第三次作业

第四章

1. 在图4.21中的归属图中，有6个个体从A到F，3个社团为X，Y和Z。
2. 画出如练习2所定义的6个个体的投影图，即如果共同参与一个活动，则表明他们之间有链接。
3. 在上述投影网络中，能否体会到由节点A，C和E构成的三角形与有其他三角形有不同的含义？请解释。

X

Y

Z

答案：

1. 三角形：ABC，ADE，CEF，ACE。

ABC，ADE，CEF共同参加一个社团组成的三角形。

ACE中AC，CE，EA参加了相同的社团。构成三角形的三条边是两两参加相同的社团构成的。

1. 给定一个表示人们成对分享活动的网络，我们可以重构与其中信息一致的归属网络。比如，假设你需要推断出一个二部归属网络的结构，且根据间接的观察得到如练习2中所构成的投影网络：如果两个个体共同参与活动，则他们之间有一条边。图4.22即为该投影网络。
2. 画出包括这6个个体的归属图，可以自己定义4个社团，该归属图的投影图即为图4.22。
3. 解释为什么任何一个能产生图4.22中投影网络的归属网络，必须至少有4个社团。

答案：

X

Y

Z

Z

1. 因为图中有4 个极大完全子图，每一个需要至少对应一个不同的社团。

第五章

1. 当想到结构平衡，若一个新的节点试图加入到一个已存在敌友关系的网络中，将会发生什么？在图5.19 ~ 图5.22中，每对节点非友即敌，用+或-表示每条边的属性。

首先，分析图5.19中的三个节点组成的社会网络，其中每对节点了解彼此，并且关系友好。现在第四个节点D想要加入该网络，与其他三个节点A，B，C的关系不是正关系就是负关系。该节点进入这个社会网络，不想产生任何不平衡三角形有可能实现吗？（例如，在加入节点D后，由该节点和其他节点组成的边，不会产生不平衡的三角形。）

事实上，这个例子中，有两种方法来实现，如图5.20所示。其一，节点D可以成为现有所有节点的朋友，这样，包含该节点的三角形会有三条正关系边，形成平衡的三角形。其二，节点D可以成为现有所有节点的敌人，这样，包含该节点的三角形会有三条负关系边，形成平衡的三角形。

在这个网络中，对于节点D来说，由于它的加入没有形成不平衡的三角形。而这就不一定适合于其他网络。我们来分析其他网络。

1. 分析图5.21中的三个节点组成的社会网络，其中每对节点都了解彼此，每对节点非友即敌，用+或-表示每条边的属性。现在第四个节点D想要加入该网络，与其他三个节点A，B，C的关系不是正关系就是负关系。节点D进入这个社会网络，不会产生任何不平衡三角形？

* 在节点D进入该网络，请解释有几种不同的方式？（即与节点D之外的边有几种不同的特性让包含该节点的三角形为平衡的。）
* 若节点D没有这种方法进入该网络，请解释为什么？（在这个及后面的问题上，不用考虑所有可能性，也可以推理出新的节点。）

1. 对于不同的网络，考虑图5.22中三个节点的社会网络，其中每对节点都了解彼此，每对节点非友即敌，用+或-表示每条边的属性。现在第四个节点D想要加入该网络，与其他三个节点A，B，C的关系不是正关系就是负关系。节点D进入这个社会网络，不会产生任何不平衡三角形？

* 在节点D进入该网络，请解释有几种不同的方式？（即与节点D之外的边有几种不同的特性让包含该节点的三角形为平衡的。）
* 若节点D没有这种方法进入该网络，请解释为什么？

1. 利用解决问题2和3的方法，分析下面的问题。以任意完全标注图为例，有任意个节点，并且是非平衡图，即它包含至少一个非平衡三角。回顾具有属性完全图，其中每对节点有一条边链接，用+或-来表示边的属性。一个新的节点X想要进入该网络，与其他节点链接的边不是正关系就是负关系。如果节点X进入该网络，是否有让它所参与的三角平衡的方法？请简要地解释。提示：参考任意网络中任意不平衡的三角，节点X如何与途中的其他节点链接。

答案：

1. 不能。 假设 D 不在任何一个不平衡三角形中，因为 AB是-边，所以 AD和 BD上 的符号不同，同理 AD 和 CD、BD 和 CD 上的符号也不同，矛盾。因此，D 必 在某个不平衡三角形中。
2. 不能。 假设 D 不在任何一个不平衡三角形中。因为 AB、AC 是+边，所以 AD 和 BD、AD 和 CD 的符号相同，但是 BC 是-边，这又使得 BD 和 CD 符号不同， 矛盾。因此，D必在某个不平衡三角形中。
3. 不能。 对于一个不平衡图，它的所有子图中一定包含一个不平衡三角形，而这个 三角形一定和 a）和 b）所讨论的三角形之一同构，不妨设这个三角形包含 A、 B、C三个节点。添加节点 X之后，根据 a）和 b）的讨论，XAB、XAC、XBC 中至少有一个不平衡三角形。所以只要原来的图是不平衡的，添加节点 X 之后， X一定在某个不平衡三角形中。
4. 你和人类学家一起研究一个人烟稀少热带雨林，其中50个农民生活在一条长50英里的河流沿岸。每个农民居住并占有沿岸的土地1英里长，因此他们完全瓜分了50英里长的河岸。（选择简单的数字，目的是使问题容易描述。）

农民都互相认识，和他们交谈后，你发现每个农民与其他住在20英里以内的农民都是朋友，与所有居住在20英里以外的农民都是敌人。构建一个标注的完全图，对应于这种社会关系，分析它是否具有结构平衡的特性，解释你的答案。

答案：

这个图有 50 个节点，它们的编号是按照沿着河岸的顺序（1，2， 3，…，50）

由题意可知：

* 节点 1与 2，3，… ，21为朋友，与 22，23，…，50为 敌人
* 节点 2 与 1，3，4，… ，22 为朋友，与 23， 24，…，50 为敌人
* 其他节点同理

这样的社会网络结构是不平衡的，因为按照结构平衡定理，若这个社会网络是平衡的，则 50 个农民就可以分成两组，组内都是朋友关系，组间都是敌人关系。或者，不存在三个节点，它们之间是（+,+,-） 或者（-,-,-）关系。由前述，不难看到，节点 1，2，22 之间就是（+,+,-）关系。 因此该社会网络不可能平衡。