

## EXAMEN PARCIAL 3 – MATEMÁTICAS INGENIERÍA INFORMÁTICA

### DATOS DEL ALUMNO

Nombre y apellidos: **Jorge Crespo Alvarez .**

D.N.I.:

Grado:

### NORMATIVA

**NO** se permite el uso de teléfono móvil o cualquier otro aparato de comunicación durante el desarrollo del examen. En todo caso, dichos aparatos deberán estar completamente desconectados.

Se debe entregar el examen con los datos identificativos en la cabecera, aunque no se haya contestado ninguna pregunta.

El examen consta de una parte Teórica y otra Práctica. En ambos casos, las preguntas deben responderse en las hojas de respuestas incluidas después de los enunciados.

Las preguntas teóricas deben responderse en la tabla que se incluye y para cada una solo hay **UNA** respuesta correcta. Si se indica más de una respuesta, la pregunta será considerada incorrecta. Si se comete una equivocación, se debe borrar cuidadosamente la respuesta incorrecta y sustituirla por la correcta. Las preguntas de desarrollo deben responderse a continuación de la tabla de respuestas del test y cada respuesta debe identificarse claramente.

Antes de responder, le aconsejamos que lea el enunciado de cada pregunta atentamente para asegurarse de que lo comprende bien. Asimismo, emplee el tiempo suficiente para realizar el examen y no olvide volver a repasar todas y cada una de las respuestas.

En el caso de que se detecte que un alumno o alumna está copiando, deberá abandonar inmediatamente el examen y este será calificado con cero puntos. Este hecho será puesto en conocimiento del director académico del grado.

### ENUNCIADOS TEÓRICOS (2 PUNTOS)

1. Sea A una matriz de orden (5,3) y B una matriz de orden (5,5). Entonces:

- a)  $A \cdot B$  es posible y da como resultado una matriz de orden (3,5)
- ☒ b)  $B \cdot A$  es posible y da como resultado una matriz de orden (5,3)
- c)  $A \cdot B$  es posible, pero  $B \cdot A$  no es posible
- d) Ninguna de la anteriores

2. La traza de la matriz C es igual a 0. Entonces:

- ☒ a) La suma de los elementos de la diagonal principal es cero
- b) La suma de los elementos de la diagonal secundaria es cero
- c) El determinante de C es igual a cero
- d) C es una matriz nilpotente
3. Sea D una matriz diagonal. Entonces:
- a) Todos los elementos de la diagonal principal son iguales a 1 y el resto son ceros
- b) Todos los elementos de la diagonal principal son iguales a "a" y el resto son ceros
- ☒ c) Todos los elementos a ambos lados de la diagonal principal son iguales a cero
- d) Todos los elementos a ambos lados de la diagonal secundaria son iguales a cero
4. Sea A una matriz nilpotente. Entonces:
- a)  $A^2 = A$
- ☒ b)  $A^2 = 0$
- c)  $A^2 = 1$
- d)  $A^2 = I$
5. Sea A una matriz cuadrada. Entonces:
- a)  $A = A_{\text{SIM}} - A_{\text{ANTISIM}}$
- b)  $A = \frac{1}{2} [A + A^t] - \frac{1}{2} [A - A^t]$
- ☒ c)  $A - A^t$  es una matriz simétrica
- d) Todas las anteriores son correctas
- 6.Cuál de las siguientes propiedades de los determinantes es falsa:
- a) Si D tiene todos los elementos de una fila o columna iguales a cero el  $\det D = 0$
- b)  $\det C^t = \det C$
- c)  $\det (A \times B) = \det A \times \det B$
- ☒ d)  $\det (A+B) = \det A + \det B$
7. El método general para el cálculo de determinantes puede utilizarse:
- a) Para calcular el determinante de matrices de cualquier orden
- ☒ b) Para calcular el determinante de matrices de orden superior a (3,3)
- c) Para calcular el determinante de matrices de orden inferior o igual a (3,3)
- d) Para calcular el determinante de matrices rectangulares

**DATOS DEL ALUMNO**

Nombre y apellidos:

D.N.I.:

Grado:

8. El rango de una matriz es:

- a) El menor número de vectores fila o vectores columna linealmente independientes que pueden encontrarse en una matriz
- ☒ b) Igual al orden del mayor determinante distinto de cero que se puede encontrar en el interior de una matriz determinada
- c) Es una invariante del sistema porque el resultado varía en función del método de cálculo que se utilice
- d) Todas son verdaderas

9. Si A es una matriz regular. Entonces:

- a) A es una matriz ortogonal
- b) A no tiene inversa.
- ☒ c) El determinante de A es distinto de cero
- d) Las tres afirmaciones anteriores son correctas

10. Aplicando el teorema de Rouché-Fröbenius, si  $RgA < RgA^*$ , entonces:

- ☒ a) El sistema de ecuaciones es incompatible
- b) El sistema de ecuaciones es compatible
- c) El sistema de ecuaciones tiene solución única
- d) El sistema de ecuaciones tiene infinitas soluciones

**ENUNCIADOS PRÁCTICOS (8 PUNTOS)**

1. **(1 punto)**. Dadas las matrices A y B y conociendo que  $C = (A + B)^t$ , calcule el determinante de C.:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

2. **(2 puntos)**. Dada la matriz:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 3 \\ 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$$

Si conoce que  $Lx A = I$ . Calcule  $L$ .

3. **(5 puntos)**. Para suplir la demanda actual de portátiles en el mercado, una empresa ha ajustado la producción total de 4 de sus líneas de ensamblaje: L1, L2, L3 y L4 a 20000 portátiles al mes. Atendiendo a las capacidades de cada uno de sus líneas de ensamblaje se ha seguido la siguiente estrategia de producción:

- Tres veces la producción de L3 menos la producción de L4 son 7000 portátiles mensuales.
- La producción de L1 y L2 menos la de L4 son 6000 portátiles mensuales.
- Dos veces la producción de L1 más la de L3 son 20000 portátiles mensuales.

a) Plantee el sistema de ecuaciones que modela este problema.

b) Si conoce que el sistema resultante es compatible determinado:

Calcule la cantidad de portátiles mensuales que debe producir cada una de las líneas de producción aplicando alguno de los métodos de resolución de ecuaciones estudiados en Álgebra.

c) Realice las comprobaciones oportunas de los resultados obtenidos.

