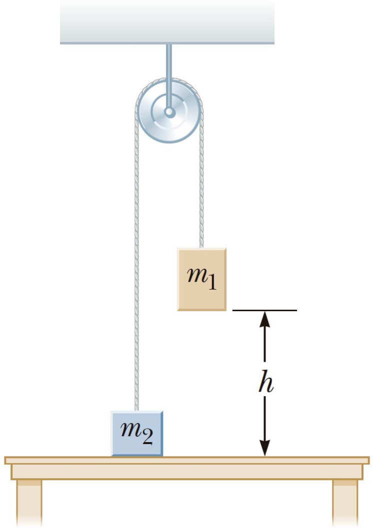
TALLER 3: Conservación – Ejercicios resueltos

1. Dos objetos están conectados por una cuerda ligera que pasa sobre una polea ligera y sin fricción como se muestra en la Figura P8.7. El objeto de masa m1 = 5,00 kg es liberado del reposo a una altura h = 4,00 m sobre la mesa. Utilizando el modelo del sistema aislado
aislado, (a) determine la velocidad del objeto de masa m2 = 3,00 kg justo cuando el objeto de 5,00 kg golpea la mesa y (b) halla la altura máxima altura sobre la mesa a la que se eleva el objeto de 3,00 kg se eleva.



Asignamos altura y = 0 al tablero de la mesa. Utilizando conservación de la energía para el sistema de la Tierra y los dos objetos:
(a) Elegimos el punto inicial antes de la liberación y el punto final, que codificamos con el subíndice fa, justo antes de que el objeto mayor golpee el suelo.
Ninguna fuerza externa actúa sobre el sistema y ninguna fricción actúa dentro del sistema. Por tanto, la mecánica total del sistema permanece constante y la versión energética del modelo de sistema aislado da

$(K_A + K_B + U_g)_i = (K_A + K_B + U_g)_{fa}$ En el punto inicial, K_{Ai} y KB_i son cero y definimos la energía potencial gravitatoria del sistema como cero. Por lo tanto, la energía energía inicial es cero, y tenemos

$0 = 1/2(m_1 + m_2)v_{fa}^2 + m_2gh + m_1g(-h)$
Aquí hemos utilizado el hecho de que como la cuerda no se estira
los dos bloques tienen la misma velocidad. La masa más pesada se desplaza
hacia abajo, perdiendo energía potencial gravitatoria, mientras que la masa más ligera
se mueve hacia arriba, ganando energía potencial gravitatoria. Simplificando,

$$(m_1 - m_2)gh = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_{fa}^2$$

$$v_{fa} = \sqrt{\frac{2(m_1 - m_2)gh}{(m_1 + m_2)}} = \sqrt{\frac{2(5.00\ \text{kg} - 3.00\ \text{kg})g(4.00\ \text{m})}{(5.00\ \text{kg} + 3.00\ \text{kg})}}$$

$$= \sqrt{19.6}\ \text{m/s} = \boxed{4.43\ \text{m/s}}$$

(b) Ahora aplicamos la conservación de la energía para el sistema del objeto de objeto de 3,00 kg y la Tierra durante el intervalo de tiempo entre el instante en que la cuerda se afloja y el instante en que el objeto de objeto de 3,00 kg alcanza su posición más alta en su caída libre.

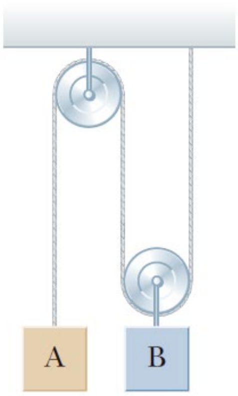
$$\Delta K + \Delta U = 0 \quad \rightarrow \quad \Delta K = -\Delta U$$

$$0 - \frac{1}{2} m_2 v^2 = -m_2 g \Delta y \rightarrow \Delta y = \frac{v^2}{2g}$$

$$\Delta y = 1.00 \text{ m}$$

$$y_{max} = 4.00 \text{ m} + \Delta y = \boxed{5.00 \text{ m}}$$

2. El sistema de la figura P8.11 consiste en una cuerda ligera, inextensible ligeras, poleas sin fricción y bloques de bloques de igual masa. Observe que bloque B está unido a una de las poleas.
El sistema se mantiene inicialmente en reposo para que los bloques estén a la misma altura sobre el suelo. A continuación se sueltan.
Hallar la velocidad del bloque A en el momento en que la vertical de los bloques es h.



