

第十次作业

第十九章

1. 考虑第 19 章讨论的新行为在社会网络中扩散的模型。我们需要设置一个网络环境，每个节点以行为 B 开始，一个节点转到新行为 A 的阈值为 q ，也就是说，任何节点如果至少有比例为 q 的邻居采用了 A，它将转到 A。考虑下图所示的网络，假设每个节点的开始行为是 B，每个节点转到行为 A 的阈值 $q=2/5$ 。设 e 和 f 构成两节点的集合 S，作为行为 A 的初用节点。
 - (a) 如果其他节点按照阈值规则选择行为，最终哪些节点将转到行为 A？
 - (b) 在图中 S 以外查找密度大于 $1-q=3/5$ 的聚簇，它阻止行为 A 蔓延到所有节点，设 A 以 S 开始，阈值为 q 。
 - (c) 假如可以添加一个节点到初用集合 S 中，S 当前包含节点 e 和 f。是否可以找到这样的节点，使得这个三节点的初用节点集当阈值 $q=2/5$ 时，产生一个级联？

对你的答案提供必要的解释。如果存在这样的节点，给出这个节点的标号，并解释会发生什么情况；否则，解释为什么不存在这种能够最终产生级联的节点。

答案：

- (a) k 受到影响 -> 转向 A -> 和 f 一起对 l 产生了影响 -> 它也转向 A
- (b) {g, b(h), c, d, i, j, m, n}
- (c) 将 h 或 i 添加到初用节点集中就可以形成完全级联

2. 考虑第 19 章讨论新行为在社会网络中扩散的模型，阈值 q 来源于一个协调博弈，其中每个节点和它的每个邻居进行博弈。具体地，如果节点 v 和 w 都试图决定是选择行为 A 还是 B，则：
 - 如果 v 和 w 都选择行为 A，它们分别得到回报 $a>0$ ；
 - 如果它们都采用 B，则分别获得回报 $b>0$ ；
 - 如果他们采取相反的行为，分别获得回报 0。任何一个节点的总回报取决于该节点与每个邻居进行这种协调博弈获取的回报总和。现在我们考虑一个更一般化的模型，当与邻居选择不同行为时，得到的回报不为 0，而是一些小的正数 x 。具体地，我们以如下规则替换上面的第三点：
 - 如果与邻居采取相反的行为，它们分别得到回报 x ，其中 x 是一个小于 a 和 b 的正数。

试问：这个具有更一般回报的模型变体中，每个节点的决定是否仍然基于阈值规则？具体来说，是否可以形成一个以变量 a 、 b 、 x 形式表达的阈值 q 的公式，且如果每个节点 v 至少有比例为 q 的邻居采用 A，也会采用行为 A，否则将采用 B？在你的答案中，可以提供以 a 、 b 、 x 形式表达的阈值 q 的公式，或解释为什么在这种更一般的模型中，一个节点的决策不能以这种阈值的形式表达。

答案：

假设共有 d 个邻居节点。

采取 A 的回报为： $qda + (1-q)dx$

采取 B 的回报为： $qdx + (1-q)db$

要使得 A 是更好的选择，则 $qda + (1-q)dx > qdx + (1-q)db$

计算得： $q > \frac{b-x}{a+b-2x}$ 所以取阈值 $q = \frac{b-x}{a+b-2x}$