Clave de Calificación: a) 1,0 ptos, b) 3,0 ptos, c) 1,0 ptos. Total: 5,0 ptos



DATOS DEL ALUMNO

Nombre y apellidos:

D.N.I.:

Grado:

HOJA DE RESPUESTAS

A continuación, responda a cada una de las preguntas:

#	Respuesta
1	B
2	A
3	C
4	B
5	C
6	D
7	B
8	B
9	C
10	A



DATOS DEL ALUMNO

Nombre y apellidos:

D.N.I.:

Grado:

1)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$A+B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & -2 & 1 \\ 0 & -2 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

$$C = (A+B)^t = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & -2 & 1 \\ 0 & -2 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & -2 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$C = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & -2 & 1 \\ 0 & -2 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

$$|C| = 1 \cdot (-1)^{3+4} \cdot \begin{vmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -2 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

0,2

$$|C| = -1 \cdot (2 \cdot 2 \cdot 0 + 0 \cdot (-2) \cdot 1 + 0 \cdot 1 \cdot 0 - (1 \cdot 2 \cdot 0 + 1 \cdot (-2) \cdot 2 + 0 \cdot 0 \cdot 0))$$

$$|C| = -1 \cdot 4 = \boxed{-4} \quad 0,2$$

2)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 3 \\ 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$L = (A^t \cdot A)^{-1} \cdot A^t \quad 0,4$$

$$A^t = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & 2 & 0 \end{bmatrix} \quad 0,2$$

$$|A^t \cdot A| = 68 \quad 0,4$$

$$A^t \cdot A = \begin{bmatrix} 6 & 4 \\ 4 & 14 \end{bmatrix} = 2 \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 7 \end{bmatrix}$$

$$(A^t \cdot A)^{-1} = \frac{1}{34} \begin{bmatrix} 7 & -2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \quad 0,2$$

$$L = \frac{1}{34} \begin{bmatrix} 7 & -2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & 2 & 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{34} \begin{bmatrix} 5 & 1 & -4 & 14 \\ 1 & 7 & 6 & -4 \end{bmatrix}$$

0,6.



DATOS DEL ALUMNO

Nombre y apellidos:

D.N.I.:

Grado:

3) a)  $L_1 + L_2 + L_3 + L_4 = 20\,000$  0,25  
 $3L_3 - L_4 = 7\,000$  0,25  
 $L_1 + L_2 - L_4 = 6\,000$  0,25  
 $2L_1 + L_3 = 20\,000$  0,25

b)  $L_1 \ L_2 \ L_3 \ L_4$  0,5  
 $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 20\,000 \\ 0 & 0 & 3 & -1 & 7\,000 \\ 1 & 1 & 0 & -1 & 6\,000 \\ 2 & 0 & 1 & 0 & 20\,000 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} L_2 & L_1 & L_3 & L_4 & \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 20\,000 \\ 0 & 0 & 3 & -1 & 7\,000 \\ 1 & 1 & 0 & -1 & 6\,000 \\ 0 & 2 & 1 & 0 & 20\,000 \end{bmatrix} \begin{matrix} (-1) \\ \downarrow \end{matrix}$

$\begin{bmatrix} L_2 & L_1 & L_3 & L_4 & \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 20\,000 \\ 0 & 2 & 1 & 0 & 20\,000 \\ 0 & 0 & -1 & -2 & -14\,000 \\ 0 & 0 & 3 & -1 & 7\,000 \end{bmatrix} \begin{matrix} \uparrow \\ \leftarrow \\ (3) \\ \downarrow \end{matrix} \begin{bmatrix} L_2 & L_1 & L_3 & L_4 & \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 20\,000 \\ 0 & 0 & 3 & -1 & 7\,000 \\ 0 & 0 & -1 & -2 & -14\,000 \\ 0 & 2 & 1 & 0 & 20\,000 \end{bmatrix} \begin{matrix} \downarrow \\ \leftarrow \\ \downarrow \end{matrix}$  0,5

$\begin{bmatrix} L_2 & L_1 & L_3 & L_4 & \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 20\,000 \\ 0 & 2 & 1 & 0 & 20\,000 \\ 0 & 0 & -1 & -2 & -14\,000 \\ 0 & 0 & 0 & -7 & -35\,000 \end{bmatrix}$

$L_2 + L_1 + L_3 + L_4 = 20\,000$   
 $2L_1 + L_3 = 20\,000$   
0,5  $-L_3 - 2L_4 = -14\,000$   
 $-7L_4 = -35\,000$

$$L_4 = \frac{-35000}{-7} = 5000 \quad 0,25$$

$$L_3 = 14000 - 2 \cdot 5000 = 4000 \quad 0,25$$

$$L_1 = \frac{20000 - 4000}{2} = 8000 \quad 0,25$$

$$L_2 = 20000 - 5000 - 4000 - 8000 = 3000 \quad 0,25$$

c) Comprobación

$$8000 + 3000 + 4000 + 5000 = 20000 \quad \checkmark \quad 0,25$$

$$3 \cdot 4000 - 5000 = 7000 \quad \checkmark \quad 0,25$$

$$8000 + 3000 - 5000 = 6000 \quad \checkmark \quad 0,25$$

$$2 \cdot 8000 + 4000 = 20000 \quad \checkmark \quad 0,25$$

## EXAMEN PARCIAL 3 – MATEMÁTICAS CIENCIA Y TECNOLOGÍA DE LOS ALIMENTOS

### DATOS DEL ALUMNO

Nombre y apellidos: Jorge Crespo Alvaraz.

D.N.I.:

Grado:

### NORMATIVA

**NO** se permite el uso de teléfono móvil o cualquier otro aparato de comunicación durante el desarrollo del examen. En todo caso, dichos aparatos deberán estar completamente desconectados.

Se debe entregar el examen con los datos identificativos en la cabecera, aunque no se haya contestado ninguna pregunta.

El examen consta de una parte Teórica y otra Práctica. En ambos casos, las preguntas deben responderse en las hojas de respuestas incluidas después de los enunciados.

Las preguntas teóricas deben responderse en la tabla que se incluye y para cada una solo hay **UNA** respuesta correcta. Si se indica más de una respuesta, la pregunta será considerada incorrecta. Si se comete una equivocación, se debe borrar cuidadosamente la respuesta incorrecta y sustituirla por la correcta. Las preguntas de desarrollo deben responderse a continuación de la tabla de respuestas del test y cada respuesta debe identificarse claramente.

Antes de responder, le aconsejamos que lea el enunciado de cada pregunta atentamente para asegurarse de que lo comprende bien. Asimismo, emplee el tiempo suficiente para realizar el examen y no olvide volver a repasar todas y cada una de las respuestas.

En el caso de que se detecte que un alumno o alumna está copiando, deberá abandonar inmediatamente el examen y este será calificado con cero puntos. Este hecho será puesto en conocimiento del director académico del grado.

