基数作业1

习题1.3

1.用归纳法证明：

a) 证明：用第一归纳法

i) 当n = 1 时，左边 = 1/2 = 右边；

ii) 对任意的k ≥ 1，假设当n = k时命题为真，即



因为







即当n = k+1时命题也为真。

由i) ii)可知，对于任意n≥1均有



c) 证明：用第一归纳法

i) 当n = 1 时，；

ii) 对任意的k ≥ 1，假设当n = k时命题为真，即

*2k ≥ 2k*

因为

*2k+1= 2•2k ≥* *2•2k ≥* *2k+2 =2(k+1)* （因为k ≥ 1）

即当n = k+1时命题也为真。

由i) ii)可知，对于任意n≥1均有

*2n = 2n*。

f ) 证明：用第一归纳法，证明在n>-2时，成立。

i) 当n = -1 时，原式=0，能被9整除；

ii) 对任意的k ≥ -1，假设当n = k时命题为真，即

*能被9整除*

因为能被9整除。故能被9整除

即当n = k+1时命题也为真。

由i) ii)可知，对于任意n≥-1均有

能被9整除。而对于n<-1的情况，令f(n)=,当n<-1时

f(n)=-f(-n-2)，故任意三个相邻整数的立方和能被9整除。

9.证明：

证明：

若n<m，故存在，使得,故

若，故,故，并且

.而n，故 故

11.称一个集合A为传递的，如果A的元素的元素都仍然是A的元素。证明每个都是传递的。

证明：

（1）当n=0时，有0=,0是传递的。

（2）假设n=k时，结论成立，即集合k是传递的

则当n=k+1时，k+1 =

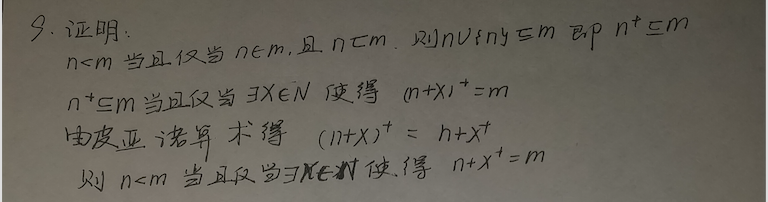
对于任意元素s，若s，由于k是传递的，故s的元素属于k，也就属于

若s=k，则s的元素就是k的元素，也就属于，故是传递的

由（1）（2）可知，每个都是传递的

不同解法：

9



错的比较多的

1（f）不少人只证明了n>=0的情况，忽略了题目要求的任意三个相邻整数的要求。

9 这题的证明有部分人只证明了一边，有的人在证明的过程中引入了减法，错的人比较多。