Introducción

Modelo de optimización: Asignación de personal por turnos

Conjuntos e índices

$$\begin{aligned}
\mathcal{P} &: \text{conjunto de trabajadores (personas), índices } p \in \mathcal{P}.\\
\mathcal{D} &: \text{conjunto de días del horizonte } \{1, \dots, H\}, \text{ índice } d \in \mathcal{D}.\\
\mathcal{T} &: \text{conjunto de turnos } \{m, t, n\} \text{ (mañana, tarde, noche), índice } t \in \mathcal{T}.\\
\mathcal{W} &: \text{conjunto de semanas } \{1, \dots, W\}, \text{ índice } w \in \mathcal{W},
\end{aligned}$$

donde H es el número total de días (el horizonte, comienza en lunes) y $W = \lceil H/7 \rceil$ es el número de semanas completas/partes de semana en el horizonte. Definimos la aplicación $\omega(d) = \left\lceil \frac{d}{7} \right\rceil$ que asigna cada día d a su semana $\omega(d)$. Los días se enumeran con lunes = 1, martes = 2, ..., domingo = 7, luego lunes = 8, etc.

Parámetros

$$\begin{aligned}
\text{dem}_{d,t} \in \mathbb{Z}_{\geq 0} &: \text{demanda (personal requerido) en el dáa } d \text{ y turno } t.\\
s_{p,d,t} \in \{0, 1, \dots, 10\} &: \text{puntaje de disposición del trabajador } p \text{ para } (d, t).
\end{aligned}$$

Variables

$$\begin{aligned}
x_{p,d,t} \in \{0, 1\} &: 1 \text{ si el trabajador } p \text{ está asignado el día } d \text{ en el turno } t, \ 0 \text{ en otro caso.}\\
y_{p,w} \in \{0, 1\} &: 1 \text{ si el trabajador } p \text{ trabaja al menos un turno en el fin de semana de la semana } w, \ 0 \text{ si no.}
\end{aligned}$$

Función objetivo

Maximizar la disposición total del personal asignado:

$$\max \ Z \ = \sum_{p \in \mathcal{P}} \sum_{d \in \mathcal{D}} \sum_{t \in \mathcal{T}} s_{p,d,t} \, x_{p,d,t}.$$

Restricciones

1. Cobertura por día-turno (cumplir la demanda):

$$\forall d \in \mathcal{D}, \ \forall t \in \mathcal{T} : \qquad \sum_{p \in \mathcal{P}} x_{p,d,t} \ \geq \ \text{dem}_{d,t}. \tag{R1}$$

2. Ningún trabajador puede hacer más de dos turnos en el mismo día:

$$\forall p \in \mathcal{P}, \ \forall d \in \mathcal{D} : \qquad \sum_{t \in \mathcal{T}} x_{p,d,t} \ \leq \ 2. \tag{R2}$$

3. Prohibición de turno noche seguido por turno mañana al día siguiente:

$$\forall p \in \mathcal{P},\ \forall d \in \{1,\ldots,H-1\}: \qquad x_{p,d,\mathrm{n}} + x_{p,d+1,\mathrm{m}} \ \le\ 1. \tag{R3}$$

4. Definición de "fin de semana trabajado" y vinculación con $\mathbf{y}_{p,w}$: Sea el conjunto de días del fin de semana en la semana w:

$$\mathcal{D}_{\mathrm{wk}}(w) \ = \ \{\, d \in \mathcal{D} : \omega(d) = w \text{ y } d \text{ es sábado o domingo}\,\}.$$

(Con la numeración que usamos, los días con residuo modulo 7 iguales a 6 y 0 corresponden a sábado y domingo respectivamente.)
Para forzar que $y_{p,w} = 1$ si y sólo si la persona trabaja al menos un turno en ese fin de semana, podemos imponer:

$$\forall p \in \mathcal{P},\ \forall w \in \mathcal{W}: \qquad \begin{aligned} &\sum_{d\in\mathcal{D}_{\mathrm{wk}}(w)} \sum_{t\in\mathcal{T}} x_{p,d,t} \ \ge\ y_{p,w}, \\ &\forall d \in \mathcal{D}_{\mathrm{wk}}(w),\ \forall t \in \mathcal{T}: \quad x_{p,d,t} \ \le\ y_{p,w}. \end{aligned} \tag{R4}$$

