《网络、群体与市场－揭示高度互联世界的行为原理与效应机制》

习题参考答案

第 2 章

2.1

图论作为有效建模工具的原因之一即在于它的灵活性。许多大型系统都可以通过图论语言来总结该系统的属性，并用来系统地研究其结构。本章练习的第一部分，主要讨论上述过程的一个实例，该实例将引入一个关键节点（pivotal node）的概念。

首先，第 2 章所讲的两节点间最短路径可能为该节点间的最短距离。对与节点组 Y 和 Z，若 X 存在于 Y 和 Z 间所有最短路径，则称 X 为 Y 和 Z 间的关键节点（X 与 Y 和 Z 均不重合）。

例如：在图 2. 1 中，节点 B 是节点对 A 和 C、A 和 D 的关键节点（注意：B 并不是节点对 D 和 E 的关键节点，因为 D 和 E 间存在两条不同的最短路径，而其中的一条（包含 C 和 F）并不通过 B。由此可见，B 并不存在于 D 和 E 间的所有最短路径）。另一个例子是：节点 D 并非图中任意节点对的关键节点。

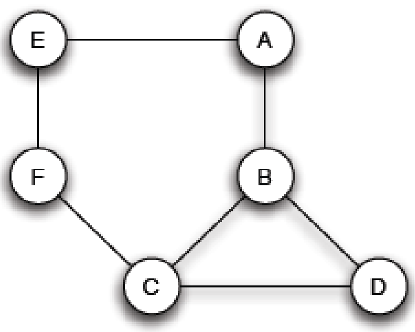

图 2. 1 练习 2.1 示意图。节点 B 是两个节点对的关键节点：节点对 A 和 C，以及 A 和 D，而节点 D 并非图中任意节点对的关键节点

（1）请列举一个图例，使其满足以下条件：该图中每个节点均为至少一个节点对的关键节点。请就你的答案给出合理解释。

（2）请列举一个图例，使其满足以下条件：该图中每个节点均为至少两个节点对的关键节点。请就你的答案给出合理解释。

（3）请列举一个图例，满足以下条件：该图中包含至少 4 个节点，并存在一个节点 X，它是图中所有不包括含 X 的节点对的关键节点。请就你的答案给出合理解释。

参考答案：

两个节点 Y 和 Z 之间的关键节点 X：X 存在于 Y 和 Z 之间的所有最短路径上。

（1）一个节点数大于或等于 5 的圈图（V-W-X-Y-Z-V）满足“每个节点均为至少一个节点对的关键节点”的要求。例如，对于 5-圈，W 和 Y 之间的最短路径只有一条（长度为 2），经过 X。其他类推。

（2）一个节点数大于或等于 7 的圈图（R-U-V-W-X-Y-Z-R）满足“每个节点均为至少两个节点对的关键节点”的要求。例如，对于 7-圈，W 和 Y 之间的最短路径只有一条（长度为 2），经过 X，V 和 Y 之间的最短路径只有一条（长度为 3），也经过 X。其他类推。

（3）以 X 为中心的 5 节点“星图”（A-X，B-X，C-X，D-X）满足要求，此时 X 就是每个节点对的关键节点，任何两个节点之间的路径都经过它。

2.2

接下来的问题中，我们将引入一组相关定义，以帮助我们规范化“一些节点可在网络中起到“看门”的作用”这一概念。第一个定义内容如下：对于节点 X，若存在另两个节点 Y 和 Z，使 Y 和 Z 间的所有路径均通过 X，则称 X 为门卫（gatekeeper）。举例来说，图 2. 2 中，节点 A 即为一个看门节点，因为存在于节点 B 到 E 的所有路径中（除此之外，A 还存在于其他节点组间的所有路径中，比如 D 和 E 等）。

该定义具有一个“普遍”特点：因其需要我们纵观整个图，以确定某一特定节点是门卫。相比之下，另一“本地化”版本将上述定义的条件限定于只需观察一个节点的相邻节点。我们将之规范化，即有以下定义：我们定义一个节点 X 为局部门卫，若其满足以下条件：存在节点 X 的两个相邻节点，称为 Y 和 Z，其中间没有任意边相连。（换句话说，X 为局部门卫的前提是，至少存在 X 的两个相邻节点 Y 和 Z，满足 Y 和 Z 分别有边与 X 相连，但彼此并不相连的条件。）例如图 2. 2 所示，节点 A 同时满足门卫和局部门卫的条件，而节点 D 仅为局部门卫，却不满足门卫的条件。（注意：尽管 D 的两个相邻节点 B 和 C 彼此并没有边相连，但对于包括 B 和 C 在内的所有节点组之间，均存在一条不包含 D 的路径。）

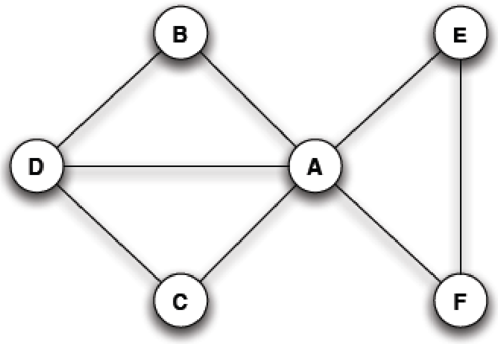

图 2. 2 练习 2.2 示意图。节点 A 是门卫，节点 D 是局部门卫而非门卫

综上所述，我们目前得到两个定义：门卫和局部门卫。每当我们讨论新的数学定义时，一个有效帮助我们理解定义的方法通常是先从典型例子入手，随后将之理论化，再尝试将该理论应用于其他例子。让我们按以上方法来讨论下面几道问题：

（1）给出一个图例（包含解释），满足条件：该图中超过一半的节点为门卫；

（2）给出一个图例（包含解释），满足条件：该图中所有节点均不是门卫，但均为局部门卫。

参考答案：

按照给出的定义，“门卫”和“局部门卫”的概念，可以与教材中的“桥”与“捷径”类比。“门卫”亦即这样的节点，删除它，至少有两个原来之间存在路径的节点不再有路径；“局部门卫”则是这样的节点，删除它，至少有两个原来是其邻居的节点之间的距离不小于 2。根据这个理解，就有（1）5 个节点的路径图，A-B-C-D-E，其中 3 个节点（B、C、D）是门卫；（2）4 个节点的回路图，A-B-C-D-A，显然都不是门卫，因为任意两个节点之间都有两条独立的通路，而且每个节点都是局部门卫，因为任何一个节点的两个邻居节点之间都不存在一条边。

2.3

当我们试图就一个已知图中节点间的距离寻找一个单一的综合衡量标准时，有两个原始数量值得我们考虑。一个是*直径*，我们定义它为图中任意两节点之间的最大距离；另一个是*平均距离*，我们定义它为图中所有节点对间的平均距离。

在许多图中，上述两个数量在数值上非常接近。但以下的两个例子却可能是例外：

（1）请给出一个直径比平均距离大三倍的图例；

（2）请根据你解答问题（a）的方法，说明你可以通过改变某一特定因数的大小，来控制直径比平均距离大的倍数。（换句话说，对于任意数字 c，你能否构造一个图，使其直径比平均距离大 c 倍？）

参考答案：

在给定点和边资源的情况下，路径图 P_m 的直径最长 $(m-1)$，完全图 K_n 的直径最短（1）。于是我们可以一般地考虑这个问题，考虑一个图 $G = K_{n+1} + P_m$，表示 $n+1$ 个节点的完全图加上一条长度为 $(m-1)$ 的“辫子”，整个图有 $n+m$ 个节点，K_{n+1} 和 P_m 共有一个节点。不难看出，这个图的直径是 m。下面考虑“平均距离”，分三个部分，K_n 内部的节点之间（此时不算与 P_m 的共同节点），P_m 内部的节点之间，以及 K_n 和 P_m 的节点之间。稍作计算，可知这三部分的平均距离分别为 1，$\frac{m+1}{3}$ 和 $\frac{m+1}{2}$，也就是独立于 n。对于 $m>1$，总体的平均距离大于 1，记为 A。在给定 m 的情况下，增加 n，A 将减小，且趋于 1。于是当我们考虑构造一个直径大约是平均距离 C 倍的图的时候，可以利用上述结论，即取 $m = C+1$，然后选择足够大的 n，使得，$1 < A < \frac{C+1}{C}$，也就是 $CA < C+1 < (C+1)A$。（下面是一个详细推导）

因图中一共有 $n+m$ 个节点，于是有 $\binom{n+m}{2} = \frac{(n+m)(n+m-1)}{2}$ 个节点对。分三种情况：（1）K_{n+1} 除去那个共有节点，即 K_n 中所有节点对的距离都为 1，一共有 $\frac{n(n-1)}{2}$。（2）P_m 的 m 个节点（包括与 K_{n+1} 共有的那个），一共有 $\frac{m(m-1)}{2}$ 个距离，和为 $(m-1)\cdot 1+(m-2)\cdot 2+...+1\cdot(m-1) = \frac{(m-1)m(m+1)}{6}$，它们之间的平均距离也就是 $\frac{m+1}{3}$，与 n 无关。（3）K_n 和 P_m 之间，则有 nm 个距离，和为 $(1+2+...+m)\cdot n = \frac{m(m+1)n}{2}$，它们之间的平均距离为 $\frac{m+1}{2}$，也是与 n 无关。也就是说，我们要考察平均距离

$$A=\frac{n(n-1)/2+(m-1)m(m+1)/6+(m+1)mn/2}{(n+m)(n+m-1)/2}=\frac{n^2+f(m)\cdot n+g(m)}{n^2+h(m)\cdot n+p(m)}\geq 1$$

与直径 m 的关系（最右边的等号仅当 $m=1$ 成立，从图的构造中，这也是显然的）。我们看到，当给定 $m>1$，A A 随 n 趋向于 1。也就是说，我们可以构造直径是平均距离任意倍数（C）的图，例如，取 $m=C+1$，则总有合适的 n，使 $CA<C+1<(C+1)A$。