### ENUNCIADOS TEÓRICOS (2 PUNTOS)

1. Sea A una matriz de orden (5,3) y B una matriz de orden (3,5). Entonces:
  - a)  $A \cdot B$  es posible y da como resultado una matriz de orden (3,3)
  - b)  $B \cdot A$  es posible y da como resultado una matriz de orden (3,3)
  - c)  $A \cdot B$  es posible, pero  $B \cdot A$  no es posible
  - d) Ninguna de la anteriores
2. La traza de la matriz C es igual a 0. Entonces:

- a) C es una matriz cuadrada
  - b) El determinante de C es 0
  - c) C es una matriz rectangular
  - d) C es una matriz involutiva
3. En el producto de matrices no se cumplen las siguientes propiedades:
- a) Asociativa.
  - b) Distributiva.
  - c) Conmutativa
  - d) Elemento Neutro
4. Sea A una matriz involutiva. Entonces:
- a)  $A^2 = A$
  - b)  $A^2 = 0$
  - c)  $A^2 = 1$
  - d)  $A^2 = I$
5. Sea A una matriz cuadrada. Entonces:
- a)  $A = A_{\text{SIM}} + A_{\text{ANTISIM}}$
  - b)  $A = \frac{1}{2} [A + A^t] + \frac{1}{2} [A - A^t]$
  - c)  $A + A^t$  es una matriz simétrica
  - d) Todas las anteriores son correctas
6. Si el determinante de la matriz D es igual a 0.Cuál de las siguientes afirmaciones es falsa:
- a) D podría tener todos los elementos de una fila o columna iguales a cero
  - b)  $\det D^t \neq 0$
  - c) D podría tener dos filas o columnas iguales o proporcionales
  - d) D podría tener dos filas o columnas que son combinación lineal de una tercera
7. La Regla de Sarrus puede aplicarse:
- a) Para calcular el determinante de matrices de cualquier orden
  - b) Para calcular el determinante de matrices de orden (2,2)
  - c) Para calcular el determinante de matrices de orden (3,3)
  - d) Para calcular el determinante de matrices de orden (2,2) y (3,3)

**DATOS DEL ALUMNO**

Nombre y apellidos:

D.N.I.:

Grado:

8. El rango de una matriz es:

- a) El mayor número de vectores fila o vectores columna linealmente independientes que pueden encontrarse en una matriz
- b) Igual al orden del menor determinante distinto de cero que se puede encontrar en el interior de una matriz determinada
- c) Es una invariante del sistema porque el resultado varía en función del método de cálculo que se utilice
- d) Todas son verdaderas

9. Si A es una matriz singular. Entonces:

- a) A es una matriz cuadrada.
- b) A no tiene inversa.
- c) El determinante de A es igual a cero
- d) Las tres afirmaciones anteriores son correctas

10. Aplicando el teorema de Rouché-Fröbenius, si  $RgA = RgA^*$ , entonces:

- a) El sistema de ecuaciones es incompatible
- b) El sistema de ecuaciones es compatible
- c) El sistema de ecuaciones tiene solución única
- d) El sistema de ecuaciones tiene infinitas soluciones

**ENUNCIADOS PRÁCTICOS (8 PUNTOS)**

1. **(1 punto).** Sean las matrices:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \\ 3 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Si  $C = (A \times B)^t$ , calcule el determinante de C.

2. (2 puntos). Dada la matriz:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Calcule  $A^{-1}$ .

3. (5 puntos). Un investigador contabilizado un total de 200000 hongos de levadura en cuatro Placas de Petri identificadas con las letras A, B, C y D.

- La cantidad de hongos en la Placa A menos dos veces la cantidad de hongos en la Placa B son 20000 hongos.
- La cantidad de hongos de la Placa A más tres veces la cantidad de hongos de la Placa C son 200000 hongos.
- La suma de las cantidades de hongos contabilizados entre las Placas B y D menos la cantidad de hongos de la Placa C son 40000 hongos.

a) Plantee el sistema de ecuaciones que modela este problema.

b) Si conoce que el sistema resultante es compatible determinado:

Calcule la cantidad de hongos de levadura que contabilizó el investigador en cada Placa de Petri aplicando el método de Gauss o el método de Gauss-Jordan

c) Realice las comprobaciones oportunas de los resultados obtenidos.

Clave de Calificación: a) 1,0 ptos, b) 3,0 ptos, c) 1,0 ptos. Total: 5,0 ptos

**DATOS DEL ALUMNO**

Nombre y apellidos:

D.N.I.:

Grado:

**HOJA DE RESPUESTAS**

A continuación, responda a cada una de las preguntas:

#	Respuesta
1	B
2	A
3	C
4	D
5	D
6	B
7	C
8	A
9	D
10	B





DATOS DEL ALUMNO

Nombre y apellidos:

D.N.I.:

Grado:

1)

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \\ 3 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A \times B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(A \times B)^t = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{Det } (A \times B)^t = 0, 0,6.$$

2)

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{Det } A = (3 \cdot 1 \cdot 1 + 1 \cdot 0 \cdot 1 + 1 \cdot 0 \cdot 0) - (1 \cdot 1 \cdot 1 + 0 \cdot 0 \cdot 3 + 1 \cdot 0 \cdot 1)$$

$$\text{Det } A = 2, 0, 4.$$

$$Adj = \begin{bmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} & - \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} & + \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} \\ - \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} & + \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} & - \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} \\ + \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} & - \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} & + \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

$$(Adj)^t = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 3 \end{bmatrix} \quad A^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 1/2 & -1/2 & -1/2 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1/2 & 1/2 & 3/2 \end{bmatrix} \checkmark 0,6$$

DATOS DEL ALUMNO

Nombre y apellidos:

D.N.I.:

Grado:

3)

a)  $A + B + C + D = 200\ 000$  0,25

$A - 2B = 20\ 000$  0,25

$A + 3C = 200\ 000$  0,25

$B - C + D = 40\ 000$  0,25

b)

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 200\ 000 \\ 1 & -2 & 0 & 0 & 20\ 000 \\ 1 & 0 & 3 & 0 & 200\ 000 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 40\ 000 \end{bmatrix} \xrightarrow{(-1)(-1)} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 200\ 000 \\ 0 & -3 & -1 & -1 & -180\ 000 \\ 0 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 40\ 000 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 200\ 000 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 40\ 000 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 40\ 000 \\ 0 & 0 & -4 & 2 & -60\ 000 \end{bmatrix} \xrightarrow{(4)(1)} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 200\ 000 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 40\ 000 \\ 0 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & -3 & -1 & -1 & -180\ 000 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 200\ 000 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 40\ 000 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 40\ 000 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 100\ 000 \end{bmatrix}$$