La primera desigualdad garantiza que si hay alguna asignación en el fin de semana entonces $y_{p,w}$ puede ser 1 (y debe ser 1 si forzamos integridad por minimización de costos; sin embargo, dado que maximizamos la disposición, esta forma asegura coherencia). La segunda (o alternativamente $y_{p,w} \le \sum_{d\in\mathcal{D}_{\mathrm{wk}}(w)} \sum_{t\in\mathcal{T}} x_{p,d,t}$) impide que $y_{p,w} = 1$ si no hay asignaciones en ese fin de semana. (Si prefieres una sola forma compacta, usar $y_{p,w} \le \sum_{d\in\mathcal{D}_{\mathrm{wk}}(w)} \sum_{t\in\mathcal{T}} x_{p,d,t}$ y $\sum_{d\in\mathcal{D}_{\mathrm{wk}}(w)} \sum_{t\in\mathcal{T}} x_{p,d,t} \le M\, y_{p,w}$ con $M = 2$ o un M grande también es común.)

5. No se permiten tres fines de semana consecutivos trabajados por la misma persona:

$$\forall p \in \mathcal{P},\ \forall w \in \{1,\ldots,W-2\}: \qquad \sum_{k=0}^{2} y_{p,w+k} \ \le\ 2. \tag{R5}$$

6. Dominios de las variables:

$$\forall p,d,t: \quad x_{p,d,t} \in \{0,1\}, \qquad \forall p,w: \quad y_{p,w} \in \{0,1\}. \tag{R6}$$

Observaciones adicionales y variantes

- Si se desea evitar sobredotación (asignar más personal del estrictamente necesario), se puede reemplazar la restricción (R1) por igualdad $\sum_p x_{p,d,t} = \mathrm{dem}_{d,t}$ o añadir un parámetro $\mathrm{cap}_{d,t}$ y forzar $\mathrm{dem}_{d,t} \le \sum_p x_{p,d,t} \le \mathrm{cap}_{d,t}$.
- La vinculación de $y_{p,w}$ con los turnos de sábado/domingo puede escribirse con una sola pareja de desigualdades compactas:

$$y_{p,w} \le \sum_{d\in\mathcal{D}_{\mathrm{wk}}(w)} \sum_{t} x_{p,d,t}, \qquad \sum_{d\in\mathcal{D}_{\mathrm{wk}}(w)} \sum_{t} x_{p,d,t} \le M\, y_{p,w},$$

con M un entero mayor o igual al número máximo de turnos que un trabajador puede cubrir en el fin de semana (ej. $M = 4$ si se aceptan hasta 2 turnos por día y hay 2 días = 4).

- Si se requiere modelar preferencia por balance (p. ej. que nadie exceda mucho las horas totales), se pueden agregar restricciones de carga total por persona: $\sum_{d,t} x_{p,d,t} \leq U_p$ y $\geq L_p$.

Breve descripción (resumen)

- **Función objetivo:** maximizar la suma de puntajes de disposición $s_{p,d,t}$ sobre las asignaciones realizadas, favoreciendo así que las personas sean asignadas a los días/turnos donde están más dispuestas.
- **R1 (Cobertura):** asegura que en cada día y turno se cubre la demanda proyectada.
- **R2 (Máximo 2 turnos/día):** evita que un trabajador haga más de dos turnos en un mismo día.
- **R3 (Descanso noche→mañana):** prohíbe asignar a la misma persona la noche de un día y la mañana del siguiente para reducir fatiga.
- **R4 (Fin de semana trabajado):** introduce la variable binaria $y_{p,w}$ que indica si la persona trabaja el fin de semana de la semana w, y la vincula con las asignaciones de sábado y domingo.
- **R5 (No 3 fines de semana consecutivos):** impide que una misma persona trabaje tres fines de semana seguidos (ventana deslizante sobre semanas).