  0,2

$$\int \cos(\ln x) dx = \frac{x \cos(\ln x)}{2} + \frac{x \sin(\ln x)}{2} + C \quad 0,2$$

$$c) \int \frac{x^3 dx}{\sqrt[3]{x^2+1}}$$

$$\begin{aligned} x^2+1 &= t^2 \quad 0,2 \quad x^2 = t^2 - 1 \\ 2x dx &= 2t dt \quad t = \sqrt{x^2+1} \\ x dx &= t dt \end{aligned}$$

$$\int \frac{(t^2-1) \cdot t dt}{\sqrt[3]{t^2}} = \int \frac{(t^2-1) \cdot t dt}{t} = \frac{t^3}{3} - t + C \quad 0,2$$

$$\int \frac{x^3 dx}{\sqrt[3]{x^2+1}} = \frac{\sqrt[3]{(x^2+1)^3}}{3} - \sqrt{x^2+1} + C \quad 0,2$$

$$2) a) A = \int_0^{\pi/4} \cos x - \sin x dx + \int_{\pi/4}^{\pi/2} \sin x - \cos x dx \quad 0,5$$

$$A = \sin x + \cos x \Big|_0^{\pi/4} + (-\cos x) - \sin x \Big|_{\pi/4}^{\pi/2} \quad 0,5$$

DATOS DEL ALUMNO

Nombre y apellidos:

D.N.I.:

Grado:

$$A = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} - 1 - \left(0 + 1 - \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \quad 0,5$$

$$A = 2\sqrt{2} - 2 \cdot 0^2 \quad 0,5$$

$$V = 2\pi \int_0^{\pi/4} \cos^2 x - \sin^2 x \, dx = 2\pi \left( \frac{x}{2} + \frac{1}{4} \sin 2x - \frac{x}{2} + \frac{1}{4} \sin 2x \right) \Big|_0^{\pi/4} \quad 0,2 \quad 0,4$$

$$V = 2\pi \cdot \frac{2}{4} \cdot \sin \pi/2 = \pi 0^3 \quad 0,4$$

$$3) a) \text{ Ventas} = \int_0^5 2200 \cdot e^{0,018t} \, dt = \frac{2200 \cdot e^{0,018t}}{0,018} \Big|_0^5 \quad 0,5$$

$$\text{Ventas} = 11510 \text{ piezas} \quad 1,0$$

$$b) \text{ Stock} = 25000 - \int_0^{10} 2200 \cdot e^{0,018t} \, dt + \int_0^{10} 2200 \cdot e^{0,024t} \, dt$$

$$\text{Stock} = 25000 - \frac{2200 \cdot e^{0,018t}}{0,018} \Big|_0^{10} + \frac{2200 \cdot e^{0,024t}}{0,024} \Big|_0^{10} \quad 0,5$$

$$\text{stock} = 25760 \text{ piezas} \quad 1,0$$



## EXAMEN PARCIAL 3 – MATEMÁTICAS

### CIENCIA Y TECNOLOGÍA DE LOS ALIMENTOS

#### DATOS DEL ALUMNO

Nombre y apellidos:

Jorge Crespo Alvarez

D.N.I.:

Grado:

#### NORMATIVA

NO se permite el uso de teléfono móvil o cualquier otro aparato de comunicación durante el desarrollo del examen. En todo caso, dichos aparatos deberán estar completamente desconectados.

Se debe entregar el examen con los datos identificativos en la cabecera, aunque no se haya contestado ninguna pregunta.

El examen consta de una parte Teórica y otra Práctica. En ambos casos, las preguntas deben responderse en las hojas de respuestas incluidas después de los enunciados.

Las preguntas teóricas deben responderse en la tabla que se incluye y para cada una solo hay UNA respuesta correcta. Si se indica más de una respuesta, la pregunta será considerada incorrecta. Si se comete una equivocación, se debe borrar cuidadosamente la respuesta incorrecta y sustituirla por la correcta. Las preguntas de desarrollo deben responderse a continuación de la tabla de respuestas del test y cada respuesta debe identificarse claramente.

Antes de responder, le aconsejamos que lea el enunciado de cada pregunta atentamente para asegurarse de que lo comprende bien. Asimismo, emplee el tiempo suficiente para realizar el examen y no olvide volver a repasar todas y cada una de las respuestas.

En el caso de que se detecte que un alumno o alumna está copiando, deberá abandonar inmediatamente el examen y este será calificado con cero puntos. Este hecho será puesto en conocimiento del director académico del grado.