第 3 章

3.1

用两三句话解释什么是三元闭包，以及它在社会网络形成中的作用。如果有必要，可以用图例来说明。

参考答案

三元闭包指的是在社会网络中，若当前还不是朋友的两个人有了一个共同朋友，则他们俩成为朋友的可能性增加。三元闭包是社会网络中由于网络结构自身的特性促成新边形成的基本力量，它背后有机会、信任和动机三个方面的原因。

3.3

如图 3. 2 所示的社会网络，每条边的属性不是强联系就是弱联系，哪些节点满足第 3 章中讲述的强三元闭包特性？哪些不满足这个特性？请解释你的答案。

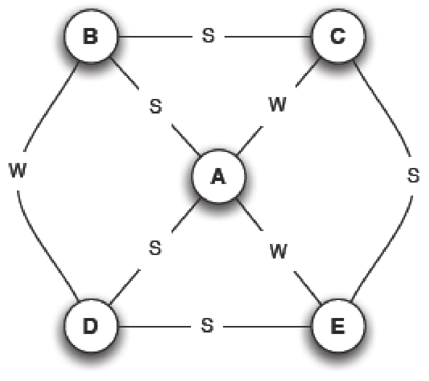

图 3. 1 用于练习 3.3 的图，其中的边带有强弱联系标记

参考答案

A、B、D 满足强三元闭包性质，C、E 不满足强三元闭包性质。理由是：C-B，C-E 之间是强关系，但 B，E 间却无边连接，故 C 不满足强三元闭包性质；E-D，E-C 之间是强关系，但 C，D 间却无边连接，故 E 不满足强三元闭包性质。

3.5

下图所示的社会网络中，每条边都标注了关系的强度（S 表示强关系，W 表示弱关系）。试指出其中哪些节点满足教材第 3 章中介绍的强三元闭包性质？哪些不满足该性质？请解释你的答案。

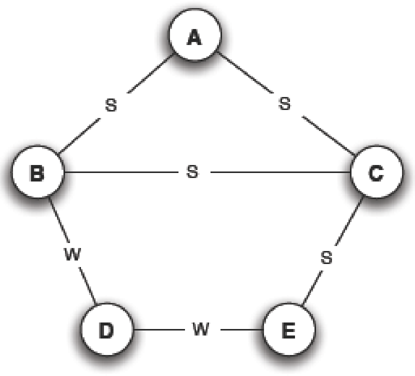

图 3. 2 用于练习 3.5 的图，其中的边带有强弱联系标记

参考答案：

A，B，D，E 都满足强三元闭包性质；C 不满足，因为它和邻居 A 和 E 都是强关系，但 A 和 E 之间没有任何关系，B 和 E 也是 C 的两个强关系邻居，但它们之间也没有任何关系。

第 4 章

4.1

讨论下如图 4. 1 所示的社会网络。假设此社会网络是在一定时间点，观察一定族群个体间的友谊关系。另外假设我们在将来的某个时间节点会再观察此

网络。根据三元闭包的理论，有什么新的关联会很可能出现？（比如，那些节点对，目前之间没连接，但当我们再次观察时，会有很到可能建立了连接？）请简述你的答案理由。

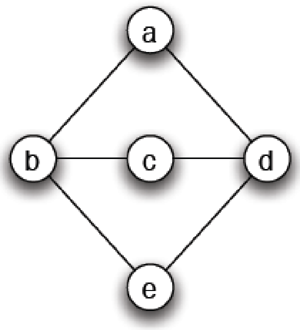

图 4. 1 用于练习 4.1 的图，其中是节点表示人，边表示人们在某一时间友谊关系的图

参考答案

在下一个观察时间之前，B-D 之间的关联（边）形成的可能性比较高，因为 B 和 D 有 3 个共同的朋友（相邻节点），其他节点对都只有两个共同的朋友。

4.2

根据一个表示人们参与不同社会活动的二部归属图，研究者有时会创建一种仅仅涉及到相关人员的“投影图”，其中两个人之间有一条边，当且仅当他们参与了相同的社会活动。

（a）画出与图 4. 2 对应的投影图，其中的节点应该是在图 4. 2 中的 7 位人员，且如果两个人在某一董事会共职，则他们之间应该有连接。

（b）试给出一个例子，涉及两个不同的归属网络，它们有同样的人群，不同的社团关系，但所导致的投影图是相同的。该例子说明信息可能在从完整归属图到投影图过程中被“丢失”。

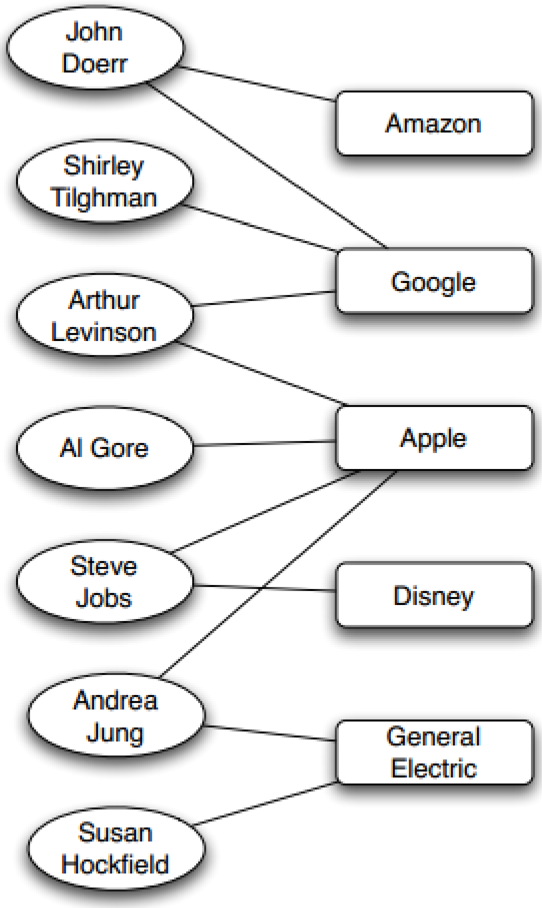

图 4. 2 用于练习 4.2 的图。截至 2009 年，各个公司管理层与个体之间的相互联系

参考答案

基本认识就是：从社会活动出发，一个社会活动若有 k 个人参与，则在他们之间形成一完全子图，共 $k(k-1)/2$ 条边。

（a）对于这个例子来说，结果就是

John-Shirley， John-Arthur， Shirley-Arthur， Arthur-Al， Arthur-Steve，Arthur-Andrea，Al-Steve，Al-Andrea，Steve-Andrea，Andrea-Susan

（b）有两个层次的可能导致不同的归属图但相同的投影图。第一，让社会活动交换。例如在图 4. 2 中，让 Shirley 和 Arthur 都关联到 Amazon，同时取消他们和 Google 的关联，我们得到另一个归属图，与图 4. 2 有相同的投影图。这种情形实际上是图的重新标注，属于简单情形。另一种考虑更具实质性，利用在形成投影图中完全子图的重叠部分。例如基于归属图 4. 2，让 Al 也和 Disney 有关联，得到不同的归属图，但对应的投影图与图 4. 2 的投影图一样。这里的

原因是，由归属关系(Al,Steve)→Disney 产生的完全子图，被完全包含在由归属关系(Al,Steve,Arthur)→Apple 产生的完全子图中了。

4.3

在图 4. 3 的归属图中，有 6 个个体从 A 到 F，3 个社团 为 X， Y 和 Z。

（a）如题 2，画出 6 个个体的投影图，如果共同参与一个活动，即表明他们之间有连接。

（b）在上述结果网络中，能否体会到节点 A，B 和 C 的三角形与有其他三角形有不同的含义？请解释。

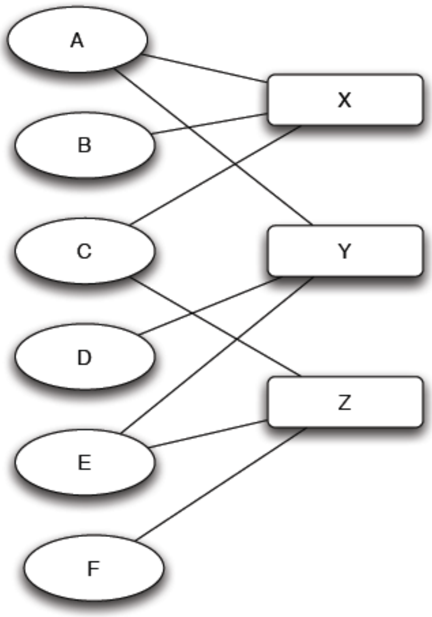

图 4. 3 用于练习 4.3 的图，包含 6 位个体（标号 A 到 F）和 3 个社团（标号 X、Y 和 Z）的归属网络

参考答案

（a） 根据投影图定义，投影图如下。

(A,C),(A,E),(C,E),(C,F),(F,E),(E,D),(D,A),(A,B),(B,C)

（b） 图中的三角形有：ABC、CEF、ADE、ACE。其中 ABC、CEF、ADE 的共同点为构成三角形的三个节点都参与了同一活动。而 ACE 中，A 和 C 均参加了 X，C 和 E 均参加了 Z，A 和 E 均参加了 Y，构成 ACE 的三条边都是由于三个节点中两两之间有共同活动而形成的。

4.4

给定一个表示人们成对分享活动的网络，我们可以重构与其中的信息一致的归属网络。比如，假设你需要推断出一个二部归属网络的结构，且根据间接的观察得到如习题 2 中所构成的投影网络：如果两个个体共同参与活动，则他们之间有一条边。图 4. 4 即为该投影网络。