Cuando el bloque B sube 1 cm, el bloque A baja 2 cm y la separación pasa a ser de 3 cm. Entonces elegimos como punto final el momento en que B se ha desplazado hacia arriba h/3 y tiene una velocidad vA/2. Entonces A ha bajado 2h/ 3 y tiene una velocidad vA:

$$\Delta K + \Delta U = 0$$

$$\left(K_A + K_B + U_g\right)_f - \left(K_A + K_B + U_g\right)_i = 0$$

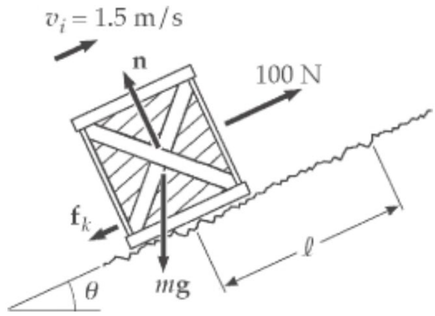
$$\left(K_A + K_B + U_g\right)_i = \left(K_A + K_B + U_g\right)_f$$

$$0 + 0 + 0 = \frac{1}{2} m v_A^2 + \frac{1}{2} m \left(\frac{v_A}{2}\right)^2 + \frac{mgh}{3} - \frac{mg2h}{3}$$

$$\frac{mgh}{3} = \frac{5}{8} m v_A^2$$

$$\boxed{v_A = \sqrt{\frac{8gh}{15}}}$$

3. Una caja de 10,0 kg de masa es arrastrada hacia arriba por una pendiente pronunciada con una velocidad inicial de 1,50 m/s. La fuerza de tracción es de 100 N paralela a la pendiente, que forma un ángulo de 20,08 con la horizontal. El coeficiente de rozamiento cinético es 0,400, y la caja es arrastrada 5,00 m. (a) ¿Cuánto trabajo realiza la fuerza gravitatoria? trabajo realiza la fuerza gravitatoria sobre la caja? (b) Determina el aumento de energía interna del sistema sistema caja-inclinación debido a la fricción. (c) ¿Cuánto trabajo realiza la fuerza de 100 N sobre la caja? (d) ¿Cuál es es el cambio de energía cinética de la caja? (e) ¿Cuál es la velocidad de la caja después de haber sido arrastrada 5,00 m?



(a) La fuerza de gravitación es

(10,0 kg)(9,80 m/s^2) = 98,0 N
en línea recta hacia abajo, formando un ángulo de
(90,0° + 20,0°) = 110,0°
con el movimiento. El trabajo realizado por la fuerza gravitatoria sobre la caja es

$$W_g = \vec{F}\cdot\Delta\vec{r} = mg\ell\cos(90.0° + \theta)$$
$$= (98.0\text{ N})(5.00\text{ m})\cos 110.0° = \boxed{-168\text{ J}}$$

(b) Fijamos los ejes x e y paralelos y perpendiculares a la pendiente, respectivamente.
De $\Sigma F_y = ma_y$, tenemos

n - (98,0 N) cos 20,0° = 0
por lo que n = 92,1 N

y fk = μ_k n = 0,400 (92,1 N) = 36,8 N
Por lo tanto, ΔEint = fkd = (36,8 N)(5,00 m) = 184 J

(c) WF = Fλ = (100 N)(5,00 m) = 500 J

(d) Utilizamos la versión energética del modelo de sistema no aislado.
$\Delta K = - f_k d + \Sigma\, W_{\text{otras fuerzas}}$
$\Delta K = - f_k d + W_g + W_{\text{Fuerza aplicada}} + W_n$

La fuerza normal realiza un trabajo nulo, porque está a 90° del movimiento.

