EJERCICIOS EXAMEN FINAL DE MATEMÁTICAS

CONVOCATORIA ORDINARIA 2019-2020

1. Sean las matrices:

$$E = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \qquad F = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

   Si $G = (E + F)^t$, calcule el determinante de G.

2. Dada la matriz:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

   Calcule A^{-1}.

3. Un Inversionista está realizando un seguimiento del rendimiento de 3 sus acciones (MAS, TL5 y MSE) durante 3 días consecutivos del IBEX 35:
   - El lunes, la acción MAS cotizaba a 20 €, la acción TL5 cotizaba a 5 € y la acción MSE cotizaba a 13 €. El valor de la cartera de inversión era de 38000 €.
   - El martes, la acción MAS cotizaba a 21 €, la acción TL5 cotizaba a 4 € y la acción MSE cotizaba a 14 €. El valor de la cartera de inversión era de 39000 €.
   - El miércoles, la acción MAS cotizaba a 22 €, la acción TL5 cotizaba a 4 € y la acción MSE cotizaba a 15 €. El valor de la cartera de inversión era de 41000 €.

   a) Plantee el sistema de ecuaciones que modela este problema.

   b) Si conoce que el sistema resultante es compatible determinado, calcule el número de acciones de cada empresa que posee el inversionista aplicando alguno de los métodos de resolución estudiados en Álgebra y compruebe los resultados.

4. En un restaurant han comprado durante tres meses consecutivos ***X*** kilos de entrecot de ternera, ***Y*** kilos de pechugas de pollo y ***Z*** kilos de solomillo de cerdo.
   - El primer mes, el entrecot de ternera costaba a 20 €/kg, la pechuga de pollo a 5 €/kg y el solomillo de cerdo a 13 €/kg. El restaurant gastó 38000 € en total.
   - El segundo mes, el entrecot de ternera costaba a 21 €/kg, la pechuga de pollo a 4 €/kg y el solomillo de cerdo a 14 €/kg. El restaurant gastó 39000 € en total.
   - El tercer mes, el entrecot de ternera costaba a 22 €/kg, la pechuga de pollo a 4 €/kg y el solomillo de cerdo a 15 €/kg. El restaurant gastó 41000 € en total.

   a) Plantee el sistema de ecuaciones que modela este problema.

   b) Si conoce que el sistema resultante es compatible determinado, calcule cuántos kilos de cada producto se compraban al mes en el restaurant aplicando alguno de los métodos de resolución estudiados en Álgebra y compruebe los resultados.

5. Un proveedor de periféricos para ordenadores ha vendido durante tres meses consecutivos ***X*** combos teclado wireless, ***Y*** cables 4 pin PWM y ***Z*** altavoces de escritorio.
   - El primer mes, los combos teclado wireless se vendían a 20 €/unidad, los cables 4 pin PWM a 5 €/unidad y los altavoces de escritorio a 13 €/unidad. El proveedor vendió 38000 € en total.
   - El segundo mes, los combos teclado wireless se vendían a 21 €/unidad, los cables 4 pin PWM a 4 €/unidad y los altavoces de escritorio a 14 €/unidad. El proveedor vendió 39000 € en total.
   - El tercer mes, los combos teclado wireless se vendían a 22 €/unidad, los cables 4 pin PWM a 4 €/unidad y los altavoces de escritorio a 15 €/unidad. El proveedor vendió 41000 € en total.

   a) Plantee el sistema de ecuaciones que modela este problema.

   b) Si conoce que el sistema resultante es compatible determinado, calcule cuantas unidades de cada periférico vendía al mes el proveedor aplicando alguno de los métodos de resolución estudiados en Álgebra y compruebe los resultados.