（a）画出包括这 6 个个体的归属图，可以自己定义 4 个社团，该归属图的投影图即为图 4. 4。

（b）解释为什么任何一个能产生图 4. 4 中投影的网络的归属网络必须至少有 4 个社团？

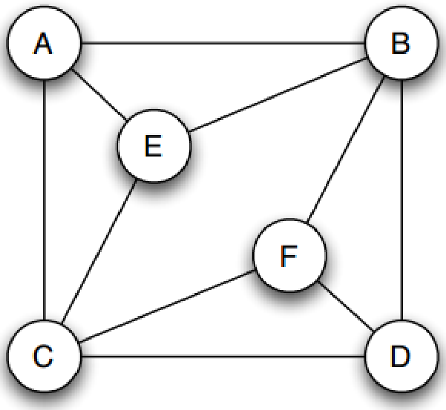

图 4. 4 用于练习 4.4 的图，包含 6 个人，源于某个（未观察到的）归属网络

参考答案

“完全子图”的观点在此具有核心作用。

（a）四个社团（1，2，3，4），关系即按照图 4. 4 中的完全子图来产生：我们看到四个完全子图（三角图），让各自包含的 3 个节点连接到同一个社团即可。

（b）显然，多有几个社团是可以的（例如添加社团 5，让 A，B 属于 5），产生相同的投影图。但少于 4 个社团就不行，正是因为图 4. 4 中有 4 个极大完全子图（maximal clique），每一个需要至少对应一个不同的社团。

第 5 章

5.3

当想到结构平衡，若一个新的节点试图加入到一个已存在敌友关系的网络中，我们会问将会发生什么？在图 5. 2-图 5. 5 中，每对节点非友即敌，用+或-表示每条边的属性。

首先，分析图 5. 2 中的三个节点组成的社会网络，其中每对节点都了解彼此，并且关系友好。现在第四个节点“D”想要加入该网络，与其他三个节点“A”、“B”、“C”的关系不是正关系就是负关系。该节点进入这个社会网络，不想产生任何不平衡三角形。（例如：在加入节点“D”后，由该节点和其他节点组成的边，不会产生不平衡的三角。）有可能实现吗？

事实上，这个例子中，有两种方法来实现，如图 5. 1 所示。其一，节点“D”可以成为现有所有节点的朋友；这样，包含该节点的三角会有三条正关系边，形成平衡的三角形。其二，节点“D”可以成为现有所有节点的敌人；这样，包含该节点的三角形会有三条负关系边，形成平衡的三角形。

在这个网络中，对于节点“D”来说，由于它的加入没有形成不平衡的三角形。而这就不一定适合于其他网络。我们来分析一下其它网络。

(a)分析图 5. 2 中的三个节点组成的社会网络，其中每对节点都了解彼此，每对节点非友即敌，用+或-表示每条边的属性。现在第四个节点“D”想要加入该网络，与其它三个节点“A”、“B”、“C”的关系不是正关系就是负关系。节点“D”进入这个社会网络，不会产生任何不平衡三角形？

●在节点“D”进入该网络，解释一下有几种不同的方式。（即：与节点“D”之外的边有几种不同的特性，让包含该节点的三角形为平衡的？）

●若节点“D”没有这种方法进入该网络，请解释为什么？

（在这个以及后面的问题上，不用考虑所有可能性，也可以推理出新节点的选项）

(b)对于不同的网络，考虑图 5. 3 中的三个节点社会网络，其中每对节点都了解彼此，每对节点非友即敌，用+或-表示每条边的属性。现在第四个节点“D”想要加入该网络，与其它三个节点“A”、“B”、“C”的关系不是正关系就是负关系。节点“D”进入这个社会网络，不会产生任何不平衡三角？

●在节点“D”进入该网络，解释一下有几种不同的方式。（即：与节点“D”之外的边有几种不同的特性，让包含该节点的三角为平衡的？）

●若节点“D”没有这种方法进入该网络，请解释为什么？

(c)利用解决问题 2 和 3 的方法，分析下面的问题。以任意完全标注图为例，有任意个节点，并且是非平衡图；即，它包含至少一个非平衡三角。（回顾具有属性完全图，其中每对节点由一条边连接，用+或-来表示边的属性。）一个新的节点“X”想要进入该网络，与其它节点连接的边不是正关系就是负关系。如

果节点“X”进入该网络，是否有让它所参与的三角为平衡的方法？请做简明扼要的解释。（提示：参考任意网络中任意不平衡的三角，节点“X”如何与途中的其它节点连接。）

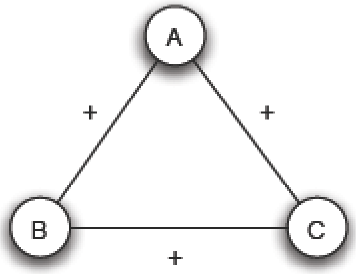

图 5. 4 在由三个节点组成的社会网络中，每对节点都了解彼此，并且关系友好

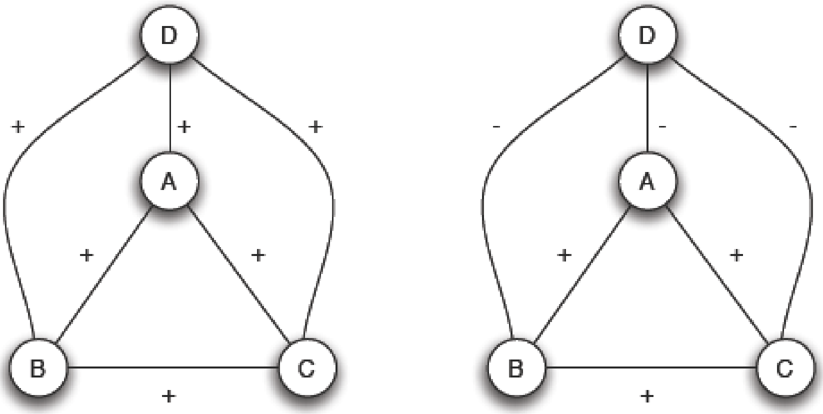

图 5. 5 两种不同的方法，让节点 **D** 加入图 **5.2** 的社会网络，而不形成不平衡三角形

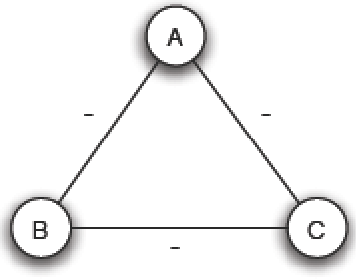

图 5. 6 在由三个节点组成的社会网络中，每对节点均互为敌人

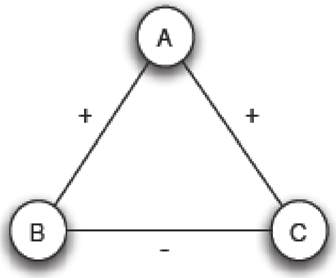

图 5. 7 节点 A 与 B、C 为朋友，而 B 与 C 互为敌人

参考答案：

a）不能。

假设 D 不在任何一个不平衡三角形中，因为 AB 是-边，所以 AD 和 BD 上的符号不同，同理 AD 和 CD、BD 和 CD 上的符号也不同，矛盾。因此，D 必在某个不平衡三角形中。

b）不能。

假设 D 不在任何一个不平衡三角形中。因为 AB、AC 是+边，所以 AD 和 BD、AD 和 CD 的符号相同，但是 BC 是-边，这又使得 BD 和 CD 符号不同，矛盾。因此，D 必在某个不平衡三角形中。

c）不能。

对于一个不平衡图，它的所有子图中一定包含一个不平衡三角形，而这个三角形一定和 a）和 b）所讨论的三角形之一同构，不妨设这个三角形包含 A、B、C 三个节点。添加节点 X 之后，根据 a）和 b）的讨论，XAB、XAC、XBC 中至少有一个不平衡三角形。所以只要原来的图是不平衡的，添加节点 X 之后，X 一定在某个不平衡三角形中。

5.4

设想你和人类学家一起研究热带雨林中一个人烟稀少的区域，其中 50 个农民生活在一条长 50 英里的河流沿岸。每个农民居住并占有沿岸 1 英里长的土地，因此他们完全瓜分了 50 英里长的河岸（这里选择简单的数字，目的是使问题容易描述）。假设农民们都互相认识，但关系有好有坏。和他们交谈后，你发现每个农民与住在 20 英里以内的农民都是朋友，与居住在 20 英里以外的农民都是敌人。试构建一个标注的完全图，对应这种社会关系，并分析它是否具有结构平衡的性质，适当解释你的答案。

参考答案：

这样一个图有 50 个节点，考虑它们按照沿着河岸的顺序编号，1，2，3，…，50，由题意可知节点 1 与 2，3，… ，21 为朋友，与 22，23，…，50 为敌人；而节点 2 除了与节点 1 为朋友外，还与 3，4，… ，22 为朋友，但与 23，24，…，50 为敌人；等等。**这样一个社会网络结构是不平衡的**。因为按照结构平衡定理，如果这个社会网络是平衡的，则 50 个农民就可以分成两组，组内都是朋友关系，组间都是敌人关系。或者，不存在三个节点，它们之间是（+,+,-）或者（-,-,-）关系。由前述，不难看到，节点 1，2，22 之间就是（+,+,-）关系。因此该社会网络不可能平衡。

第 6 章

6.11

在本章中，我们讨论了占优策略，并指出若一参与人有占优策略，我们则预期他会采取这个策略。与占优策略相对的是非优策略。称一个策略是非优的可以有多种不同的含义。在这个练习中，我们关注严格占优与非优的概念，如下定义严格非优策略：

一个策略 S^*_i 是严格非优的，若参与人 i 有另外一个策略 S'_i，其回报严格大于 S^*_i 的回报（无论其他参与人采取什么策略）。

我们预期参与人不会使用一个严格非优策略，这个认识可以帮助我们发现纳什均衡。下面是这种想法的一个例子。在如图 6.40 所示收益矩阵对应的博弈中，M 是一个严格非优策略（被策略 R 严格占优），因此参与人 B 将不会采用 M。

参与人 B

参与人 A		*L*	*M*	*R*
	U	2，4	2，1	3，2
	D	1，2	3，3	2，4

图 6. 1 用于练习 6.11 的双人博弈

因此，在分析这个博弈的时候我们可以删除策略 M，简化后的博弈如下：

参与人 B

L	*R*
2，4	3，2

参与人 A	*U*	1，2	2，4
	D		

图 6. 2 用于练习 6.11 的双人博弈，但去掉了其中的 M 策略

此时，参与人 A 有一个占优策略（U），容易看到这个 2x2 博弈的纳什均衡是（U，L）。你可以检验（U，L）也是初始博弈的纳什均衡。当然，利用这种方法要求我们知道严格非优策略不会用在纳什均衡中[1]。