ΔK =-184 J- 168 J + 500 J + 0 = 148 J

(e) Una vez más, $K_f - K_i = - f_k d + \Sigma\, W_{\text{otras fuerzas}}$, por lo que

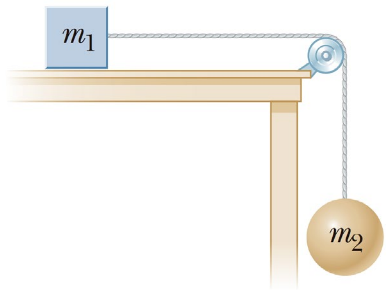
$$\frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2 = \sum W_{\text{other forces}} - f_k d$$

$$v_f = \sqrt{\frac{2}{m}\left[\Delta K + \frac{1}{2}mv_i^2\right]}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{2}{10.0\text{ kg}}\right)[148\text{ J} + \frac{1}{2}(10.0\text{ kg})(1.50\text{ m/s})^2]}$$

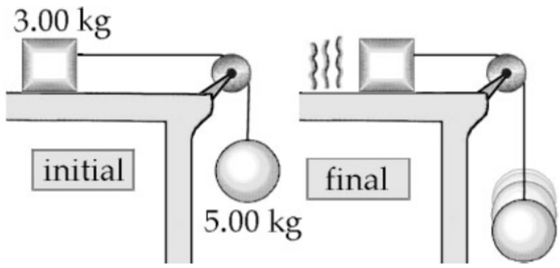
$$v_f = \sqrt{\frac{2\left(159\text{ kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}^2\right)}{10.0\text{ kg}}} = \boxed{5.65\text{ m/s}}$$

4. El coeficiente de rozamiento entre el bloque de masa m1 = 3,00 kg y la superficie de la figura es m^k = 0,400. El sistema parte del reposo. ¿Cuál es la velocidad de la bola de masa m_2 = 5.00 kg cuando ha caído una distancia h = 1.50 m?



Para la Tierra más los objetos 1 (bloque) y 2 (bola), escribimos la ecuación del modelo energético como

$(K_1 + K_2 + U_1 + U_2)_f - (K_1 + K_2 + U_1 + U_2)_i = \Sigma W_{\text{otras fuerzas}} - f_k d$



Se elige el punto inicial antes de la liberación y el punto final después de que cada bloque se haya desplazado 1,50 m.
Se elige U = 0 con el bloque de 3,00 kg sobre el tablero y el bloque de 5,00 kg en su posición final.
Entonces $K_{1i} = K_{2i} = U_{1i} = U_{1f} = U_{2f} = 0$
Hemos elegido incluir la Tierra en nuestro sistema, por lo que la gravitación es una fuerza interna. Porque las únicas fuerzas externas son la fricción y las fuerzas normales ejercidas por la mesa y la polea en ángulo recto con el movimiento,
$\Sigma_{\text{Otras fuerzas}} = 0$
Ahora tenemos

$$\frac{1}{2}m_1v_f^2 + \frac{1}{2}m_2v_f^2 + 0 + 0 - 0 - 0 - 0 - m_2gy_{2i} = 0 - f_k d$$

donde la fuerza de fricción es
$f_k = \mu_k n = \mu_k m_A g$
La fuerza de rozamiento provoca un cambio negativo en la energía mecánica porque la fuerza se opone al movimiento. Como todas las variables son conocidas excepto vf, podemos sustituir y resolver para la velocidad final.

$$\frac{1}{2}m_1v_f^2 + \frac{1}{2}m_2v_f^2 - m_2gy_{2i} = -f_k d$$

$$v^2 = \frac{2gh(m_2 - \mu_k m_1)}{m_1 + m_2}$$

$$v = \sqrt{\frac{2(9.80\ \text{m/s}^2)(1.50\ \text{m})[5.00\ \text{kg} - 0.400(3.00\ \text{kg})]}{8.00\ \text{kg}}}$$

$$= \boxed{3.74\ \text{m/s}}$$

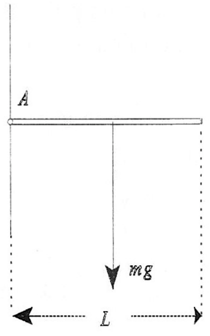
5. Una regla uniforme, con masa de 500 g y de longitud 1 m, se articula en un extremo y está sostenida en posición horizontal por un hilo delgado que se fijó al otro extremo. Si se corta el hilo, ¿Cuál será la aceleración angular de la regla?.

m = 500 g = 0.5 kg; L = 1 m

Sabemos que: $M = I\,\alpha$

siendo M: momento de las fuerzas que actúan.

