关系作业5

习题2.7

1 判断下列I上的二元关系是不是I上的等价关系，并说明理由

（a）

（c）

（e）

（g）

（i）

解：

（a）不正确 由于<0,0>不符合条件，不具备自反性

（c）不正确 由于<1,1>不符合条件，不具备自反性

（e）不正确 2|1，但1|2不成立，故不具备对称性

（g）不正确，<0,10>,<10,11>符合条件，但<0,11>不符合，故不具备传递性

（i）不正确，<10,10>不符合条件，不具备自反性

3 设集合A上的二元关系R是自反的。证明R为等价关系的充要条件是：若

解：

充分性：

若，由自反性<a, a>,则<b, a> 所以R具备对称性

若 故<a, c> 所以R具备传递性。R为等价关系

必要性：

若，由对称性<b, a>. 由传递性. 得证

5 设和都是集合A上的等价关系。试判断下列A上的二元关系是不是A上的等价关系，为什么？

（a）

（c）

（d）

（f）

（h）

解：

（a）不是，由于R1有自反性，故没有自反性

（c）是。由于，故是A上的等价关系。

（d）不是。显然，具备对称性和自反性，但任意<a ,b>,<b ,c>,<a ,c>可能属于R2，故不具备传递性。

（f）不是，自反性和对称性显然。但不能保证传递性

（h）是 由于是传递闭包，故必有传递性。对称性和自反性也很显然。

6 设试判断下列集类是不是A的划分，为什么

（b）

（d）

解：

（b）不是。若A = {1,2} ,两者的交集为空集，不是划分。故不正确

（d）是。由吸收率，原式=，所以是划分

**习题2.8**

3 设R为集合A上的二元关系且SA，证明或用反例推翻下述断言：

（a）若R是A上的半序，则，是S上的半序

（d）若R是A上的良序，则，是S上的良序

解：

（a）断言为真

对任意x属于S，由于R是半序的，故R自反，所以，自反

对任意，由于R的反对称性，，反对称

对任意，由于R的传递性，从而，传递

为S上的半序

（d）断言为真

由（a）可知，为半序。对于的任意非空子集X。

由于X是R的子集，由于R良序，故X存在最小元。

故也为良序

6 设集合上的半序R的哈斯图如图所示。

（a）下列断言哪些为真？

（b）求P的最大元，最小元，极大元和极小元（如果存在的话）

（c）求的上界，下界，上确界和下确界。（如果存在的话）

解：

（a）断言为真的是

（b）最大元为，没有最小元。极大元为，极小元为

（c）的上界为，上确界。下界为，下确界为

的上界为和。上确界为。没有下界和下确界。

的上界为，上确界。下界为，下确界为。

8 设为全序结构。证明A的每个非空有限子集都有最大元和最小元

证明：利用数学归纳法证明：

当子集元素个数为1和2时，子集具备最大元和最小元

假设当子集元素个数为N时，子集具备最大元和最小元

当子集元素个数为N+1时，记该子集为X，则取出一个元素x，那么X-{x}的元素个数为N，则X-{x}存在最大元b和最小元a。由于A为全序，则xRa或aRx，bRx或xRb

若xRa，则最小元为x，最大元为b

若bRx，则最小元为a，最大元为x

若aRx，且xRb，则最小元为a，最大元为b

所以结论在集合元素个数为N+1时，结论成立

故A的每个非空有限子集都有最大元和最小元

错的比较多的题目

习题2.7 1（a）和（i） 很多人对自反性的理解出现问题。故误认为是等价关系。

习题2.7 5（d）很多人没有意识到（d）可能是不具备传递性的，产生了误判。

习题2.7 5（f）很多人没有意识到（f）可能是不具备传递性的，产生了误判。

习题2.8 6错的人非常多。很多人第一题都出现了错误。可能是对哈斯图理解不到位所致。