考虑任何至少有一个（纯策略）纳什均衡的双人博弈。解释为什么用于均衡的策略不会是严格非优策略。

参考答案

假设参与人 A 有一个被占优策略 Si*，而且此策略被策略 Si’占优。再假设这个博弈中的一个纯策略纳什均衡是策略组(X,Y)，于是 X 是 Y 的最佳应对，同时 Y 是 X 的最佳应对。那么如果 X= Si*，则 X 显然不是 Y 的最佳应对（策略 Si*被策略 Si’占优），矛盾。所以纳什均衡中不可能出现被占优策略。

6.13

我们接着考虑三人博弈。分别命名三个参与人为 1，2 和 3。为了定义这个博弈，我们需要对每个参与人的可用策略进行分组。当每个参与人都选择一个策略时，这就会有一个三重策略（a triple of strategies）。我们需要对每个参与人从任意选择的三重策略中进行分类。假设参与人 1 的策略组是（U，D），参与人 2 的策略组是（L，R），参与人 3 的策略组是（l，r）。

一种分类收益的方法是写下每个可能的三重策略的收益。另一个不同但是等效的方法是解释三重策略。这使收益分类变简单。想象一与二人博弈不同的是，假设下参与人 3 选择，则参与人 1 和 2 也会选择策略。假设参与人 3 选择策略 l，则它的收益矩阵如下：

有关策略 l 的收益矩阵：

		参与人 B	
		L	*R*
参与人 A	*U*	4，4，4	0，0，1
	D	0，2，1	2，1，0

[1] 这实际上也适用于任何数量的博弈参与人。另一个可能的问题是，在多次删除严格非优策略（任意顺序）以及分析简化的博弈后，我们是否仍会找到初始博弈的纳什均衡。回答是肯定的，在本章深度学习材料部分（6.10 节）有讨论。

图 6. 3 用于练习 6.13 的，玩家 A 和 B 在 C 选择 L 的条件下的博弈

此处，单元格的第一个数值表示参与人 1 的收益，第二个数值表示参与人 2 的收益，第三个数值表示参与人 3 的收益。

假设参与人 3 选择策略 r，则收益矩阵是

有关策略 r 的收益矩阵：

		参与人 B	
		L	*R*
参与人 A	*U*	2，0，0	1，1，1
	D	1，1，1	2，2，2

图 6. 4 用于练习 6.13 的，玩家 A 和 B 在 C 选择 R 的条件下的博弈

例如，假设参与人 1 选择策略 U，参与人 2 选择策略 R 及参与人 3 选择策略 r，则三方的收益都是 1。

（a）首先，假设参与人都是同时行为的。即，参与人 1 和 2 没有在博弈过程中，没有观察参与人 3 的行为选择，直到博弈结束。试着找出该博弈的所有（纯策略）纳什均衡。

（b）现在，假设参与人 3 先决定行为策略，参与人 1 和 2 在观察参与人 3 的行为后，才决定怎样选择行为。即，假设参与人 3 选择策略 r，则参与人 1 和 2 通过有关策略 r 的收益经济，在确定的博弈中选择行为策略。这里，参与人 1 和 2 都知道他们也都正在进行博弈。类似的，假设参与人 3 选择策略 l，则参与人 1 和 2 通过有关 l 的收益矩阵，在确定的博弈中选择行为，而且，他们也知道各自都在同时进行着博弈选择。

假设参与人 1 和 2 通过有关策略 r 的收益矩阵，在确定的博弈中进行博弈。他们会选择博弈中的一个（纯策略）纳什均衡。类似的，假设参与人 1 和 2 通过有关策略 l 的收益矩阵在确定的博弈中进行行为选择。则他们也会选择博弈中的一个（纯策略）纳什均衡。最终，假设参与人 3 也知道参与人 1 和 2 在博弈中是怎样行为的。

你预期参与人将会有什么行为选择呢？为什么？你预期何种三重博弈会被选择呢？在三人博弈中，同时进行的博弈选择，你认为所有的可行性策略中会出现纳什均衡吗？

参考答案

（a）当参与人 3 选择策略 *l* 时，仅仅对于参与人 1 和参与人 2 来说，策略（U，L）是唯一的一个纳什均衡。在策略（U，L，r）中参与人 3 的受益是 0，是小于 4 的，所以参与人 3 没有动机改变，所以（U，L，r）是一个纳什均衡。

（b）作为参与人 3 先选择的话，它一定希望从两张受益表中选择是自己收益最大的那个选择，而且保证他选择完某个策略后，其他两个参与人都能心甘情愿地选择他心目中的选择。即三人纳什均衡是有可能出现的。比如我们知道在策略组（U，L，r）中参与人 3 的受益是小于 4 的，那么（U，L，l）是一个纳什均衡。若参与人 3 发现对于自己的所有选择里，4 是最大的收益，那么他会选择策略 l，因为当他选择 l 之后，他清楚地知道对于剩下的两个参与人，存在唯一的纳什均衡，而且是社会最优，那么自己将会获得最大收益，实现共赢。在本体中，也存在另一个纳什均衡（D，R，r），但是参与人的收益是 2，小于 4，那么他将会选择 l，并且能保证另外两个参与人也选择这个均衡，使他获得最终 4 的收益。

第 7 章

7.1

图 7. 1 的收益矩阵中，每行对应着参与人 A 的策略，每列对应着参与人 B 的策略。每个空格的第一个数字是参与人 A 的收益，第二个数是参与人 B 的收益。

		参与人 B	
		X	*Y*
参与人 A	*X*	2，2	0，0
	Y	0，0	1，1

图 7. 2 练习 7.1 中的双人博弈

（a）找出所有纯策略的纳什均衡。

（b）找出所有进化稳定策略。并简要加以解释。

（c）简要解释（a）和（b）的答案之间的相关性。

参考答案

（a） 纯策略的纳什均衡为$(X;X)$与$(Y;Y)$。

（b） X，Y 均是进化稳定策略。根据进化稳定策略的条件：在双人双策略的对称博弈中，若(1) $a>c$ 或(2) $a=c$ 且 $b>d$，则 S 是进化稳定的。由于 2>0，所以 X 为进化稳定 策略。同理：1>0，所以 Y 为进化稳定策略。

（c） （a）与（b）的答案印证了进化稳定和纳什均衡之间的关系，即：若策略 X（或 Y）是进化稳定的，则$(X;X)$（或$(Y;Y)$）是纳什均衡。

7.2

图 7. 3 的收益矩阵中，每行对应着参与人 A 的策略，每列对应着参与人 B 的策略。每个空格的第一个数字是参与人 A 的收益，第二个数是参与人 B 的收益。

参与人 B

参与人 A		*X*	*Y*
	X	4，4	3，5
	Y	5，3	5，5

图 7. 4 练习 7.2 中的双人博弈

（a）找出所有纯策略的纳什均衡。

（b）找出所有进化稳定策略，并简要加以解释。

（c）简要解释（a）和（b）的答案之间的关系。

参考答案

（a） 纯策略的纳什均衡为$(Y;Y)$，由于 5>3，故$(Y;Y)$又是严格纳什均衡。

（b） 根据双人双策略对称博弈中进化稳定条件，由于 4<5，故 X 不是进化稳定的。同理，将收益矩阵改写（交换 X 和 Y 的位置），可见，由于 5>3，故 Y 是进化稳定的。

（c） （a）与（b）的答案反映了严格纳什均衡和进化稳定的关系：若策略 Y 是进化稳定，则$(Y;Y)$是纳什均衡：$(b)\rightarrow(a)$； 若$(Y;Y)$是严格纳什均衡，则 Y 是进化稳定的：$(a)\rightarrow(b)$。

7.3

在这个问题中，我们考虑在具有一个严格占优策略的博弈中，纳什均衡和进化稳定策略之间的关系。首先，我们定义严格占优的含义。在一个双人博弈中，假如 X 策略是参与人 i 的一个严格占优策略，则无论参与人 j 使用什么策略，参与人 i 使用策略 X 的收益都大于其使用任意其他策略的收益。考虑下面的博弈，其中 a， b， c 及 d 都是非负值。

参与人 B

		X	*Y*
参与人 A	*X*	*a*，*a*	*b*，*c*
	Y	*c*，*b*	*d*，*d*

图 7. 5 练习 7.3 中的双人博弈

设每个参与人都以策略 X 为严格占优策略，即 a>c 且 b>d。

（a） 找出该博弈中的所有纯策略纳什均衡。

（b） 找出该博弈中的所有进化稳定策略。

（c） 若收益条件改为：a>c 和 b=d，则（a）及（b）部分的答案将会怎样改变？

参考答案

（a）纯策略的纳什均衡只有（X，X）。首先从第一列的参与人 A 的收益来说，X 的收益是最大的，相应在看（X，X）里的 B 的收益与参与人 B 的其他策略比较是最大的，所以第一列的纳什均衡是（X，X）；以此方法类推，可以找到第二列里没有满足纳什均衡的，因为这个选择对于双方来说，在对方选择这个策略的情况下，自己选择给自己带来的都不是最大收益的策略。

（b）进化稳定策略只有（X，X）。因为根据进化稳定策略的充要条件我们可以判断是有且仅有（X，X）是进化稳定的。

（c）修改完条件后，纳什均衡有（X，X）和（Y，Y），但是进化稳定策略仍然只有（X，X）。

7.4

考虑下面的双人对称博弈，其中 x 可能是 0、1 或 2。

参与人 B

X　　*Y*

参与人 A	*X*	1，1	2，*x*
	Y	*x*，2	3，3

图 7. 6 练习 7.4（a）中的双玩家博弈

（a）对于 x 的每一种可能取值，找出所有（纯策略）纳什均衡及所有进化稳定策略。

（b）你对（a）的答案应该说明了，当纳什均衡用到了一个弱非优策略时，则进化稳定性与纳什均衡的预测会出现差别。这里，我们称策略 S^*_i 为弱非优策略，若参与人 i 另有一个策略 S'_i，具有如下性质：