$A + B + C + D = 200\ 000$

$B - C + D = 40\ 000$

$C = 40\ 000$

$2D = 100\ 000$

$$C = 40\,000 \text{ hongos} \quad 0,25$$

$$2D = 100\,000 \rightarrow D = 50\,000 \text{ hongos} \quad 0,25$$

$$B = 40\,000 + 50\,000 + 40\,000 = 30\,000 \text{ hongos} \quad 0,25$$

$$A = 200\,000 - 40\,000 - 50\,000 - 30\,000 = 80\,000 \text{ hongos} \quad 0,25$$

c) Comprobación

$$80\,000 + 30\,000 + 40\,000 + 50\,000 = 200\,000 \checkmark \quad 0,25$$

$$80\,000 - 2 \cdot 30\,000 = 20\,000 \checkmark \quad 0,25$$

$$80\,000 + 3 \cdot 40\,000 = 200\,000 \checkmark \quad 0,25$$

$$30\,000 - 40\,000 + 50\,000 = 40\,000 \checkmark \quad 0,25$$

## EXAMEN PARCIAL 3 – MATEMÁTICAS

### INGENIERÍA DE LAS INDUSTRIAS AGRARIAS Y ALIMENTARIAS

#### DATOS DEL ALUMNO

Nombre y apellidos:

Jorge Crespo Alvarez.

D.N.I.:

Grado:

#### NORMATIVA

NO se permite el uso de teléfono móvil o cualquier otro aparato de comunicación durante el desarrollo del examen. En todo caso, dichos aparatos deberán estar completamente desconectados.

Se debe entregar el examen con los datos identificativos en la cabecera, aunque no se haya contestado ninguna pregunta.

El examen consta de una parte Teórica y otra Práctica. En ambos casos, las preguntas deben responderse en las hojas de respuestas incluidas después de los enunciados.

Las preguntas teóricas deben responderse en la tabla que se incluye y para cada una solo hay UNA respuesta correcta. Si se indica más de una respuesta, la pregunta será considerada incorrecta. Si se comete una equivocación, se debe borrar cuidadosamente la respuesta incorrecta y sustituirla por la correcta. Las preguntas de desarrollo deben responderse a continuación de la tabla de respuestas del test y cada respuesta debe identificarse claramente.

Antes de responder, le aconsejamos que lea el enunciado de cada pregunta atentamente para asegurarse de que lo comprende bien. Asimismo, emplee el tiempo suficiente para realizar el examen y no olvide volver a repasar todas y cada una de las respuestas.

En el caso de que se detecte que un alumno o alumna está copiando, deberá abandonar inmediatamente el examen y este será calificado con cero puntos. Este hecho será puesto en conocimiento del director académico del grado.

#### ENUNCIADOS TEÓRICOS (2 PUNTOS)

1. Sea A una matriz de orden (5,3) y B una matriz de orden (5,5). Entonces:
  - a)  $A \cdot B$  es posible y da como resultado una matriz de orden (3,5)
  - b)  $B \cdot A$  es posible y da como resultado una matriz de orden (5,3)
  - c)  $A \cdot B$  es posible, pero  $B \cdot A$  no es posible
  - d) Ninguna de la anteriores
2. La traza de la matriz C es igual a 0. Entonces:

- a) La suma de los elementos de la diagonal principal es cero
  - b) La suma de los elementos de la diagonal secundaria es cero
  - c) El determinante de C es igual a cero
  - d) C es una matriz nilpotente
3. Sea D una matriz diagonal. Entonces:
- a) Todos los elementos de la diagonal principal son iguales a 1 y el resto son ceros
  - b) Todos los elementos de la diagonal principal son iguales a "a" y el resto son ceros
  - c) Todos los elementos a ambos lados de la diagonal principal son iguales a cero
  - d) Todos los elementos a ambos lados de la diagonal secundaria son iguales a cero
4. Sea A una matriz nilpotente. Entonces:
- a)  $A^2 = A$
  - b)  $A^2 = 0$
  - c)  $A^2 = 1$
  - d)  $A^2 = I$
5. Sea A una matriz cuadrada. Entonces:
- a)  $A = A_{\text{SIM}} - A_{\text{ANTISIM}}$
  - b)  $A = \frac{1}{2} [A + A^t] - \frac{1}{2} [A - A^t]$
  - c)  $A - A^t$  es una matriz simétrica
  - d) Todas las anteriores son correctas
- 6.Cuál de las siguientes propiedades de los determinantes es falsa:
- a) Si D tiene todos los elementos de una fila o columna iguales a cero el  $\det D = 0$
  - b)  $\det C^t = \det C$
  - c)  $\det (A \times B) = \det A \times \det B$
  - d)  $\det (A+B) = \det A + \det B$
7. El método general para el cálculo de determinantes puede utilizarse:
- a) Para calcular el determinante de matrices de cualquier orden
  - b) Para calcular el determinante de matrices de orden superior a (3,3)
  - c) Para calcular el determinante de matrices de orden inferior o igual a (3,3)
  - d) Para calcular el determinante de matrices rectangulares

**DATOS DEL ALUMNO**

Nombre y apellidos:

D.N.I.:

Grado:

8. El rango de una matriz es:

- a) El menor número de vectores fila o vectores columna linealmente independientes que pueden encontrarse en una matriz
- b) Igual al orden del mayor determinante distinto de cero que se puede encontrar en el interior de una matriz determinada
- c) Es una invariante del sistema porque el resultado varía en función del método de cálculo que se utilice
- d) Todas son verdaderas

9. Si A es una matriz regular. Entonces:

- a) A es una matriz ortogonal
- b) A no tiene inversa.
- c) El determinante de A es distinto de cero
- d) Las tres afirmaciones anteriores son correctas

10. Aplicando el teorema de Rouché-Fröbenius, si  $RgA < RgA^*$ , entonces:

- a) El sistema de ecuaciones es incompatible
- b) El sistema de ecuaciones es compatible
- c) El sistema de ecuaciones tiene solución única
- d) El sistema de ecuaciones tiene infinitas soluciones

**ENUNCIADOS PRÁCTICOS (8 PUNTOS)**

1. **(1 punto)**. Dadas las matrices A y B y conociendo que  $C = (A + B)^t$ , calcule el determinante de C.:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

2. (2 puntos). Dada la matriz:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 3 \\ 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$$

Si conoce que  $L \cdot A = I$ . Calcule  $L$ .