6. Un proveedor ha vendido durante tres meses consecutivos ***X*** kilos de solomillo de ternera, ***Y*** kilos de pechugas de pollo y ***Z*** kilos de solomillo de cerdo.
   - El primer mes, el solomillo de ternera se vendía a 20 €/kg, la pechuga de pollo a 5 €/kg y el solomillo de cerdo a 13 €/kg. El proveedor vendió 38000 € en total.
   - El segundo mes, el solomillo de ternera se vendía a 21 €/kg, la pechuga de pollo a 4 €/kg y el solomillo de cerdo a 14 €/kg. El proveedor vendió 39000 € en total.
   - El tercer mes, el solomillo de ternera se vendía a 22 €/kg, la pechuga de pollo a 4 €/kg y el solomillo de cerdo a 15 €/kg. El proveedor vendió 41000 € en total.

   a) Plantee el sistema de ecuaciones que modela este problema.

   b) Si conoce que el sistema resultante es compatible determinado, calcule cuántos kilos de cada producto vendía al mes el proveedor aplicando alguno de los métodos de resolución estudiados en Álgebra y compruebe los resultados.

7. Un proveedor de componentes para motocicletas ha vendido durante tres meses consecutivos ***X*** filtros de aire, ***Y*** bujías de encendido y ***Z*** cadenas dentadas accionamiento.
   - El primer mes, los filtros de aire se vendían a 20 €/unidad, las bujías de encendido a 5 €/unidad y las cadenas dentadas accionamiento a 13 €/unidad. El proveedor vendió 38000 € en total.
   - El segundo mes, los filtros de aire se vendían a 21 €/unidad, las bujías de encendido a 4 €/unidad y las cadenas dentadas accionamiento a 14 €/unidad. El proveedor vendió 39000 € en total.
   - El tercer mes, los filtros de aire se vendían a 22 €/unidad, las bujías de encendido a 4 €/unidad y las cadenas dentadas accionamiento a 15 €/unidad. El proveedor vendió 41000 € en total.

   a) Plantee el sistema de ecuaciones que modela este problema.

   b) Si conoce que el sistema resultante es compatible determinado, calcule cuantas unidades de cada producto vendía al mes el proveedor aplicando alguno de los métodos de resolución estudiados en Álgebra y compruebe los resultados.

8. Dado el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x + y + z + t = 1250 \\ -x + 2y + z + 2t = 720 \\ 3x + y - z - t = 1490 \\ x + y - 3z + 2t = 230 \end{cases}$$

a) Aplique el teorema de Rouché-Frobenius para investigar si el sistema es compatible determinado.

b) Resuelva el sistema de ecuaciones aplicando alguno de los métodos de resolución estudiados en Álgebra.

c) Realice la comprobación del sistema

9. Sea la función:

$$f(x) = \begin{cases} -2\operatorname{sen} x\,; & x \leq -\dfrac{\pi}{2} \\ a \operatorname{sen} x + b; & -\dfrac{\pi}{2} < x < \dfrac{\pi}{2} \\ \cos x\,; & x \geq \dfrac{\pi}{2} \end{cases}$$

a) Determine los valores de a y b para que f(x) sea continua.

b) Analice si f(x) es derivable en $x = -\frac{\pi}{2}$ y en $x = \frac{\pi}{2}$

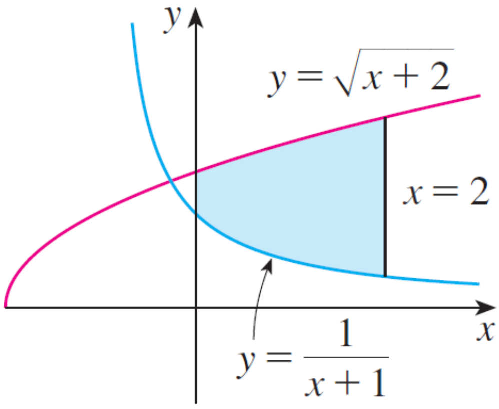
10. Dada la función

$$f(x) = \frac{x^2 + 1}{e^x}$$

a) Investigue si f(x) presenta extremos locales.

b) Calcule los puntos de inflexión de f(x).