（c）无论其他参与人的策略如何，参与人 i 采用策略 S'_i 的收益至少和采用 S*i 的收益一样大。

（d）至少存在其他参与人的一个策略，参与人 i 从策略 S'_i 中获得的收益严格大于从策略 S^*_i 获得的收益。

现在，考虑如下断言，它在进化稳定策略和弱非优策略之间建立起了一种联系。

断言：若在下面的博弈中（X，X）是一纳什均衡，且 X 是一个弱非优策略，则 X 不是一个进化稳定策略。

		参与人 B	
		X	*Y*
参与人 A	*X*	*a*，*a*	*b*，*c*
	Y	*c*，*b*	*d*，*d*

图 7. 7 练习 7.4（b）中的双玩家博弈

解释该断言的正确性。（可以不必写出一个形式化的证明，详细解释就可以了。）

参考答案

a）x=0 时，（X,X）（Y,Y）是纳什均衡；X，Y 都是进化稳定策略

x=1 时，（X,X）（Y,Y）是纳什均衡；Y 是进化稳定策略

x=2 时，（Y,Y）是纳什均衡；Y 是进化稳定策略

b）假设 X 是一个进化稳定策略，那么 a>c 或者 a=c 且 b>d。

如果 a>c，则当参与人 B 采用策略 X 时，参与人 A 采用策略 X 的收益始终大于采用策略 Y 的收益，这与策略 X 是弱被占优策略矛盾；

如果 a=c 且 b>d，则不论参与人 B 采用何种策略，参与人 A 采用策略 Y 获得的收益都不可能严格大于采用策略 X 获得的收益，这同样与策略 X 是弱被占优策略矛盾。

综上所述，这个断言是正确的。

第 10 章

10.3

设有三个卖家 a，b 和 c，三个买家 x， y 和 z。每个卖家各有一幢房子要卖掉，买家的估值如下。

买家	a 的房子的价值	b 的房子的价值	c 的房子的价值
X	2	4	6
Y	3	5	1
Z	4	7	5

假设 a 和 c 给出的价格都是 1，b 给出的是 3。这是一组市场清仓价格吗？给出简短说明。

参考答案：

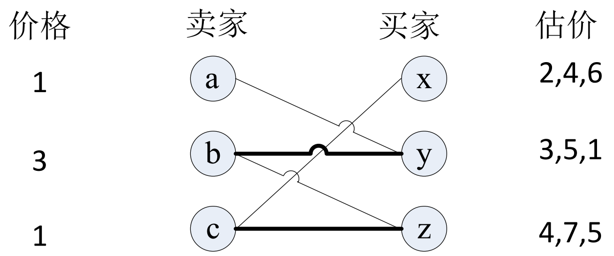

图 10. 1 练习 10.3 解答图

这是一组市场清仓价格，因为（a-y,b-z,c-x）构成一个完美匹配，即偏好卖家图（图 10. 3）存在完美匹配，故它是一组市场清仓价格。（1，3，1）是一组清仓价格，对应买家得回报（5，2，4）。

10.5

设有三个卖家 a，b 和 c，三个买家 x， y 和 z。每个卖家各有一幢房子要卖掉，买家的估值如下

买家	a 的房子的价值	b 的房子的价值	c 的房子的价值
X	7	7	4
Y	7	6	3
Z	5	4	3

设 a 要价 4，b 要价 3，c 要价 1。这是一组清仓价格吗？用第 10 章的有关概念给出解释。

参考答案：

这是一组市场清仓价格。按照题目的条件，可得偏好卖家图如图 10. 5。其中明显存在一个完美匹配，因此（4，3，1）是一组清仓价格，对应买家得回报（4，3，2）。

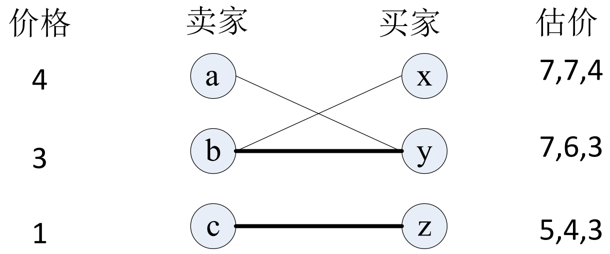

图 10. 2 练习 10.5 解答图

第 11 章

11.3

考虑一个有中介的交易网络，其中有两卖家 S1 和 S2，三个买家 B1，B2 和 B3，两个经纪人（中介）T1 和 T2。每个卖家可以和任何一个经纪人做生意。买家 B1 只能和经纪人 T1 交易。B2 可以和任何一个经纪人交易。B3 只能和经纪人 T2 交易。每个卖家有一份商品，估值为 0；买家 B1 的估值为 1，B2 的估值为 2，B3 的估值为 3。

（a）画出这个交易网络，经纪人是方块，买家和卖家是圆圈，边表示所允许的交易关系。将节点分别标注为 S1， S2， B1， B2， B3， T1， T2。

（b）设价格与商品流如下

- T1 对每个卖家给出价 1，对 B1 给要价 1，对 B2 给要价 2。
- T2 对每个卖家给出价 1，对 B2 给要价 2，对 B3 给要价 3。
- 一件商品从 S1 经 T1 流到 B2，一件商品从 S2 经 T2 流到 B3。

（如果有用的话，你可以将这些价格和商品流标在前面画的图上。）这些价格与商品流构成一个纳什均衡吗？如果答案肯定，给出简要解释。若不是，则描述一种经纪人可通过改变其价格增加利润的方式。

参考答案：

（a）

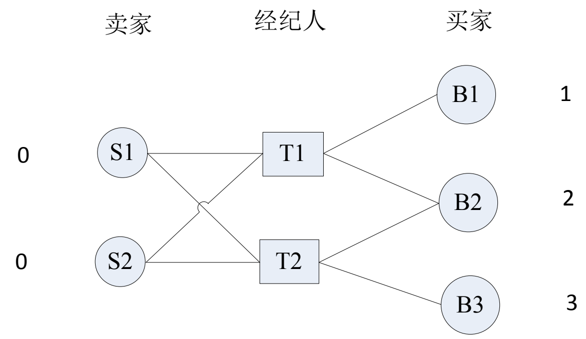

图 11. 1 练习 11.3 解答图 1

（b）

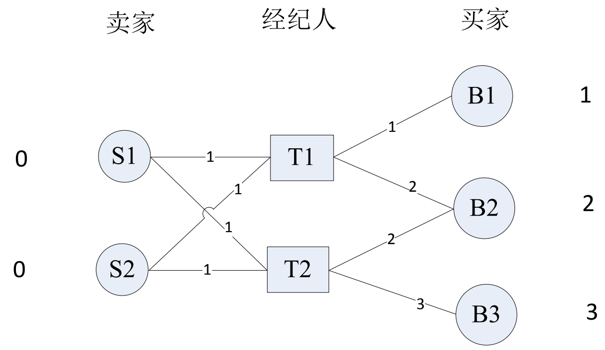

图 11. 2 练习 11.3 解答图 2

不是纳什均衡。T2 可以稍稍提高对 S1 的出价，降低对 B2 的要价，从而赢得两笔生意，获得更多利润。

11.4

考虑一个有中介的交易网络，其中有一个卖家，一个买家和两个经纪人（中介）。买家和卖家可以和任意经纪人交易。卖家有一件商品，估值为 0；买家给的估值为 1。

画出这个交易网络，经纪人是方块，买家和卖家是圆圈，边表示所允许的交易关系。描述可能的纳什均衡结果，给出解释。

参考答案：

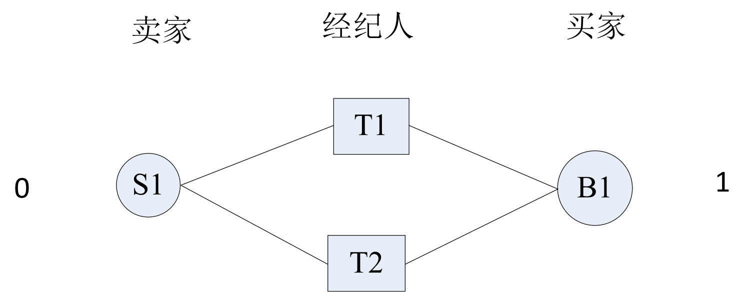

图 11. 3 练习 11.4 解答图

两个经纪人之一以 1 的价格从卖方取得交易的机会，并以 1 的价格卖给买方。因为只要某个经纪人的出价小于 1，另一个经纪人就可以略大于他而小于 1 的价格将交易从对方手中抢夺过来。

第 12 章

12.5

设按照如图 12. 8 所示的网络进行一个网络交换试验，采用 1-交换规则，每条边上放$10。

（a）实验执行了一段时间后，实验人员改变网络：引入两个新节点 e 和 f，并让两个新人加入。节点 e 连到 b，节点 f 连到 c。

新的一轮实验在这 6 节点网络上进行。对比最初 4 节点的情况，解释你对参加者相对权力变化的认识，不需要给出节点得到的实际钱数。

（b）实验人员决定再次改变网络，节点不变，但增加一条 e-f 边（其他的边也不变）。

新的一轮实验在这改变后的 6 节点网络上进行。对比（a）的情况，解释你对参加者相对权力变化的认识，不需要给出节点得到的实际钱数。

图 12. 1 练习 12.5 中作为网络交换理论实验出发点的 4-节点图

参考答案：

（a）b、c 的权力将变大，a、d 的权力将变小。因为对于 b、c 而言，分别可与 e、f 交换，从而造成 a、d 被抛弃的可能性更大。

（b）b、c 的权力将变小，a、d、e、f 的权力将变大。因为加入 e-f 边后，e、f 将不再分别只能与 b、c 交换：e、f 之间可以进行交换。

12.6

（a） 设运行两组网络交换理论实验，采用 1-交换规则，分别在如图 12. 9 所示的 3-节点路径和 4-节点路径上进行。在哪组实验中 b 会挣到较多的钱？简要解释，不需给出实际钱数。