" α: la aceleración angular.



En este caso, sólo actúa la fuerza del peso:mg

Luego: $M = mg \cdot d = mg \cdot (L/2)$

Por otro lado: $I = \frac{1}{3} mL^2$ (ver ej. 6.9.)

$$\alpha = \frac{M}{I} = \frac{mg\frac{L}{2}}{\frac{1}{3}mL^2} = \frac{3g}{2L} = \frac{3 \cdot 9.8\ \frac{m}{s^2}}{2 \cdot 1m} = 14.7\ \frac{rad}{s^2}$$

Se observa que la aceleración angular que adquiere la regla no depende de su masa sino tan sólo de su longitud y de la aceleración de la gravedad. Cuanto más larga sea, menor será la aceleración que adquiere.

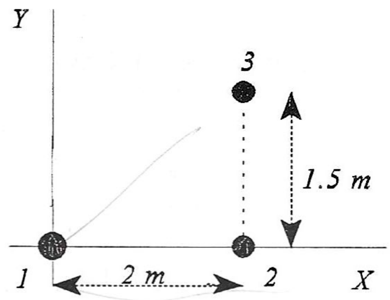
6. Una cuerda ejerce una fuerza de 17 N de módulo sobre una caja, mientras ésta se desliza por el suelo 2m en línea recta. Calcular el trabajo que realiza esta fuerza cuando la cuerda y el desplazamiento forman un ángulo de: a) 25°; b) 90°; y c) 120°.

a) $W = F\, l \cos\alpha = (17\ N)(2\ m) \cos 25 = 30.8\ J.$

b) $W = (17\ N)\ (2\ m) \cos 90 = 0.$

c) $W = (17\ N)\ (2\ m) \cos 120 = -\ 17\ J.$ En este último caso el trabajo es negativo, pues el ángulo entre F y l es mayor que 90°.

7. Tres partículas, cada una con una masa de 2.50 kg, se localizan en las esquinas de un triángulo rectángulo cuyos lados tienen 1.50 y 2.0 metros de largo. Localizar el centro de masa (C.M.).



Es decir: $m_1 = m_2 = m_3 = 2.5$ kg

Según se ha dispuesto en la figura, las coordenadas de las tres masas son: $m_1(0,0)$, $m_2(2,0)$, $m_3(2,1.5)$.

$$x_{cm} = \frac{m_1x_1+m_2x_2+m_3x_3}{\sum_i m_i} = \frac{2.5\cdot 0 + 2.5\cdot 2 + 2.5\cdot 2}{2.5 + 2.5 + 2.5}$$

$$y_{cm} = \frac{m_1y_1+m_2y_2+m_3y_3}{\sum_i m_i} = \frac{2.5\cdot 0 + 2.5\cdot 0 + 2.5\cdot 1.5}{2.5\cdot 3}$$

$$x_{cm} = 1.33 \text{ m}; \quad y_{cm} = 0.5 \text{ m}$$

Es decir, las coordenadas del centro de masa son:

cm (1.33, 0.5)

8. La velocidad angular de un volante disminuye uniformemente, desde 900 a 800 rpm, en 5s. Encontrar: a) La aceleración angular, b) El número de revoluciones efectuado por el volante en el intervalo de 5 s. c) ¿Cuántos segundos más serán necesarios para que el volante se detenga?

a)

$$\omega = \omega_0 + \alpha\, t; \ \omega_0 = \frac{900\cdot 2\pi}{60} = 30\pi\ \frac{rad}{s}; \quad \textit{Análogamente}:\ \omega = \frac{80}{3}\pi\ \frac{rad}{s}$$

Sustituyendo: $80/3\ \pi = 30\ \pi + \alpha\ 5 \rightarrow \qquad \alpha = -\dfrac{2}{3}\pi\ \dfrac{rad}{s^2}$