3. (5 puntos). Para suplir la demanda actual de leche en el mercado, una empresa ha ajustado la producción total de 4 de sus vaquerías: V1, V2, V3 y V4 a 20000 litros al día. Atendiendo a las capacidades de cada una de sus vaquerías se ha seguido la siguiente estrategia de producción:

- Tres veces la producción de V3 menos la producción de V4 son 7000 litros diarios de leche.
- La producción de V1 y V2 menos la de V4 son 6000 litros diarios de leche.
- Dos veces la producción de V1 más la de V3 son 20000 litros diarios de leche.

a) Plantee el sistema de ecuaciones que modela este problema.

b) Si conoce que el sistema resultante es compatible determinado:

Calcule la cantidad de litros diarios de leche que debe producir cada una de las vaquerías aplicando alguno de los métodos de resolución de ecuaciones estudiados en Álgebra.

c) Realice las comprobaciones oportunas de los resultados obtenidos.

Clave de Calificación: a) 1,0 ptos, b) 3,0 ptos, c) 1,0 ptos. Total: 5,0 ptos



DATOS DEL ALUMNO

Nombre y apellidos:

D.N.I.:

Grado:

HOJA DE RESPUESTAS

A continuación, responda a cada una de las preguntas:

#	Respuesta
1	B
2	A
3	C
4	B
5	C
6	D
7	B
8	B
9	C
10	A

1)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$A+B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & -2 & 1 \\ 0 & -2 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

$$C = (A+B) = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & -2 & 1 \\ 0 & -2 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & -2 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$C = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & -2 \end{bmatrix} \quad |C| = 1 \cdot (-1)^{3+4} \cdot \begin{vmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -2 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

$$|C| = 1 \cdot (-1) \cdot 2 \cdot (-1)^{1+1} \cdot \begin{vmatrix} 2 & -2 \\ 1 & 0 \end{vmatrix}$$

$$|C| = \boxed{-4} \quad 0,2$$

$$2) \quad A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 3 \\ 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \quad A^t = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & 2 & 0 \end{bmatrix} \quad 0,2$$

$$A^t \cdot A = \begin{bmatrix} 6 & 4 \\ 4 & 14 \end{bmatrix} = 2 \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 7 \end{bmatrix} \quad |A^t \cdot A| = 68 \quad 0,4$$

$$(A^t \cdot A)^{-1} = \frac{1}{34} \begin{bmatrix} 7 & -2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \quad 0,2 \quad L = (A^t \cdot A)^{-1} \cdot A^t \quad 0,4$$

$$L = \frac{1}{34} \begin{bmatrix} 7 & -2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & 2 & 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{34} \begin{bmatrix} 5 & 1 & -4 & 14 \\ 1 & 7 & 6 & -4 \end{bmatrix}$$

0,6

DATOS DEL ALUMNO

Nombre y apellidos:

D.N.I.:

Grado:

3) a)  $V_1 + V_2 + V_3 + V_4 = 20\ 000$  0,25  
 $3V_3 - V_4 = 7\ 000$  0,25  
 $V_1 + V_2 - V_4 = 6\ 000$  0,25  
 $2V_1 + V_3 = 20\ 000$  0,25

b)  $V_1 \ V_2 \ V_3 \ V_4$  0,5

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 20\ 000 \\ 0 & 0 & 3 & -1 & 7\ 000 \\ 1 & 1 & 0 & -1 & 6\ 000 \\ 2 & 0 & 1 & 0 & 20\ 000 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 20\ 000 \\ 0 & 0 & 3 & -1 & 7\ 000 \\ 1 & 1 & 0 & -1 & 6\ 000 \\ 0 & 2 & 1 & 0 & 20\ 000 \end{bmatrix} \xrightarrow{(-1)} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 20\ 000 \\ 0 & 0 & 3 & -1 & 7\ 000 \\ 0 & 0 & -1 & -2 & -14\ 000 \\ 0 & 2 & 1 & 0 & 20\ 000 \end{bmatrix}$$

$V_2 \ V_1 \ V_3 \ V_4$  0,5

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 20\ 000 \\ 0 & 2 & 1 & 0 & 20\ 000 \\ 0 & 0 & -1 & -2 & -14\ 000 \\ 0 & 0 & 3 & -1 & 7\ 000 \end{bmatrix} \xrightarrow{(3)} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 20\ 000 \\ 0 & 2 & 1 & 0 & 20\ 000 \\ 0 & 0 & -1 & -2 & -14\ 000 \\ 0 & 2 & 1 & 0 & 20\ 000 \end{bmatrix} \xrightarrow{(-1)} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 20\ 000 \\ 0 & 0 & 3 & -1 & 7\ 000 \\ 0 & 0 & -1 & -2 & -14\ 000 \\ 0 & 2 & 1 & 0 & 20\ 000 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 20\ 000 \\ 0 & 2 & 1 & 0 & 20\ 000 \\ 0 & 0 & -1 & -2 & -14\ 000 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & -35\ 000 \end{bmatrix}$$

$V_2 + V_1 + V_3 + V_4 = 20\ 000$   
 $2V_1 + V_3 = 20\ 000$   
0,5  $-V_3 - 2V_4 = -14\ 000$   
 $\rightarrow V_4 = -35\ 000$

$$V_4 = 5000 \quad 0,25$$

$$V_3 = 4000 \quad 0,25$$

$$V_2 = 3000 \quad 0,25$$

$$V_1 = 8000 \quad 0,25$$

c) Comprobación

$$8000 + 3000 + 4000 + 5000 = 20\ 000 \checkmark \quad 0,25$$

$$3 \cdot 4000 - 5000 = 7000 \checkmark \quad 0,25$$

$$8000 + 3000 - 5000 = 6000 \checkmark \quad 0,25$$

$$2 \cdot 8000 + 4000 = 20\ 000 \checkmark \quad 0,25$$

## EXAMEN PARCIAL 3 – MATEMÁTICAS INGENIERÍA DE ORGANIZACIÓN INDUSTRIAL

### DATOS DEL ALUMNO

Nombre y apellidos:

Jorge Crespo Alvarez.

D.N.I.:

Grado:

### NORMATIVA

NO se permite el uso de teléfono móvil o cualquier otro aparato de comunicación durante el desarrollo del examen. En todo caso, dichos aparatos deberán estar completamente desconectados.

Se debe entregar el examen con los datos identificativos en la cabecera, aunque no se haya contestado ninguna pregunta.

El examen consta de una parte Teórica y otra Práctica. En ambos casos, las preguntas deben responderse en las hojas de respuestas incluidas después de los enunciados.

Las preguntas teóricas deben responderse en la tabla que se incluye y para cada una solo hay UNA respuesta correcta. Si se indica más de una respuesta, la pregunta será considerada incorrecta. Si se comete una equivocación, se debe borrar cuidadosamente la respuesta incorrecta y sustituirla por la correcta. Las preguntas de desarrollo deben responderse a continuación de la tabla de respuestas del test y cada respuesta debe identificarse claramente.