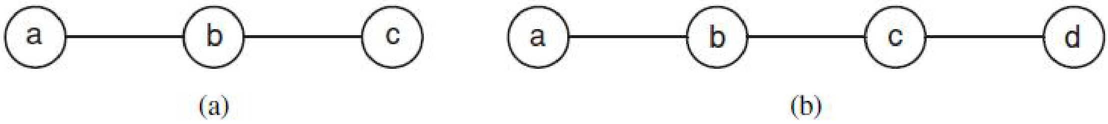

图 12. 2 （a）3-节点路径图，（b）4-节点路径图

（b） 设按照如图 12. 10 所示的网络进行一个网络交换试验，采用 1-交换规则。你预期哪个（或哪些）节点挣的钱会最多（即的到最好的交换结果）。进一步地，你认为图 12.16 中最有权力节点的优势更加类似于本题（a）中 3-节点路径中的 b，还是 4-节点路径中的 b？简要解释你的答案，不需给出节点得到的实际钱数。

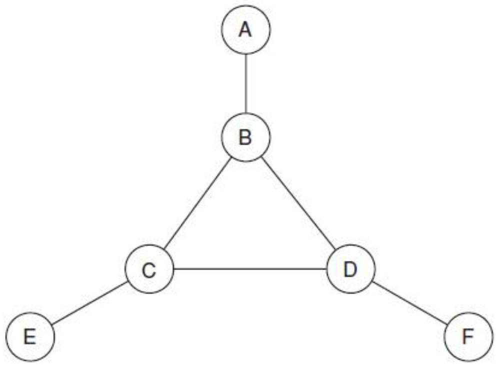

图 12. 3 用于练习 12.6 中（b）部分网络交换实验图

参考答案：

（a）

（a）中的 b 挣得较多。因为在（a）图中，b 处于一个中心位置，可以与 a 和 c 都进行交易，有两个选择。而在（b）图中，由于对称性，b 与 c 的权力是对等的，c 可以选择与 d 进行交易而不与 b 进行交易，这就使得 b 的权力相对减小了。

（b）

B、C、D 三点赚得会较多。首先由于对称性可知三者处于相等的地位上，权力相当。另外，剩下的三个节点分别只有一个可以交易的对象，而 B、C、D 三点则除了可以与剩下的节点进行交易外，还有可能在 B、C、D 之间构成交易，所以最终三者的权力大于其他节点且处于平等的地位，三个节点赚的最多。

类似与 4-节点路径。

第 13 章

13.1

图 13. 1 由 18 个网页链接构成一个有向图。图中哪些节点集合构成最大的强连通分量（SCC）？将这个 SCC 看成是超大 SCC，哪些节点属于 13.4 节中定义的链入部分（IN）和链出部分（OUT）？哪些节点属于卷须（Tendril）部分？

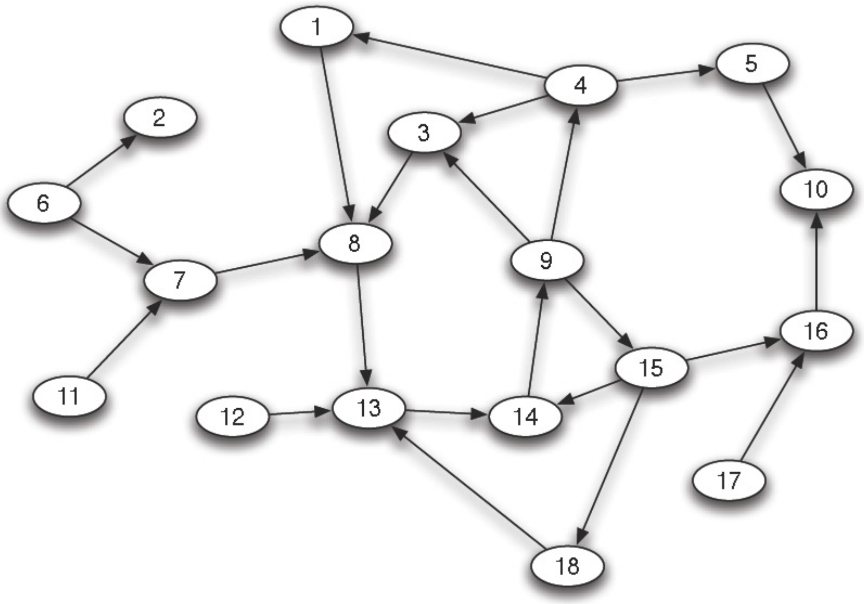

图 13. 1 一组网页组成的有向图

参考答案：

题图如图 13. 2。由题意，以 1 为起始节点，做正反向的先宽搜索，如图 13. 3。

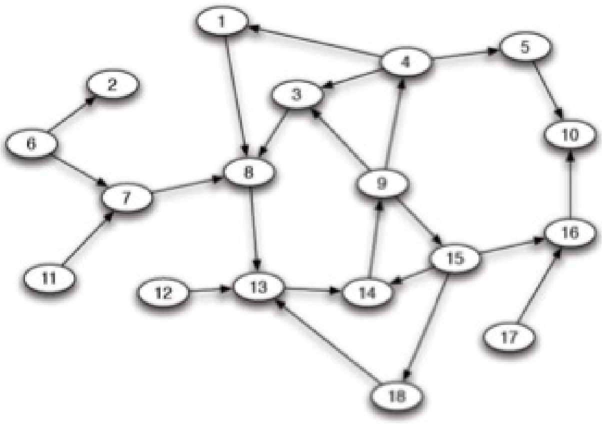

图 13. 2 练习 13.1 解答图 1

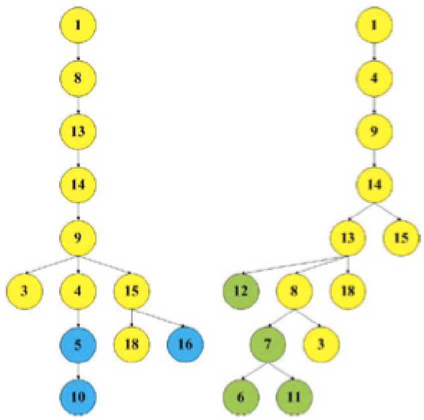

图 13. 3 练习 13.1 解答图 2

交集{1,3,4,8,9,13,14,15,18}构成最大连通分量；{6,7,11,12}为链入部分；{5,10,16}为链出部分；剩下的{2,17}为卷须部分。

13.3

练习题 2 讨论了如何通过添加或移除有向图的边来改变领结结构的各组成部分。进一步讨论这种变化的幅度也非常有意思。

（a）试描述一个实例，删除图中的一条边，可以使最大强连通分量减少至少 1000 个节点。（不必将整个图形画出来，可以通过语言描述，需要时画出必要的部分。）

（b）试描述一个实例，图中增加一条边，可以使链出部分（OUT）减少至少 1000 个节点。（同样，解释并说明实际的变化，不必画出整幅图。）

参考答案：

（a）有很多类似的实例：

1）一个由两个非交强连通分量 A 和 B 构成的强连通分量，A 和 B 都包含至少 1000 个点，A 和 B 之间通过 A 的某个点 a 和 B 的某个点 b 双向相连，故删除 a 到 b 的边或 b 到 a 的边即可。

2）强连通分量中有一个包含至少 1000 个点的环，且环中存在出入度均为 1 的两个相邻的点 a 和 b，故删除 a 和 b 的边即可。

（b）有很多类似的实例：

1）两个非交的强连通分量 A 和 B，A 和 B 都包含至少 1000 个点，A 的某个点 a 和 B 的某个点 b 单向相连，故增加 a 和 b 之间另一方向的边即可。

2）将链出部分中的某个点与最大强连通分量中的某个点相连，形成至少1000个点的环即可

第 14 章

14.2

（a）利用图 14. 3，计算网络中网页经过两次循环后的中枢值和权威值。（即，运行 k-步中枢权威算法，选则步骤数 k 为 2。）给出最后归一化处理前后的值，即将每个权威分值除以所有权威值之和，将每个中枢分值除以所有中枢分值之和。（我们称这种经过分压操作得到的值为归一化值。可以直接保留分数形式的归一化分值。）

（b）由于图 14. 3 中节点 A 和 B 是对称的，因此（a）的计算结果应该是 A 和 B 有相同的权威值。现在改变节点 E，使其同时也链接到 C，构成如图 14. 4 所示的网络。类似于（a），对于图 14. 4 的网络，计算每个节点运行 2 次中枢权威更新规则而得到的归一化中枢和权威分值。

（c）在（b）中，节点 A 和 B 哪个具有较高的权威值。简单地从直观的角度来解释由（b）计算而得到的 A 和 B 权威值不同的原因。

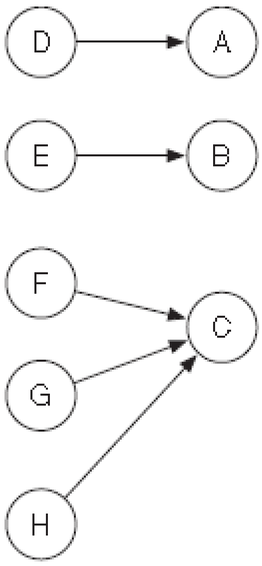

图 14. 1 网页构成一个网络

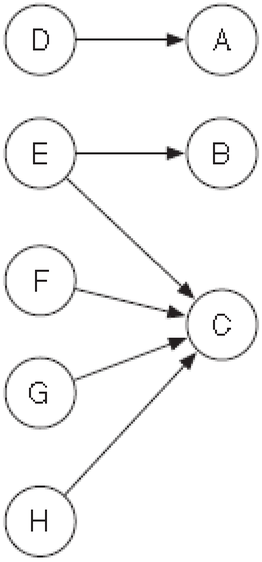

图 14. 2 网页构成一个网络

参考答案：

（a）

中枢值	D	E	F	G	H
初始	1	1	1	1	1
第一次	1	1	3	3	3
第二次	1	1	9	9	9
归一化	1/29	1/29	9/29	9/29	9/29

