



Tema III: Aplicaciones bilineales.

Clase Práctica 8: Producto escalar sistemas ortonormales.

Objetivos: Aplicar las definiciones de vectores ortonormales, y el proceso de ortonormalización de Gram-Schmidt y las definiciones y propiedades asociadas a estos conceptos en la resolución de los ejercicios.

La autopreparación para esta clase debe basarse en las notas de clases de las conferencias. Para la resolución de los ejercicios es necesario el conocimiento de los conceptos: distancia entre vectores, coseno del ángulo entre vectores, vector ortogonal (ortonormal), sistema de vectores ortogonales (ortonormales), base ortogonal (ortonormal), proceso de ortonormalización de Gram-Schmidt, complemento ortogonal, proyección ortogonal. También se evaluarán las habilidades de demostración de los alumnos. (Muchos de estos ejercicios fueron extraídos de [2]). Estudiar (haciendo hincapié en los ejemplos) Capítulo 2, epígrafes 2.1 al 2.4 [2].

Se realizarán los ejercicios en orden, según la orientación de los profesores de clase práctica, hasta tratar de concluirlos todos.

1. Encuentre la norma de $(6, -7) \in \mathbb{R}^2$ con respecto al producto escalar usual y al producto $\langle x, y \rangle = x_1 y_1 - x_1 y_2 - x_2 y_1 + 3x_2 y_2$.

1.1 Con respecto a los productos escalares dados anteriormente halle una base ortonormal a partir del sistema $(1, -1)$ $(2, 3)$ y $(-3, 4)$ utilizando el proceso de ortonormalización de Gram-Schmidt.

2. Ejercicio 2 a) c) página 43.

3. $B_1 = \{(1, 0, 0); (1, 0, 1); (0, 1, 1)\}$ una base del espacio euclidiano \mathbb{R}^3 con el producto escalar usual.

3.1 Utilice el método de Gram Schmidt para obtener una base ortonormal B_2 a partir de B_1 .

3.2 **TAREA:** Si se define otro producto escalar en \mathbb{R}^3 cuya matriz representativa en la base

$$B = \{(1, 0, 0); (0, 2, 0); (0, 0, 3)\} \text{ es } G_B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}, \text{ halle utilizando el método de Gram}$$

Schmidt una base B_3 a partir de B_1 con este nuevo producto escalar.

4. Ejercicio 1 página 63
5. Ejercicio 4 página 63
6. Ejercicio 5 página 63
7. Ejercicio 13 página 64

Ejercicios propuestos: Realizar los ejercicios 6, 7, 8, 9, 10, 12, 15, 16, 17 todos a partir de la página 63.

Bibliografía

- [1] Álgebra, tomo I, Noriega Sánchez T., de Arazoza Rodríguez H., Editorial Félix Varela, La Habana, 2007.
[2] Álgebra, tomo II, Noriega Sánchez T., Piñeiro Díaz L.R., Editorial Félix Varela, La Habana, 2007.