#### ENUNCIADOS TEÓRICOS (2 PUNTOS)

1. Sea A una matriz de orden (4,3) y B una matriz de orden (3,5). Entonces:

- a)  $A \cdot B$  es posible y da como resultado una matriz de orden (3,3)
- b)  $B \cdot A$  es posible y da como resultado una matriz de orden (3,3)
- ☒ c)  $A \cdot B$  es posible, pero  $B \cdot A$  no es posible
- d) Ninguna de las anteriores

2. Sea  $C$  una matriz cuadrada. Entonces:
- a) La traza de  $C = 0$
  - b) El determinante de  $C$  es  $0$
  - c)  $C$  se puede invertir
  - ☒ d) No existe información suficiente
3. En el producto de matrices no se cumplen las siguientes propiedades:
- a) Asociativa.
  - b) Distributiva.
  - ☒ c) Conmutativa
  - d) Elemento Neutro
4. Sea  $A$  una matriz idempotente. Entonces:
- ☒ a)  $A^2 = A$
  - b)  $A^2 = 0$
  - c)  $A^2 = 1$
  - d)  $A^2 = I$
5. Sea  $A$  una matriz cuadrada. Entonces:
- a)  $A = A_{\text{SIM}} + A_{\text{ANTISIM}}$
  - b)  $A = \frac{1}{2} [A + A^t] + \frac{1}{2} [A - A^t]$
  - c)  $A + A^t$  es una matriz simétrica
  - ☒ d) Todas las anteriores son correctas
6. Si el determinante de la matriz  $D$  es distinto de  $0$ .Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta:
- a)  $D$  podría tener todos los elementos de una fila o columna iguales a cero
  - ☒ b)  $\det D^t \neq 0$
  - c)  $D$  podría tener dos filas o columnas iguales o proporcionales
  - d)  $D$  podría tener dos filas o columnas que son combinación lineal de una tercera
7. El método general de cálculo de determinantes puede aplicarse:
- a) Para calcular el determinante de matrices de cualquier orden
  - b) Para calcular el determinante de matrices solo de orden  $(2,2)$
  - c) Para calcular el determinante de matrices solo de orden  $(3,3)$
  - ☒ d) Para calcular el determinante de matrices de orden  $(2,2)$  y  $(3,3)$

**DATOS DEL ALUMNO**

Nombre y apellidos:

D.N.I.:

Grado:

8. El rango de una matriz es:

- a) El menor número de vectores fila o vectores columna linealmente independientes que pueden encontrarse en una matriz
- b) Igual al orden del menor determinante distinto de cero que se puede encontrar en el interior de una matriz determinada
- ☒ c) Es una invariante del sistema porque el resultado no varía en función del método de cálculo que se utilice
- d) Todas son verdaderas

9. Si A es una matriz regular. Entonces:

- ☒ a) A es una matriz cuadrada.
- b) A no tiene inversa.
- c) El determinante de A es igual a cero
- d) Las tres afirmaciones anteriores son correctas

10. Aplicando el teorema de Rouché-Fröbenius, si  $RgA < RgA^*$ , entonces:

- ☒ a) El sistema de ecuaciones es incompatible
- b) El sistema de ecuaciones es compatible
- c) El sistema de ecuaciones tiene solución única
- d) El sistema de ecuaciones tiene infinitas soluciones

**ENUNCIADOS PRÁCTICOS (8 PUNTOS)**

1. **(1 punto)**. Sean las matrices:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \\ 3 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Si  $C = (B \times A)^t$ , calcule el determinante de C.

2. (2 puntos). Dada la matriz:

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

Calcule  $D^{-1}$ .

3. (5 puntos). Un inversionista ha comprado 325 acciones en cripto-divisas (Bitcoin, Ethereum, Litecoin y Monero). La estrategia de inversión utilizada por el inversionista fue la siguiente:

- Tres veces el número de acciones de Bitcoin menos el número de acciones de Ethereum es de 25 acciones.
- El número de acciones de Bitcoin más tres veces la cantidad de acciones de Litecoin son 325 acciones.
- La suma de las cantidades de acciones de Ethereum y Monero menos la cantidad invertida en Litecoin es de 100 acciones.

a) Plantee el sistema de ecuaciones que modela este problema.

b) Si conoce que el sistema resultante es compatible determinado:

Calcule el número de acciones que compró el inversionista de cada criptodivisa aplicando alguno de los métodos estudiados en clase.

c) Realice las comprobaciones oportunas de los resultados obtenidos.

