第四次作业

第六章

1. 在本章中，我们讨论了占优策略，并指出若一参与人有占优策略，我们则 预期他会采取这个策略。与占优策略相对的是非优策略。称一个策略是非优的 可以有多种不同的含义。在这个练习中，我们关注严格占优与非优的概念，如 下定义严格非优策略： 一个策略 S\*i是严格非优的，若参与人 i 有另外一个策略 S’i，其回报严格 大于 S\*i的回报（无论其他参与人采取什么策略）。 我们预期参与人不会使用一个严格非优策略，这个认识可以帮助我们发 现纳什均衡。下面是这种想法的一个例子。在如图 6.40 所示收益矩阵对应的博 弈中，M 是一个严格非优策略（被策略 R 严格占优），因此参与人 B 将不会采 用 M。

参与人B

L M R

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 2，4 | 2，1 | 3，2 |
| 1，2 | 3，3 | 2，4 |

参与人A U

D

因此，在分析这个博弈的时候我们可以删除策略 M，简化后的博弈如下：

参与人B

|  |  |
| --- | --- |
| 2，4 | 3，2 |
| 1，2 | 2，4 |

L R

参与人A U

D

此时，参与人 A 有一个占优策略（U），容易看到这个 2x2 博弈的纳什均衡 是（U，L）。你可以检验（U，L）也是初始博弈的纳什均衡。当然，利用这种 方法要求我们知道严格非优策略不会用在纳什均衡中1。 考虑任何至少有一个（纯策略）纳什均衡的双人博弈。解释为什么用于均 衡的策略不会是严格非优策略。

答案：

假设参与人 A 有一个被占优策略 Si\*被策略 Si’占优。再假设这个博弈中的一个纯策略纳什均衡是策略组(X,Y)，于是 X 是 Y 的最佳应对， 同时 Y 是 X 的最佳应对。那么如果 X= Si\*，则 X 显然不是 Y 的最佳应对，矛盾。所以纳什均衡中不可能出现被占优策略。

1. 我们接着考虑三人博弈。分别命名三个参与人为 1，2 和 3。为了定义这个 博弈，我们需要对每个参与人的可用策略进行分组。当每个参与人都选择一个 策略时，这就会有一个三重策略（a triple of strategies）。我们需要对每个参与人 从任意选择的三重策略中进行分类。假设参与人 1 的策略组是（U，D），参与 人 2的策略组是（L，R），参与人 3的策略组是（l，r）。 一种分类收益的方法是写下每个可能的三重策略的收益。另一个不同但是 等效的方法是解释三重策略。这使收益分类变简单。想象一与二人博弈不同的 是，假设下参与人 3 选择，则参与人 1 和 2 也会选择策略。假设参与人 3 选择 策略 l，则它的收益矩阵如下： 有关策略 l的收益矩阵：

参与人B

L R

|  |  |
| --- | --- |
| 4，4，4 | 0，0，1 |
| 0，2，1 | 2，1，0 |

参与人A U

D

此处，单元格的第一个数值表示参与人 1 的收益，第二个数值表示参与人 2的收益，第三个数值表示参与人 3的收益。

假设参与人 3选择策略 r，则收益矩阵是 有关策略 r的收益矩阵：

参与人B

L R

|  |  |
| --- | --- |
| 2，0，0 | 1，1，1 |
| 1，1，1 | 2，2，2 |

参与人A U

D

例如，假设参与人 1 选择策略 U，参与人 2 选择策略 R 及参与人 3 选择策 略 r，则三方的收益都是 1。

1. 首先，假设参与人都是同时行为的。即，参与人 1 和 2 没有在博弈过 程中，没有观察参与人 3 的行为选择，直到博弈结束。试着找出该博弈的所有 （纯策略）纳什均衡。
2. 现在，假设参与人 3 先决定行为策略，参与人 1 和 2 在观察参与人 3 的行为后，才决定怎样选择行为。即，假设参与人 3选择策略 r，则参与人 1和 2 通过有关策略 r 的收益经济，在确定的博弈中选择行为策略。这里，参与人 1 和 2都知道他们也都正在进行博弈。类似的，假设参与人 3选择策略 l，则参与 人 1 和 2 通过有关 l 的收益矩阵，在确定的博弈中选择行为，而且，他们也知 道各自都在同时进行着博弈选择。

假设参与人 1 和 2 通过有关策略 r 的收益矩阵，在确定的博弈中进行博弈。 他们会选择博弈中的一个（纯策略）纳什均衡。类似的，假设参与人 1 和 2 通 过有关策略 l 的收益矩阵在确定的博弈中进行行为选择。则他们也会选择博弈 中的一个（纯策略）纳什均衡。最终，假设参与人 3 也知道参与人 1 和 2 在博 弈中是怎样行为的。

你预期参与人将会有什么行为选择呢？为什么？你预期何种三重博弈会被 选择呢？在三人博弈中，同时进行的博弈选择，你认为所有的可行性策略中会 出现纳什均衡吗？

答案：

1. 当参与人 3 选择策略 l 时，仅仅对于参与人 1 和参与人 2 来说，策略 （U，L）是唯一的一个纳什均衡。在策略（U，L，r）中参与人 3 的受益是 0（< 4），所以参与人 3没有动机改变，所以（U，L，r）是一个纳什均衡。
2. 作为参与人 3 先选择的话，它一定希望从两张受益表中选择是自己收 益最大的那个选择，而且保证他选择完某个策略后，其他两个参与人都能心甘 情愿地选择他心目中的选择。即三人纳什均衡是有可能出现的。

策略组（U，L，r）中参与人 3 的受益是小于 4 的，所以（U，L，l）是一个 纳什均衡。

因为4 是参与人3的最大的收益，所以他会选择策略 l，因为当他选择 l 之后，他清楚地知道对于剩下的两个参与人，存在唯一的纳什均衡，而且是社会最优，那么自己会获得最大收益，实现共赢。

还有另一个纳什均衡（D，R，r），但是参与人的收益是 2，小于 4，那么他还是会选择 l，并且能保证另外两个参与人也选择这个均衡，使他获得 最终 4的收益。