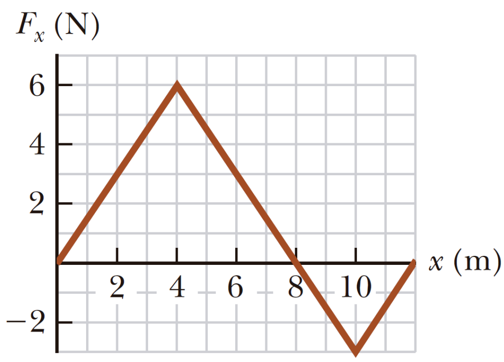
b) $\phi = \omega_0\ t + ½\alpha\ t^2 = 425/3\ \pi$ rad

n° de vueltas = $\phi\ /2\pi = 70$ vueltas

c) Ahora la velocidad de la que se parte será: $\omega_0{}' = 80/3\ \pi$ y la final será: 0

$$\omega = \omega_0{}' - \alpha\ t\ ; \quad \rightarrow \quad t = \frac{\omega'_0}{\alpha} = \frac{\frac{80}{3}\pi}{\frac{2}{3}\pi} = 40\ s$$

9. La fuerza que actúa sobre una partícula varía como se muestra en la figura P7.14. Encuentre el trabajo realizado por la fuerza sobre la partícula conforme se mueve (a) de x = 0 a x = 8.00 m, (b) de x = 8.00 m a x = 10.0 m, y (c) de x = 0 a x = 10.0 m.



$W = \int_i^f F dx =$ area under curve from x_i to x_f

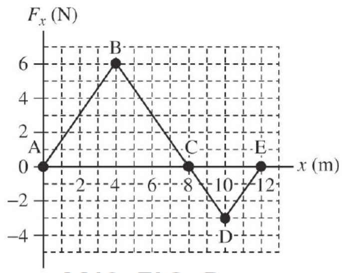
(a) $x_i = 0$ and $x_f = 800$ m

$W_{0\to 8}$ = area of triangle ABC

$= \left(\frac{1}{2}\right)\text{AC} \times \text{height}$

$W_{0\to 8} = \left(\frac{1}{2}\right) \times 8.00\ \text{m} \times 6.00\ \text{N}$

$= \boxed{24.0\ \text{J}}$



ANS. FIG. P7.14

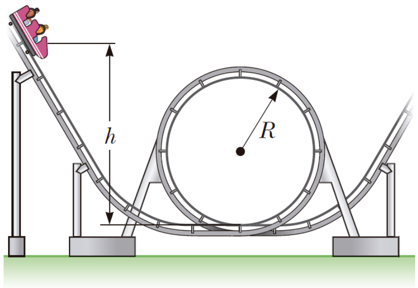
(b) $x_i = 8.00$ m and $x_f = 10.0$ m

$W_{8\to 10}$ = area of ΔCDE $= \left(\frac{1}{2}\right)\text{CE} \times \text{height},$

$W_{8\to 10} = \left(\frac{1}{2}\right) \times (2.00\ \text{m}) \times (-3.00\ \text{N}) = \boxed{-3.00\ \text{J}}$

(c) $W_{0\to 10} = W_{0\to 8} + W_{0\to 10} = 24.0 + (-3.00) = \boxed{21.0\ \text{J}}$

Un vagón de la montaña rusa mostrada en la Figura, se suelta del reposo desde una altura h y luego se mueve libremente con fricción despreciable. La pista de la montaña rusa incluye un bucle circular de radio R en un plano vertical. (a) Suponga primero que el vagón apenas logra dar la vuelta al bucle; en la parte superior del bucle, los pasajeros están boca abajo y se sienten ingrávidos. Halla la altura requerida h del punto de liberación sobre el fondo del bucle en términos de R.



En la parte superior del bucle, el coche y los que están subidos, están en caída libre:

$\Sigma F_y = ma_y$:

mg $h_{acia\ abajo} = mv^2/R_{\ abajo}$

$v = \sqrt{Rg}$

La energía del sistema se conserva entre y la parte superior del bucle:

$$K_i + U_{gi} = K_f + U_{gf}:$$

$$0 + mgh = \frac{1}{2}mv^2 + mg(2R)$$

$$gh = \frac{1}{2}Rg + g(2R)$$

$$\boxed{h = \frac{5R}{2}}$$