权威值	A	B	C
第一次	1	1	3
第二次	1	1	9
归一化	1/11	1/11	9/11

（b）

中枢值	D	E	F	G	H
初始	1	1	1	1	1
第一次	1	5	4	4	4
第二次	1	22	17	17	17
归一化	1/74	22/74	17/74	17/74	17/74

权威值	A	B	C
第一次	1	1	4
第二次	1	5	17
归一化	1/23	5/23	17/23

（c）节点 B 具有较高的权威值，因为 E 指向了一个权威较高的节点 C，导致其中枢值比 D 高，进而导致了节点 B 的权威值比节点 A 的权威值高。

14.4

考量基本网页排名更新规则的极限值（即没有引入比例因子 s）。在第 14 章，这些极限值描述为“一种基于直接推荐的平衡状态：当每个节点将其网页排名均匀分割并传递给向外链接指向的节点，这些值保持不变。

这种描述提供了一个方法，可以检测网络中的网页排名值分配是否达到一个平衡状态：所有数值总和为 1，并且再次运行基本网页排名更新规则时，保持不变。例如，第 14 章图 14.6 所示：如果指定 A 的网页排名为$\frac{4}{13}$，B 和 C 为$\frac{2}{13}$，其他 5 个节点均为$\frac{1}{13}$，这些数字加起来总和为 1，并且再次运行基本网页排名更新规则，都保持不变。因此，它们形成一个网页排名值平衡状态。

对于下面的两个网络，检查图中给出的数值是否达到网页排名值的平衡状态。（如果没有形成这种平衡状态，你不需要找出达到平衡的值；只需要简单地解释为什么所列出的值没有达到平衡。）

参考答案：

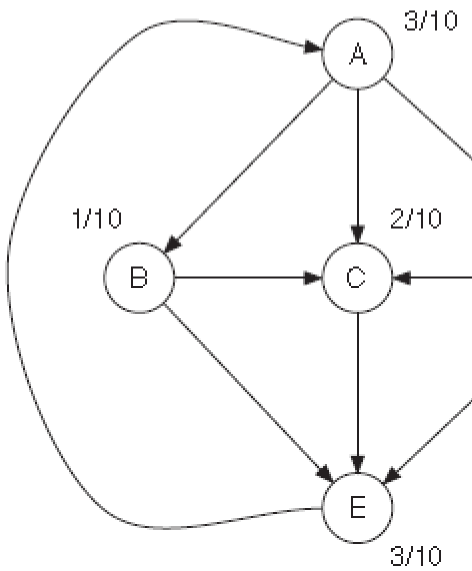

图 14. 3 网页构成一个网络

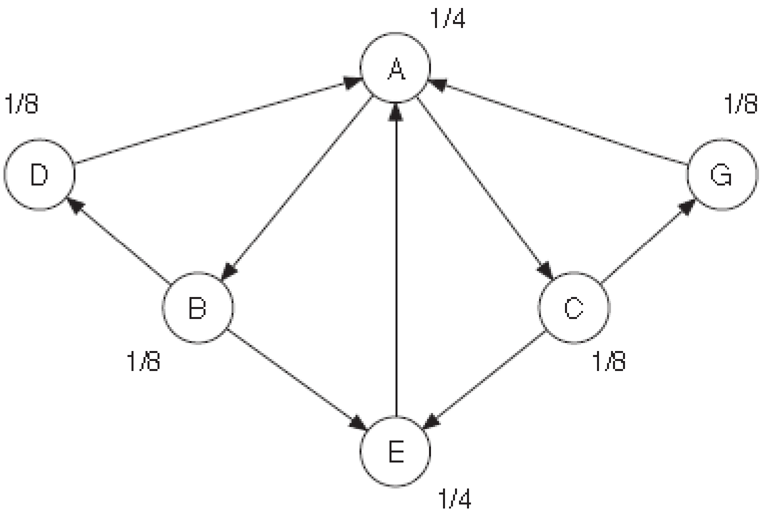

图 14. 4 网页构成一个网络

（a）如图 14. 10 所示的网络，每个节点（网页）得到网页排名值如图中所标，是否达到平衡状态？对你的结论进行解释。

（b）如图 14. 11 所示的网络，每个节点（网页）得到网页排名值如图中所标，是否达到平衡状态？对你的结论进行解释。

参考答案：

（a）该网络达到平衡状态。解释：所有节点的网页排名值之和为 1，再次运行基本网页排名更新规则时，保持不变。

	A	B	C	D	E
开始	3/10	1/10	2/10	1/10	3/10
运行后	3/10	1/10	2/10	1/10	3/10

（b）该网络没有达到平衡状态。解释：所有节点的网页排名值之和为 1，再次运行基本网页排名更新规则时，值发生变化。原因：A 被指向、链接的次数显然比 E 高，但在该网络中 A、E 的网页排名值是一样的。

	A	B	C	D	E	G
开始	1/4	1/8	1/8	1/8	1/4	1/8
运行后	1/2	1/8	1/8	1/16	1/8	1/16

第 16 章

16.2

考虑 16 章讨论的信息级联模型的一种变体形式。假设每个个体顺序决定是采用或者拒绝一项新技术。假设每个接受新技术的人，通过使用该项技术，会得到正或负的回报。不同于 16 章的模型，这些回报是随机的，并且平均来看，如果技术好，回报就是正数，否则，回报是负数。任何决定拒绝这项新技术的人得到的回报为 0。在 16 章讨论的模型中，每个个体得到一个关于该技术的私有信号，以及观察到之前所有人的选择。然而，这里采用不同的模式，每个个体将被告知前面所有人得到的回报。（一种解释是一个官方机构免费向公众提供所收集的关于个体使用该技术的信息）。

（a）假设这项新技术其实并不好。那么这些回报信息（前面每个采用该技术的人收到的回报）对采用这个新技术的信息级联，其形成和维持产生怎样的影响？

（b）假设这项新技术实际上很好。拒绝该项技术的信息级联可能发生吗？简要解释。

参考答案：

（a）由于该技术并不好，按题意，平均回报将是负数。这样在初始几个人采用新技术可能获得正的回报并形成了信息级联，但是随着回报信息的增加，回报平均值将趋于负数，这样就破坏了信息级联，这时后面的人将拒绝新技术。

（b）可能发生。因为由于回报是随机的，并不保证技术好就一定是回报为正。那么一旦（初始少量回报信息时）出现了回报的平均值为负，则可能产生拒绝该技术的信息级联，而拒绝的回报是 0，不会将已经是负的回报均值变为正，因而回报信息的平均值始终为负数而维持信息级联。

16.5

考虑一个信息级联模型，假设状态是好的（G）概率 $p=\frac{1}{2}$，如果给定状态 G，得到一个高信号的概率 $q=\frac{2}{3}$。（同样，如果给定状态 B，得到一个低信号的概率 $q=\frac{2}{3}$）。注意每个人都会得到一个信号，并观察到之前所有人的选择行为（而不是他们的私有信号），每个人可以选择接受（A）或拒绝（R）。

假设你是第 10 个做选择的人，观察到前面所有人的选择都是 R，就是说这是一个拒绝-级联。

（a）这是一个错误级联的概率是多少？（即状态为 G，产生拒绝-级联的概率。）

（b）现在假设你在没有得到信号之前，决定询问 9 号所观察到的信号，假设 9 号观察到一个高信号，并告诉了你这个结果，你也知道他说的是真话。之后，你会收到自己的信号。此时你应该做什么决定？A 还是 R，这个决定是否取决于你得到的是什么信号？

（c）现在考虑第 11 个人。11 号个体能观察到自己的信号和前面所有人的选择（1 到 10）。11 号知道你（10 号）能同时看到你自己和 9 号的信号。11 号并不能观察到这些信号；他所知道的是前面所有已经做出的决定。前 9 个人选择了 R。11 号在你选择 R 时会怎样选择？在你选择 A 时又会怎样选择？为什么？注意 11 号只能观察到一个信号，因此他的选择取决于他的信号和前面人的选择。

参考答案：

（a）可能是在委员会成员讨论最佳人选时，由于初始发言的几个委员认为 A 合适，引起选择 B 的人开始怀疑自己的判断，因此形成 A 是最佳人选的信息级联，使大家一致支持 A。

（b）为了防止信息级联的不利影响，可以采用黑箱投票的方式。委员之间并不知道其他人关于 A、B 的评价，可以独立给出关于候选人的不同意见。然后综合他们的独立意见。

第 18 章

18.2

我们在 18 章涵盖了幂律分布，我们讨论了一些产生幂律的案例，并提出“流行度”的概念。例如，考虑每天被 k 个人浏览过的新闻文章所占的比例：如果用 f(k)表示这个 k 的函数，那么 f(k)近似地服从幂律分布，形式为 $f(k) \approx k^{-c}$，其中指数 c 为常数。

针对以下问题，我们来更详细地分析这个例子。采用什么机制能够使向公众提供新闻这个过程加强幂律效应的影响，使得被广泛浏览的文章更加广泛地被浏览？采用什么机制会减弱幂律效应，使得读者能均匀地在有较多浏览者以及较少浏览者的文章中分布？对你的答案给出解释。

这是一个正在研究的开放问题，正确答案可能非常宽泛；同样，可以非正式地阐述你的观点，提供清晰而必要的解释。

参考答案：

为了加强幂律效应，可以提供文章的流行度，会加强幂律效应。为了减弱幂律效应，显然要避免让公众获得现有的流行度排行的信息。比如可以 随机乱序地提供文章，或者人为进行某些并不流行文章的推广（如版主置顶、加星），从而增加流行度的均匀性。

18.3

假设一些研究人员正在进行教育体制方面的研究，决定收集一些数据来解决以下问题。

（a）作为 k 的函数，康奈尔大学所有课程中，有 k 个学生注册的课程所占比例是多少？

（b）作为 k 的函数，纽约州所有小学三年级的教室有 k 个学生的占总教室比例是多少？

你觉得上述哪一项作为 k 的函数更接近幂律分布？简单给出你的答案，利用本章所讨论幂律分布的一些思想做出简要解释。

参考答案：

（a）更接近幂律分布，因为人们更愿意去注册选课人多的课程，所以各个学生的决策并不独立。而（b）中，小学生进入那个班级应当是随机的，所以班级人数会比较平均，不会出现富集。