Clave de Calificación: a) 1,0 ptos, b) 3,0 ptos, c) 1,0 ptos. Total: 5,0 ptos



DATOS DEL ALUMNO

Nombre y apellidos:

D.N.I.:

Grado:

HOJA DE RESPUESTAS

A continuación, responda a cada una de las preguntas:

#	Respuesta	
1	C	0,2
2	D	0,2
3	C	0,2
4	A	0,2
5	D	0,2
6	B	0,2
7	D	0,2
8	C	0,2
9	A	0,2
10	A	0,2

1)

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \\ 3 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B \times A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix} \quad 0,4$$

$$(B \times A)^t = \begin{bmatrix} 0 & 5 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = C \quad 0,2$$

$$|C| = 0 \cdot 2 - 1 \cdot 5 = -5 \quad 0,4$$

2)

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

$$|D| = 1 \quad 0,2$$

$$Adj = \begin{bmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -2 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ -1 & -2 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} \\ -\begin{vmatrix} 0 & 3 \\ 0 & -2 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ -1 & -2 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(Adj)^t = \begin{bmatrix} -2 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad D^{-1} = \frac{1}{1} \cdot \begin{bmatrix} -2 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$D^{-1} = \begin{bmatrix} -2 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & -2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -2 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

DATOS DEL ALUMNO

Nombre y apellidos:

D.N.I.:

Grado:

### 3) Variables

Bitcoin  $\rightarrow B$

Ethereum  $\rightarrow E$

Lite coin  $\rightarrow L$

Monero  $\rightarrow M$

### Sistema

$$B + E + L + M = 325$$

$$3B - E = 25 \quad 1,0$$

$$B + 3L = 325$$

$$E - L + M = 100$$

$$\begin{array}{cccc|c} B & E & L & M & \\ \hline 1 & 1 & 1 & 1 & 325 \\ 3 & -1 & 0 & 0 & 25 \\ 1 & 0 & 3 & 0 & 325 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 100 \end{array} \rightarrow$$

$$\begin{array}{cccc|c} M & E & L & B & \\ \hline 1 & 1 & 1 & 1 & 325 \\ 0 & -1 & 0 & 3 & 25 \\ 0 & 0 & 3 & 1 & 325 \\ 1 & 1 & -1 & 0 & 100 \end{array} \begin{array}{l} (-1) \\ \downarrow \\ \leftarrow \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc|c} M & E & B & L & \\ \hline 1 & 1 & 1 & 1 & 325 \\ 0 & -1 & 3 & 0 & 25 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 325 \\ 0 & 0 & -1 & -2 & -225 \end{array} \begin{array}{l} 0,5 \\ \uparrow \\ (1) \\ \downarrow \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc|c} M & E & L & B & \\ \hline 1 & 1 & 1 & 1 & 325 \\ 0 & -1 & 0 & 3 & 25 \\ 0 & 0 & 3 & 1 & 325 \\ 0 & 0 & -2 & -1 & -225 \end{array} \begin{array}{l} 0,5 \\ \uparrow \\ \downarrow \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc|c} M & E & B & L & \\ \hline 1 & 1 & 1 & 1 & 325 \\ 0 & -1 & 3 & 0 & 25 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 325 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 100 \end{array} \begin{array}{l} 0,5 \\ \uparrow \end{array}$$

$$L = 100$$

$$B = 325 - 3 \cdot 100 = 25$$

$$E = 3 \cdot 25 - 25 = 50$$

$$M = 325 - 25 - 50 - 100 = 150$$

Comprobación'

$$25 + 50 + 100 + 150 = 325 \checkmark$$

$$3 \cdot 25 - 50 = 25 \checkmark$$

$$25 + 3 \cdot 100 = 325 \checkmark$$

$$50 - 100 + 150 = 100 \checkmark$$

1,0

## EXAMEN PARCIAL 3 – MATEMÁTICA I INGENIERÍA INFORMÁTICA

### DATOS DEL ALUMNO

Nombre y apellidos: Jorge Crespo Alvarez

D.N.I.:

Grado:

### NORMATIVA

**NO** se permite el uso de teléfono móvil o cualquier otro aparato de comunicación durante el desarrollo del examen. En todo caso, dichos aparatos deberán estar completamente desconectados.