Antes de responder, le aconsejamos que lea el enunciado de cada pregunta atentamente para asegurarse de que lo comprende bien. Asimismo, emplee el tiempo suficiente para realizar el examen y no olvide volver a repasar todas y cada una de las respuestas.

En el caso de que se detecte que un alumno o alumna está copiando, deberá abandonar inmediatamente el examen y este será calificado con cero puntos. Este hecho será puesto en conocimiento del director académico del grado.

### ENUNCIADOS TEÓRICOS (2 PUNTOS)

1. Sea A una matriz de orden (5,3) y B una matriz de orden (5,5). Entonces:

- a)  $A \cdot B$  es posible y da como resultado una matriz de orden (3,5)
- b)  $B \cdot A$  es posible y da como resultado una matriz de orden (5,3)
- c)  $A \cdot B$  es posible, pero  $B \cdot A$  no es posible
- d) Ninguna de las anteriores

2. La traza de la matriz C es igual a 0. Entonces:

- a) La suma de los elementos de la diagonal principal es cero
  - b) La suma de los elementos de la diagonal secundaria es cero
  - c) El determinante de C es igual a cero
  - d) C es una matriz nilpotente
3. Sea D una matriz diagonal. Entonces:
- a) Todos los elementos de la diagonal principal son iguales a 1 y el resto son ceros
  - b) Todos los elementos de la diagonal principal son iguales a "a" y el resto son ceros
  - c) Todos los elementos a ambos lados de la diagonal principal son iguales a cero
  - d) Todos los elementos a ambos lados de la diagonal secundaria son iguales a cero
4. Sea A una matriz nilpotente. Entonces:
- a)  $A^2 = A$
  - b)  $A^2 = 0$
  - c)  $A^2 = 1$
  - d)  $A^2 = I$
5. Sea A una matriz cuadrada. Entonces:
- a)  $A = A_{\text{SIM}} - A_{\text{ANTISIM}}$
  - b)  $A = \frac{1}{2} [A + A^t] - \frac{1}{2} [A - A^t]$
  - c)  $A - A^t$  es una matriz simétrica
  - d) Todas las anteriores son correctas
- 6.Cuál de las siguientes propiedades de los determinantes es falsa:
- a) Si D tiene todos los elementos de una fila o columna iguales a cero el  $\det D = 0$
  - b)  $\det C^t = \det C$
  - c)  $\det (A \times B) = \det A \times \det B$
  - d)  $\det (A+B) = \det A + \det B$
7. El método general para el cálculo de determinantes puede utilizarse:
- a) Para calcular el determinante de matrices de cualquier orden
  - b) Para calcular el determinante de matrices de orden superior a (3,3)
  - c) Para calcular el determinante de matrices de orden inferior o igual a (3,3)
  - d) Para calcular el determinante de matrices rectangulares

**DATOS DEL ALUMNO**

Nombre y apellidos:

D.N.I.:

Grado:

8. El rango de una matriz es:
- El menor número de vectores fila o vectores columna linealmente independientes que pueden encontrarse en una matriz
  - Igual al orden del mayor determinante distinto de cero que se puede encontrar en el interior de una matriz determinada
  - Es una invariante del sistema porque el resultado varía en función del método de cálculo que se utilice
  - Todas son verdaderas
9. Si A es una matriz regular. Entonces:
- A es una matriz ortogonal
  - A no tiene inversa.
  - El determinante de A es distinto de cero
  - Las tres afirmaciones anteriores son correctas
10. Aplicando el teorema de Rouché-Fröbenius, si  $\text{Rg}A < \text{Rg}A^*$ , entonces:
- El sistema de ecuaciones es incompatible
  - El sistema de ecuaciones es compatible
  - El sistema de ecuaciones tiene solución única
  - El sistema de ecuaciones tiene infinitas soluciones

**ENUNCIADOS PRÁCTICOS (8 PUNTOS)**

1. **(1 punto)**. Dadas las matrices A y B y conociendo que  $C = (A + B)^t$ , calcule el determinante de C.:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

2. **(2 puntos)**. Dada la matriz:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 3 \\ 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$$

Si conoce que  $LxA = I$ . Calcule  $L$ .

3. **(5 puntos)**. Para suplir la demanda actual de petróleo en el mercado, una petrolera ha ajustado la producción total de 4 de sus pozos petrolíferos: P1, P2, P3 y P4 a 20000 barriles diarios de petróleo. Atendiendo a las capacidades productivas de cada uno de sus pozos se plantea la siguiente estrategia de extracción:

- Tres veces la producción de P3 menos la producción de P4 son 7000 barriles diarios de petróleo.
- La producción de P1 y P2 menos la de P4 son 6000 barriles diarios de petróleo.
- Dos veces la producción de P1 más la de P3 son 20000 barriles diarios de petróleo.

a) Plantee el sistema de ecuaciones que modela este problema.

b) Si conoce que el sistema resultante es compatible determinado:

Calcule la cantidad de barriles diarios de petróleo que debe producir cada una de los pozos aplicando alguno de los métodos de resolución de ecuaciones estudiados en Álgebra.

c) Realice las comprobaciones oportunas de los resultados obtenidos.

Clave de Calificación: a) 1,0 pts, b) 3,0 pts, c) 1,0 pts. Total: 5,0 pts



**DATOS DEL ALUMNO**

Nombre y apellidos:

D.N.I.:

Grado:

**HOJA DE RESPUESTAS**

A continuación, responda a cada una de las preguntas:

#	Respuesta
1	B
2	A
3	C
4	B
5	C
6	D
7	B
8	B
9	C
10	A



DATOS DEL ALUMNO

Nombre y apellidos:

D.N.I.:

Grado:

1)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$A+B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & -2 & 1 \\ 0 & -2 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

$$C = (A+B)^t = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & -2 & 1 \\ 0 & -2 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & -2 & 1 \\ 0 & -2 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

$$|C| = 1 \cdot (-1)^{3+4} \cdot \begin{vmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -2 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

$$|C| = -1 \left( 2 \cdot 2 \cdot 0 + 0 \cdot (-2) \cdot 1 + 0 \cdot 1 \cdot 0 - (1 \cdot 2 \cdot 0 + 1 \cdot (-2) \cdot 2 + 0 \cdot 0 \cdot 0) \right)$$

$$|C| = \boxed{-4}$$

2)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 3 \\ 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A^t = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & 2 & 0 \end{bmatrix} \quad 0,2$$

$$A^t \cdot A = \begin{bmatrix} 6 & 4 \\ 4 & 14 \end{bmatrix} = 2 \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 7 \end{bmatrix} \quad 0,2 \quad |A^t \cdot A| = 68 \quad 0,4$$

$$(A^t \cdot A)^{-1} = \frac{1}{34} \begin{bmatrix} 7 & -2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \quad 0,2 \quad L = (A^t \cdot A)^{-1} \cdot A^t \quad 0,4$$

$$L = \frac{1}{34} \begin{bmatrix} 7 & -2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & 2 & 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{34} \begin{bmatrix} 5 & 1 & -4 & 14 \\ 1 & 7 & 6 & -4 \end{bmatrix} \quad 0,6$$