第 19 章

19.3

考虑第 19 章讨论的新行为在社会网络中扩散的模型。我们需要设置一个网络环境，每个节点以行为 B 开始，一个节点转到新行为 A 的门槛值为 q，也就是说，任何节点如果至少有比例为 q 的邻居采用了 A，它将转到 A。

考虑下图所示的网络，假设每个节点的开始行为是 B，每个节点转到行为 A 的门槛值 q=$\frac{2}{5}$。设 e 和 f 构成两节点的集合 S，作为行为 A 的初用节点。

（a）如果其他节点按照门槛规则选择行为，最终哪些节点将转到行为 A？

（b）在图中 S 以外查找密度大于 1 –q= $\frac{3}{5}$ 的聚簇，它阻止行为 A 蔓延到所有节点，设 A 以 S 开始，门槛值为 q。

（c）假如可以添加一个节点到初用集合 S 中，S 当前包含节点 e 和 f。是否可以找到这样的节点，使得这个三节点的初用节点集当门槛值 q=2/5 时，产生一个级联？

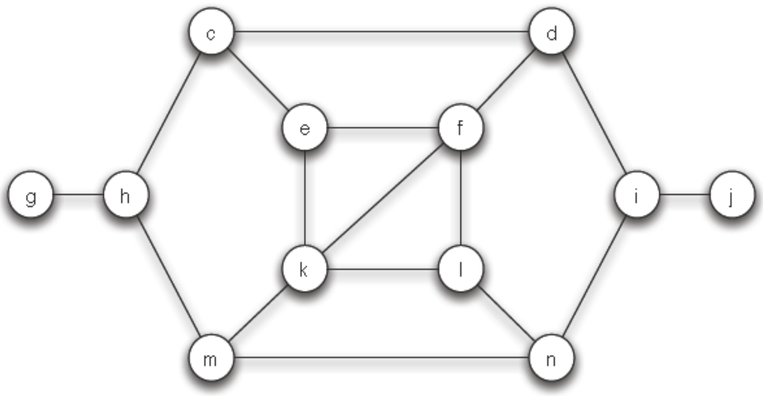

图 19. 1 一个新行为在一个社会网络中传播

对你的答案提供必要的解释。如果存在这样的节点，给出这个节点的标号，并解释会发生什么情况；否则，解释为什么不存在这种能够最终产生级联的节点。

参考答案：

（a）首先是 k 受到足够的影响，转向 A，然后它和 f 一起对 l 产生了足够的影响，使它也转向 A。之后就没有了。

（b）密度大于 1-q=$\frac{3}{5}$ 的节点聚族：{g,b(h),c,d,i,j,m,n} （c）将 h 或者 i 添加到初用节点集中就可以形成完全级联。以添加 h 为例，此时初用节点集为 {e, f, h}，第一轮，k 和 c 和 g 给转变过来，第二轮就是 l，m 和 d，第三轮是 n，第四轮是 i，最后是 j。

19.5

考虑第 19 章讨论新行为在社会网络中扩散的模型，门槛值 q 来源于一个协调博弈，其中每个节点和它的每个邻居进行博弈。具体地，如果节点 v 和 w 都试图决定是选择行为 A 还是 B，则：

- 如果 v 和 w 都选择行为 A，它们分别得到回报 a>0；
- 如果它们都采用 B，则分别获得回报 b>0；
- 如果他们采取相反的行为，分别获得回报 0。

任何一个节点的总回报取决于该节点与每个邻居进行这种协调博弈获取的回报总和。

现在我们考虑一个更一般化的模型，当与邻居选择不同行为时，得到的回报不为 0，而是一些小的正数 x。具体地，我们以如下规则替换上面的第三点：

- 如果与邻居采取相反的行为，它们分别得到回报 x，其中 x 是一个小于 a 和 b 的正数。

试问：这个具有更一般回报的模型变体中，每个节点的决定是否仍然基于门槛规则？具体来说，是否可以形成一个以变量 a、b、x 形式表达的门槛值 q 的公式，且如果每个节点 v 至少有比例为 q 的邻居采用 A，也会采用行为 A，否则将采用 B？

在你的答案中，可以提供一个以 a、b、x 形式表达的门槛值 q 的公式，或解释为什么在这种更一般的模型中，一个节点的决策不能以这种门槛值的形式表达。

参考答案：

假设共有 d 个邻居节点。

采取 A 的回报为：$qda+(1-q)dx$

采取 B 的回报为：$qdx+(1-q)db$

要使得 A 是更好的选择，则

$$qda+(1-q)dx > qdx+(1-q)db$$

计算得：

$$q > \frac{b-x}{a+b-2x} \text{ 所以取门槛值 } q=\frac{b-x}{a+b-2x}$$

第 20 章

20.1

在基本的“六度分隔”问题中，有人问是否世界上大多数的人通过社会网络中一条最多有六个边的路径彼此连接，其中连接任何两个人的边基于能够直呼其名的关系。

现在，我们考虑这个问题的一个变化形式。假设我们考虑整个世界的人口，并假设每个人到其 10 个最亲密的朋友分别创建一条有向边（除此之外不再与其他好朋友建立连接）。在这个基于“最亲密朋友”的社会网络，是否可能有一条最多六个边的路径连接世界上的每一对人？请解释。

参考答案：

基于“最亲密朋友”的社会网络中，不可能有一条最多 6 个边的路径连接世界上的每一个人。 因为“最亲密朋友”的联系属于强关系，这一网络里边的边全部是强关系，而小世界现象产 生需要依靠远距离的弱关系存在，因此不存在这样的路径。

20.3

假设你正在和一个研究小组研究社会交际网络，特别关注在这类网络中人们之间的距离，探索小世界现象更广泛的影响。

该研究小组目前正在与一个大型移动电话公司协商一项协议，了解他们“谁给谁打电话”的快照。具体而言，根据严格的保密协议，电话公司答应将提供一个图表，其中每个节点代表一个客户，每条边表示固定的一年间一对彼此通话的人。（每条边附加说明呼叫的次数和时间。每个节点并不提供个人的其他信息。）

最近，电话公司提出他们将只提供那些一年中平均每周至少通话一次的边，而不是所有的边。（也就是说，所有节点都包含，但只有那些通话至少 52 次的边。）电话公司知道这并不是完整的网络，但他们坚持提供更少的数据，他们认为这已经是一个很好的逼近完整的网络。

尽管你的研究小组反对，但电话公司依然不愿意改变立场，除非你的团队能确定具体的研究结果，证明这种减少的数据集很可能产生误导。研究小组负责人要求你准备一个简短的论据回应电话公司，确定一些具体方法说明减少的数据集可能会产生误导性的结论。请简述你的论据。

参考答案：

人群中存在着小世界现象，即局部同质性连接上散落着少量随机弱关系。当只提供平均每周至少通话一次的边时，有可能导致少量随机弱关系消失（可以假设弱关系的人之间并不经常联系）。这种减少的数据集事实上剔除了几乎所有的“弱关系”的边，这样整个网络只有“三元闭包”这一类较紧密的关系。在研究中，就极大的增加人与人的距离，产生了较大的误差。

可以通过对得到的数据集建图，来判断是否失真：当弱关系消失时，由此生成的网络会产生误导，因为此时网络中，仅含局部同质性连接。

第 21 章

21.1

假设你正在研究一群人中一种罕见的疾病传播行为，如图 21. 1 所示。这些人的联系方式如图 21.11 所描述，每条边都包含一个时间段，表示联系发生的时间范围。我们假设观察期从 0 到 20。

（a）假设节点 s 在时刻 0 是唯一的患病个体。在时刻 20，哪些节点可能感染上这种疾病？

（b）假设你发现，其实所有节点都在时间点 20 患病。你相当肯定这种疾病不可能有其他来源，所以你怀疑，是否某个时间段的开始或结束时间搞错了。你能否找到一个单一的数，指定某个时间段的开始或结束时间，这样改变后，这种疾病不可能在网络中从节点 s 传染到所有其他节点？

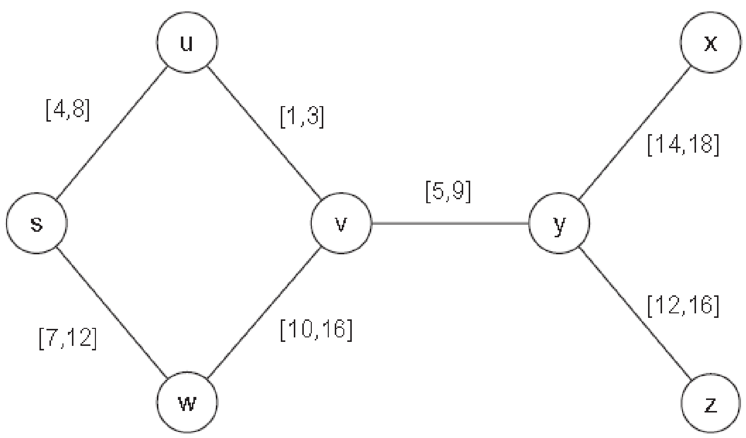

图 21. 1 一组人群中的联系情况，显示的时间间隔表示接触发生的时间段

参考答案：

（a）s、u、v、w

（b）对于现在的图而言，由于 v 无法将疾病传给 y，导致无法令所有人患病。

若想使 v 将疾病传递给 y，有如下几种修改方式：

1）修改 s->u 的区间起点，使其小于 3。此时，疾病由 s->u->v->y，从而继续传递给 x、z。

2）修改 u->v 的区间终点，使其大于 4。此时，疾病由 s->w->v->y，从而继续传递给 x、z。

3）修改 w->v 的区间起点，使其小于 9。此时，疾病由 s->w->v->y，从而继续传递给 x、z。

4）修改 v->y 的区间终点，使其大于 10。此时，疾病由 s->w->v->y，从而继续传递给 x、z。