Se debe entregar el examen con los datos identificativos en la cabecera, aunque no se haya contestado ninguna pregunta.

El examen consta de una parte Teórica y otra Práctica. En ambos casos, las preguntas deben responderse en las hojas de respuestas incluidas después de los enunciados.

Las preguntas teóricas deben responderse en la tabla que se incluye y para cada una solo hay **UNA** respuesta correcta. Si se indica más de una respuesta, la pregunta será considerada incorrecta. Si se comete una equivocación, se debe borrar cuidadosamente la respuesta incorrecta y sustituirla por la correcta. Las preguntas de desarrollo deben responderse a continuación de la tabla de respuestas del test y cada respuesta debe identificarse claramente.

Antes de responder, le aconsejamos que lea el enunciado de cada pregunta atentamente para asegurarse de que lo comprende bien. Asimismo, emplee el tiempo suficiente para realizar el examen y no olvide volver a repasar todas y cada una de las respuestas.

En el caso de que se detecte que un alumno o alumna está copiando, deberá abandonar inmediatamente el examen y este será calificado con cero puntos. Este hecho será puesto en conocimiento del director académico del grado.

### ENUNCIADOS TEÓRICOS (2 PUNTOS)

1. Sea A una matriz de orden (4,3) y B una matriz de orden (3,5). Entonces:

- a)  $AxB$  es posible y da como resultado una matriz de orden (3,3)
- b)  $BxA$  es posible y da como resultado una matriz de orden (3,3)
- ☒ c)  $AxB$  es posible, pero  $BxA$  no es posible
- d) Ninguna de la anteriores

2. Sea  $C$  una matriz cuadrada. Entonces:
  - a) La traza de  $C = 0$
  - b) El determinante de  $C$  es 0
  - c)  $C$  se puede invertir
  - ☒ d) No existe información suficiente
3. En el producto de matrices no se cumplen las siguientes propiedades:
  - a) Asociativa.
  - b) Distributiva.
  - ☒ c) Conmutativa
  - d) Elemento Neutro
4. Sea  $A$  una matriz idempotente. Entonces:
  - ☒ a)  $A^2 = A$
  - b)  $A^2 = 0$
  - c)  $A^2 = 1$
  - d)  $A^2 = I$
5. Sea  $A$  una matriz cuadrada. Entonces:
  - a)  $A = A_{\text{SIM}} + A_{\text{ANTISIM}}$
  - b)  $A = \frac{1}{2} [A + A^t] + \frac{1}{2} [A - A^t]$
  - c)  $A + A^t$  es una matriz simétrica
  - ☒ d) Todas las anteriores son correctas
6. Si el determinante de la matriz  $D$  es distinto de 0.Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta:
  - a)  $D$  podría tener todos los elementos de una fila o columna iguales a cero
  - ☒ b)  $\det D^t \neq 0$
  - c)  $D$  podría tener dos filas o columnas iguales o proporcionales
  - d)  $D$  podría tener dos filas o columnas que son combinación lineal de una tercera
7. El método general de cálculo de determinantes puede aplicarse:
  - a) Para calcular el determinante de matrices de cualquier orden
  - b) Para calcular el determinante de matrices solo de orden (2,2)
  - c) Para calcular el determinante de matrices solo de orden (3,3)
  - ☒ d) Para calcular el determinante de matrices de orden (2,2) y (3,3)

**DATOS DEL ALUMNO**

Nombre y apellidos:

D.N.I.:

Grado:

8. El rango de una matriz es:

- a) El menor número de vectores fila o vectores columna linealmente independientes que pueden encontrarse en una matriz
- b) Igual al orden del menor determinante distinto de cero que se puede encontrar en el interior de una matriz determinada
- ☒ c) Es una invariante del sistema porque el resultado no varía en función del método de cálculo que se utilice
- d) Todas son verdaderas

9. Si A es una matriz regular. Entonces:

- ☒ a) A es una matriz cuadrada.
- b) A no tiene inversa.
- c) El determinante de A es igual a cero
- d) Las tres afirmaciones anteriores son correctas

10. Aplicando el teorema de Rouché-Fröbenius, si  $RgA < RgA^*$ , entonces:

- ☒ a) El sistema de ecuaciones es incompatible
- b) El sistema de ecuaciones es compatible
- c) El sistema de ecuaciones tiene solución única
- d) El sistema de ecuaciones tiene infinitas soluciones

**ENUNCIADOS PRÁCTICOS (8 PUNTOS)**

1. (1 punto). Sean las matrices:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \\ 3 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Si  $C = (A \times B)^t$ , calcule el determinante de C.