DATOS DEL ALUMNO

Nombre y apellidos:

D.N.I.:

Grado:

$$\begin{aligned}
 3) a) \quad P_1 + P_2 + P_3 + P_4 &= 20\,000 & 0,25 \\
 3P_3 - P_4 &= 7\,000 & 0,25 \\
 P_1 + P_2 - P_4 &= 6\,000 & 0,25 \\
 2P_1 + P_3 &= 20\,000 & 0,25
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 b) \quad & \left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 & 20\,000 \\ 0 & 0 & 3 & -1 & 7\,000 \\ 1 & 1 & 0 & -1 & 6\,000 \\ 2 & 0 & 1 & 0 & 20\,000 \end{array} \right] \xrightarrow{(-1)(-2)} \left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 & 20\,000 \\ 0 & 0 & 3 & -1 & 7\,000 \\ 0 & 0 & -1 & -2 & -14\,000 \\ 0 & -2 & -1 & -2 & -20\,000 \end{array} \right] \\
 & \xrightarrow{0,5} \left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 & 20\,000 \\ 0 & -2 & -1 & -2 & -20\,000 \\ 0 & 0 & -1 & -2 & -14\,000 \\ 0 & 0 & 0 & -3 & -35\,000 \end{array} \right] \xleftarrow{(3)} \left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 & 20\,000 \\ 0 & -2 & -1 & -2 & -20\,000 \\ 0 & 0 & -1 & -2 & -14\,000 \\ 0 & 0 & 3 & -1 & 7\,000 \end{array} \right]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P_1 + P_2 + P_3 + P_4 &= 20\,000 & 0,5 \\
 -2P_2 - P_3 - 2P_4 &= -20\,000 \\
 -P_3 - 2P_4 &= -14\,000 \\
 -3P_4 &= -35\,000
 \end{aligned}$$

$$P_4 = \frac{-35\,000}{-3} = 5000 \quad 0,25$$

$$P_3 = 4000 \quad 0,25$$

$$P_2 = 3000 \quad 0,25$$

$$P_1 = 8000 \quad 0,25$$

### c) Comprobación

$$8000 + 3000 + 4000 + 5000 = 20\,000 \checkmark \quad 0,25$$

$$3 \cdot 4000 - 5000 = 7\,000 \checkmark \quad 0,25$$

$$8000 + 3000 - 5000 = 6\,000 \checkmark \quad 0,25$$

$$2 \cdot 8000 + 4000 = 20\,000 \checkmark \quad 0,25$$

## EXAMEN PARCIAL 3 – MATEMÁTICAS ADMINISTRACIÓN Y DIRECCIÓN DE EMPRESAS

### DATOS DEL ALUMNO

Nombre y apellidos:

Jorge Crespo Alvarez

D.N.I.:

Grado:

### NORMATIVA

**NO** se permite el uso de teléfono móvil o cualquier otro aparato de comunicación durante el desarrollo del examen. En todo caso, dichos aparatos deberán estar completamente desconectados.

Se debe entregar el examen con los datos identificativos en la cabecera, aunque no se haya contestado ninguna pregunta.

El examen consta de una parte Teórica y otra Práctica. En ambos casos, las preguntas deben responderse en las hojas de respuestas incluidas después de los enunciados.

Las preguntas teóricas deben responderse en la tabla que se incluye y para cada una solo hay **UNA** respuesta correcta. Si se indica más de una respuesta, la pregunta será considerada incorrecta. Si se comete una equivocación, se debe borrar cuidadosamente la respuesta incorrecta y sustituirla por la correcta. Las preguntas de desarrollo deben responderse a continuación de la tabla de respuestas del test y cada respuesta debe identificarse claramente.

Antes de responder, le aconsejamos que lea el enunciado de cada pregunta atentamente para asegurarse de que lo comprende bien. Asimismo, emplee el tiempo suficiente para realizar el examen y no olvide volver a repasar todas y cada una de las respuestas.

En el caso de que se detecte que un alumno o alumna está copiando, deberá abandonar inmediatamente el examen y este será calificado con cero puntos. Este hecho será puesto en conocimiento del director académico del grado.

### ENUNCIADOS TEÓRICOS (2 PUNTOS)

1. Sea A una matriz de orden (5,3) y B una matriz de orden (3,5). Entonces:

- a)  $A \times B$  es posible y da como resultado una matriz de orden (3,3)
- ☒ b)  $B \times A$  es posible y da como resultado una matriz de orden (3,3)
- c)  $A \times B$  es posible, pero  $B \times A$  no es posible
- d) Ninguna de la anteriores

2. La traza de la matriz C es igual a 0. Entonces:

- ☒ a) C es una matriz cuadrada  
 b) El determinante de C es 0  
 c) C es una matriz rectangular  
 d) C es una matriz involutiva
3. En el producto de matrices no se cumplen las siguientes propiedades:
- a) Asociativa.  
 b) Distributiva.  
☒ c) Conmutativa  
 d) Elemento Neutro
4. Sea A una matriz involutiva. Entonces:
- a)  $A^2 = A$   
 b)  $A^2 = 0$   
 c)  $A^2 = 1$   
☒ d)  $A^2 = I$
5. Sea A una matriz cuadrada. Entonces:
- a)  $A = A_{\text{SIM}} + A_{\text{ANTISIM}}$   
 b)  $A = \frac{1}{2} [A + A^t] + \frac{1}{2} [A - A^t]$   
 c)  $A + A^t$  es una matriz simétrica  
☒ d) Todas las anteriores son correctas
6. Si el determinante de la matriz D es igual a 0. Cuál de las siguientes afirmaciones es falsa:
- a) D podría tener todos los elementos de una fila o columna iguales a cero  
☒ b)  $\det D^t \neq 0$   
 c) D podría tener dos filas o columnas iguales o proporcionales  
 d) D podría tener dos filas o columnas que son combinación lineal de una tercera
7. La Regla de Sarrus puede aplicarse:
- a) Para calcular el determinante de matrices de cualquier orden  
 b) Para calcular el determinante de matrices de orden (2,2)  
☒ c) Para calcular el determinante de matrices de orden (3,3)  
 d) Para calcular el determinante de matrices de orden (2,2) y (3,3)



**DATOS DEL ALUMNO**

Nombre y apellidos:

D.N.I.:

Grado:

8. El rango de una matriz es:

- ☒ a) El mayor número de vectores fila o vectores columna linealmente independientes que pueden encontrarse en una matriz
- b) Igual al orden del menor determinante distinto de cero que se puede encontrar en el interior de una matriz determinada
- c) Es una invariante del sistema porque el resultado varía en función del método de cálculo que se utilice
- d) Todas son verdaderas

9. Si A es una matriz singular. Entonces:

- a) A es una matriz cuadrada.
- b) A no tiene inversa.
- c) El determinante de A es igual a cero
- ☒ d) Las tres afirmaciones anteriores son correctas

10. Aplicando el teorema de Rouché-Fröbenius, si  $RgA = RgA^*$ , entonces:

- a) El sistema de ecuaciones es incompatible
- ☒ b) El sistema de ecuaciones es compatible
- c) El sistema de ecuaciones tiene solución única
- d) El sistema de ecuaciones tiene infinitas soluciones

**ENUNCIADOS PRÁCTICOS (8 PUNTOS)**

1. (1 punto). Sean las matrices:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \\ 3 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Si  $C = (A \times B)^t$ , calcule el determinante de C.

2. **(2 puntos)**. Dada la matriz:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Calcule  $A^{-1}$ .

3. **(5 puntos)**. Un inversionista ha invertido 200000 dólares en acciones de las empresas A, B, C y D que cotizan en el S&P500. La estrategia de inversión utilizada por el inversionista fue la siguiente:

- La cantidad invertida en la empresa A menos dos veces la cantidad invertida en la empresa B son 20000 dólares.
- La cantidad Invertida en la empresa A más tres veces la cantidad invertida en la empresa C son 200000 dólares.
- La suma de las cantidades invertidas en las empresas B y D menos la cantidad invertida en la empresa C son 40000 dólares.

- a) Plantee el sistema de ecuaciones que modela este problema.
- b) Si conoce que el sistema resultante es compatible determinado:

Calcule el monto (en euros) que invirtió el inversionista en cada empresa aplicando el método de Gauss o el método de Gauss-Jordan

- c) Realice las comprobaciones oportunas de los resultados obtenidos.

Clave de Calificación: a) 1,0 ptos, b) 3,0 ptos, c) 1,0 ptos. Total: 5,0 ptos

**DATOS DEL ALUMNO**

Nombre y apellidos:

D.N.I.:

Grado:

**HOJA DE RESPUESTAS**

A continuación, responda a cada una de las preguntas:

#	Respuesta
1	B
2	A
3	C
4	D
5	D
6	B
7	C
8	A
9	D
10	B



DATOS DEL ALUMNO

Nombre y apellidos:

D.N.I.:

Grado:

1)

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \\ 3 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A \times B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

0,2

$$(A \times B)^t = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

0,2

$$\text{Det } (A \times B)^t = 0$$

0,6

$$2) \quad A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{Det } A = (3 \cdot 1 \cdot 1 + 1 \cdot 0 \cdot 1 + 1 \cdot 0 \cdot 0) - (1 \cdot 1 \cdot 1 + 0 \cdot 0 \cdot 3 + 1 \cdot 0 \cdot 1)$$

$$\text{Det } A = 3 - 1 = 2. \quad 0,4$$

$$\text{Adj} = \begin{bmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} & - \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} & + \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} \\ - \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} & + \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} & - \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} \\ + \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} & - \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} & + \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 3 \end{bmatrix} \quad 0,2$$

$$(\text{Adj})^t = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 3 \end{bmatrix} \quad 0,2$$

$$\bar{A} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 3 \end{bmatrix} \quad 0,2$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{3}{2} \end{bmatrix} \quad \checkmark \quad 0,6$$

DATOS DEL ALUMNO

Nombre y apellidos:

D.N.I.:

Grado:

3)

a)  $A + B + C + D = 200\ 000$  0,25

$A - 2B = 20\ 000$  0,25

$A + 3C = 200\ 000$  0,25

$B - C + D = 40\ 000$  0,25

0,5

b) 
$$\begin{bmatrix} A & B & C & D & | & \\ 1 & 1 & 1 & 1 & | & 200\ 000 \\ 1 & -2 & 0 & 0 & | & 20\ 000 \\ 1 & 0 & 3 & 0 & | & 200\ 000 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & | & 40\ 000 \end{bmatrix} \xrightarrow{(-1)} \begin{bmatrix} D & B & C & A & | & \\ 1 & 1 & 1 & 1 & | & 200\ 000 \\ 0 & -2 & 0 & 1 & | & 20\ 000 \\ 0 & 0 & 3 & 1 & | & 200\ 000 \\ 1 & 1 & -1 & 0 & | & 40\ 000 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} D & B & A & C & | & \\ 1 & 1 & 1 & 1 & | & 200\ 000 \\ 0 & -2 & 1 & 0 & | & 20\ 000 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & | & 200\ 000 \\ 0 & 0 & -1 & -2 & | & -160\ 000 \end{bmatrix} \xrightarrow{(1)} \begin{bmatrix} D & B & C & A & | & \\ 1 & 1 & 1 & 1 & | & 200\ 000 \\ 0 & -2 & 0 & 1 & | & 20\ 000 \\ 0 & 0 & 3 & 1 & | & 200\ 000 \\ 0 & 0 & -2 & -1 & | & -160\ 000 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} D & B & A & C & | & \\ 1 & 1 & 1 & 1 & | & 200\ 000 \\ 0 & -2 & 1 & 0 & | & 20\ 000 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & | & 200\ 000 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & | & 40\ 000 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} D + B + A + C &= 200\ 000 \\ -2B + A &= 20\ 000 \\ A + 3C &= 200\ 000 \\ C &= 40\ 000 \end{aligned}$$

$$C = \$ 40\,000 \quad 0,25$$

$$A = 200\,000 - 3 \cdot 40\,000 = \$ 80\,000 \quad 0,25$$

$$B = \frac{20\,000 - 80\,000}{-2} = \$ 30\,000 \quad 0,25$$

$$D = 200\,000 - 40\,000 - 80\,000 - 30\,000 = \$ 50\,000 \quad 0,25$$

c) Comprobación:

$$80\,000 + 30\,000 + 40\,000 + 50\,000 = 200\,000 \quad \checkmark \quad 0,25$$

$$80\,000 - 2 \cdot 30\,000 = 20\,000 \quad \checkmark \quad 0,25$$

$$80\,000 + 3 \cdot 40\,000 = 200\,000 \quad \checkmark \quad 0,25$$

$$30\,000 - 40\,000 + 50\,000 = 40\,000 \quad \checkmark \quad 0,25$$