

### Prueba N°1

1. El archivo anomalies.txt contiene información sobre las anomalías de las temperaturas medias sobre 1500 localizaciones espaciales en Estados Unidos durante el 2010. Las coordenadas están en el formato longitud/latitud (en grados decimales).

Las anomalías se definen como la diferencia entre las temperaturas medias de un año y otro año tomado como referencia, en este caso el año 1980.

En general, analizar las anomalías (en el tiempo) de una cierta variable geo-referenciada es útil porque revela si el cambio climático está afectando la distribución de la variable en una cierta región.

Para analizar las anomalías ( $Y$ ) se considera el siguiente modelo (campo aleatorio)

$$Y(\mathbf{s}) = \mu + \sigma Z(\mathbf{s}), \quad \mathbf{s} \in \mathbb{R}^2 \quad (1)$$

donde  $Z$  es un campo aleatorio Gaussiano con función de correlación

$$C(h; \tau^2) = \begin{cases} 1 & \|h\| = 0 \\ (1 - \tau^2)\rho(\|h\|) & \|h\| > 0 \end{cases}$$

donde  $0 \leq \tau^2 \leq 1$  es el parámetro de nugget y donde se especifica el modelo de Matern para la función de correlación, es decir

$$\rho(\|h\|) = \frac{2^{1-\nu}}{\Gamma(\nu)} \left( \frac{\|h\|}{\alpha} \right)^\nu \mathcal{K}_\nu \left( \frac{\|h\|}{\alpha} \right), \quad \|h\| \geq 0.$$

Utilizando el software R conteste a las siguientes preguntas:

- a) El modelo (1) está definido en  $\mathbb{R}^2$  pero las coordenadas son esféricas. Haga una proyección de las coordenadas utilizando una proyección sinusoidal y utilice las coordenadas proyectadas para el análisis.
- b) Realizar un análisis exploratorio de los datos. ¿Es el modelo Gaussiano un modelo adecuado?
- c) Explore la dependencia en los datos graficando el semivariograma isotrópico y el semivariograma en diferentes direcciones. ¿Es razonable la hipótesis de isotropía?, ¿Existe evidencia de un efecto nugget en los datos?
- d) Asumiendo el parámetro de nugget fijo e igual a zero, dado por  $\tau^2 = 0$  ocupe el método de máxima verosimilitud para estimar los parámetros de media, varianza y dependencia espacial (se asume que el parámetro de suavizamiento del modelo Matern  $\nu = 0,5$ ).
- e) ¿Cómo se interpreta un parámetro de suavizamiento  $\nu = 0,5$ ? Mas en general, ¿cómo se interpreta el parámetro de suavizamiento del modelo Matern?
- f) Ocupe el método de máxima verosimilitud para estimar los mismos parámetros de la letra d) incluyendo el parámetro de nugget  $\tau^2$ .
- g) ¿Qué consecuencia tiene en las propiedades geométricas del campo aleatorio el hecho de considerar un efecto nugget?

- h) Elija el mejor modelo (modelo con nugget de la letra f) y modelo sin nugget de la letra d)) utilizando el criterio de información de Akaike.
- i) Utilizando el modelo elegido en la letra h), calcule los residuos y compare el semivariograma estimado versus el semivariograma empírico de los residuos. ¿Es el modelo de Matern con nugget un modelo adecuado?