11. Dada las funciones $y = \sqrt{x+2}$ e $y = \frac{1}{\mathrm{x}+1}$, y cuya representación se muestra a continuación:



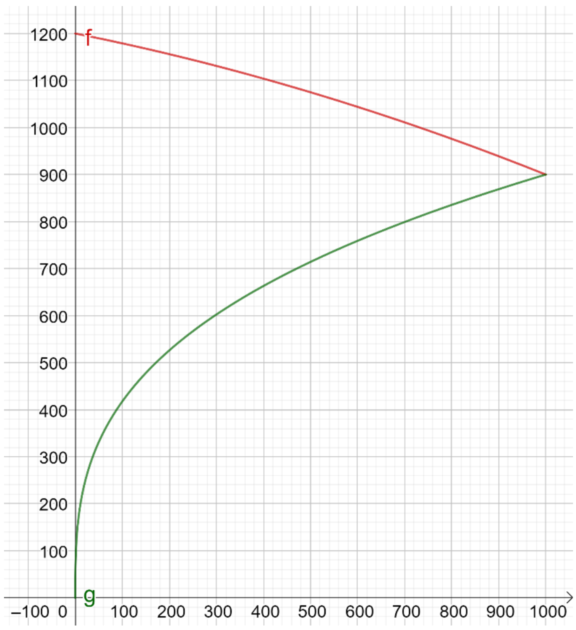
Calcule el área sombreada en la figura.

12. Dadas las funciones de oferta y demanda:

$$Fd = 1200 - 0.2x - 0.0001x^2$$

$$Fo = 90x^{1/3}$$

Si se conoce que el equilibrio de mercado se produce tras la venta de 1000 unidades y el precio de equilibrio de mercado es € 900,00:



a) El Superávit de los Consumidores.

b) El Superávit de los Productores.

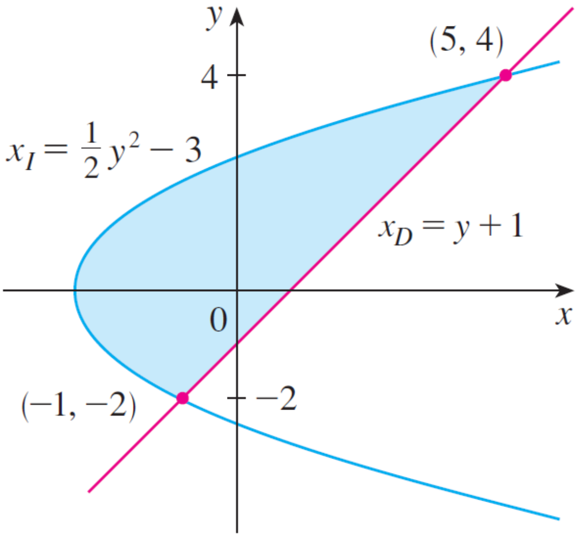
13. Durante las nueve semanas de un verano húmedo y cálido se ha producido una explosión en la población de mosquitos en un área lacustre de descanso. Si el número de mosquitos en la playa se incrementa según la función que se brinda a continuación, con t en semanas.

$$Fincremento(t) = 2200 + 10e^{0,8t}$$

a) Calcule en cuanto se incrementa la población de mosquitos durante el verano.

b) Cuantos mosquitos se incrementan de más entre la quinta y la novena semana en relación al período comprendido entre la primera y la quinta semana.

14. Dada las funciones $x = y + 1$ y $x = \frac{1}{2}y^2 - 3$, y cuya representación se muestra a continuación:



Calcule el área sombreada en la figura.

15. La tasa de reposición de stock en un almacén se encuentra definida por la función $R(t) = 2200e^{0.024t}$. mientras que las ventas se encuentran definidas por la función $V(t) = 2200e^{0.018t}$ (t en meses). Si en el instante inicial (t=0) en el almacén existían 25000 piezas en stock:

a) Calcule cuantas piezas han sido vendidas durante los 5 primeros meses.

b) Calcule cuantas piezas hay en el almacén tras 10 meses.

16. La tasa de reposición de árboles en un bosque se encuentra definida por la función $R(t) = 2200e^{0.024t}$. mientras que la tasa de tala de árboles se encuentra definida por la función $T(t) = 2200e^{0.018t}$ (t en años). Si en el instante inicial de la explotación del bosque (t=0) este contaba con 25000 árboles y se explota el bosque durante 10 años:

    a) Calcule cuantos árboles han sido talados durante los 5 primeros años.

    b) Calcule cuantos árboles hay en el bosque al finalizar la explotación del mismo.