2. **(2 puntos)**. Dada la matriz:

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

Calcule  $D^{-1}$ .

3. **(5 puntos)**. Un inversionista ha invertido 951550 dólares en crypto-divisas (Bitcoin, Ethereum, Litecoin y Monero). La estrategia de inversión utilizada por el inversionista fue la siguiente:

- La cantidad invertida en Bitcoin menos dos veces la cantidad invertida en Ethereum es de 754000 dólares.
- La cantidad Invertida en Bitcoin más tres veces la cantidad invertida en Litecoin es de 901100 dólares.
- La suma de las cantidades invertidas en Ethereum y Monero menos la cantidad invertida en Litecoin es de 64050 dólares.

- a) Plantee el sistema de ecuaciones que modela este problema.
- b) Si conoce que el sistema resultante es compatible determinado:

Calcule la cantidad invertida por el inversionista en cada criptodivisa aplicando alguno de los métodos estudiados en clase.

- c) Realice las comprobaciones oportunas de los resultados obtenidos.

**Clave de Calificación:** a) 1,0 ptos, b) 3,0 ptos, c) 1,0 ptos. Total: 5,0 ptos



DATOS DEL ALUMNO

Nombre y apellidos:

D.N.I.:

Grado:

HOJA DE RESPUESTAS

A continuación, responda a cada una de las preguntas:

#	Respuesta
1	C
2	D
3	C
4	A
5	D
6	B
7	D
8	C
9	A
10	A

0,2  
0,2  
0,2  
0,2  
0,2  
0,2  
0,2  
0,2  
0,2  
0,2

1)

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \\ 3 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A \times B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

0,4

$$(A \times B)^t = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 1 \end{bmatrix} = C$$

0,2

$$|C| = 0$$

$$f_2 = f_3$$

0,4

2)

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad 0,6$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{matrix} (1) \\ \\ \end{matrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{matrix} \leftarrow \\ \\ (-3) \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & -2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -2 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad 0,2$$

DATOS DEL ALUMNO

Nombre y apellidos:

D.N.I.:

Grado:

3) Variables

Bitcoin  $\rightarrow B$

Ethereum  $\rightarrow E$

Litecoin  $\rightarrow L$

Monero  $\rightarrow M$

Sistema

$$B + E + L + M = 951550$$

$$B + 2E = 754000$$

$$B + 3L = 901100$$

$$E - L + M = 64050$$

$$\begin{array}{cccc|c} B & E & L & M & \\ \hline 1 & 1 & 1 & 1 & 951550 \\ 1 & -2 & 0 & 0 & 754000 \\ 1 & 0 & 3 & 0 & 901100 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 64050 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc|c} M & E & L & B & \\ \hline 1 & 1 & 1 & 1 & 951550 \\ 0 & -2 & 0 & 1 & 754000 \\ 0 & 0 & 3 & 1 & 901100 \\ 1 & 1 & -1 & 0 & 64050 \end{array} \begin{array}{l} (-1) \\ \\ \\ \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc|c} M & E & B & L & \\ \hline 1 & 1 & 1 & 1 & 951550 \\ 0 & -2 & 1 & 0 & 754000 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 901100 \\ 0 & 0 & -1 & -2 & -887500 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc|c} M & E & L & B & \\ \hline 1 & 1 & 1 & 1 & 951550 \\ 0 & -2 & 0 & 1 & 754000 \\ 0 & 0 & 3 & 1 & 901100 \\ 0 & 0 & -2 & -1 & -887500 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc|c} M & E & B & L & \\ \hline 1 & 1 & 1 & 1 & 951550 \\ 0 & -2 & 1 & 0 & 754000 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 901100 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 13600 \end{array}$$

$$\begin{aligned} L &= 13600 \\ B &= 901100 - 3 \cdot 13600 = 860300 \\ E &= \frac{754000 - 860300}{-2} = 53150 \\ M &= 951550 - 13600 - 860300 - 53150 \\ M &= 24500 \end{aligned}$$

Comprobación

$$860300 + 53150 + 13600 + 24500 = 951550 \checkmark$$

$$860300 - 2 \cdot 53150 = 754000 \checkmark$$

$$860300 + 3 \cdot 13600 = 901100 \checkmark$$

$$53150 - 13600 + 24500 = 64050 \checkmark$$

10